TALLER 1: "PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN GRÁFICA DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL."

Curso: Investigación de Operaciones

INTEGRANTES:

Andrea Manriquez

PROFESOR

Marcelo Alid

FECHA DE ENTREGA

15 de Julio de 2020

EJERCICIO 1.

Usted es dueño de una fábrica de productos de plástico y tiene un importante contrato con una empresa de computadoras que implica la producción de cajas de plástico para impresoras portátiles. Las cajas de impresora se producen en dos máquinas de moldeo por inyección. La máquina $\mathrm{M100}$ tiene una capacidad de producción de 20 cajas de impresora por hora y la máquina $\mathrm{M200}$ tiene una capacidad de 40 cajas por hora. Ambas máquinas utilizan la misma materia prima química para producir las cajas de impresora; la $\mathrm{M100}$ utiliza 40 libras de materia prima por hora, y la $\mathrm{M200}$ utiliza 50 por hora. La empresa de computadoras requiere tantas cajas durante la semana que sigue como sea posible, y pagará $\mathrm{USD18}$ por cada caja. Sin embargo, la siguiente semana es un período normal de vacaciones programadas para la mayor parte de los empleados de producción su empresa. Durante este tiempo, se efectúa el mantenimiento anual de todo el equipo de la planta y, debido al tiempo parado para mantenimiento, la $\mathrm{M100}$ no estará disponible durante más de 15 horas mientras que la $\mathrm{M200}$ no estará disponible durante más de 10 horas. Sin embargo, en razón del elevado costo de preparación involucrado en ambas máquinas, la administración requiere que las máquinas operen por lo menos durante 5 horas. El proveedor de la materia química utilizada en el proceso de producción le ha informado que tendrá disponible un máximo de 1.000 libras de la materia prima para la producción de la siguiente semana. El costo de la materia prima es de $\mathrm{USD6}$ por libra. Además del costo de la materia prima, se estima que el costo horario de operación de la $\mathrm{M100}$ y la $\mathrm{M200}$ son de $\mathrm{USD50}$ y $\mathrm{USD75}$ dólares, respectivamente. Se requiere saber el número de horas que deberán estar operando las dos máquinas de modo de optimizar la utilidad por la venta de las cajas de plástico.

a. Plantee el problema como un Problema de Programación Lineal, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.
b. Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya.

SOLUCIÓN EJ. 1

Planteamiento:

Máquinas	Tiempo	Capacidad de Producción	M. P. requerida	Disponibilidad de tiempo	Disponibilidad de M.P.
M100	1 hr	20 cajas	40 lb	≤ 15 hrs.	≤ 1000 lb
M200	1 hr	40 cajas	50 lb	≤ 10 hrs.	≤ 1000 lb

Costo unitario 18 USD

Costo MP por lb 6 USD

Costo horario de operación máq. M100 50 USD

Costo horario de operación máq. M200 75 USD

a.- **Definición de variables de decisión:**

X1 = Número de horas de trabajo de máquina M100

X2 = Número de horas de trabajo de máquina M200

Función Objetivo

Zmax = (20X1*18 – 40X1*6-50X1) + (40X2*18-50X2*6-75X2)

