Björn-Olof Skytt

Senastet
2011-(09)aug-30

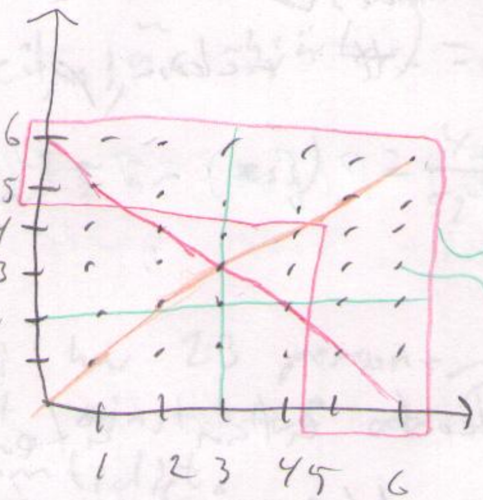
Bloms bok köp bokhandeln
Formelsamling (uttryckt, utdelad)
Beta formelsamlingen

2,5) utfall, utfallsrum och händelser
kast av två tärningar

Givet:

$\{(x, y) : x = 1, 2, \ldots, 6; \ y = 1, 2, \ldots, 6\}$

Likfördelning / utfallet
lika sannolika /



a) Sökt:

$P(x+y<6) = \dfrac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} =$

Sannolikheten att summan är mindre än 6.

$= \dfrac{10}{36}$ — det enkla är det som är ritade möjliga sannolikheten

b) $P(x=y) = \dfrac{\text{antalet gynnsamma}}{\text{antalet möjliga}} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

c) P(minst ett av kasten blir en tvåa) =
$= P(x=2 \text{ och/eller } y=2) = \dfrac{\text{gynnsamma}}{\text{möjliga}} = \dfrac{11}{36}$

d) P(minst ett av kasten blir minst en femma) =
$= P(x \geq 5$ och/eller $y \geq 5) = P(x = 5 \cup y = 5) =$
$= \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

$x = y$ respektive $x \geq 5 \cup y \geq 5$ är exempel på händelser.
((1, 2) är ett exempel på ett utfall.)

$P(\Omega) = 1$
(alla utfall, alla möjliga händelser)
Ibland är det lättare att räkna på när någonting inte sker.
$P(A) = P(\Omega) - P(\complement A) = 1 - P(\complement A)$

2,14) Vi drar tre kort utan återläggning från en kortlek med 52 kort (vanlig kortlek)

a) P(alla 3 är hjärter) sökes
Antalet möjliga utfall med hänsyn till ordningen vi drar

$\square_1 \; \square_2 \; \ldots \; \square_{52}$; första kortet kan dras på 52 olika sätt, nästa på 51 olika sätt, och så vidare.!
50, 49, ...

kort 1: 1 1 1 1 1 1 ... 1 52 sätt

kort 2: 51 51 51 sätt

kort 3: 50 50 sätt

$\Rightarrow$ antalet möjliga utfall är $52 \cdot 51 \cdot 50$

Antalet gynnsamma men hänsyn till ordningen blir med samma resonemang som ovan $13 \cdot 12 \cdot 11$

$\Rightarrow P(3 \text{ hjärter}) = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{52 \cdot 51 \cdot 50} = \frac{11}{850}$

b) $P(\text{inget av, är hjärter}) = \frac{39 \cdot 38 \cdot 37}{52 \cdot 51 \cdot 50} = \frac{703}{1700}$

52-13

(samma som innan)

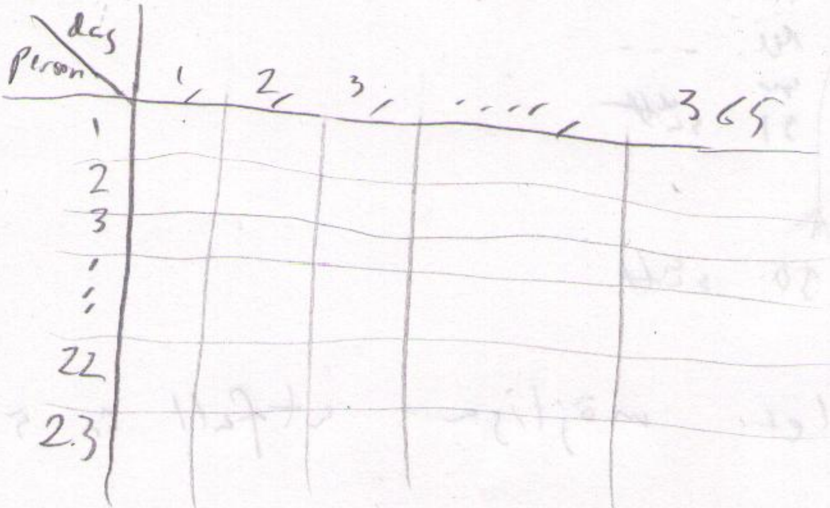
c) $P(\text{alla 3 är ess}) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{52 \cdot 51 \cdot 50} = \frac{1}{5325}$

2,17) Vi har 23 personer, vad är sannolikheten att minst två av personerna har födelsedag samtidigt.

Vi antar att födelsedagarna är oberoende (som om ingen vore släkt), alla dagar är lika sannolika och att skottår inte finns.

