INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Engenharia de Controle e Automação

Cálculo Numérico

Aula 3 - Noções Básicas sobre Erro

Prof. Hilário Tomaz Alves de Oliveira

hilario.oliveira@ifes.edu.br

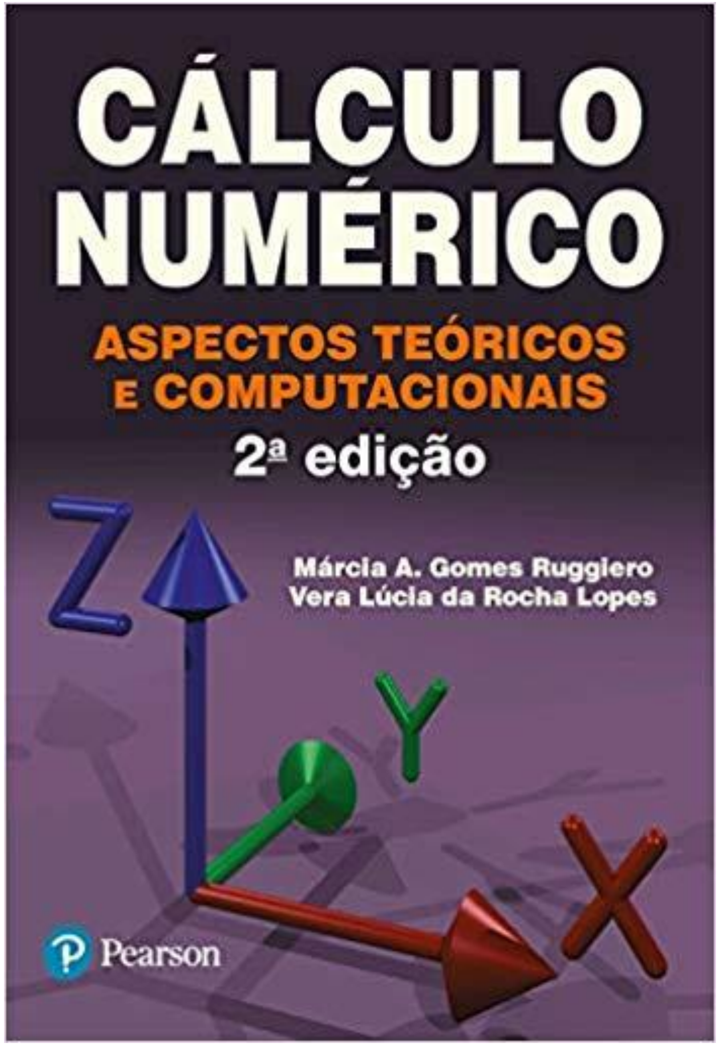
Agenda

- Representação de Números
  - Conversão de Números Nos Sistemas Decimal e Binário.
  - Aritmética de Ponto Flutuante.
- Erros
  - Erros Absolutos e Relativos.
  - Truncamento e arredondamento.

Leitura Recomendada

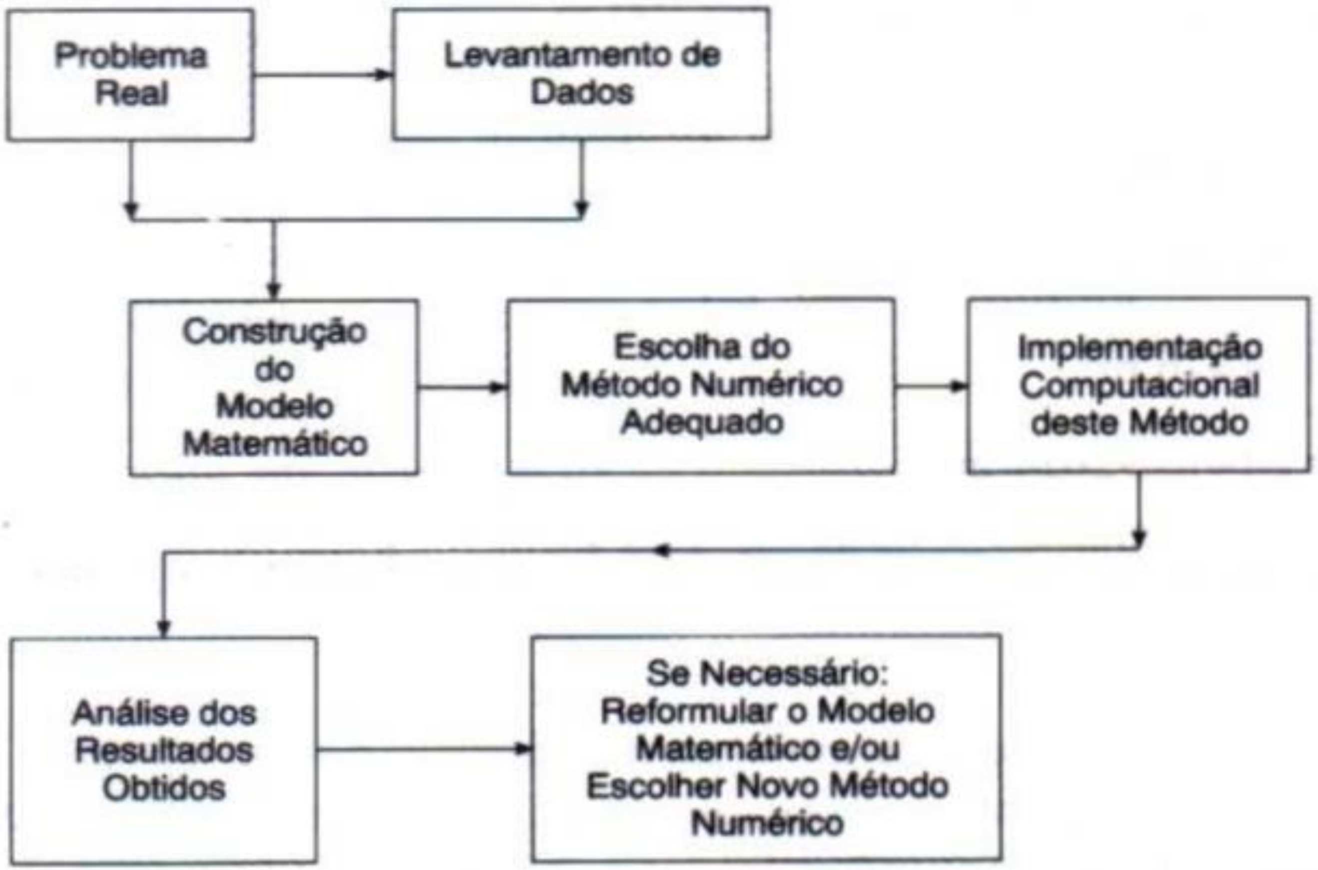
- Capítulo 1 – Noções Básicas sobre Erros.
    - Seção 1.1;
    - Seção 1.2;
    - Seção 1.3.
        - Itens 1.3.2 e 1.3.3 (Fora).

