TALLER 1: PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Integrantes:

- ✓ Lilian Mora
- ✓ Humberto Muñoz

Para reducir la extensión de este taller, este documento sólo presenta el desarrollo y las respectivas conclusiones.

Ejercicio N°1

Análisis de la información.

	horas de trabajo de maquina M100 a la semana	horas de trabajo de maquina M200 a la semana.	Disponibilidad
Horas máximas de trabajo de maquina M100	≤ 15		
Horas máximas de trabajo de maquina M200		≤ 10	
Horas mínimas de trabajo de maquina M100	≥ 5		
Horas mínimas de trabajo de maquina M200		≥ 5	
Libras de materia prima disponible.	40	50	≤ 1000
Variables	X_1	X_2	

Definición de variables.

$X_1 = Número\ de\ horas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M100\ a\ la\ semana.$

$X_2 = \ Número\ de\ horas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M200\ a\ la\ semana.$

Función Objetivo

$$MAX\ Z = (20X_1 * 18 - 40X_1 * 6 - 50X_1) + (40X_2 * 18 - 50X_2 * 6 - 75X_2)$$

$$MAX\ Z = (360X_1 - 240X_1 - 50X_1) + (720X_2 - 300X_2 * -75X_2)$$

$$MAX\ Z = 70X_1 + 345X_2$$

Restricciones.

$X_1 \leq 15$ $Horas\ máximas\ de\ trabajos\ de\ máquina\ M100.$

$X_2 \leq 10$ $Horas\ máximas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M200.$

$X_1 \geq 5$ $Horas\ mínimas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M100.$

$X_2 \geq 5$ $Horas\ mínimas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M200.$

$40X_1 + 40X_2 \leq 1000$ $Libras\ de\ materia\ prima\ disponible.$

No negatividad.

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

Gráfico de las restricciones.

$R1$: $X_1 \leq 15$

$R1$: $\boldsymbol{X_1 = 15}$

$R2$: $X_2 \leq 10$

$R2$: $\boldsymbol{X_2 = 10}$

$R3$: $X_1 \geq 5$

$R3$: $\boldsymbol{X_1 = 5}$

$R4$: $X_2 \geq 5$

$R4$: $\boldsymbol{X_2 = 5}$

$R5$: $40X_1 + 50X_2 \leq 1000$

$R5$: $40X_1 + 50X_2 = 1000$

$R5\ (X_1 = 0)$: $40X_1 + 50X_2 = 1000$

$R5\ (X_1 = 0)$: $X_2 = \frac{1000}{50}$

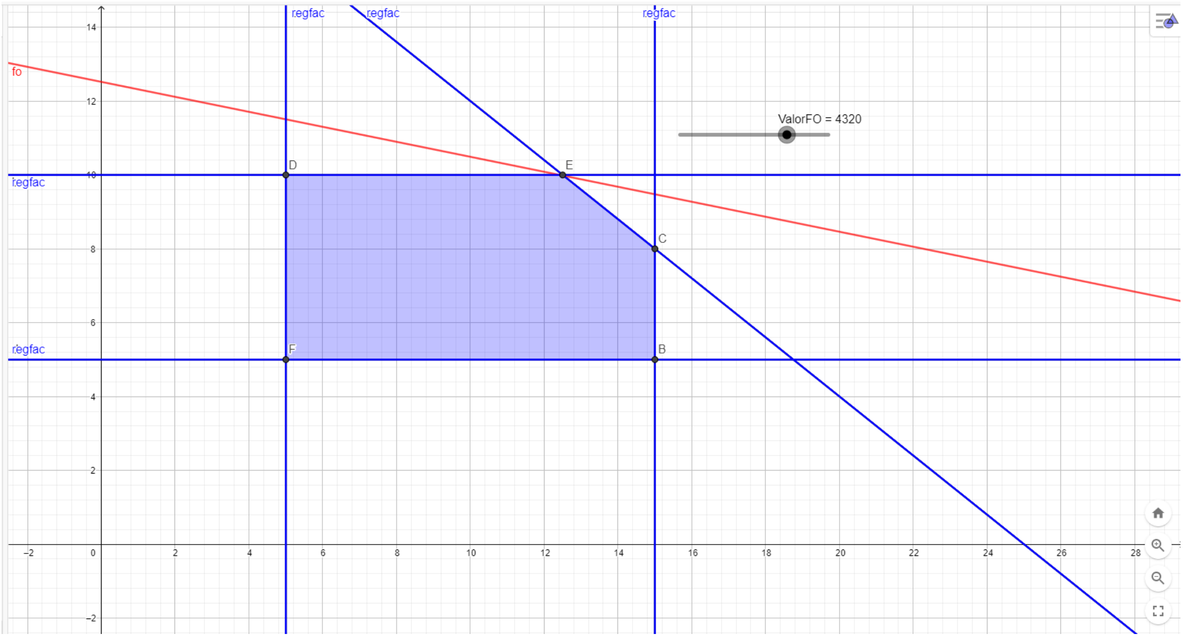
$R5\ (X_1 = 0)$: $\boldsymbol{X_2 = 20}$

