

# 2011-(03)mar-28: dag 4

Till denna lektion hör [http://www.kth.se/polopoly\\_fs/1.81977!F2\\_BLAD\\_10.pdf](http://www.kth.se/polopoly_fs/1.81977!F2_BLAD_10.pdf) som dock saknar det bifogade memorandum.

Sammanfattning av **memorandum**:

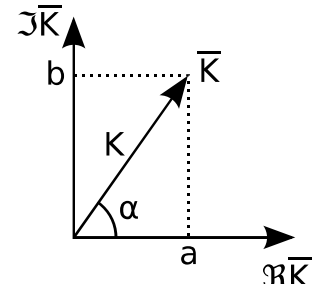
$$\underline{K} = \overline{K} = a + jb \quad \text{där } j \text{ är den imaginära enheten } \sqrt{-1}.$$

I polär form:

$$\overline{K} = K(\cos \alpha + j \sin \alpha)$$

$$K = |\overline{K}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\arg(\overline{K}) = \alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$



$$\overline{K} = \overline{K_1} + \overline{K_2} = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

$$K \neq K_1 + K_2$$

Observera olikheten!

$$\overline{K} = \overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \quad \text{dessutom} \quad K = K_1 \cdot K_2 \quad \text{sam} \text{t} \quad \arg(\overline{K}) = \arg(\overline{K_1}) + \arg(\overline{K_2})$$

$$\overline{K} = \overline{K_1} / \overline{K_2} \quad \text{dessutom} \quad K = K_1 / K_2 \quad \text{sam} \text{t} \quad \arg(\overline{K}) = \arg(\overline{K_1}) - \arg(\overline{K_2})$$

Tillämpat på impedanser

$$\overline{Z} = R + jX$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\arg(\overline{Z}) = \varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

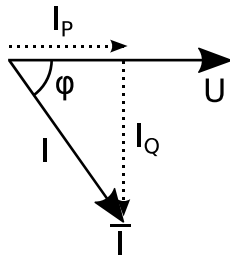
Fasskillnaden mellan spänning och ström

## Växelströmseffekt

Den aktiva effekten kan skrivas:  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I_P$  [W]

eller

$$P = \sum_n R_n \cdot I_n^2 \quad (P_n = R_n \cdot I_n^2)$$



Aktiva strömkomponenten:  $I_P = I \cdot \cos \varphi$

Reaktiva strömkomponenten:  $I_Q = I \cdot \sin \varphi$

## Till pappret

Den röda funktionen kallar vi  $u$ ;  $u$ :s grafiska spann kallar vi  $T$ , vilket är perioden för funktionen.

Momentanvärde:  $u(t)$

Medelvärde:  $U_{\text{med}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$

Effektivvärde:  $U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$

Likriktat medelvärde:  $U_{\text{lik}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt$

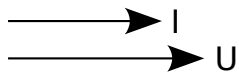
Längd för "Summa":  $|\overline{A_1} + \overline{A_2}| = \sqrt{(A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2)^2 + (A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2)^2}$

## Resistans (motstånd)

$$u(t) = i(t) \cdot R = \sqrt{2} \cdot I \cdot R \cdot \sin \omega t = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega t$$

$$\bar{U} = R \cdot \bar{I}$$

Impedans R



## Induktans (spole)

Induktans gör motstånd i förändringen i växlingen.

$$U_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \omega \cdot \cos \omega t = \omega L \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\bar{U} = j\omega L \cdot \bar{I}$$

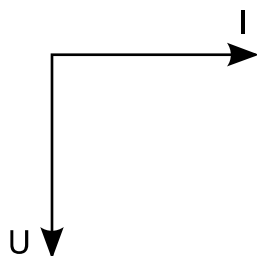
$\therefore 90^\circ$  fasskillnad (j)

## Kapacitans (kondensator)

C — förmåga att hålla laddning

$$U_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{2} \cdot I \left( \frac{1}{\omega} \right) (-\cos \omega t) = \frac{1}{\omega C} \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\bar{U} = \frac{1}{\omega C} \cdot \bar{I} \cdot (-j) = \frac{1}{j\omega C} \cdot \bar{I}$$



