TALLER 1: PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Investigación de Operaciones
Ingeniería Civil Industrial
ADVANCE

Alumnos.

Gabriela Albornoz

Ricardo Riveros.

TALLER 1: PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Investigación de Operaciones
Ingeniería Civil Industrial
ADVANCE

EJERCICIO 1.

Usted es dueño de una fábrica de productos de plástico y tiene un importante contrato con una empresa de computadoras que implica la producción de cajas de plástico para impresoras portátiles. Las cajas de impresora se producen en dos máquinas de moldeo por inyección. La máquina M100 tiene una capacidad de producción de 20 cajas de impresora por hora y la máquina M200 tiene una capacidad de 40 cajas por hora. Ambas máquinas utilizan la misma materia prima química para producir las cajas de impresora; la M100 utiliza 40 libras de materia prima por hora, y la M200 utiliza 50 por hora. La empresa de computadoras requiere tantas cajas durante la semana que sigue como sea posible, y pagará USD 18 por cada caja. Sin embargo, la siguiente semana es un período normal de vacaciones programadas para la mayor parte de los empleados de producción su empresa. Durante este tiempo, se efectúa el mantenimiento anual de todo el equipo de la planta y, debido al tiempo parado para mantenimiento, la M100 no estará disponible durante más de 15 horas mientras que la M200 no estará disponible durante más de 10 horas. Sin embargo, en razón del elevado costo de preparación involucrado en ambas máquinas, la administración requiere que las máquinas operen por lo menos durante 5 horas. El proveedor de la materia química utilizada en el proceso de producción le ha informado que tendrá disponible un máximo de 1000 libras de la materia prima para la producción de la siguiente semana. El costo de la materia prima es de USD 6 por libra. Además del costo de la materia prima, se estima que el costo horario de operación de la M100 y la M200 son de USD 50 y USD 75 dólares, respectivamente. Se requiere saber el número de horas que deberán estar operando las dos máquinas de modo de optimizar la utilidad por la venta de las cajas de plástico.

a) Plantee el problema como un Problema de Programación Lineal, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.
b) Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya.

Análisis de la información.

	horas de trabajo de maquina M100 a la semana	horas de trabajo de maquina M200 a la semana.	
Horas máximas de trabajo de maquina M100	≤ 15		
Horas máximas de trabajo de maquina M200		≤ 10	
Horas mínimas de trabajo de maquina M100	≥ 5		
Horas mínimas de trabajo de maquina M200		≥ 5	
Libras de materia prima disponible.	40	50	≤ 1000

Definición de variables.

X = Número de horas de trabajo de maquina M100 a la semana.
Y = Número de horas de trabajo de maquina M200 a la semana.

Modelo matemático completo.

Max Z = $(20X \times 18 - 40X \times 6 - 50X) + (40Y \times 18 - 50Y \times 6 - 75Y)$
Max Z = $(360 - 240\ 50)\ X + (720 - 300 - 75)\ Y$
Max Z = $70X + 345Y$

Restricciones.

$X \leq 15$ = Horas máximas de trabajo de maquina M100
$Y \leq 10$ = Horas máximas de trabajo de maquina M200
$X \geq 5$ = Horas mínimas de trabajo de maquina M100
$Y \geq 5$ = Horas mínimas de trabajo de maquina M200
$40X + 50Y \leq 1000$ = Libras de materia prima disponible.

No negatividad.

$X \geq 0;\ Y \geq 0$

Grafica de las restricciones.

