```
Plan wykładu
                         Programowanie funkcyjne
                                   (wykład 3.)

    Funkcje wyższego rzędu

                                  Roman Dębski
                                                                                        Wzorzec 'Collection Pipeline'
                               Instytut Informatyki, AGH
                                 2 listopada 2021
                                        AGH
   Roman Dębski (KI, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                     Programowanie funkcyjne (wykł.3)
Plan wykładu
                                                                                        Reguła "DRY"
                                                                                           sum :: Num a => [a] -> a
                                                                                                                                   sumCub :: Num a => [a] -> a
                                                                                           sum (x:xs) = x + sum xs
                                                                                                                                    sumCub (x:xs) = x^3 + sumCub xs
1 Funkcje wyższego rzędu
                                                                                           sumSqr :: Num a => [a] -> a
                                                                                                                                   sumAbs :: Num a => [a] -> a
                                                                                           sumSqr []
                                                                                                                                    sumAbs []
                                                                                                                                    sumAbs (x:xs) = abs x + sumAbs xs
                                                                                           sumSqr (x:xs) = x^2 + sumSqr xs
                                                                                             Baczność!:)
                                                                                             Pisanie kodu podobnego do powyższego grozi ... [a tego wolelibyśmy uniknąć]
   Roman Dębski (KI, AGH)
                            Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                             2 listopada 2021
                                                                                           Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                     Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                      2 listopada 2021
Funkcje wyższego rzędu, funkcje jako argumenty
                                                                                        Funkcje jako wyniki
                                                                                                                   df :: (Double -> Double) -> (Double -> Double)
      Funkcja wyższego rzędu
                                                                                                                   df f = \x -> (f (x + h) - f (x - h)) / (2 * h)
      to funkcja, która zwraca i/lub przyjmuje jako argument(y) inne funkcje
                                                                                                                     where h = 1e-8
                                                                                         f'(x_0, h) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}
            Funkcje jako argumenty
                                                                                                                   absErr :: Num a => (t -> a) -> (t -> a) -> t -> a
                                                                                                                   absErr fExact fApprox x=abs (fExact x - fApprox x)
            sumWith :: Num a \Rightarrow (a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a
            sumWith _ [] = 0
sumWith f (x:xs) = f x + sumWith f xs
                                                                                               ghci> xs = [0,0.2..1.0]
                                                                                               ghci> zip xs (map (absErr (x \rightarrow 2 * x) (df (x \rightarrow x^2))) xs)
            sum, sumSqr, sumCub, sumAbs :: [Integer] -> Integer
                                                                                                              0.0),
2.105423613230073e-10),
                                                                                               [(0.0,
                                                                                                (0.2.
                  = sumWith (\e -> e)
                                             -- sumWith (id)
                                                                                                                        4.210847226460146e-10),
            (0.6000000000000001, 4.919487928134458e-9),
                                                                                                (0.8000000000000002, 1.0260060578914931e-8), (1.00000000000000002, 6.6038272628077266e-9)]
            sumAbs = sumWith (\e -> abs e) -- sumWith (abs)
                 Funkcje anonimowe, wyrażenia \lambda (\lambda-wyrażenia)
                                                                                               Z iloma argumentami wywołana jest funkcja absErr?
                 ghci> (\x y -> x + y) 1 2
                                                                                               absErr (x \rightarrow 2 * x) (df (x \rightarrow x^2) :: Double \rightarrow Double
   Roman Dębski (KI, AGH)
                                                              2 listopada 2021
                                                                                           Roman Dębski (KI, AGH) Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                      2 listopada 2021
Domknięcie funkcji (closure)
                                                                                        Operatory (.) (złożenie funkcji) i ($) (obliczenie wartości/'aplikacji' funkcji)
                                                                                          Złożenie w matematyce
                                                                                                                               ... i w Haskellu
                                                                                                                               (.) :: (b -> c) -> (a -> b) -> a -> c
                                                                                          (f \circ g)(x) = f(g(x))
                         Domknięcie (funkcji), closure
                                                                                                                               f \cdot g = \x \rightarrow f (g x)
                         funkcja + (jej) środowisko
                                                                                                           ghci > f x = 2 * x
                                                                                                           ghci> g x = x ^ 2
