Ex: Livslängd hos stålstänger. (uppskatta)
Vill skatta slh att stång klarar ≥ 15000 belastningar.

Testa $n = 23$ stänger
$x = 17$ klarar testet

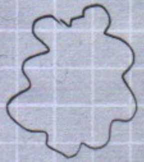
Vår skattning $= \frac{17}{23} \approx 74\,\%$

det här är vad vi är ute efter.

---

abstraktion **Population**

Population av alla stänger



Egenskap/parameter

$p = P(\text{hålla} \geq 15000 \text{ belastningar})$.

p är okänd
p ska skattas

Testa n st

X klarar testet (s.v.)

$X \in Bin(n, p)$

Stickprov av $n = 23$ stänger.

$x = 17$ klarade testet.

x är en observation av X

Uppskattning

$p^* = \frac{X}{n}$ $\quad p^*$ är en s.v.

skattare
stickprovsvariabel

Statistisk modell

$p^*_{obs} = \frac{x}{n} = \frac{17}{23} \approx 74\%$

från observationen

skattning

Data

p^*_{obs} är en observation av p^*

Såhär arbetar man med statistiska modeller $\leftarrow$ viktigt!

Fördelningen för p^* är central

Vi har t.ex $\quad E(p^*) = \frac{1}{n} E(X) \overset{\text{binförd.}}{=} \frac{1}{n} \cdot np = p.$

obs. skattningen ett tal. Ingen standardavvikelse

p^* är väntevärdesriktig $\quad \{ \leftarrow$ bra egenskap

$$D(p^*) = D\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n} D(X) \overset{\text{binomialförd.}}{=} \frac{1}{n}\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Standardavvikelsen beror på vår okända parameter p

Vi vill veta $D(p^*)$, standardavvikelsen för skattaren.
Men, den beror på okända parametern p.

Skatta $D(p^*)$ genom att ersätta p med skattning p^*_{obs}

Ger medelfelet

$$D^*_{obs}(p^*) = d(p^*) = \sqrt{p^*_{obs}(1 - p^*_{obs})/n}$$

Här: $\sqrt{0{,}74 \cdot 0{,}26/23} \approx 0{,}09$

Ganska osäker m.a.o.

Generell bild:

			estimator / estimate (estimat)
Modellnivå	Experiment/ population	$X_1, \dots X_n$ s.v. med viss fördelning. θ är en egenskap eller parameter hos denna fördeln.	$\theta^* = h(X_1, \dots X_n)$ <u>skattare/ stickprovsvar.</u> är en s.v.
Datanivå	Data	$x_1, \dots, x_n$ obs. av $X_1, \dots, X_n$ <u>stickprov</u>	$\theta^*_{obs} = h(x_1, \dots, x_n)$ <u>skattning</u> av θ är en obs. av θ^*

<u>Ex:</u> $\theta = \mu = E(X_i)$

Tag (medelvärde) (summerar & delar m. antalet.)

$$\mu^*_{obs} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\mu^* = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$E(\mu^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} \mu = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \mu = \underline{\underline{\mu}} \ \#$$

- θ^* är väntevärdesriktig om $E(\theta^*) = \theta$ för alla θ

<u>Ex.</u> p^* & μ^* är v.v.r.

- θ^* är <u>konsistent</u> om

$$P(|\theta^* - \theta| > \varepsilon) \to 0$$

då $n \to \infty$ för alla $\varepsilon > 0$

<u>Fakta</u>: θ^* är konsistent om (i) vvr och (ii) $V(\theta^*) \to 0$ då $n \to \infty$

<u>Ex</u>: p^* är konsistent

<u>Ex</u>: $V(\mu^*) = V\left(\frac{1}{n} \sum_{1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{1}^{n} V(X_i)$ $\left[\begin{array}{l}\text{om } X_1, \dots, X_n \\ \text{ober}\end{array}\right] = \frac{1}{n^2} \sum_{1}^{n} \sigma^2 =$

$= \frac{\sigma^2}{n}$ $\qquad \sigma^2 = V(X_i)$

Alltså är μ^* konsistent.

θ^*_{obs} är en <u>punktskattning</u> (ett tal), ger ingen info om precision eller osäkerhet. Sådan info ges av $D(\theta^*)$.

Ex. $D(p^*) = \sqrt{p(1-p)/n}$

$D(\mu^*) = \sigma / \sqrt{n}$

Medelfelet $d(\theta^*)$ eller $D^*_{obs}(\theta^*)$ är en skattning av $D(\theta^*)$

Ex: p^* : se ovan

lilla s eftersom ett tal räknat från data
stora S från modellnivå, s.v.

$$d(\mu^*) = \sigma^*_{obs} / \sqrt{n} = s / \sqrt{n}$$

observation från S

- Om $X_1, \ldots, X_n$ är ober/okorrelerade med samma fördelning, så är

$$(\sigma^2)^* = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

(stickprovsvariansen) en vvr skattare av σ^2

- Om θ^* & $\hat{\theta}$ är två vvr skattare, och $V(\theta^*) \leq V(\hat{\theta})$ så är θ^* effektivare.

(bättre/lägre varians
$\Rightarrow$ bättre precision)