R1 = $X \leq 15$
R1 = $X = 15$

R2 = $Y \leq 10$
R2 = $Y = 10$

R3 = $X \geq 5$
R3 = $X = 5$

R4 = $Y \geq 5$
R4 = $Y = 5$

R5 = $40X + 50Y \leq 1000$
R5 = $40X + 50Y = 1000$

R5 = (X=0) $40X + 50Y = 1000$
R5 = (X=0) $40X + 50Y = 1000$
R5 = (X=0) $1000/50 = Y$
R5 = (X=0) $20 = Y$

R5 = (Y=0) $40X + 50Y = 1000$
R5 = (Y=0) $40X + 50Y = 1000$
R5 = (Y=0) $1000/40 = X$
R5 = (Y=0) $25 = X$

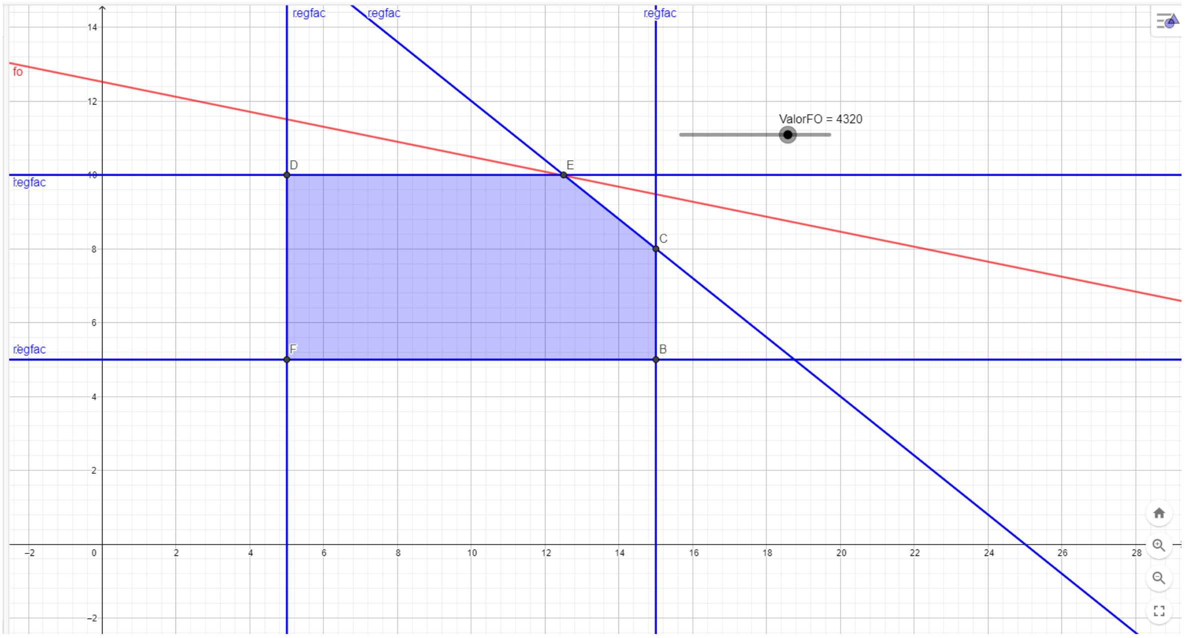
R6 = $X \geq 0$
R6 = $X = 0$

R7 = $Y \geq 0$
R7 = $Y = 0$

Resolución de sistema de ecuaciones.

	X	Y
R1 – R4 =	15	5
R1 – R5 =	15	8
R2 – R3 =	5	10
R2 – R5 =	12.5	10
R3 – R4 =	5	5

Grafica del área factible de solución.



Evaluación de los posibles puntos óptimos.

	X	Y	Z
R1 – R4 =	15	5	2775
R1 – R5 =	15	8	3810
R2 – R3 =	5	10	3800
R2 – R5 =	12.5	10	4325
R3 – R4 =	5	5	2075

Interpretación de la solución.

Basado en los resultados obtenidos, el número de horas de trabajo de cada máquina a la semana son:

X = M100 12.5 horas de trabajo de maquina M100 a la semana.
Y = M200 10 horas de trabajo de maquina M200 a la semana.

Para de esta forma obtener una utilidad de 4325 por la venta de las cajas de plástico.

Análisis de recursos.

Recurso	Disponibilidad	Consumo	Sobrante
Horas máximas de trabajo de maquina M100	≤ 15	12.5	2.5
Horas máximas de trabajo de maquina M200	≤ 10	10	0
Horas mínimas de trabajo de maquina M100	≥ 5	12.5	0
Horas mínimas de trabajo de maquina M200	≥ 5	10	0
Libras de materia prima disponible.	≤ 1000	1000	0

EJERCICIO 2.

De acuerdo con las recomendaciones de un veterinario, un granjero debe darles a sus aves diariamente una dieta mínima que consiste en 3 unidades de hierro y 4 unidades de vitaminas. El alimento que el granjero suministra a sus aves corresponde a maíz y trigo. Se sabe que cada kilógramo de maíz proporciona 2.5 unidades de hierro y 1 unidad de vitaminas mientras que cada kilógramo de trigo proporciona 1 unidad de hierro y 2 de vitaminas. El kilo de maíz cuesta \$0.3 y el de trigo \$0.52.

a) Plantee el problema como un Problema de Programación Lineal, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.
b) Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya.

Por escasez en el mercado, el granjero dispone ahora de solo 1 kilógramo diario de trigo.

c) Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya en este nuevo escenario.

