

به نام خداوند سبحان



ساختمان داده و الگوریتم - تمرین کامپیوتری چهارم

sadaf.erfan@gmail.com

موعد تحویل : ۲۱ اردیبهشت



کیسه‌های جادویی

دوست شما جورج دیروز در مسیر خانه چند کیسه‌ی جادویی پیدا کرده است. در متنی که کنار این کیسه‌ها قرار گرفته این چنین نوشته شده است:

در داخل هر یک از کیسه‌ها مقداری سکه وجود دارد.

خاصیت جادویی این کیسه‌ها باعث می‌شود پس از برداشتن تمام سکه‌های داخل یک کیسه، نصف آن مقدار دوباره در کیسه ظاهر شود. (اگر در یک کیسه به تعداد x سکه وجود داشته باشد، مقدار جدید آن $\lfloor \frac{x}{2} \rfloor$ خواهد بود)

جورج فقط به مدت T دقیقه فرصت دارد که کسب درآمد(!) کند و در هر دقیقه او میتواند یک کیسه را کاملاً خالی کند. پس از اتمام این فرصت طلایی، کیسه‌ها ناپدید می‌شوند.

حال جورج از شما میخواهد به او کمک کنید و به او بگویید به چه ترتیبی از کیسه‌ها سکه بردارد تا بیشترین سکه را برداشته باشد. حق الزحمه‌ی شما هم برای این کمک محفوظ است.

بهتر است پیچیدگی الگوریتم پیشنهادی در اردر $O(T \log n)$ باشد.

ورودی

در خط اول دو عدد N و T می‌آیند که به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تعداد کیسه‌ها و مدت زمان استفاده از کیسه‌ها می‌باشد.

در خط بعد N عدد می‌آید که نشان‌دهنده‌ی مقدار اولیه‌ی سکه در هر کیسه می‌باشد.

خروجی

در یک خط حداکثر مقداری که جورج میتواند سکه بردارد را مشخص کنید.

Input:	Output:
5 3 2 1 7 4 2	14

در این مثال جورج ۳ دقیقه فرصت دارد. پس میتواند سه بار کیسه خالی کند. اگر این سه بار فرصت را بصورت زیر استفاده کند، بیشترین تعداد سکه را بدست خواهد آورد.

$$(2 \ 1 \ 7 \ 4 \ 2) \Rightarrow (2 \ 1 \ 3 \ 4 \ 2) \Rightarrow (2 \ 1 \ 3 \ 2 \ 2)$$

شغل عجیب

جورج به تازگی در یک شرکت مشغول به کار شده است. کاری که او برای انجام آن استخدام شده کمی عجیب به نظر می‌رسد. او مسئول روشن و خاموش کردن چراغ اتاق‌های شرکت است! اتاق‌های این شرکت و ارتباط آن‌ها با یکدیگر تشکیل یک درخت می‌دهند. اتاق شماره ۱ ریشه‌ی این درخت است. جورج دو وظیفه بر عهده دارد:

۱. به دستور رئیس چراغ یک اتاق و تمام فرزندان آن اتاق را از حالت روشن به خاموش و از حالت خاموش به روشن تغییر می‌دهد. (منظور از تمام فرزندان، تمام نودهای زیردرخت با ریشه‌ی آن راس است).
۲. به دستور رئیس گزارشی از تعداد چراغ‌های روشن یک اتاق و فرزندان آن را اعلام می‌کند. حال از آنجایی که جورج حتی در شغل جدیدش هم تنبل است، از شما می‌خواهد به او کمک کنید و این عملیات را برای او انجام دهید تا گزارش درستی به رئیس بدهد.

