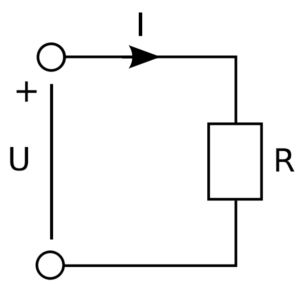
# 2011-(03)mar-24: dag 2

Ohms lag




U — Spänning [V]
R — Resistans [Ω]
I — Ström [A]

$U = R \cdot I$ (mnemonik: universal resource identifier)

Effekt i likströmskretsar

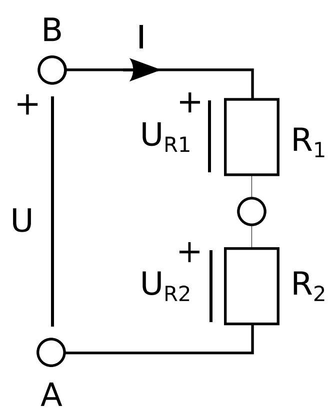
$\underline{P = U \cdot I} = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$ (mnemonik: pilot under instruction)

U — Spänning [V] = [J/C]
I — Ström [A] = [C/s]

P — Effekt = U · I = [J/s] = [W]

Kirchhoffs lagar

Seriekoppling




Sökt: $U_{R1}$ och $U_{R2}$

Kirchhoffs spänningsslag:

För en godtycklig sluten slinga gäller:

$$\sum U = 0$$

$A - B - C - A \Rightarrow U - U_{R1} - U_{R2} = 0 \quad (1)$

$$U_{R1} = R_1 \cdot I \qquad (2)$$
$$U_{R2} = R_2 \cdot I$$

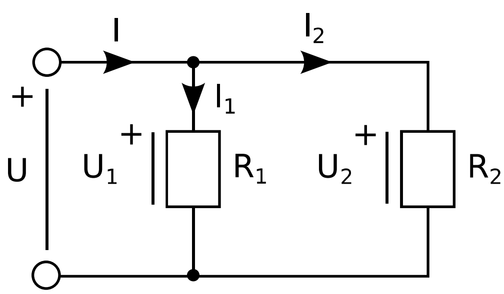
$$(1) \quad \Rightarrow \quad U = U_{R1} + U_{R2} = (R_1 + R_2) \cdot I = \{2\} =$$

$$= \frac{(R_1 + R_2)U_{R1}}{R_1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{R1} = U\frac{R_1}{R_1 + R_2}, \qquad U_{R2} = U\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Spänningsdelning

Parallellkoppling:




Kirchhoffs strömlag:

För en godtycklig nod gäller:

$$\sum I_{in} = \sum I_{ut}$$

(En nod är en förgrenning)

Sökt: $I_1$ och $I_2$

$$I = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

Kirchhoffs spänningslag:

$$U = U_1 = \{\text{Ohms lag}\} = R_1 \cdot I_1 \qquad (2)$$
$$U = U_2 = \{\text{Ohms lag}\} = R_2 \cdot I_2 \qquad (3)$$

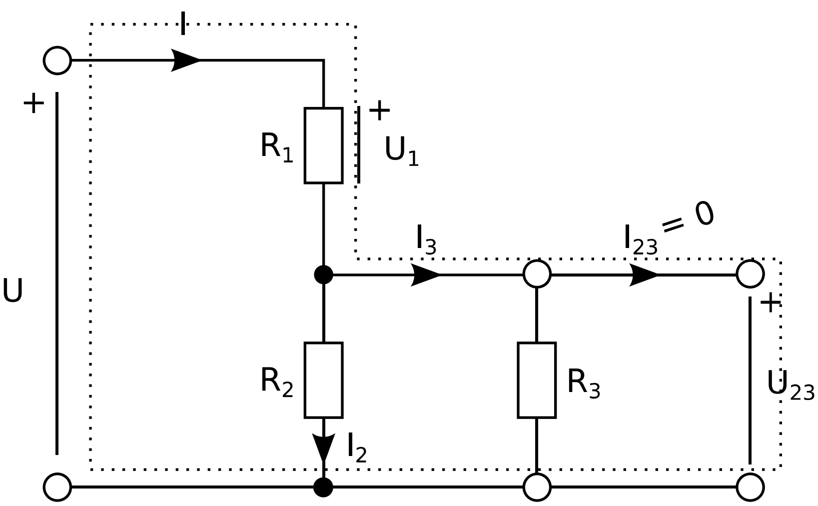
$$(1) \quad \Rightarrow \quad I = I_1 + I_2 = \{(2)\ \&\ (3)\} = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \{2\} =$$