$R5\ (X_2 = 0)$: $40X_1 + 50X_2 = 1000$

$$R5\ (X_2 = 0):\quad X_1 = \frac{1000}{40}$$

$$R5\ (X_2 = 0):\quad \boldsymbol{X_1 = 25}$$

Gráfico



Puntos de intersección entre rectas.

	X_1	X_2
R1 – R4 =	15	5
R1 – R5 =	15	8
R2 – R3 =	5	10
R2 – R5 =	12.5	10
R3 – R4 =	5	5

Evaluación de los posibles puntos óptimos.

	X_1	X_2	Z
R1 – R4 =	15	5	2775
R1 – R5 =	15	8	3810
R2 – R3 =	5	10	3800
R2 – R5 =	**12.5**	**10**	**4325**
R3 – R4 =	5	5	2075

Conclusión.

Teniendo en consideración los resultados obtenidos tenemos:

$X_1 = M100 \quad 12{,}5\ horas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M100\ a\ la\ semana.$

$X_2 = \ M200 \quad 10\ horas\ de\ trabajo\ de\ máquina\ M200\ a\ la\ semana.$

Considerando una operación de 12,5 horas para la máquina M100 y 10 horas de operación para la máquina M200, se obtiene una utilidad de USD 4325 producto de la venta de la producción de cajas plásticas.

Análisis de recursos.

Recurso	Disponibilidad	Consumo	Sobrante
Horas máximas de trabajo de maquina M100	≤ 15	12.5	2.5
Horas máximas de trabajo de maquina M200	≤ 10	10	0
Horas mínimas de trabajo de maquina M100	≥ 5	12.5	0
Horas mínimas de trabajo de maquina M200	≥ 5	10	0
Libras de materia prima disponible.	≤ 1000	1000	0

Ejercicio N°2

Análisis de la información.

	Maíz	Trigo	Requerimiento
Hierro	2.5	1	≥ 3
Vitaminas	1	2	≥ 4
Costos	0.3	0.52	
Variables	X_1	X_2	

Definición de variables.

$X_1 = Cantidad\ de\ kilogramos\ de\ Maíz\ diario.$

$X_2 = Cantidad\ de\ kilogramos\ de\ Trigo\ diario.$

Función Objetivo

$MIN\ Z = 0{,}3X_1 + 0{,}52X_2$

Restricciones.

$2{,}5X_1 + X_2\ \geq 3\ \ Dieta\ mínima\ diaria\ de\ unidades\ de\ Hierro$

$X_1 + 2X_2\ \geq 4\ \ Dieta\ mínima\ diaria\ de\ unidades\ de\ Vitaminas$

No negatividad.

$X_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

Grafica de las restricciones.