Análisis de la información.

	Maíz	Trigo	Requerimiento
Hierro	2.5	1	≥ 3
Vitaminas	1	2	≥ 4
Costos	0.3	0.52	

Definición de variables.

X = Cantidad de kilogramos de Maíz diario
Y = Cantidad de kilogramos de Trigo diario

Modelo matemático completo.

Min Z = $0.3x + 0.52y$

Restricciones.

$2.5x + y \geq 3$ Dieta mínima de unidades de Hierro
$x + 2y \geq 4$ Dieta mínima de unidades de Vitaminas

No negatividad.

$X \geq 0; Y \geq 0$

Grafica de las restricciones.

R1 = (X=0) $2.5x + y \geq 3$
R1 = (X=0) $2.5x + y = 3$
R1 = (X=0) $y = 3$

R1 = (Y=0) $2.5x + y \geq 3$
R1 = (Y=0) $2.5x + y = 3$
R1 = (Y=0) $3/2.5$
R1 = (Y=0) $x = 1.2$

R2 = (X=0) $x + 2y \geq 4$
R2 = (X=0) $x + 2y = 4$
R2 = (X=0) $4/2$
R2 = (X=0) $y = 2$

R2 = (Y=0) $x + 2y \geq 4$
R2 = (Y=0) $x + 2y = 4$
R2 = (Y=0) $x = 4$

R3 = $x \geq 0$
R3 = $x = 0$

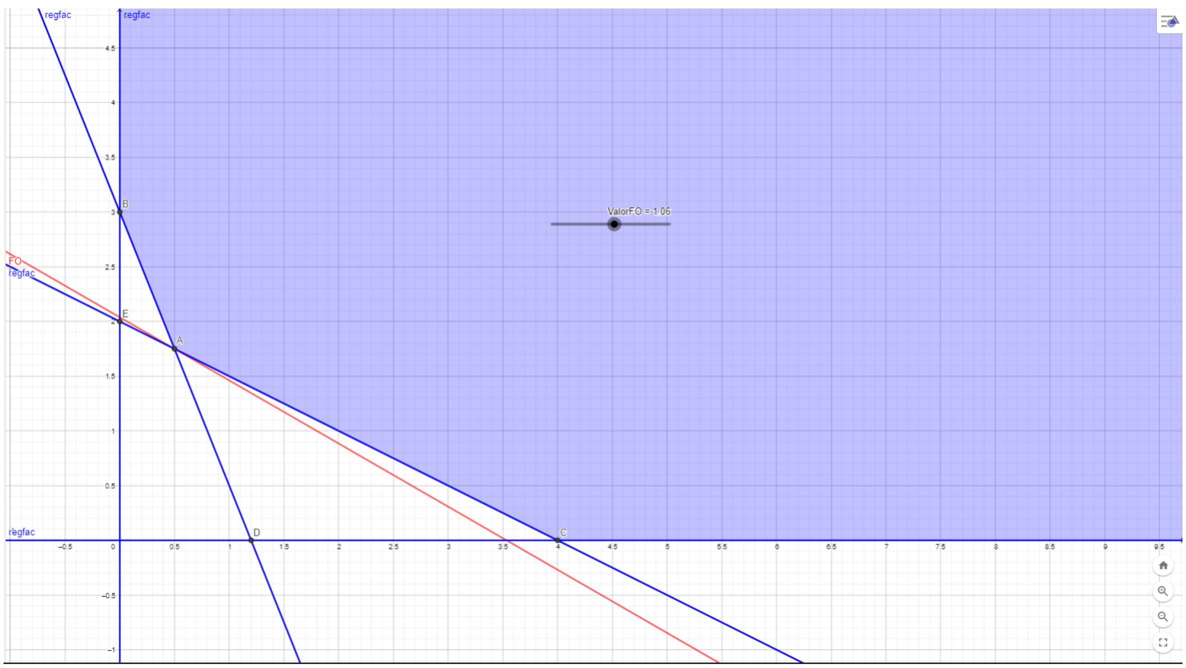
R4 = $y \geq 0$

R4 = $y = 0$

Resolución de sistema de ecuaciones.

	X	Y
R1 – R2 =	0.5	1.75
R1 – R3 =	0	3
R1 – R4 =	1.2	0
R2 – R3 =	0	2
R2 – R4 =	4	0

Grafica del área factible de solución.



Evaluación de los posibles puntos óptimos.