                            f'(x_0, h) \approx \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}
                                                                                                           ghci> f_o_g x = (f . g) x -- 2 * x^2
                                                                                                           ghci> g_o_f = g . f
ghci> f_o_g 3 -- 18
                                                                                                                                        -- 4 * x^2
          df :: (Double -> Double) -> Double -> (Double -> Double)
                                                                                                           ghci> g_o_f 3 -- 36
          df f h = \x -> (f (x + h) - f (x - h)) / (2 * h)
                                                                                           Uwaga: $ priorytet 0, prawostronna łączność
                                                                                                                                    ghci> f = \xy -> x^2 + y^2
                     ghci > dfSarXDx = df (\x -> x^2) 1e-8
                                                                                                                                    ghci> f 1 2 + 3
                                                                                           ($) :: (a -> b) -> a -> b
                     ghci> dfSqrXDx 1
                                                                                                                                    ghci> f 1 $ 2 + 3 -- 26
                                                                                           f $ x = f x
                      1.9999999933961732
                                                                                                            istnieje też operator $! (f $! x) – wersja 'strict' operatora $
   Roman Dębski (KI, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                              2 listopada 2021 7 / 17
                                                                                           Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                    Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                       2 listopada 2021
```

```
Plan wykładu
                                                                                            Funkcje wyższego rzędu: filter
                                                                                                                                                               \bullet \circ \bullet \circ \circ
                                                                                                                  filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
                                                                                                                  filter _ [] = []
                                                                                                                                                                  0000
                                                                                                                  filter p (x:xs)
                                                                                                                                   = x : filter p xs
                                                                                                                       | p x
                                                                                                                       otherwise = filter p xs
                                                                                                ghci> filter (\x -> x < 5 && x > 1) [1..10] -- [2,3,4]
ghci> filter (<5) [1..10] -- [1,2,3,4]
ghci> filter even [1..10] -- [2,4,6,8,10]
Wzorzec 'Collection Pipeline'
                                                                                                ghci> filter (\s -> length s == 2) ["a", "aa", "aaa", "b", "bb"]
["aa", "bb"]
                                                                                                ghci> filter (\(x,y) -> x > y) [(1,2), (2,2), (2,1), (2,2), (3,2)]
                                                                                                                    filter and list comprehension
                                                                                                                    filter p xs = [x | x <- xs, p x]
   Roman Dębski (KI, AGH)
                                       wanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                 2 listopada 2021
                                                                                               Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                          Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                             2 listopada 2021
Funkcje wyższego rzędu: map
                                                                                            Funkcje wyższego rzędu: foldr [reduce]
                                                                   00000
                                                                                                                                                              000000
                                                                                                                         Częsty schemat rekursji*
                                                                                                                         f []
                                                                   map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
                                                                                                                         f (x:xs) = x `op` (f xs)
                      map _ [] = []
                                                                                                                          -- sum: z = 0, op = +
                      map f (x:xs) = f x : map f xs
                                                                                                                          -- prod: z = 1, op = *
 ghci> map (\e -> e^2) [1..5] -- [1,4,9,16,25]
                                                                                                              foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
 ghci> map (1+) [1..5] -- [2,3,4,5,6]
                                                                                                              foldr f z []
 ghci> map ($ 2) [(^2), (^3), (^4), (^5)] -- [4,8,16,32]
                                                                                                              foldr f z (x:xs) = f x (foldr f z xs)
 ghci> map (\e -> (e, length e)) ["My", "name", "is", "Inigo", "Montoya"]
[("My",2), ("name",4), ("is",2), ("Inigo",5), ("Montoya",7)]
                                                                                                    ghci> foldr (+) 0 [1..5] -- 15
                                                                                                    ghci> foldr (*) 1 [1..5] -- 120
                                                                                                    ghci> foldr (||) False [False, False, True, False] -- True ghci> foldr (&&) True [False, False, True, False] -- False ghci> foldr (\_n -> 1 + n) 0 [1..10] -- 10
