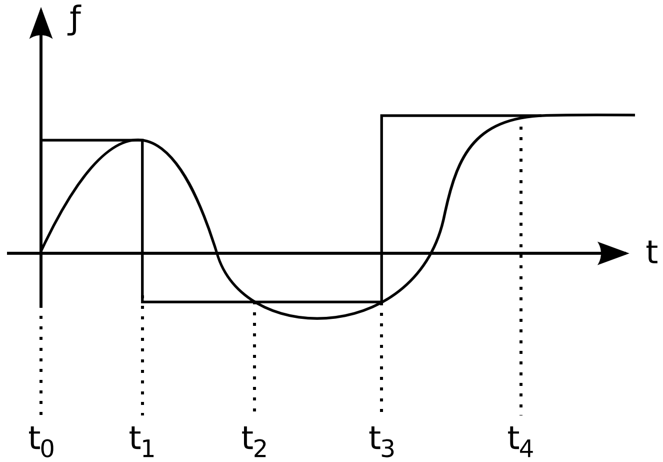
Idag: Styckvis konstant och styckvis linjär interpolation.
Numerisk integrering i 1D och 2D (kvadratur).
Tidsstegning (förra gången)

Idén:

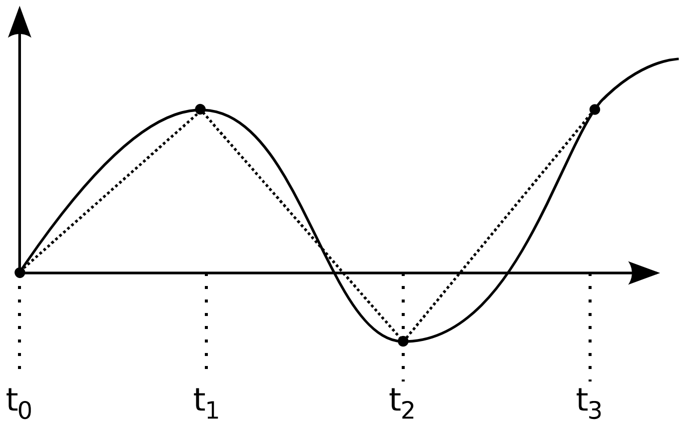


Styckvis konstant interpolaton.
(enkelt att använda!)

$f \approx C_0 \cdot 1$ $\quad C_0 = f(t_1)$
$t_0 \leq t \leq t_1$

1 · "basfunktion"

Styckvis linjär interpolation.



$f(t) \approx C_0 \cdot 1 + C_1(t - t_0), \quad t_0 \leq t \leq t_1$

2 basfunktioner: 1 och $(t - t_0)$

Bestäm C_0 och C_1.

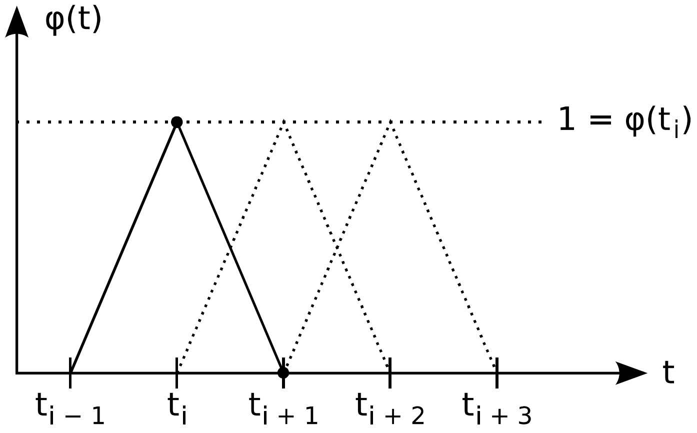
$$f(t_0) = C_0 + C_1(t_0 - t_0) \;\Leftrightarrow\; C_0 = f(t_0)$$

$$f(t_1) - C_0 + C_1(t_1 - t_0) \;\Leftrightarrow\; C_1 = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$$

$$f(t) = f(t_0) + \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}(t - t_0), \qquad t_0 \leq t \leq t_1$$

Andra typer av basfunktioner.