	X	Y	Z
R1 – R2 =	0.5	1.75	1.06
R1 – R3 =	0	3	1.56
R2 – R4 =	4	0	1.2

Interpretación de la solución.

Basado en los resultados obtenidos, la cantidad de Maíz y Trigo necesarias diariamente para cumplir con la demanda de Hierro y Vitaminas son:

X = Maíz	0.5 Kilogramos de Maíz diariamente.
Y = Trigo	1.75 Kilogramos de Trigo diariamente.

Con estas cantidades se puede cumplir con el requerimiento de dieta diaria de las aves.

Análisis de recursos.

Recurso	Requerimiento	Consumo	Sobrante
Dieta mínima de unidades de Hierro	≥ 3	3	0
Dieta mínima de unidades de Vitaminas	≥ 4	4	0

Por escasez en el mercado, el granjero dispone ahora de solo 1 kilógramo diario de trigo.

C) Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya en este nuevo escenario.

Al considerar tan solo 1 kilo diario de trigo disponible, significa que el valor de Y que es 1.75, pasaría a ser considerado como 1.

Definición de variables.

X = Maíz	0.5 Kilogramos de Maíz diariamente.
Y = Trigo	1 kilogramos de Trigo diariamente.

Al cambiar el valor de Y en las restricciones tendríamos los siguientes resultados.

Análisis de la información.

	Maíz	Trigo	Requerimiento	Valor Logrado
Hierro	2.5	1	≥ 3	2.25
Vitaminas	1	2	≥ 4	2.5
Costos	0.3	0.52		

Esto significaría que no se conseguirían los mínimos necesarios tanto para Hierro como para Vitaminas, pero aun cumplirían con la regla de no negatividad para X e Y.

Para el desarrollo de Función Objetivo de minimización, ya que se mantiene los valores por kilo de producto estos se conservarían de la función realizada anteriormente.

Modelo matemático completo.

Min Z = 0.3 x + 0.52 y

Si realizamos una comparación de valores obtenidos y el ajuste que nos da el mercado de tan solo 1 kilo de trigo, los resultados son los siguientes.

Evaluación de los posibles puntos óptimos.

	X	Y	Z
0.3 x + 0.52 y =	0.5	1.75	1.06
0.3 x + 0.52 y =	0.5	1	0.67

Como se observa el valor de minimización es menor, pero debemos recalcar que las restricciones no están satisfechas con estos valores.

EJERCICIO 3.

Un fabricante de cocteles debe preparar, con 5 bebidas de fruta, al menos 500 litros de un ponche que contenga por lo menos 20% de jugo de naranja, 10% de jugo de pomelo y 5% de jugo de arándano. De la bebida de fruta A se disponen 200 litros, y ésta contiene 40% de jugo de naranja y 40% de jugo de pomelo. De la bebida de fruta B se disponen 400 litros, y ésta contiene 5% de jugo de naranja, 10% de jugo de pomelo y 20% de jugo de arándano. De la bebida de fruta C se disponen 100 litros, y ésta contiene 100% de jugo de naranja. De la bebida de fruta D se disponen 50 litros, y ésta contiene 100% de jugo de pomelo. De la bebida de fruta E se disponen 800 litros, y ésta no contiene ninguno de los tres tipos de jugos. Los costos por litro de bebida de cada tipo son los siguientes: $1.50, $0.75, $2.00, $1.75 y $0.25.

a) Plantee el modelo de programación lineal que se genera, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.

Análisis de la información.

	Naranja.	Pomelo.	Arándano.	Litros.	Costo por litro.
Bebida de fruta A	40	40	0	200	1.50
Bebida de fruta B	5	10	20	400	0.75
Bebida de fruta C	100	0	0	100	2.00
Bebida de fruta D	0	100	0	50	1.75
Bebida de fruta E	0	0	0	800	0.25

Definición de variables.

X 1 = Cantidad de Bebida A
X 2 = Cantidad de Bebida B
X 3 = Cantidad de Bebida C
X 4 = Cantidad de Bebida D
X 5 = Cantidad de Bebida E

Modelo matemático completo.

Min Z = $1.5x1 + 0.75x2 + 2x3 + 1.75x4 + 0.25x5$

Restricciones.

$0.40x1 + 0.5x2 + x3 \geq 0.20$
$0.40x1 + 0.10x2 + x4 \geq 0.10$
$0.2x2 \geq 0.05$
$200x1 + 400x2 + 100x3 + 50x4 + 800x5 \geq 500$

No negatividad.

$x1, x2, x3, x4, x5 \geq 0$