                      map and list comprehension
                      map f xs = [f x | x < - xs]
                                                                                                    ghci> foldr (\x xs -> xs ++ [x]) [] [1..5] --
                                                                                             * foldr ~ (:) -> f. [] -> z
   Roman Dębski (KI, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                 2 listopada 2021
                                                                                 11 / 17
                                                                                               Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                        Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                             2 listopada 2021
Funkcje wyższego rzędu: foldl [reduce]
                                                                                            Funkcje: zip, unzip, zipWith
                                                                  000000
                                                                                                                                                             THINK!
                                                                           8
                     Rekursja z akumulatorem" [z ~ acc]
                                                                                             zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
                    f :: Num t => t -> [t] -> t
                                                                                             zipWith _ [] = []
zipWith _ [] = []
zipWith f (x:xs) (y:ys) = f x y : zipWith f xs ys
                    f z [] = z -- z, op jak dla foldr
f z (x:xs) = f (x `op` z) xs
                 fold1 :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b fold1 f z [] = z
                                                                                                                                          unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])
unzip [] = ([],[])
unzip ((x,y) : xys) = (x:xs, y:ys)
                                                                                            zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
                                                                                            zip [] = []
zip [] _ = []
                  foldl f z (x:xs) = foldl f (f z x) xs
                                                                                            zip (x:xs) (y:ys) = (x,y) : zip xs ys
                                                                                                                                            where (xs, ys) = unzip xys
        Funkcje pokrewne
        foldl1 :: Foldable t => (a -> a -> a) -> t a -> a
                                                                                                    ghci> zip [1,2,3] ['a','b'] -- [(1,'a'),(2,'b')]
ghci> unzip [(1,'a'),(2,'b')] -- ([1,2],"ab")
ghci> unzip (zip [1,2,3] ['a','b']) -- ([1,2],"ab")
                    Foldable t => (a -> a -> a) -> t a -> a
        foldr1 ::
                 :: Foldable t => (b -> a -> b) -> b -> t a -> b
                                                                                                     ghci> zipWith (+) [1..5] [5,4..1] -- [6,6,6,6,6]
   Roman Dębski (KI, AGH) Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                 2 listopada 2021 13 / 17
                                                                                               Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                        Programowanie funkcyjne (wykł.3) 2 listopada 2021
Funkcja concat [flatten]
                                                                                            Wzorzec 'Collection pipeline'
                                                                  000000
                                                                                             "Collection pipelines are a programming pattern where you organise some computation
                                                                            Ш
                                                                                             as a sequence of operations which compose by taking a collection as output of one
                                                                  000000
                                                                                             operation and feeding it into the next. (Common operations are filter, map, and
                                                                                             reduce). This pattern is common in functional programming, and also in object-oriented
                                                                                             languages which have lambdas".
                             concat :: [[a]] -> [a]

    Martin Fowler

                             concat = foldr (++) []
                                                                                                   capitalize :: [Char] -- Data. Char, Data. List needed
        ghci> concat [[1,2],[3,4]]
                                                                                                   capitalize [] = []
        [1,2,3,4]
                                                                                                   capitalize (x:xs) = toUpper x : (map toLower xs)
        ghci> (concat . concat) [ [[1,2], [3,4]] , [[5,6], [7,8]] ]
                                                                                                   formatStr s = foldr1 (\w s -> w ++ " " ++ s) .
                                                                                                                   map capitalize
                                                                                                                   filter (\x ->  length x >  1) $
                                                                                                                   words s
                                                                                                   ghci> formatStr "tomasz t bogdan anna Jerzy j maria"
"Tomasz Bogdan Anna Jerzy Maria"
   Roman Dębski (KI, AGH)
                             Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                2 listopada 2021 15 / 17
                                                                                               Roman Dębski (KI, AGH)
                                                                                                                          Programowanie funkcyjne (wykł.3)
                                                                                                                                                             2 listopada 2021
                                                                                                                                                                               16 / 17
```

## Bibliografia

- Simon Thompson, Haskell: The Craft of Functional Programming, Addison-Wesley Professional, 2011
- Graham Hutton, Programming in Haskell, Cambridge University Press, 2007
- https://wiki.haskell.org
- http://learnyouahaskell.com

Roman Dębski (KI, AGH)

Programowanie funkcyjne (wykł 3)

2 listopada 2021