- Lista de Exercícios 2 e Projeto de Implementação 1.
    - Disponíveis no Ambiente Virtual (Moodle).



Introdução

- A resolução de problemas envolvem várias fases que podem ser estruturadas da seguinte forma:



Introdução

- Muitas vezes os resultados finais estão distantes do que se espera obter.
  - Mesmo que todas as fases de resolução tenham sido realizadas corretamente.
- Os resultados obtidos dependem também:
  - Da precisão dos dados de entrada;
  - Da forma como estes dado são representados no computador;
  - Das operações numéricas efetuadas.

Representação dos Números

Representação dos Números – Exemplo 1

- Calcular a área de uma circunferência de raio 100 metros.
  - A = π * r^2

- Resultados Obtidos:

  a) A = 31400 m^2

  b) A = 31416 m^2

  c) A = 31415,92654 m^2

Representação dos Números – Exemplo 2

- Efetuar o seguinte somatório em uma calculadora e em um computador:
  - $\sum_{i=1}^{30000} x_i$ para x_i = 0,5 e x_i = 0,11
- Resultados Obtidos:

a) Para x_i = 0,5

- Na calculadora ➔ S = 15000
- No Computador ➔ S = 15000

b) Para x_i = 0,11

- Na calculadora ➔ S = 3300
- No Computador ➔ S* = 3299,99691

Representação dos Números

- No Exemplo 1:
  - O número π não pode ser representado através de um número finito de dígitos decimais.
    - Π foi escrito como 3,14; 3,1416 e 3,141592654 respectivamente nos casos a), b) e c).
- No Exemplo 2:
  - A diferença dos resultados ocorre por conta da representação dos números na máquina utilizada.
    - x_i = 0,11 não possui representação finita na base 2.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- A base decimal é a que mais empregamos atualmente.
  - Antigamente, foram utilizadas outras bases, como a base 12, a base 60.
- Um computador opera no sistema binário (Base 2).
  - Entrada: Os dados estão em formato decimal;
  - Processamento:
    - A conversão para binário;
    - As operações são feitas na base 2;
  - Saída: Os dados são convertidos para decimal.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Considere os números:
  - $(347)_{10} = 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 7 * 10^0$ ➔ 347
  - $(10111)_2 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$ ➔ 23
- De modo geral, um número na base β.
  - $(a_j a_{j-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0)$, de forma que $0 \leq a_k \leq \beta - 1$, k = 1, 2, ..., j, pode ser escrito na forma polinomial:
    - $a_j \beta^j + a_{j-1} \beta^{j-1} + \ldots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Exemplo:
  - $(10111)_2 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 \rightarrow (23)_{10}$
- Podemos colocar o número 2 em evidência:
  - $(10111)_2$ = 2 * (1 + 2 * (1 + 2 * (0 + 2 * 1))) + 1 = $(23)_{10}$
- Assim:
  - A representação de um número $(a_j a_{j-1}, \dots, a_2, a_1, a_0)$ na base 10, denotada por b_0, é obtida através do seguinte processo:

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- $b_j = a_j$
- $b_{j-1} = a_{j\,-1} + 2 * b_j$
- $b_{j-2} = a_{j\,-2} + 2 * b_{j\,-1}$

  ....

- $b_1 = a_1 + 2 * b_2$
- $b_0 = a_0 + 2 * b_1$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Para o número $(10111)_2$, a sequência obtida será:
  - $b_4 = a_4 = 1$
  - $b_3 = a_3 + 2 * b_4 = 0 + 2 * 1 = 2$
  - $b_2 = a_2 + 2 * b_3 = 1 + 2 * 2 = 5$
  - $b_1 = a_1 + 2 * b_2 = 1 + 2 * 5 = 11$
  - $b_0 = a_0 + 2 * b_1 = 1 + 2 * 11 = 23$

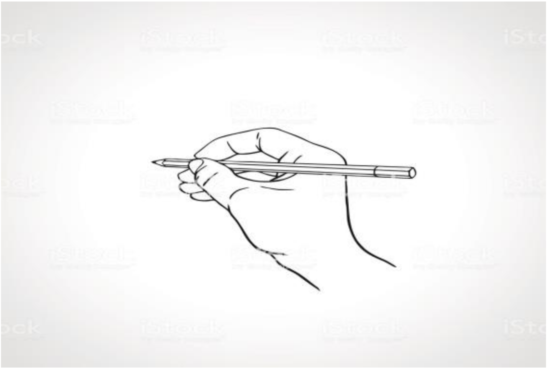
Exercício 1

1. Converta os seguintes números para a base decimal.

   a) $(110)_2$

   b) $(1001)_2$

   c) $(1110011)_2$



Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Como fazer o processo inverso?
  - Converter um número inteiro representado na base 10 para o sistema binário?
- Considere o número $(347)_{10}$ e sua representação na base 2 $(a_j a_{j-1} \ldots a_1 a_0)_2$
  - 347 = 2 * $(a_j * 2^{j-1} + a_{j-1} * 2^{j-2} + \ldots. + a_2 * 2^1 + a_1) + a_0$
  - 347 = 2 * 173 + 1 (resto da divisão entre 347 e 2)