Zmax = (360 – 240 – 50) X1 + (720 – 300 – 75) X2

Zmax = 70X1 + 345X2

Restricciones

X1 ≤ 15 Horas disponibles máximas de trabajo de máquina M100

X2 ≤ 10 Horas disponibles máximas de trabajo de máquina M200

X1 ≤ 5 Horas disponibles mínimas de trabajo de máquina M100

$X2 \leq 5$ Horas disponibles mínimas de trabajo de máquina M200

$40X1 + 50X2 \leq 1000$ libras de MP disponible

No negatividad

$Xi \geq 0; i = 1, 2$

Gráfica de las restricciones

R1: $X1 \leq 15$

R1: $X1 = 15$

R2: $X2 \leq 10$

R2: $X2 = 10$

R3: $X1 \geq 5$

R3: $X1 = 5$

R4 : $X2 \geq 5$

R4 : $X2 = 5$

R5 : $40X1 + 50X2 \leq 1000$

R5 : $40X1 + 50 X2 = 1000$

R5 ($X1 = 0$): $40X1 + 50X2 = 1000$

R5 ($X1 = 0$): $X2 = 1000/50$

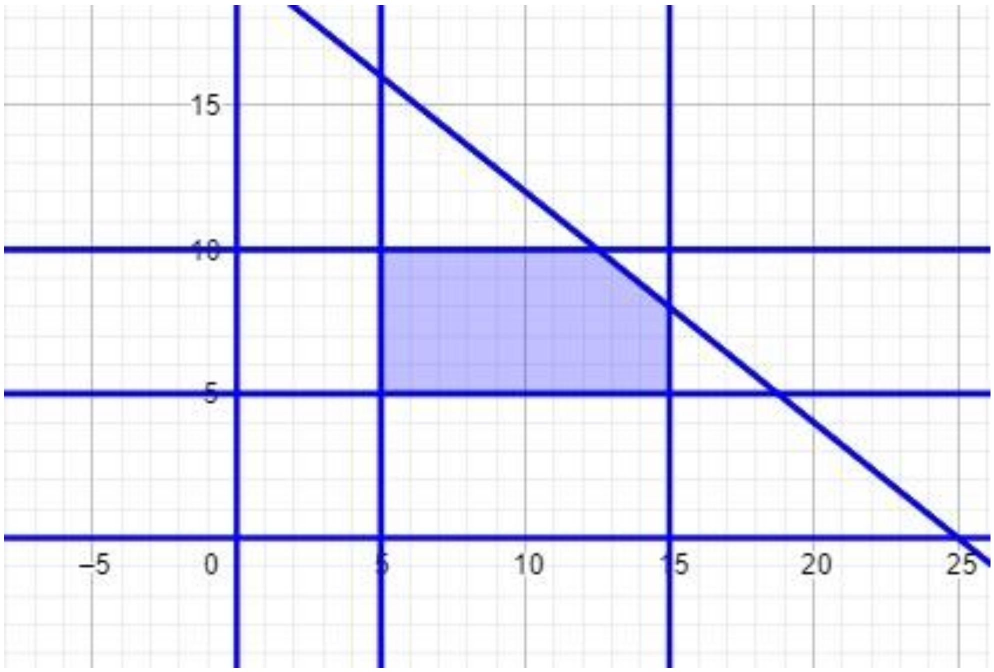
R5 ($X1 =0$): $X2 = 20$

R5 ($X2 =0$): $40X1 + 50X2 = 1000$

R5 ($X2 =0$): $X1 = 1000/40$

R5 ($X2 =0$): $X1 =25$

Gráfico



Puntos de Intersección entre rectas

	X1	X2
R1 – R4	15	5
R1 – R5	15	8
R2 – R3	5	10
R2 – R5	12,5	10
R3 – R4	5	5

Evaluación de Puntos Óptimos

	X1	X2	Z
R1 – R4	**15**	**5**	**2775**
R1 – R5	**15**	**8**	**3810**
R2 – R3	**5**	**10**	**3800**
R2 – R5	**12,5**	**10**	**4325**
R3 – R4	**5**	**5**	**2075**

Conclusión

Tenemos que :

X1: M100 **(**12,5 hrs. de trabajo máq. M100 a la semana**)**

X2:M200 **(**10 hrs. de trabajo máq. M200 a la semana**)**

Los resultados obtenidos reflejan que la máquina M100 operará 12,5 horas de trabajo a la semana mientras que la máquina M200 operará 10 horas de trabajo a la semana. La utilidad que se obtendrá en base a la venta de cajas plásticas será de 4325 USD.

Análisis de Consumo de Recursos:

Recurso	Disponibilidad	Consumo	Excedente
Horas máximas de trabajo (M100)	≤ 15	12,5	2,5
Horas máximas de trabajo (M200)	≤ 10	10	0
Horas mínimas de trabajo (M100)	≥ 5	12,5	0
Horas mínimas de trabajo (M200)	≥ 5	10	0
Disponibilidad de M.P.	≤ 1000	1000	0

EJERCICIO 2.

De acuerdo a las recomendaciones de un veterinario, un granjero debe darle a sus aves diariamente una dieta mínima que consiste en 3 unidades de hierro y 4 unidades de vitaminas. El alimento que el granjero suministra a sus aves corresponde a maíz y trigo. Se sabe que cada kilógramo de maíz proporciona 2.5 unidades de hierro y 1 unidad de vitaminas mientras que cada kilógramo de trigo proporciona 1 unidad de hierro y 2 de vitaminas. El kilo de maíz cuesta $\$0.3$ y el de trigo $\$0.52$

a. Plantee el problema como un Problema de Programación Lineal, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.
b. Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya.