$$= R_1 I_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = I_1\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{R_1}{R_2}\right) \Rightarrow I = \frac{R_2 + R_1}{R_2} I_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I_1 = I\frac{R_2}{R_2 + R_1}, \qquad I_2 = I\frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Strömdelning (notera index i täljarna)

[U1.11]




$U = 20$ V
$U_{23} = 5$ V
$R_2 = 200\ \Omega$
$I_3 = 5$ mA $= 0{,}005$ A

a) Sökt: Resistansen $R_1$

Kirchhoffs spänningslag: $U - U_1 - U_{23} = 0$ (1)

Kirchhoffs strömlag: $I = I_2 + I_3$ (2)

Ohms lag: $U_1 = R_1 \cdot I_1$ (3)
$U_2 = R_2 \cdot I_2$ (4)

4 okända, 4 ekvationer: $U_1$, $R_1$, $I$, $I_2$

(1) $\Rightarrow$ $U_1 = U - U_2 = 15$ V

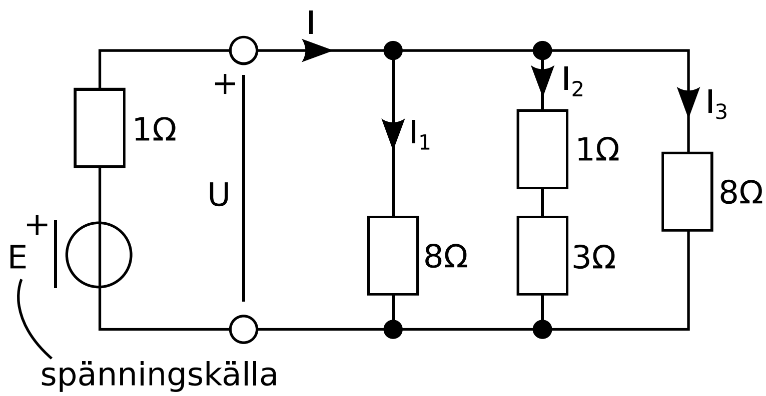
(2) $\Rightarrow$ $I_2 = \dfrac{U_{23}}{R_2} = 0{,}025$ A

(3) $\Rightarrow$ $I = I_2 + I_3 = 0{,}003$ A

(4) $\Rightarrow$ $R_1 = \dfrac{U_1}{I} = 500\ \Omega$

b) $P_1 = U_1 \cdot I = 0{,}45$ W
$P_2 = U_{23} \cdot I_2 = 0{,}125$ W

[U1.13]

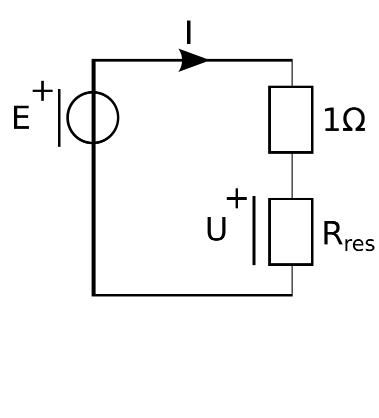



a) Sökt: Resulterande resistans, $R_{res}$, för de tre parallellkopplade grenarna.