$R1(X_1 = 0): 2{,}5X_1 + X_2 \ \geq 3$

$R1(X_1 = 0): 2{,}5X_1 + X_2 = 3$

$R1(X_1 = 0): \boldsymbol{X_2 = 3}$

$R1(X_2 = 0): 2{,}5X_1 + X_2 \ \geq 3$

$R1(X_2 = 0): 2{,}5X_1 + X_2 = 3$

$R1(X_2 = 0): X_1 = \frac{3}{2{,}5}$

$R1(X_2 = 0): \boldsymbol{X_1 = 1{,}2}$

$R2(X_1 = 0): X_1 + 2X_2 \ \geq 4$

$R2(X_1 = 0): X_1 + 2X_2 = 4$

$R2(X_1 = 0): X_2 = \frac{4}{2}$

$R2(X_1 = 0): \boldsymbol{X_2 = 2}$

$R2(X_2 = 0): X_1 + 2X_2 \ \geq 4$

$R2(X_2 = 0): X_1 + 2X_2 = 4$

$R2(X_2 = 0): \boldsymbol{X_1 = 4}$

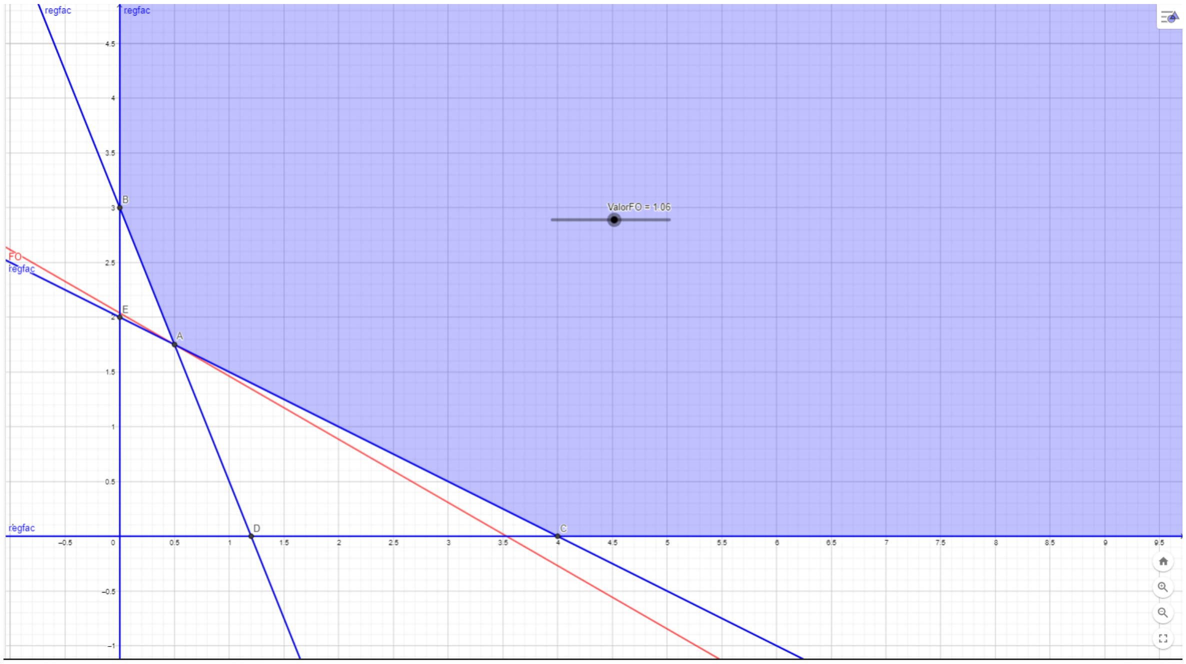
$R3: X_1 \geq 0$

$\boldsymbol{R3: X_1 = 0}$

$R4: X_2 \geq 0$

$\boldsymbol{R4: X_2 = 0}$

Grafica del área factible de solución.



Puntos de intersección entre rectas.

	X_1	X_2
R1 – R2 =	0.5	1.75
R1 – R3 =	0	3
R1 – R4 =	1.2	0
R2 – R3 =	0	2
R2 – R4 =	4	0

Evaluación de los posibles puntos óptimos.