Impedans

$$\frac{1}{j\omega C} (\cong R)$$

Ohms lag i komplex form

$$\bar{U} = \bar{I} \cdot \bar{Z} = \bar{I} \cdot (\underbrace{R + j\omega L}_{X_L})$$

$$\begin{aligned} P_{MED} &= R \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{R}{T} \int_0^T (\hat{i} \sin \omega t)^2 dt = \\ &= \frac{R \hat{i}^2}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{R \hat{i}^2}{2 \cdot T} (1T - 0) = \\ &= \frac{R \hat{i}^2}{2} = R \left( \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \right)^2 \end{aligned}$$

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt

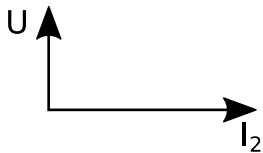
Aktiv effekt:  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$  [W]

Reaktiv effekt:  $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$  [VAr]

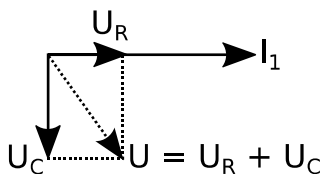
Skenbar effekt:  $S = U \cdot I$  [VA]

Effektfaktor:  $\cos \varphi$

Högergren (endast riktningar)



Vänstergren



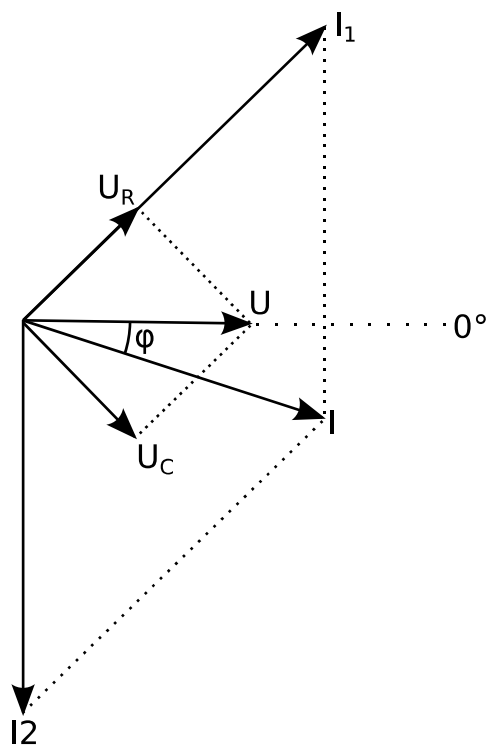
Sök förhållandet mellan  $I_1$  och  $I_2$

$$\bar{I}_1 \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right) = \bar{I}_2 \cdot j\omega L$$

$$\left| \bar{I}_1 \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right) \right| = |\bar{I}_2 \cdot j\omega L|$$

$$|\bar{I}_1| \cdot \left| R + \frac{1}{j\omega C} \right| = |\bar{I}_2| \cdot |j\omega L|$$

$$I_1 \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} \right)^2} = I_2 \cdot \omega L$$

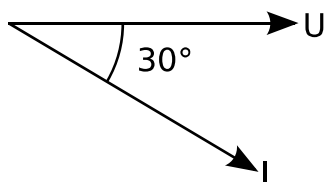


U1:52

a)

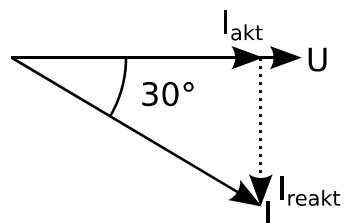
$30^\circ$  i har  $+ 30^\circ$

b)



c)

Effektfaktor =  $\cos \varphi = \cos 30^\circ = 0,86$



$$I_{\text{akt}} = I \cdot \cos 30^\circ$$

$$I_{\text{reakt}} = I \cdot \sin 30^\circ$$

d)

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 230 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 398 \text{ W}$$