Sökt $P(\text{minst 2 av 23 har födelsedag samtidigt}) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$

Ett utfall är en kombination av födelsedagar



gynnsamma är när det finns minst 2 kryss i en kolumn.

Vi räknar ut P(alla har olika födelsedagar) =
sannolikheten för komplementet

= 1 − P(minst två personer har samma födelsedag)

$$P(\text{alla har olika födelsedagar}) = \frac{\text{gynnsamma}}{\text{möjliga}}$$

Antal gynnsamma utfall med hänsyn till ordning

Den första personen får fylla år på 365 dagar
Den andra —— " —— 364 —"—
Den tredje —— " —— 363 —"—

$\Rightarrow$ Antal gynnsamma $= 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdots (365-23+1) = (365)_{23}$

$= 365 \cdot 364 \cdots 343$

Antalet möjliga $= 365 \cdot 365 \cdots 365 = 365^{23}$

$$P(\text{alla har olika födelsedagar}) = \frac{365 \cdot 364 \cdots 343}{365^{23}}$$

$\Rightarrow$ sökt sannolikhet $= 1 - \frac{365 \cdots 343}{365^{23}} \approx 0{,}507$

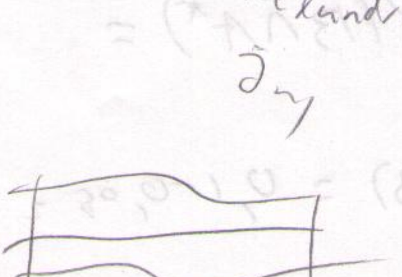
facit: $1 - \frac{364!}{365^{22} \cdot 342!}$

I verkligheten är det mer sannolikt, till exempel klumpar födelsedagarna ihop sig runt 9 månader efter midsommar.

	grupp		grupp
2/9	4	22/9	7
7/9	2	26/9	4
8/9	8	27/9	>7<
9/9	>7<	29/9	8
13/9	1	30/9	3
15/9	6	4/10	5
16/9	3	11/10	2
21/9	5	13/10	6

Magnus Lundberg
Sofia Nilsson
Alexandra Persson
Jag

} grupp 7



2,8) $P(A) = 0{,}1$ — A och B är två olika fel.

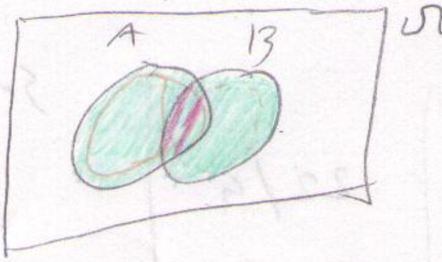
$P(B) = 0{,}2$

$P(A \cap B) = 0{,}05$

a) Sökt $P(\text{åtminstonde något fel}) =$

$= P(A \cup B)$ och/eller

Venndiagram



$P(A \cup B) =$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$

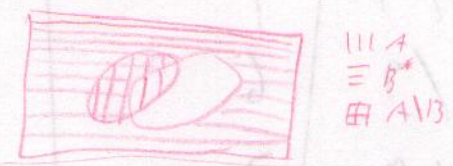
$= 0{,}1 + 0{,}2 - 0{,}05 =$

$= 0{,}25$

b) $P(\text{felet } A \text{ men inte } B) =$

$(A \setminus B) = A \cup B^*$

$B^* = B^c = \complement B$

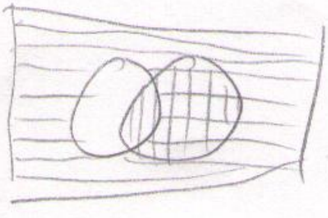


$= P(A) - P(A \cap B) = 0{,}1 - 0{,}05 = 0{,}05$

Alternativ formulering är $P(A \cap B^*) =$

$= P(A \cap \text{icke-}B) = \; = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}05$

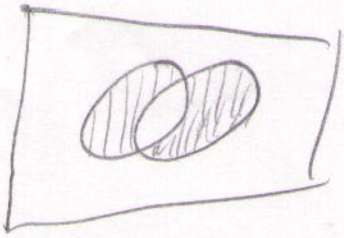
c) $P(\text{felet } B \text{ men inte } A) = P(B \cap A^*) =$

$=$  $= P(B) - P(A \cap B) = 0{,}1 - 0{,}05 =$

$= 0{,}15$

d) P(exakt ett av felen A och B) =

(antingen) A eller B $= A \otimes B = A \veebar B = A \Delta B$

=  $= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$

$= 0{,}1 - 0{,}05 + 0{,}2 - 0{,}05 = 0{,}2$

Sökt $P((A \cap B^*) \cup (B \cap A^*)) =$ [jfr. a-uppgift] =

$= \underbrace{P(A \cap B^*) + P(B \cap A^*)}_{\text{disjunkta}} - \underbrace{P((A \cap B^*) \cap (B \cap A^*))}_{0} =$ ty

= jfr. b och c-uppg. $= 0{,}05 + 0{,}13$

<u>Def</u> A och B är disjunkta

$\iff$

$P(A \cap B) = 0$

I matematiken ofta $A \cap B = \emptyset$