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Repetimos este processo para o número N_1= 173.
  - 173 = 2 * $(a_j * 2^{j-1} + a_{j-1} * 2^{j-2} + ... + a_2 * 2^1) + a_1$
    - Dessa forma obteremos o digito a_1, que será o resto da divisão entre N_1 e 2.
- Seguindo este raciocínio obteremos a sequência de números N_j e a_j.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Exemplo: $(347)_{10}$
  - N_0= 347 ➔ 2 * 173 + 1 ➔ a_0 = 1
  - N_1= 173 ➔ 2 * 86 + 1 ➔ a_1 = 1
  - N_2= 86 ➔ 2 * 43 + 0 ➔ a_2 = 0
  - N_3= 43 ➔ 2 * 21 + 1 ➔ a_3 = 1
  - N_4= 21 ➔ 2 * 10 + 1 ➔ a_4 = 1
  - N_5= 10 ➔ 2 * 5 + 0 ➔ a_5 = 0

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- N_6= 5 ➔ 2 * 2 + 1 ➔ a_6 = 1
- N_7= 2 ➔ 2 * 1 + 0 ➔ a_7 = 0
- N_8= 1 ➔ 2 * 0 + 1 ➔ a_8 = 1

- Logo, $(347)_{10}$ na base 2 é $(a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_2$
  - $(a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_2$ = 101011011

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Podemos generalizar o processo de conversão de um número N seguindo o algoritmo ao lado.

Passo 0: $k = 0$

$N_k = N$

Passo 1: Obtenha q_k e r_k tais que:

$N_k = 2 \times q_k + r_k$

Faça $a_k = r_k$

Passo 2: Se $q_k = 0$, pare.

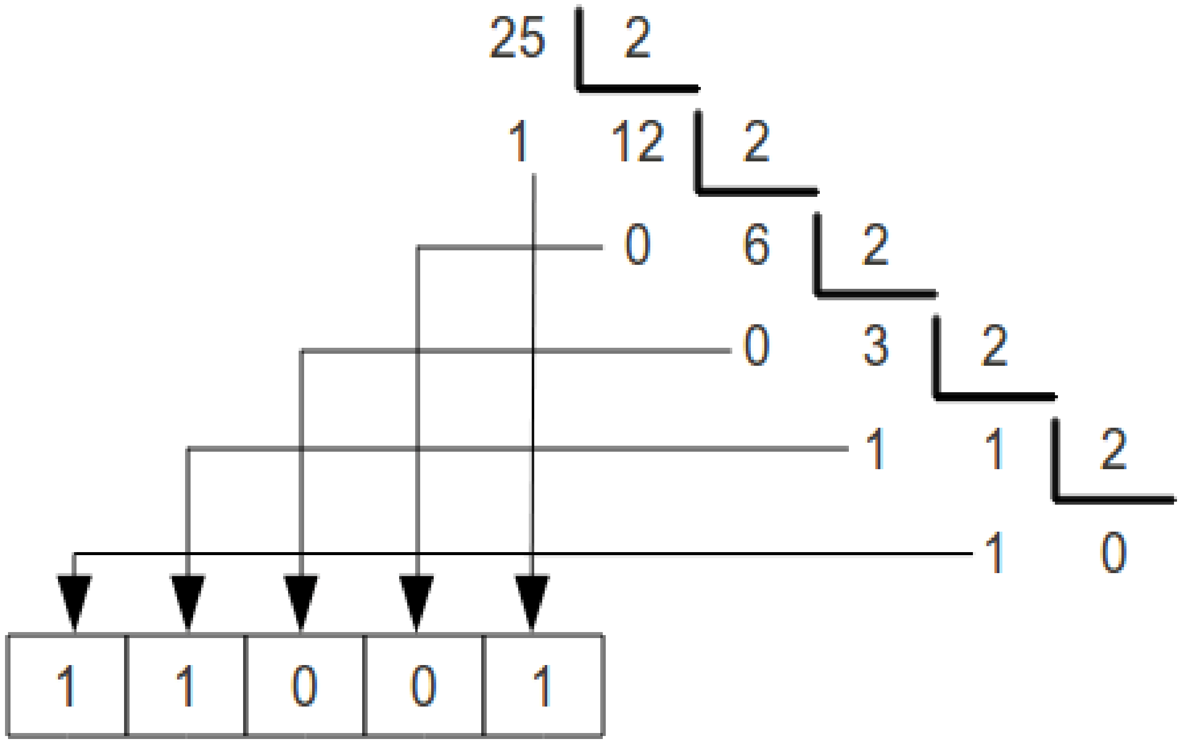
Caso contrário, faça $N_{k+1} = q_k$.

Faça $k = k + 1$ e volte para o passo 1.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

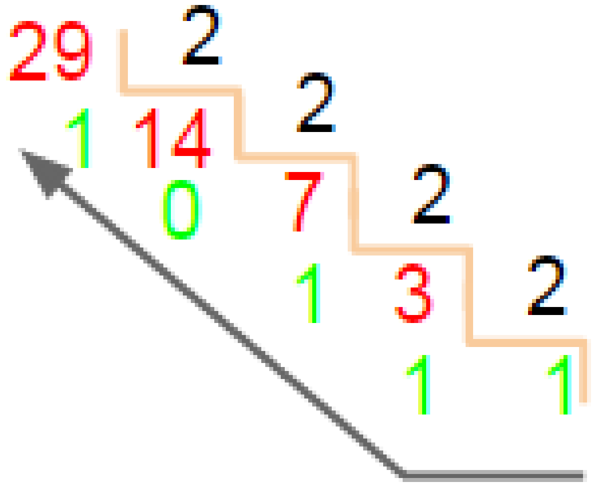
- Uma outra forma de realizar a conversão de decimal para binário é realizar sucessivas divisões e armazenamento do resto das divisões.