Por escasez en el mercado, el granjero dispone ahora de solo 1 kilógramo diario de trigo.

c. Usando el método gráfico, resuelva, analice y concluya en este nuevo escenario.

SOLUCIÓN EJ. 2

Planteamiento

	Maíz	**Trigo**	**Unidades requeridas**
Hierro	2,5 unid	1 unid	≥ 3 unid hierro
Vitaminas	1 unid	2 unid	≥ 4 unid vitaminas
	0,3	0,52	

a.- **Definición de variables**

X1 : Cantidad de kg de maíz diarios

X2: Cantidad de kg de trigo diarios

Función Objetivo

MinZ = 0,3X1 0,52X2

S. A.

Restricciones

2,5 X1 + X2 ≥ 3 Alimento diario de unidades de Hierro

X1 + 2X2 ≥ 4 Alimento diario de unidades de Vitaminas

No negatividad

X1 ≥ 0

X2 ≥ 0

<u>Gráfica de las restricciones</u>

R1 ($X1 = 0$) : $2,5\,X1 + X2 \geq 3$

R1 ($X1 = 0$): $2,5\,X1 + X2 = 3$

R1 ($X1 = 0$): **$X2 = 3$**

R1 ($X2 = 0$) : $X1 = 3/2,5$

R1 ($X2 = 0$): **$X1 = 1,2$**

R2 ($X1 = 0$) : $X1 + 2X2 \geq 4$

R2 ($X2 = 0$): $X1 + 2X2 = 4$

R2 ($X2 =0$) : **$X1 = 4$**

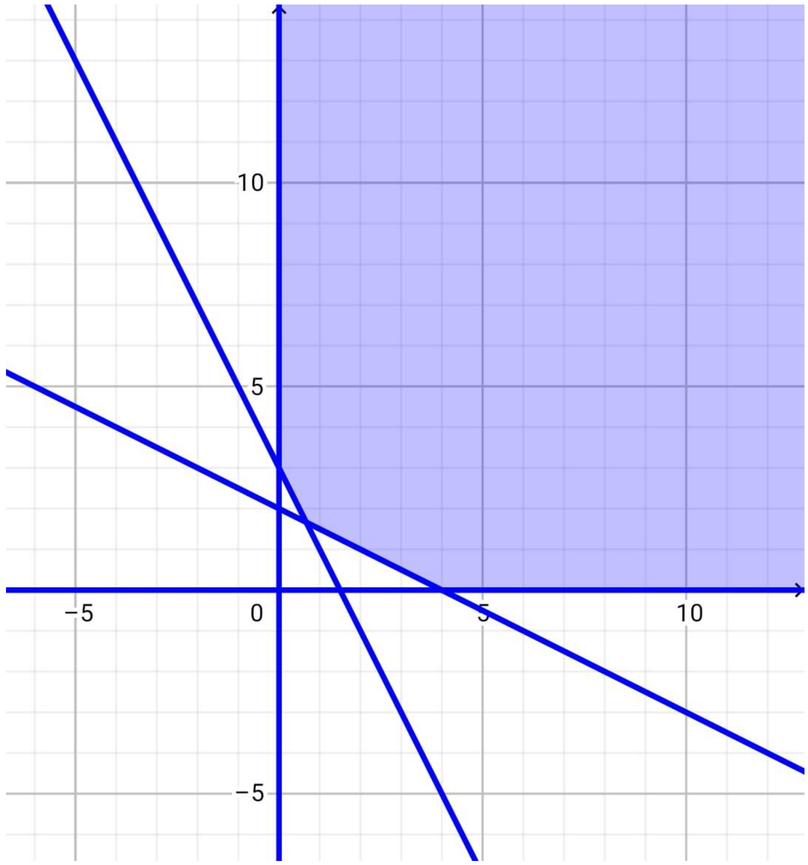
R3: $X1 \geq 0$

R3: $X1 = 0$

R4: $X2 \geq 0$

R4: $X2 = 0$

Gráfico



Puntos de intersección entre rectas

	X1	X2
R1 – R2	0,5	1,75
R1 – R3	0	3
R1 – R4	1,2	0
R2 – R3	0	2
R2 – R4	4	0

Evaluación de Puntos Óptimos

	X1	X2	Z
R1 – R2	0,5	1,75	1,06
R1 – R3	0	3	1,56
R2 – R4	4	0	1,2

Conclusión

Tenemos que

X1: Kg de maíz diarios (0,5 kg)

X2 : Kg de trigo diarios (1,75)

A partir de los resultados obtenidos se pude concluir que para llevar a cabo la dieta requerida en base a hierro y vitaminas se debe comprar como mínimo 0,5 kg de maíz y 1,75 kg de trigo, para lo cual la inversión es de $1,06

Análisis de consumo de recursos

Recurso	Requerimiento	Consumo	Excedente
Dieta mín. en unidades de hierro	≥ 3	3	0
Dieta mín en unidades de vitaminas	≥ 4	4	0

c.-

Se considera solo 1 kg de trigo.

