$$u'_x = u + u'_y$$

Ansats: $u(x; y) = X(x)Y(y)$

$X'(x)Y(y) = X(x)Y(y) + X(x)Y'(y)$

Dividera med $X(x)Y(y)$.

$$\frac{X'(x)}{X(x)} = 1 + \frac{Y'(y)}{Y(y)} = \text{“konstant”} = \lambda$$

$$\begin{cases} X'(x) - \lambda X(x) = 0 \\ Y'(y) - (\lambda - 1) Y(y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X(x) = Ae^{\lambda x} \\ Y(y) = Be^{(\lambda - 1)y} \end{cases}$$

$u_\lambda(x; y) = (AB)_\lambda e^{\lambda x + (\lambda - 1)y} = c_\lambda e^{\lambda x + (\lambda - 1)y}$

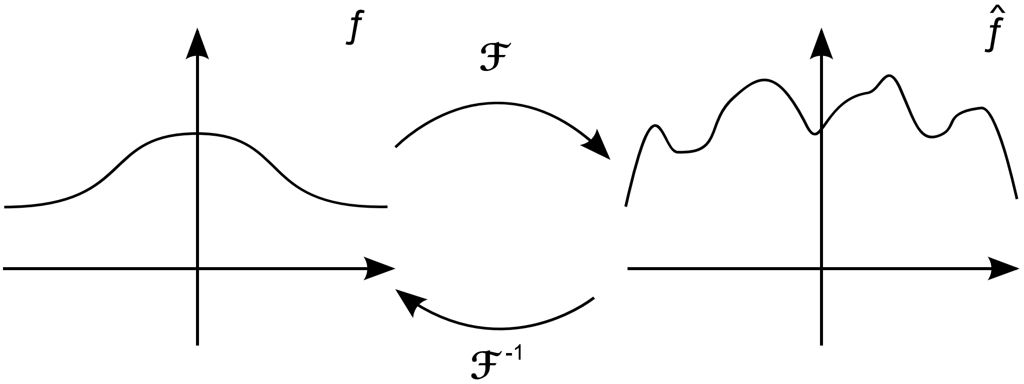
$$u(x; y) = \sum_{\forall \lambda} c_\lambda e^{\lambda x + (\lambda - 1)y}$$

Om $f(t)$ är absolut integrerbar:

$$\hat{f} = \mathcal{F}(f(t))(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t}\, dt$$

Om f och f' är styckvis kontinuerliga i varje ändligt intervall så gäller:

$$\mathcal{F}^{-1}(\hat{f}) = f(t) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{-i\omega t}\, d\omega$$

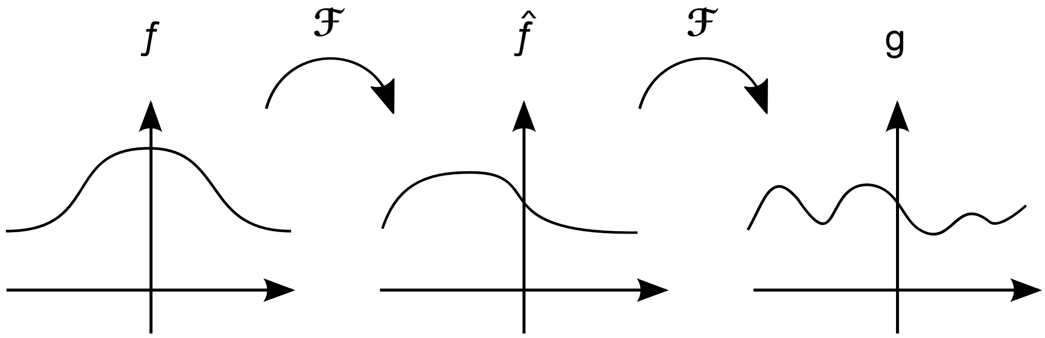


FT (Fouriertransformer) är linjära:

Om f och g är absolut kontinuerliga så är

$$\mathcal{F}\left(af(T)+bg(t)\right)(\omega)=a\mathcal{F}\left(f(t)\right)(\omega)+b\mathcal{F}\left(g(t)\right)(\omega)$$

Dualitet:



$$\mathcal{F}\left(\hat{f}(\omega)\right)(t)=2\pi\, f(-t)$$

Derivering och transformering:

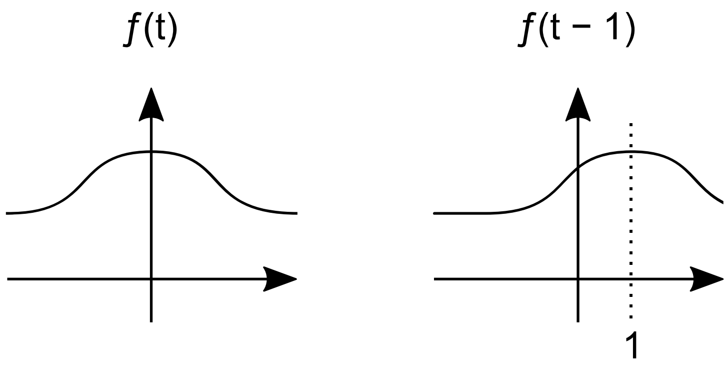
$\mathcal{F}\left(f'(t)\right)(\omega)=i\omega\hat{f}(\omega)$ där $\hat{f}$ är FT av f.

På samma sätt:

$$\mathcal{F}\left(f^{(n)}(t)\right)(\omega)=(i\omega)^n\hat{f}(\omega)$$

Frekvensspektrum för stegade funktioner:

Om ƒ(t) har TF, $\hat{f}(\omega)$, vad är då FT för ƒ(t – 1)?



$$\mathcal{F}\left(f(t-1)\right)(\omega)=\left\{s\triangleq t-1\middle|t=s+1\right\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\,e^{i\omega(s+1)}\,ds=e^{i\omega}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\,e^{i\omega s}\,ds=e^{i\omega}\hat{f}(\omega)$$

$$\mathcal{F}\left(f(t-1)\right)(\omega)=e^{i\omega}\hat{f}(\omega)$$

Frekvensspektra för ƒ(t) och ƒ(t – 1) är samma.

$\left|\hat{f}(\omega)\right|$ = “frekvensspektrum”

$$\left|\mathcal{F}\left(f(t-1)\right)\right|=\left|e^{i\omega}\hat{f}(\omega)\right|=\underbrace{\left|e^{i\omega}\right|}_{1}\cdot\left|\hat{f}(\omega)\right|=\left|\hat{f}(\omega)\right|$$

$\left|\mathcal{F}\left(f(t-1)\right)\right|$ är frekvensspektrumet för ƒ(t – 1).

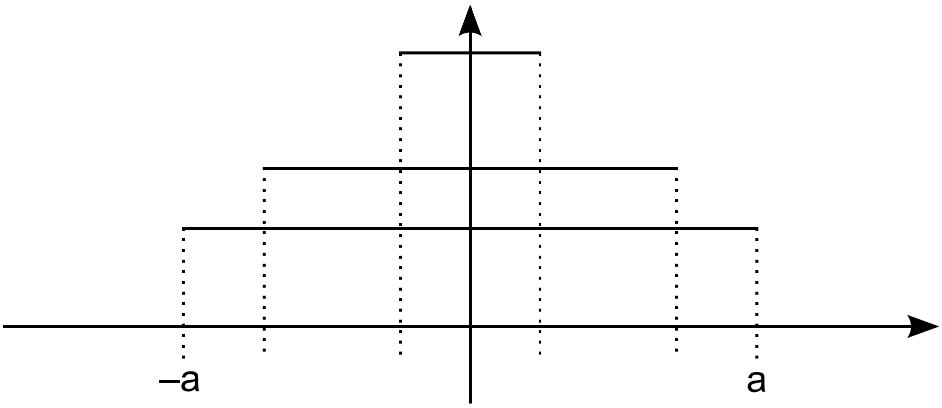
|t| med Heavisides funktion:

|t| = (2 U(t) – 1)t =
= 2t U(t) – t =
= (U(t) – U(-t))t =
= t U(t) – t U(-t) =
= **t U(t) + (–t) U(-t)**

Dirac pulser:

Betrakta gränsvärdet

$$\lim_{a\to 0^+} \frac{1}{2a}\left(U(t+a)-U(t-a)\right) \coloneqq \delta(t)$$



I vanlig mening konvergerar det inte.

Men

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2a}\left(U(t+a)-U(t-a)\right) dt=1 \quad \text{för alla a.}$$

För en glatt funktion ƒ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot\frac{1}{2a}\left(U(t+a)-U(t-a)\right) dt \underset{a\to 0^+}{\simeq} f(0)\cdot\frac{1}{2a}\cdot 2a=f(0)$$

Definiera δ(t) som en sådan funtion att

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\delta(t)\,dt=f(0)$$