- Exemplo: $(25)_{10} \rightarrow (X)_2$



Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

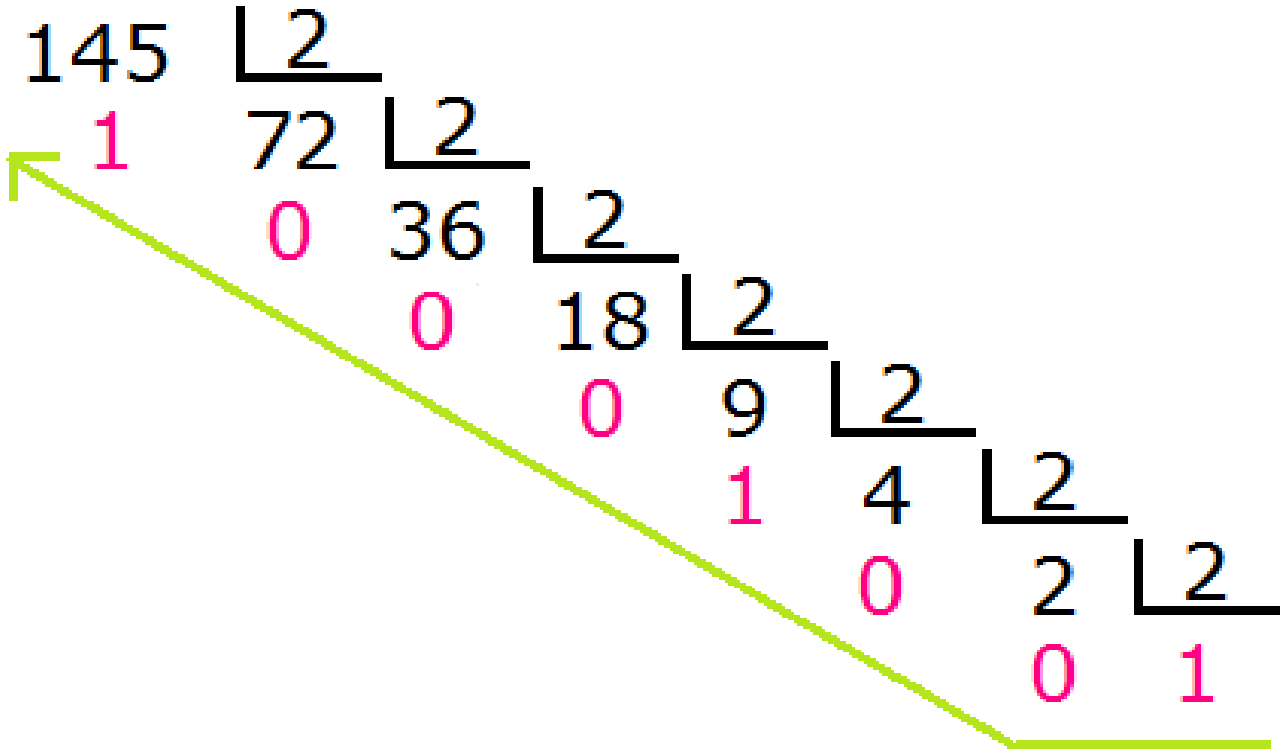
- Exemplo 2: $(29)_{10} \rightarrow (X)_2$



29 Decimal = 11101 Binário

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Exemplo 3: $(145)_{10} \rightarrow (X)_2$



- 145 em decimal é 10010001 em binário.

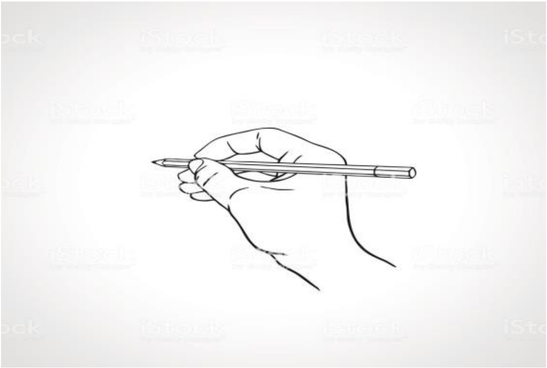
Exercício 2

2. Converta os seguintes números para a base binária.

    a) $(35)_{10}$

    b) $(100)_{10}$

    c) $(357)_{10}$



Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Um número real positivo *x* pode ser escrito como:

$$x = \underbrace{\sum_{i=0}^{n} a_i B^i}_{x_{\text{int}}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} b_i B^{-i}}_{x_{\text{frac}}}$$

- onde a_i e b_i são, respectivamente, os coeficientes da parte inteira e fracionária do número *x*.

- Por exemplo:
  - $(132{,}56)_{10} = 1 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Conversão da base 2 para decimal é similar ao caso inteiro.
- Conversão da base decimal para binária.
  - Converte-se a parte inteira.
    - Divisões sucessivas.
  - Converte-se a parte fracionária.
    - Multiplicações sucessivas.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Consideremos agora a conversão de um número fracionário na base 10 para a base 2.

- Sejam, por exemplo:
  - r = 0,125 ➔ representação Finita
  - s = 0,6666 .... ➔ representação Infinita
  - t = 0,414213562 ... ➔ representação Infinita

- Dado um número entre 0 e 1 no sistema decimal, como obter sua representação binária?

