



Bit Algo
START



Bit Algo START

Przed III kolokwium



Zadanie 1: Stopnie znajomości

Definiujemy relację znajomości między osobami jako symetryczną.

Znajomość:

- pierwszego stopnia to bezpośrednia znajomość osoby
- drugiego stopnia to bycie “znajomym znajomego” osoby, ale nie bezpośrednim znajomym osoby
- trzeciego, czwartego, piątego stopnia, itd.
- nieskończonego stopnia zachodzi wtedy gdy nie ma ciągu znajomości, który łączyłby dwie osoby

Mając na wejściu listę osób i znajomości pierwszego stopnia między nimi, chcemy znaleźć największy stopień znajomości wśród każdej z możliwych par.

Znajdź optymalne rozwiązanie zarówno dla grafów rzadkich ($|E| = O(|V|)$), jak i gęstych ($|E| = O(|V|^2)$)



Zadanie 2: Kafejka internetowa

W kafejce internetowej jest K komputerów i A aplikacji na płytach CD. Na każdym komputerze może być zainstalowana maksymalnie jedna aplikacja. Każda aplikacja ma listę komputerów na których może działać, a na pozostałych nie może z powodu wymagań sprzętowych. Jesteś właścicielem kafejki i wiesz, ilu klientów (możliwie zero) będzie chciało jutro skorzystać z danej aplikacji. Zakładamy, że każdy klient zajmuje komputer na cały dzień.

Jaką aplikację powinieneś zainstalować na każdym z komputerów, aby wszyscy klienci mogli skorzystać z tej aplikacji, którą chcą? Jeżeli takie przyporządkowanie nie istnieje, algorytm powinien to stwierdzić.



Zadanie 3: Krakowskie korki

W Krakowie w godzinach szczytu są korki, dlatego kierowcom bardziej zależy na czasie niż na realnej odległości między dwoma punktami. Mamy mapę Krakowa, między skrzyżowaniami na ulicach są zaznaczone odległości i czasy przejazdu. W Krakowie (jak wszyscy wiemy ;)) są ulice jedno- i dwukierunkowe. Kierowcy potrzebują aplikacji, która pomoże im znajdować drogi, które pozwalają dotrzeć ze skrzyżowania A do B w jak najkrótszym czasie, a spośród tych o najmniejszym czasie wybiera i zwraca najkrótszą pod względem odległości.

Mamy przetworzyć Q zapytań w postaci (skrzyżowanieA, skrzyżowanieB) i na każde z nich odpowiedzieć parą (czas, dystans) najlepszej drogi. Wszystkie zapytania odnoszą się do tego samego grafu.

Jakie rozwiązanie daje najlepszą klasę złożoności w każdym z poniższych przypadków?

- 1) $Q = O(1)$, $E = O(V)$
- 2) $Q = O(1)$, $E = O(V^2)$
- 3) $Q = O(V)$, $E = O(V)$
- 4) $Q = O(V)$, $E = O(V^2)$



Zadanie 4: Arktyczna sieć

W Arktyce osady są oddalone od siebie na ogromne odległości. Otrzymujemy je jako pary współrzędnych (x, y) .

Niektóre z nich posiadają odbiorniki satelitarne - z takiej osady można bezpośrednio komunikować się z każdą inną osadą, która ma odbiornik satelitarny.

Chcemy teraz w każdej osadzie umiejscowić radioodbiorniki o tym samym ograniczonym zasięgu D (liczba całkowita), aby można było się komunikować (pośrednio lub bezpośrednio) między każdą parą osad. Jakie jest minimalne D , które pozwoli osiągnąć ten cel?

Uzasadnij poprawność rozwiązania.



Zadanie 5: Sabotaż

W pewnym kraju trwa wojna domowa. W ramach sabotażu rebelianci chcą uniemożliwić komunikację telegraficzną z miasta A do B. Otrzymujemy listę miast i linii telegraficznych między nimi. **Linie telegraficzne są skierowane.** Każda z linii ma przypisany koszt zniszczenia jej. Chcemy wybrać zbiór połączeń do zniszczenia o łącznym minimalnym koszcie. Interesuje nas nie tylko koszt, ale które konkretnie linie telegraficzne mamy zniszczyć.



Zadanie 6: Spotkanie z profesorem

Pewien znany profesor zaprosił Cię na spotkanie w Magicznym Mieście. W mieście tym niektóre drogi mogą być uczęszczane tylko przez ludzi poniżej 30 roku życia (w tym Ciebie), inne tylko przez ludzi w wieku od 30 lat (w tym profesora). Są też drogi, które mogą być uczęszczane przez każdego. Każda z dróg ma określoną długość, wyrażoną dodatnią liczbą naturalną, może być jedno- lub dwukierunkowa.

Drogi te łączą możliwe lokalizacje spotkania. Wśród nich wyróżniamy mieszkanie Twoje i mieszkanie profesora.

Profesor prosi Cię, byś wybrał takie miejsce na spotkanie, aby łączna droga, którą musicie pokonać Ty i profesor była jak najmniejsza. Jeżeli jest więcej niż jedno takie miejsce, podaj je wszystkie. Jeżeli takie miejsce nie istnieje, algorytm również powinien to stwierdzić.



Bit Algo
START