	X_1	X_2	Z
R1 – R2 =	**0.5**	**1.75**	**1.06**
R1 – R3 =	0	3	1.56
R2 – R4 =	4	0	1.2

Interpretación de la solución.

Teniendo en consideración los resultados obtenidos tenemos:

$X_1 = Maíz \qquad 0{,}5\ kilogramos\ de\ Maíz\ diariamente.$

$X_2 = Trigo \quad 1{,}75\ kilogramos\ de\ Trigo\ diariamente.$

Para cumplir con el requerimiento diario de hierro y vitaminas, se debe comprar un mínimo de 0,5 kg de maíz y 1,75 kg de trigo, para lo cual la inversión para cumplir con dicha dieta es de $1.06.

Análisis de recursos.

Recurso	Requerimiento	Consumo	Sobrante
Dieta mínima de unidades de Hierro	≥ 3	3	0
Dieta mínima de unidades de Vitaminas	≥ 4	4	0

Por escasez en el mercado, el granjero dispone ahora de solo 1 kilógramo diario de trigo.

C) Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya en este nuevo escenario.

Considerando que sólo se consta con 1 kg de trigo, nuestro modelo quedaría de la siguiente manera:

Definición de variables.

$X_1 = Maíz \quad 0{,}5\ kilogramos\ de\ Maíz\ diariamente.$

$X_2 = \ Trigo \quad 1\ kilogramos\ de\ Trigo\ diariamente.$

Al cambiar reemplazar el nuevo valor de X_2 en las restricciones obtenemos los siguientes resultados.

Análisis de la información.

	Maíz	Trigo	Requerimiento	Valor Esperado con nuevos valores para X_2
Hierro	2.5	1	≥ 3	2.25
Vitaminas	1	2	≥ 4	2.5
Costos	0.3	0.52		

Como se puede observar, con sólo 1 kg de trigo, no es posible cubrir los requerimientos mínimos de hierro y vitaminas, pero aún se sigue cumpliendo las restricciones de no negatividad, para X_1 y X_2.

Función Objetivo

La función objetivo no cambia, ya que los costos asociados se mantienen.

$MIN\ Z = 0{,}3X_1 + 0{,}52X_2$

Conclusiones

A continuación, se muestran los valores obtenidos para ambas soluciones:

F.O	X_1	X_2	Z
0.3 x + 0.52 y =	0.5	1.75	1.06
0.3 x + 0.52 y =	0.5	1	0.67

Si bien se observa una disminución en los costos asociados al considerar sólo 1Kg de trigo, con esta disponibilidad no nos es factible cumplir las necesidades mínimas nutritivas para nuestras aves, esto provocaría mayores costos a largo plazo, ya que las aves van a enfermarse y en el peor de los casos morir. Lo anterior elevaría nuestros costos de producción y podría llegar al punto de que el ejercicio se vaya a perdida.

Ejercicio N°3

Análisis de la información.

	Jugo Naranja	Jugo Pomelo	Jugo Arándano	Litros	Costo por litro
Beb. fruta A	40	40	0	200	1.50
Beb. fruta B	5	10	20	400	0.75
Beb. fruta C	100	0	0	100	2.00
Beb. fruta D	0	100	0	50	1.75
Beb. fruta E	0	0	0	800	0.25

Definición de variables.

$X_1 = Cantidad\ de\ bebida\ A$

$X_2 = Cantidad\ de\ bebida\ B$

$X_3 = Cantidad\ de\ bebida\ C$

$X_4 = Cantidad\ de\ bebida\ D$

$X_5 = Cantidad\ de\ bebida\ E$

Función Objetivo

$MIN\ Z = 1{,}5X_1 + 0{,}75X_2 + 2X_3 + 1{,}75X_4 + 0{,}25X_5$

Restricciones.

$0{,}40X_1 + 0{,}5X_2 + X_3 \geq 0{,}20$

$0{,}40X_1 + 0{,}10X_2 + X_4 \geq 0{,}10$

$0{,}20X_2 \geq 0{,}05$

$200X_1 + 400X_2 + 100X_3 + 50X_4 + 800X_5 \geq 500$

No negatividad.

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$