Al reemplazar el valor de X2 por uno nuevo, obtenemos lo siguiente:

Planteamiento

	Maíz	Trigo	Unidades requeridas	Valor nuevo (x2)
Hierro	2,5 unid	1 unid	≥ 3 unid hierro	2,25
Vitaminas	1 unid	2 unid	≥ 4 unid vitaminas	2,5
Costos	0,3	0,52		

A partir de estos datos se puede decir que con solo 1kg de trigo no es posible cubrir la dieta mínima de hierro y vitaminas, pero aún se sigue cumpliendo las restricciones de no negatividad para X1 y X2.

Definición de variables

X1 = Maíz 0,5 kg de maíz diarios

X2 = Trigo 1 kg de trigo diarios.

Función Objetivo

Como los costos asociados se mantienen, la Función Objetiva no cambia

MIN Z = 0,3 X1 + 0,52 X2

Conclusión

Los valores obtenidos en ambas soluciones son los siguientes:

F. O. 0,3 X + 0,52 Y

X1 = 0,5

X2 = 1,75

Z = 1,06

F. O. 0,3 + 0,52 Y

X1 = 0,5

X2 = 1

X3 = 0,67

A partir de los datos obtenidos se puede concluir que a pesar de que disminuye el costo asociado al considerar solo 1 kg de trigo, la escasez en el mercado de este alimento no permite el cumplimiento de la dieta mínimo de las aves del granjero, lo cual puede traer consecuencias directas sobre la salud de las aves. Y éstas al enfermarse podrían elevar los costos de producción.

EJERCICIO 3.

Un fabricante de cocteles debe preparar, con 5 bebidas de fruta, al menos 500 litros de un ponche que contenga por lo menos 20% de jugo de naranja, 10% de jugo de pomelo y 5% de jugo de arándano. De la bebida de fruta A se disponen 200 litros, y ésta contiene 40% de jugo de naranja y 40% de jugo de pomelo. De la bebida de fruta B se disponen 400 litros, y ésta contiene 5% de jugo de naranja, 10% de jugo de pomelo y 20% de jugo de arándano. De la bebida de fruta C se disponen 100 litros, y ésta contiene 100% de jugo de naranja. De la bebida de fruta D se disponen 50 litros, y ésta contiene $100\%1$ de jugo de pomelo. De la bebida de fruta E se disponen 800 litros, y ésta no contiene ninguno de los tres tipos de jugos. Los costos por litro de bebida de cada tipo son los siguientes: $\$1.50$, $\$0.75$, $\$2.00$, $\$1.75$ y $\$0.25$.

a. Plantee el modelo de programación lineal que se genera, definiendo claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.

SOLUCIÓN

Planteamiento

	Jugo naranja	Jugo Pomelo	Jugo arándano	Lt	Costo por lt
Beb. Fruta A	40	40	0	200	1,50
Beb. Fruta B	5	10	20	400	0,75
Beb. Fruta C	100	0	0	100	2,00
Beb. Fruta D	0	100	0	50	1,75
Beb. Fruta E	0	0	0	800	0,25

Definición de variables de decisión

X1: Cantidad de bebida A

X2: Cantidad de bebida B

X3: Cantidad de bebida C

X4: Cantidad de bebida D

X5: Cantidad de bebida E

Función Objetivo

MIN Z = 1,5 X1 + 0,75 X2 + 2X3 + 1,75 X4 + 0,25 X5

Restricciones

$0,40\ X1 + 0,5\ X2 + X3 \geq 0,20$

$0,40\ X1 + 0,10\ X2 + X4 \geq 0,10$

$0,20\ X2 \geq 0,05$

$200\ X1 + 400\ X2 + 100\ X3 + 50\ X4 + 800\ X5 \geq 500$

No negatividad

$X1, X2, X3, X4, X5 \geq 0$