adk övning 2011-(08) aug-31 (2)

Marcus Dicander-
dicander@kth.se
Utesvärare grupp

- Välkommen
- O, Θ och Ω
- Algoritmanalys

Schema
E51 $\boxed{E52}$ E53

Marcus
Mitten

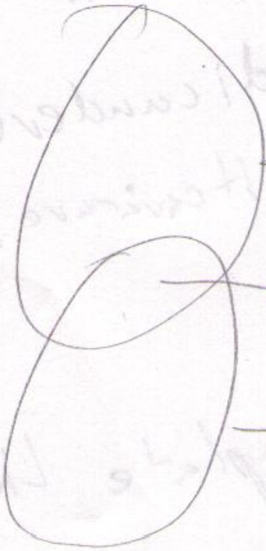
Josuttis: Standard Template Library

C++ stl = adk/popup-C++

Fysik
CPU Minne } inte fokuserat i adk
lågnivå optimerad

Algoritm ~ där optimering gör skillnad

Gammal dator med Quicksort $O(n \log n)$ spöar en grym ny dator med Bubblesort $O(n^2)$



Ω växer MINST lika snabbt

Θ lika snabbt

O högst lika snabbt

Våra svar

$O\ \cancel{\Theta}\ \Omega(n)$ — A osorterad vektor<int>
hur många 3:or

$O(n)$ $\cancel{\Theta}$ $\Omega(1)$ — B var finns första 3:an

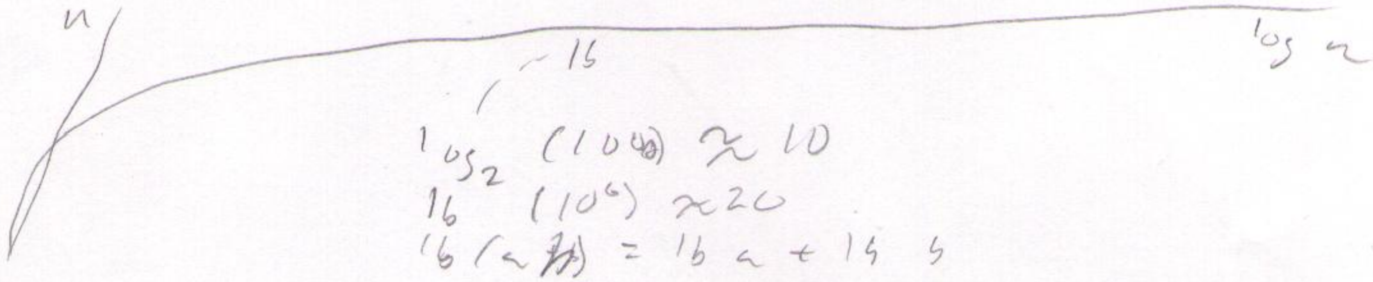
$\Omega\ \Theta\ (n^3)$ — C
for $i \leftarrow 1$ to n
  for $j \leftarrow 1$ to n
    for $k \leftarrow 1$ to n do

A^* sorterad
$O(n)$ $\Omega(1)$ $\cancel{\Theta}$

C^* med break
$O(n^3)$ $\cancel{\Theta}$ $\Omega(1)$

$f(n) = 100n + \log n$ vs $g(n) = n + (\log n)^2$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty}\frac{100n+\log n}{n+(\log n)^2} =$$



$\log_2(1000) \approx 10$

$lb(10^6) \approx 20$

$lb(a \cdot b) = lb\, a + lb\, b$

$lb(10^9) = lb\, 1000 + lb\, 10^6 = 10 + 20 = 30$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{100n}{n} + \frac{\log n}{n}}{\frac{n}{n} + \frac{(\log n)^2}{n}} = \frac{100}{1} = 100$$

$$f(n) \in \Theta(g(n))$$

Den är kvadratisk

Den är $O(n^2)$

Algoritmens asymptotiska tidskomplexitet tillhör/är $O(n^2)$

$\log n \qquad \log n^2 = 2 \log n$

$f(n) \in \Theta(g(n))$

$\frac{n^2}{\log n} \qquad n(\log n)^2$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n(\log n)^2}{\frac{n^2}{\log n}} =$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{(\log n)^3}{n} = 0$$

(alla polynom begrär
polylogaritmiska

$g(n) \in O(f(n))$

$(\log n)^{\log n}$ vs $\frac{n}{\log n}$ $\boxed{\log = lb}$

$\{m = \log n\}$

$m^m \qquad \frac{2^m}{m}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^m}{m m^m} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{m}\left(\frac{2}{m}\right)^m \to 0$$

$f(n) \in \Omega(g(n))$
$g(n) \in O(f(n))$

$n 2^n \qquad 3^n$

$$\frac{n 2^n}{3^n} = \underset{\uparrow \infty}{n}\underset{\downarrow 0}{\left(\frac{2}{3}\right)^n} = \frac{n}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-n}}$$

$r(n) = n \qquad r'(n) = 1$
$s(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n \qquad s'(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2n}\left(\frac{2}{3}\right)^n \ln\left(\frac{3}{2}\right) =$

$$= \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{2}{n}\right)^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{s(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{r'}{s'} = 0$$

$f(n) \in O(g(n))$

DIV (a,b) =

$n_a \leftarrow \lfloor lb\ a \rfloor + 1$

$n_b \leftarrow \lfloor lb\ b \rfloor + 1$

$r \leftarrow a$
$q \leftarrow 0$

for $i \leftarrow n_a - n_b$ to 0

// invariant $a = q \cdot b + r$

if $r \geq b \cdot 2^i$ // if $r \geq b \ll i$

$r \leftarrow r - b \cdot 2^i$

$q \leftarrow q + 2^i$

return (q, r)

```
LB (a: int8):
    rc = 0
    if a & 0b11110000 then rc ^= 4
    if a & 0b11001100 then rc ^= 2
    if a & 0b10101010 then rc ^= 1
    return rc
```

nu räknat med upprepad kvadrering

$2^{17}{}_{2}$

2	1	1
4	2	0
16	4	0
256	8	0
65536	16	1

$65536 \cdot 2 = 131072$