Gren 1: $R_1 = 8\ \Omega$
2: $R_2 = 1\ \Omega + 3\ \Omega = 4\ \Omega$
3: $R_3 = 8\ \Omega$

Kirchhoffs strömlag:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \{\text{Ohms lag}\} = U\underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}_{1/R_{res}}$$




$$R_{res} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = 2\ \Omega$$

b) Sökt: I och U

Med ohms lag.

$$I = \frac{E}{R_{res} + 1\ \Omega} = 4\ \mathrm{A}$$

$$U = I \cdot R_{res} = 8\ \mathrm{V}$$

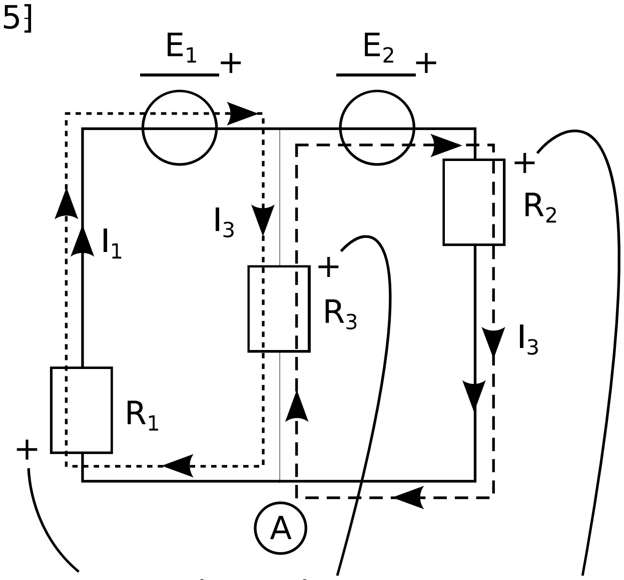
c) Sökt: $I_1$, $I_2$, $I_3$

Ohms lag:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 1\ \mathrm{A} \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} = 2\ \mathrm{A} \qquad I_3 = \frac{U}{R_3} = 1\ \mathrm{A}$$

Kontroll: $I = I_1 + I_2 + I_2$

[U1.15]




$E_1 = 2$ V
$E_2 = 4$ V

$E_1 = 25\ \Omega$
$E_2 = 100\ \Omega$
$E_3 = 10\ \Omega$

Strömen går in på +-sidan, annars orkar den inte (in på högre, ut på lägre).

a) Sökt: $I_3$ samt dess riktning.

Kirchhoffs strömlag: Ⓐ: $I_2 + I_3 = I_1$ (1)

Kirchhoffs spänningen:

$$-R_1 \cdot I_1 + E_1 - E_3 \cdot R_3 = 0 \qquad (2)$$

$$R_3 \cdot I_3 + E_2 - R_2 \cdot I_2 = 0 \qquad (3)$$

(2) $\Rightarrow$ $E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3 = \{1\} = R_1(I_2 + I_3) + R_3 I_3$ (4)

(3) $\Rightarrow$ $I_2 = \dfrac{E_2 + R_3 I_3}{R_2}$ (5)

(4) och (5) $\Rightarrow$ $\dfrac{E_1 - \dfrac{R_1}{R_2}E_2}{\dfrac{R_1 R_3}{R_2} + R_1 + R_3} = 0{,}027$ A

b) Effekt över motstånd 3

$P_3 = U_3 \cdot I_3 = R_3 \cdot I_3^2 = 0{,}0071$ W $\approx 7$ mW

Alternativ lösning för a) med matriser:

Ekvation (1), (2), (3)

$\Downarrow$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ R_1 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 & -R_3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{I}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{E}}$$

$\mathbf{I} = \mathbf{A}^{-1}\,\mathbf{E}$ (varken I eller E enhet)

I MATLAB: (Vi ksa inte läsa MATLAB)

```
E1 = 2
E2 = 4
R1 = 25
R2 = 100
R3 = 10

A = [-1, 1, 1; R1, 0, R3; 0, R2, -R3]
E = [0; E1; E2]
I = A\E
```