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Considere o número r = 0,125, existem dígitos binários: $d_1, d_2, ..., d_j$, tais que $(0, d_1 d_2 .... d_j)_2$ será sua representação na base 2.
- Assim:
  - $(0{,}125)_{10} = d_1 * 2^{-1} + d_2 * 2^{-2} + ... + d_j * 2^{-j}$
  - Vamos multiplicar cada termo da expressão por 2:
    - $0{,}250 = d_1 + d_2 * 2^{-1} + ... + d_j * 2^{-j+1}$
    - d_1 será a parte inteira de 2 x 0,125 = 0,250 que é igual a zero
      - $d_1 = 0$.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- $d_2 * 2^{-1} + ... + d_j * 2^{-j+1}$ ➔ Parte fracionária

- Aplicando o mesmo procedimento para 0,250, temos:
  - $0{,}250 = d_2 * 2^{-1} + ... + d_j * 2^{-j+1}$ (* 2)
    - $0{,}5 = d_2 + d_3 * 2^{-1} + d_4 * 2^{-2} + ... + d_j * 2^{-j+2}$
      - $d_2 = 0.$
    - $0{,}5 = d_3 * 2^{-1} + d_4 * 2^{-2} + ... + d_j * 2^{-j+2}$ (* 2)

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- 0,5 = $d_3 \ast 2^{-1} + d_3 \ast 2^{-2} + \ldots + d_j * 2^{-j+2}$ (* 2)
  - 1,0 = $d_3 + d_4 \ast 2^{-1} + \ldots + d_j * 2^{-j+3}$
    - d_3 = 1.
- Como a parte fracionária de 1,0 é igual a zero, o processo termina.

- Logo, obtivemos:
  - d_1 = 0 d_2 = 0 d_3 = 1
- Portanto:
  - $(0{,}125)_{10} = (0{,}001)_2$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- OBS: Um número real entre 0 e 1 pode ter representação finita no sistema decimal, mas representação infinita o sistema binário.
    - Exemplo: 0,1

- No caso geral, seja r um número entre 0 e 1 no sistema decimal e $(d_1 d_2 \ldots d_j)_2$ sua representação no sistema binário.
    - Os dígitos binários $d_1 d_2 \ldots d_j$ podem ser obtidos através do seguinte algoritmo:

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

Passo 0: $r_1 = r$; $k = 1$

Passo 1: Calcule $2r_k$.
Se $2r_k \geqslant 1$, faça: $d_k = 1$,
caso contrário, faça: $d_k = 0$

Passo 2: Faça $r_{k+1} = 2r_k - d_k$.
Se $r_{k+1} = 0$, pare.
Caso contrário:

Passo 3: $k = k + 1$.
Volte ao passo 1.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- O algoritmo anterior pode ou não parar após um número finito de passos.
  - Para r = $(0{,}125)_{10}$, teremos r_4 = 0 (critério de parada).
  - Já para r = $(0{,}1)_{10}$, teremos r_1 = 0,1.

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Para $r = (0{,}1)_{10}$, teremos:

Passo 0: $r_1 = r$; $k = 1$

Passo 1: Calcule $2r_k$.
Se $2r_k \geqslant 1$, faça: $d_k = 1$,
caso contrário, faça: $d_k = 0$

Passo 2: Faça $r_{k+1} = 2r_k - d_k$.
Se $r_{k+1} = 0$, pare.
Caso contrário:

Passo 3: $k = k + 1$.
Volte ao passo 1.

$$k = 1 \quad 2r_1 = 0.2 \Rightarrow \quad d_1 = 0$$
$$r_2 = 0.2$$

$$k = 2 \quad 2r_2 = 0.4 \Rightarrow \quad d_2 = 0$$
$$r_3 = 0.4$$

$$k = 3 \quad 2r_3 = 0.8 \Rightarrow \quad d_3 = 0$$
$$r_4 = 0.8$$

$$k = 4 \quad 2r_4 = 1.6 \Rightarrow \quad d_4 = 1$$
$$r_5 = 0.6$$

$$k = 5 \quad 2r_5 = 1.2 \Rightarrow \quad d_5 = 1$$
$$\boxed{r_6 = 0.2 = r_2}$$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Como $r_6 = r_2$, teremos que os resultados para k de 2 a 5 se repetirão e então: $r_{10} = r_6 = r_2 = 0.2$ e assim indefinidamente.
- Logo,
  - $(0{,}1)_{10} = (0{,}000110011\overline{0011}\ldots.)_2$
- E, portanto, o número $(0{,}1)_{10}$ não tem representação binária finita.
  - Isso pode ocasionar erros em cálculos efetuados em sistemas computacionais.

Caso *Patriot Missile*

Patriot Missile

- Houve uma falha no radar do sistema Patriot e no software que o suportava.
  - Um erro de arredondamento no cálculo e na medição do tempo.

http://www.diale.org/patriot.html

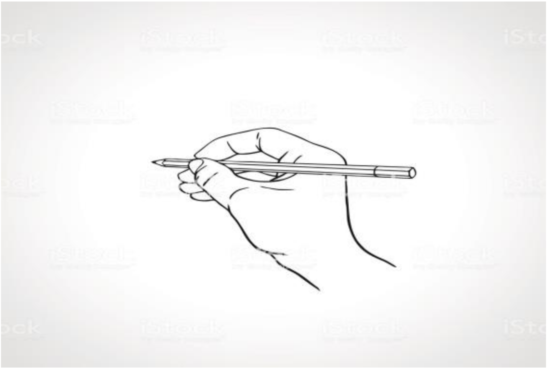
Exercício 3

3. Converta os seguintes números para a base 2.

   a) $(0{,}186)_{10}$

   b) $(8{,}250)_{10}$

   c) $(213{,}11)_{10}$



Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Considere agora um número entre 0 e 1 representado no sistema binário: $(r)_2 = (0, d_1 d_2 \ldots . d_j\,)_2$
  - Como obter sua representação no sistema decimal?
- Para isso pode-se utilizar o seguinte algoritmo:
  - $(0{,}000111)_2 = 0 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2} + 0 * 2^{-3} + 1 * 2^{-4} + 1 * 2^{-5} + 1 * 2^{-6}$
    - $= 1 * \frac{1}{16} + 1 * \frac{1}{32} + 1 * \frac{1}{64} \rightarrow 0{,}10938$
  - $(0{,}000111)_2 = (0{,}10938)_{10}$