ورودی

در خط اول عدد N می‌آید که نشان‌دهنده‌ی تعداد اتاق‌ها می‌باشد. اتاق‌ها از ۱ تا N شماره گذاری شده‌اند. در خط بعد $N-1$ عدد خواهد آمد که پدر اتاق‌های ۲ تا N را مشخص می‌کند. (اتاق ۱ ریشه است و پدر ندارد). در خط بعدی نیز N عدد خواهد آمد که به ترتیب وضعیت روشن و خاموش بودن اولیه‌ی اتاق‌های شرکت را تعیین خواهد کرد. (به ترتیب از سمت چپ، عدد n ام وضعیت روشن یا خاموش بودن اتاق شماره i را نشان می‌دهد). در خط چهارم عدد K خواهد آمد که تعداد دستورات رئیس را مشخص می‌کند. در نهایت در $K-1$ خط بعدی، در هر خط دستور رئیس خواهد آمد. این دستورات ۲ نوع خواهد بود:

۱. report x

تعداد چراغ‌های روشن اتاق x و فرزندان این اتاق را چاپ کنید.

۲. toggle x

چراغ‌های اتاق x و فرزندان آن را از حالت روشن به خاموش و از حالت خاموش به روشن تغییر دهید.

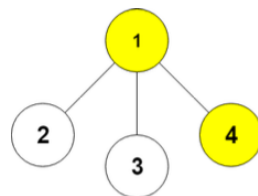
خروجی

به ازای هر دستور report x در یک خط عدد خواسته شده را نمایش دهید.

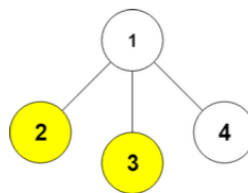
Input:	Output:
4	2
1 1 1	0
1 0 0 1	0
9	1
report 1	2
report 2	1
report 3	1
report 4	0
toggle 1	
report 1	
report 2	
report 3	
report 4	

توضیح

وضعیت اولیه ی اتاق ها بدین صورت خواهد بود:



پس از دستور 1 toggle وضعیت آن ها بدین صورت تغییر خواهد کرد:



پیچیدگی پیشنهادی : $O(KN)$

هدیه‌ی عجیب

جورج که به تازگی در کلاس ساختمان داده با درخت جستجوی دودویی آشنا شده علاقه‌ی عجیبی به این درخت پیدا کرده است. او که در روز تولدش یک درخت دودویی ساده هدیه گرفته بود، میخواهد این درخت را به یک درخت جستجوی دودویی تبدیل کند. تنها عملیاتی که می‌تواند روی این درخت انجام دهد جابه‌جایی دو راس از این درخت می‌باشد. حال او می‌خواهد بداند حداقل چند عملیات جابه‌جایی نیاز دارد تا درخت دودویی خود را به یک درخت جستجوی دودویی تبدیل کند. شما هم مثل همیشه می‌خواهید با تمام وجود به جورج کمک کنید تا به هدفش برسد.

ورودی

در خط اول عدد N می‌آید که مشخص کننده‌ی تعداد راس‌های درخت دودویی ما می‌باشد. در خط بعدی N عدد از a_1 تا a_N خواهد آمد که عدد نوشته شده روی هر راس را مشخص می‌کند. a_1 عدد نوشته شده روی ریشه است. a_2 عدد فرزند سمت چپ آن و a_3 عدد فرزند سمت راست آن می‌باشد. به طور کلی عدد مربوط به فرزند چپ راس a_k ، می‌باشد a_{2k} و فرزند راست آن عدد a_{2k+1} را خواهد داشت.

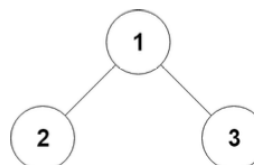
خروجی

در یک خط تعداد جابه‌جایی‌های لازم برای رسیدن به یک درخت جستجوی دودویی را نمایش دهید.

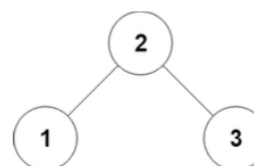
Input:	Output:
3 1 2 3	1

توضیح

درخت اولیه در این مثال اینگونه خواهد بود:



حال تنها با جابه‌جایی اعداد ۱ و ۲ می‌توان این درخت را به یک درخت جستجوی دودویی تبدیل کرد:



پیچیدگی پیشنهادی : $O(N)$

شاد باشید.