Hatt-funktioner



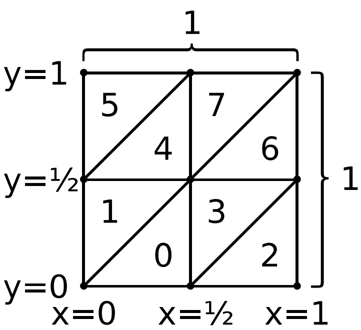
$\varphi_j(t_i) = 1$ omm $i = j$

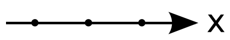
$$f(t)=\sum_{i=0}^{N} f(t_i)\cdot\varphi(t)$$

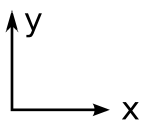
Styckvis linjär interpolation.

Styckvis linjär interpolation i 2D:

Beräkningsnät (en. mesh)

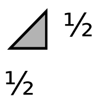






• noder (en. vertex)

 cell (triangel)



"area" $=A=\frac{1}{8}=0{,}125$

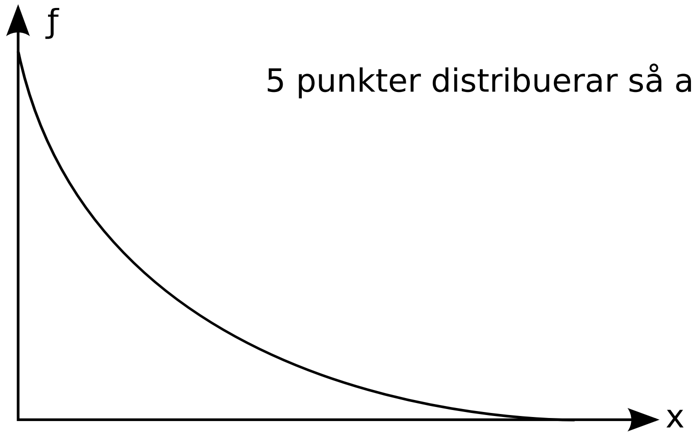
(1) $\left| u(x) - u_h(x) \right| \leq \frac{1}{8} C \cdot h^2$

$\uparrow$ verklig funktion

$\uparrow$ linjär funktion

$C = \max_{0 \leq x \leq h} \left| u''(x) \right|$

(2) $f(x) = e^{-10x}$, $0 \leq x \leq 1$



5 punkter distribuerar så att felet är mindre än 0,15.

$C = \max_{0 \leq x \leq h} \left| f''(x) \right|$

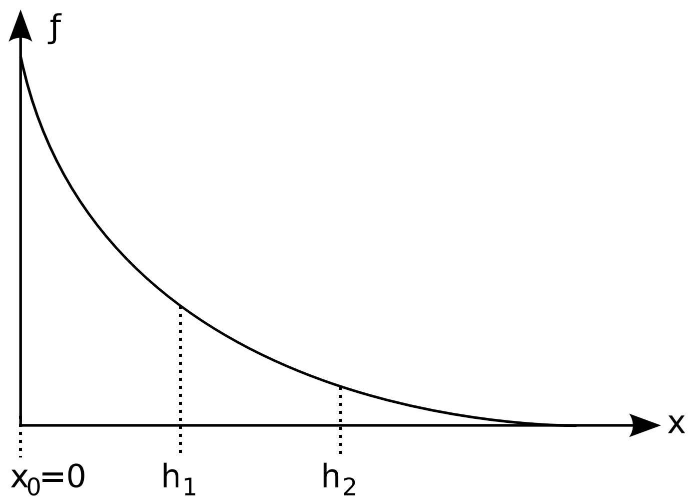
$f''(x) = 100e^{-10x}$

$C = 100$

$\frac{1}{8} 100 \cdot h^2 < 0{,}15$

$\Downarrow$

$h < \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 8}{100}} = 0{,}1095$



$h_1 = 0{,}1$ OK!

$\sum_{k=1}^{8} \sum_{j=1}^{3} \frac{1}{3} f(x_i; y_i) v_k$

$\uparrow$ över varje cell

$\uparrow$ area