Conversão de Números nos Sistemas Decimal e Binário

- Exemplo: $(0{,}1100100)_2 = X_{10}$
  - $(0{,}1100100)_2 = 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 0 * 2^{-3} + 0 * 2^{-4} + 1 * 2^{-5} + 0 * 2^{-6} + 0 * 2^{-7}$
    - $= 1 * \frac{1}{2} + 1 * \frac{1}{4} + 1 * \frac{1}{32} \rightarrow 0{,}78125$
  - $(0{,}1100100)_2 = (0{,}78125)_{10}$

Exercício 4

4. Converta os seguintes números para a base 10.

   a) $(111{,}01)_2$

   b) $(101{,}10)_2$

Aritmética de Ponto Flutuante

Aritmética de Ponto Flutuante

- Um computador ou calculadora representa um número real no sistema denominado Aritmética de Ponto Flutuante.
- Neste sistema, um número real r será representado na forma:
  - $\pm(.d_1 d_2 \ldots d_t) \times \beta^e$
  - Onde:
    - β é a base em que a máquina opera;
    - t é o número de dígitos na mantissa; $0 \leq d_j \leq (\beta - 1)$, j = 1, ..., t, $d_1 \neq 0$;
    - e é o expoente no intervalo [l,u].

Aritmética de Ponto Flutuante

- Em qualquer máquina, apenas um subconjunto dos números reais é representado exatamente.
  - Portanto, a representação de um número real será realizada através de truncamento ou de arredondamento.
- Considere, por exemplo, uma máquina que opera no sistema:
  - $\beta = 10$; t = 3; $e \in [-5,5]$ ➔ F(10; 3; -5, 5)
  - Os números serão representados na seguinte forma nesse sistema:
    - $.d_1 d_2 d_3 \times 10^e$, $0 \leq d_j \leq 9$, $e \in [-5,5]$

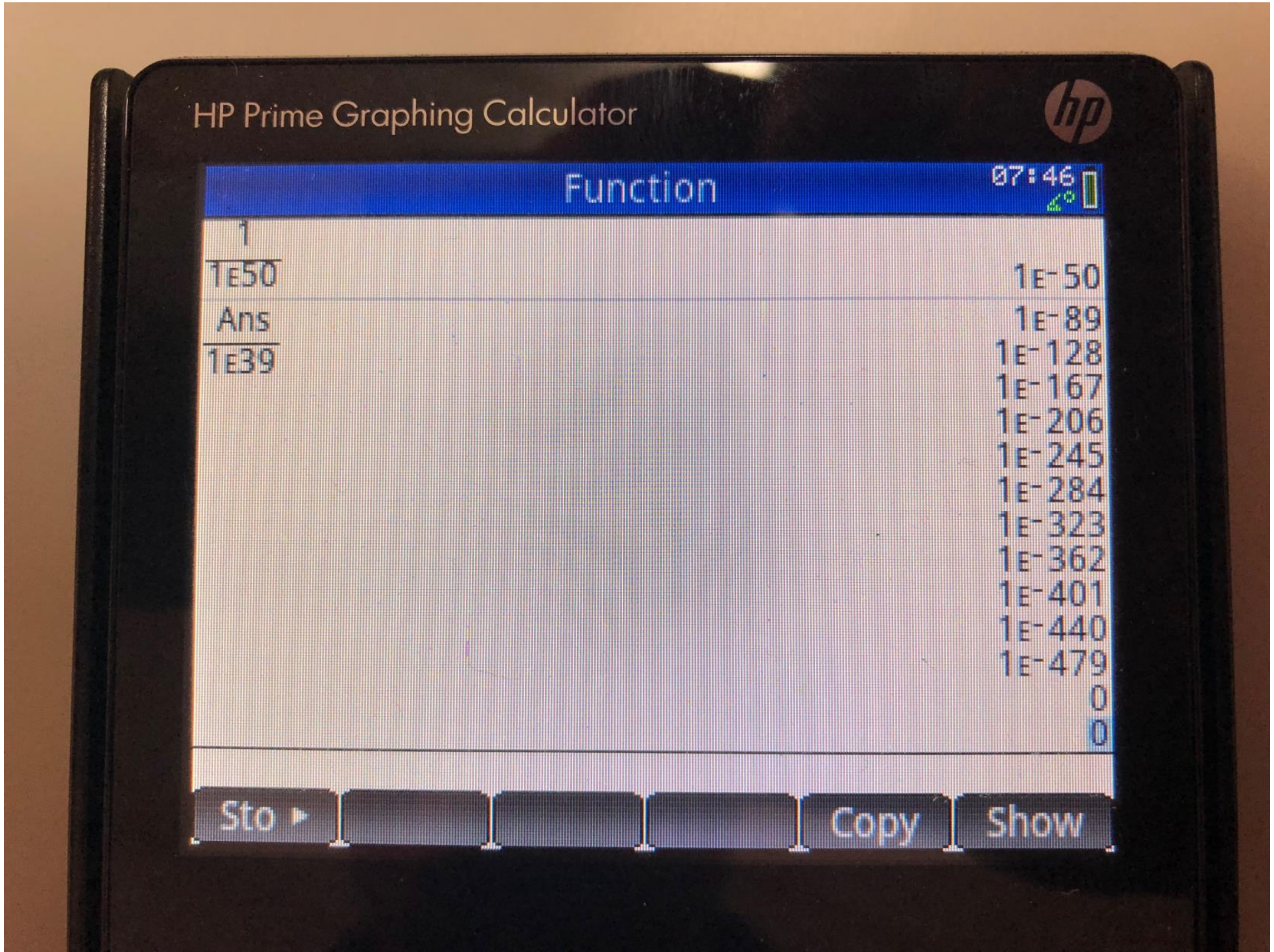
Aritmética de Ponto Flutuante

- O menor e o maior número, e valor absoluto, representado nesta máquina é:
  - $\mathrm{m} = 0.100 \times 10^{-5} = 10^{-6}$
  - $\mathrm{M} = 0.999 \times 10^{5} = 99900$
- Considere o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ e o seguinte conjunto:
  - $\mathrm{G} = \{ \mathrm{x} \in \mathbb{R} \mid \mathrm{m} \leq x \leq \mathrm{M}\}$
- Teremos 3 situação para analisar:

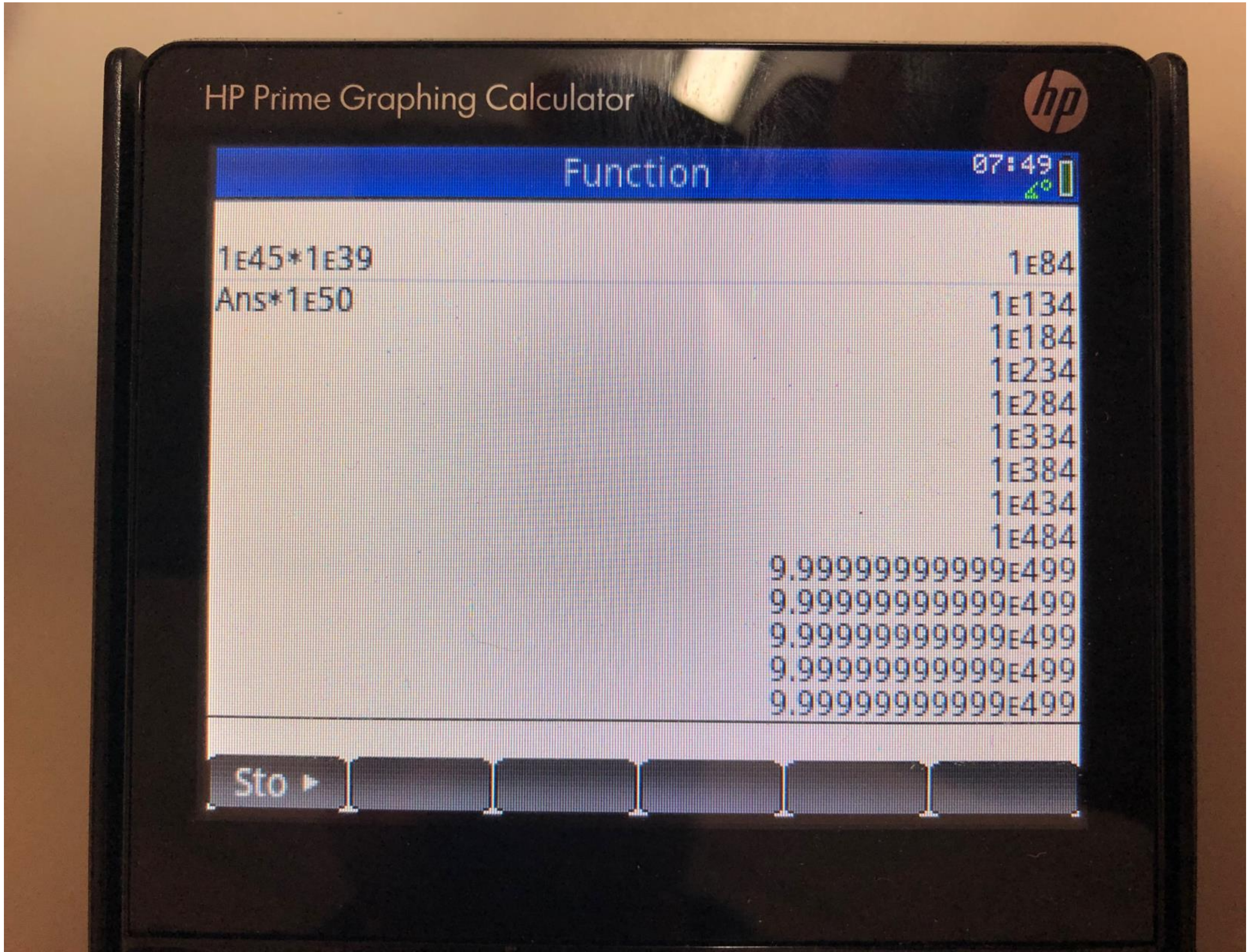
Aritmética de Ponto Flutuante

1. x ∈ G
   - Exemplo: x = 235.89 ➔ 0.23589 $\times 10^3$ (OK)
2. |x| < m:
   - Exemplo: x = 0.345 $\times 10^{-7}$ (Underflow)
     - Expoente é menor do que -5.
3. |x| > M
   - Exemplo: x = 0.875 $\times 10^9$ (Overflow)
   - Expoente é maior do que 5.

Aritmética de Ponto Flutuante - Underflow



Aritmética de Ponto Flutuante - Overflow



Caso Ariane 5

Caso Ariane 5 – Erro

space for europe

Ariane 501 Inquiry Board report
page 4

- The internal SRI software exception was caused during execution of a data conversion from 64-bit floating point to 16-bit signed integer value. The floating point number which was converted had a value greater than what could be represented by a 16-bit signed integer. This resulted in an Operand Error. The data conversion instructions (in Ada code) were not protected from causing an Operand Error, although other conversions of comparable variables in the same place in the code were protected.

