2011-(09)sep-12
Sannstat

Två-dimensionell diskret s.v.:

Par (X, Y) av diskreta s.v.

sannolikhetsfunktion: $p_{X,Y}(j,k) = P(X=j, Y=k)$,

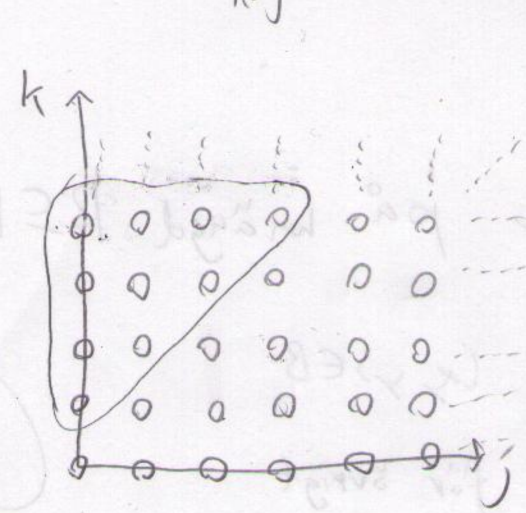
$j, k = 0, 1, 2, \ldots$

Det gäller för $A \subseteq \{0, 1, 2, \ldots\}^2$

$$P((X,Y) \in A) = \sum_{(j,k)\in A} p_{X,Y}(j,k)$$

Exempel:

$$P(X<Y) = \sum_{k>j} p_{X,Y}(j,k)$$



Observera:

$$\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} p_{X,Y}(j,k) = 1$$

Tvådimensionell kontinuerlig s.v. (X, Y): finns täthetsfunktion $f_{X,Y}(x,y)$ så att för $A \subseteq \mathbb{R}^2$:

$$P((X,Y)\in A) = \iint_A f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$

Observera:

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy = 1\right)$$

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \text{———— // ————}$$

Exempel:

Likformig fördelning på mängd $B \subseteq \mathbb{R}^2$

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\text{area}(B)} & (x,y)\in B \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

$$P((X,Y)\in A) = \frac{\text{area}(A)}{\text{area}(B)}$$

Marginalisering

$$p_X(j) = P(X=j) = P((X,Y) \in \{j\} \times \{0,1,2,\ldots\}) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} p_{X,Y}(j,k)$$

På samma sätt:

$$p_Y(k) = \sum_{j=0}^{\infty} p_{X,Y}(j,k)$$

Vidare:

$$f_X(x) = \int_{\mathbb{R}} f_{X,Y}(x,y)\,dy$$

$$f_Y(y) = \int_{\mathbb{R}} f_{X,Y}(x,y)\,dx$$

Väntevärden

$$E(g(X,Y)) = \begin{cases} \sum_{j\in\mathbb{N},\, k\in\mathbb{N}} g(j,k)\,p_{X,Y}(j,k) & (X,Y) \text{ diskret} \\ \iint_{\mathbb{R}^2} g(x,y) f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy & (X,Y) \text{ kontinuerlig} \end{cases}$$

Exempel: $E(X+Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x+y) f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy =$

$$= \iint_{\mathbb{R}} x f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy + \iint_{\mathbb{R}} y f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy =$$

$$= \int_{x=-\infty}^{\infty} x \int_{y=-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy +$$

$$+ \int_{y=-\infty}^{\infty} y \int_{x=-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy =$$

$$= \{\text{marginalisering}\} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\, dx + \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y)\, dy =$$

$$= E(X) + E(Y)$$

<<< Jonas tar anteckningar >>>