Cálculo Numérico....

http://esamultimedia.esa.int/docs/esa-x-1819eng.pdf

Aritmética de Ponto Flutuante

- Algumas Linguagens de Programação permitem que as variáveis sejam declaradas em precisão dupla.
    - Neste caso, esta variável será representada no sistema de aritmética de ponto flutuante da máquina, mas com aproximadamente o dobro de dígitos disponíveis na mantissa.
        - OBS: O tempo de execução e o consumo de memória aumentam significativamente.

Aritmética de Ponto Flutuante

Dar a representação dos números a seguir num sistema de aritmética de ponto flutuante de três dígitos para $\beta = 10$, $m = -4$ e $M = 4$.

x	Representação obtida por arredondamento	Representação obtida por truncamento
1.25	0.125×10	0.125×10
10.053	0.101×10^2	0.100×10^2
–238.15	-0.238×10^3	-0.238×10^3
2.71828...	0.272×10	0.271×10
0.000007	(expoente menor que –4)	=
718235.82	(expoente maior que 4)	=

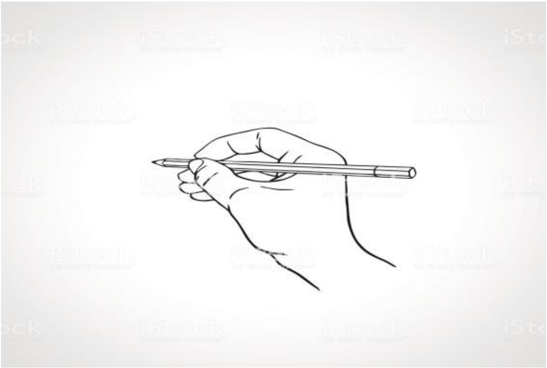
Aritmética de Ponto Flutuante

Máquina e Aritmética	β	t	e_{min}	e_{max}
Cray-1 Precisão Simples	2	48	-8192	8191
Cray-1 Precisão Dupla	2	96	-8192	8191
DEC VAX formato G Dupla	2	53	-1023	1023
DEC VAX formato D Dupla	2	56	-127	127
Calculadoras HP 28 e 48G	10	12	-499	499
IBM 3090 Precisão Simples	16	6	-64	63
IBM 3090 Precisão Dupla	16	14	-64	63
IBM 3090 Precisão Extendida	16	28	-64	63
IEEE Precisão Simples	2	24	-126	127
IEEE Precisão Dupla	2	53	-1022	1023
PDP 11	2	24	-128	127
Control Data 6600	2	48	-976	1070

Fonte: https://www1.univap.br/spilling/CN/CN_Capt1.pdf

Exercício 5

5. Considerando o sistema *F*(10; 3; -5; 5). Represente o número 1,23 nesse sistema. Qual o maior e menor número que pode ser representado nesse sistema?



Exercício Resolvido

- Representar os números abaixo em um sistema de aritmética de ponto flutuante F(10, 5, -5, 5). Utilize em cada caso a aproximação por arredondamento e por truncamento.

a) 1,38

b) 92,0637

c) -398,216

d) 3,141592

e) 0,0000003

f) 21479312,95

Exercício Resolvido

a) $1{,}38 =$ $0{,}13800 \times 10^1$ (arredondamento=truncamento)

b) $92{,}0637 =$ $0{,}92064 \times 10^2$ (arredondamento)

$0{,}92063 \times 10^2$ (truncamento)

c) $-398{,}216 =$ $-0{,}39822 \times 10^3$ (arredondamento)

$-0{,}39821 \times 10^3$ (truncamento)

c) $3{,}141592 = 0{,}31416 \times 10^1$ (arredondamento)

$0{,}31415 \times 10^1$ (truncamento)

Exercício Resolvido

d) 0,0000003 = 0,30000x 10^{-6} (e < -5) UNDERFLOW

e) 21479312,95 = 0,21479 x 10^{8} (e > 5) OVERFLOW

Erros Absolutos e Relativos

Erro Absoluto

- Erro Absoluto é a diferença entre o valor exato de um número x e de seu valor aproximado $\bar{x}$.
  - $EA_x = x - \bar{x}$
- No geral, apenas o valor de $\bar{x}$ é conhecido, o que impossibilita o valor exato do erro absoluto.
  - Define-se um limitante superior ou uma estimativa para o módulo do erro absoluto.

Erro Absoluto

- Por exemplo, sabendo-se que $\pi \in (3{,}13;3{,}15)$, tomaremos um valor dentro desse intervalo e teremos:
  - $|EA_x| = |\ \pi - \bar{\pi}| < 0{,}01$
- Suponha a seguinte situação:
  - $\bar{x} = 2112{,}9$ e $|EA_x| < 0{,}1$
    - $x \in (2112{,}8;\ 2113)$
  - $\bar{y} = 5{,}3$ e $|EA_y| < 0{,}1$
    - $y \in (5{,}2;\ 5{,}3)$

Erro Relativo

- O Erro Relativo é definido como o erro absoluto dividido pelo valor real.

  - $ER_x = \frac{EA_x}{\overline{x}} = \frac{x - \overline{x}}{\overline{x}}$

- Usando o exemplo anterior, temos:

  - $ER_x = \frac{EA_x}{\overline{x}} = \frac{0,1}{2112,9} \approx 4,7\ x\ 10^{-5}$

  - $ER_y = \frac{EA_y}{\overline{y}} = \frac{0,1}{5,3} \approx 0,02$

Exercício 6

6. Seja o sistema $F(10; 4; L; U)$. Qual o erro absoluto ao representar $x = 1428{,}756$ nesse sistema usando truncamento e arredondamento?

Exercício 7

7. Sejam x_1 = 1000,5, $\overline{x_1}$ = 1000,6, x_2 = 10,5 e $\overline{x_2}$ = 10,6. Nota-se que $EA(\overline{x_1}) = EA(\overline{x_2})$ = 0,1. Quais os erros relativos?

Dúvidas

Próxima aula ...

- Aula 4 – Zeros Reais de Funções Reais.