باسمه تعالي

توصيف اختراع کنترل آونگ وارون دوراني با الگوريتم کنترل فازي مدل مبنا

چکيده: در اين گزارش، جزئيات ساخت و کنترل سيستم آونگ وارون چرخشي، که در آزمايشگاه کنترل ديجيتال دانشکده مکانيک دانشگاه علم و صنعت ايران انجام شده، ارائه شده است. مکانيزم عملکرد اين سيستم شامل مراحل swing up و پايدار سازي آونگ در نقطة تعادل ناپايدار آن، مي‌شود. مرحلة اول توسط يک کنترلر فازي متداول که قوانين آن بر مبناي ايدة جديد کنترل انرژي نوشته شده, انجام مي‌گيرد. به منظور تحقق مرحلة دوم, از کنترل فازي مدل مبنا استفاده شده است. نتايج تجربي ارائه شده در اين گزارش بيانگر پايداري بالاي سيستم و عملکرد خوب و مقاوم بودن کنترل کنندة پيشنهادي مي‌باشد.

۱- مقدمه

سيستم آونگ وارون دوراني شامل يک رابط (لينک) بنام آونگ (پاندول) مي‌باشد که به رابط ديگري بنام بازو که قابليت چرخش در صفحة افقي را دارد, لولا شده است. هدف کنترلي در اين سيستم, رساندن رابط آونگ از نقطة تعادل پايدار پاييني به نقطة تعادل ناپايدار بالايي توسط چرخش کنترل شدة رابط بازو درصفحة افقي مي‌باشد. عليرغم سادگي مکانيزم آونگ وارون, بعضي از ويژگيهاي آن مانند ناپايداري ذاتي و خاصيت غير خطي بالا, سبب شده که اين سيستم بعنوان معيار سنجش عملکرد الگوريتمهاي کنترلي مختلف مورد استفاده قرار گيرد. همچنين شباهت رفتار اين سيستم به بسياري از سيستمهاي فيزيکي مانند راکتها و دستگاههاي انتقال دهندة اشيا و انسان (object & human transporter vehicle) باعث ايجاد انگيزههاي عملي براي کنترل اين سيستم شده است.

اين گزارش شامل ۶ بخش مي‌باشد. بخش ۲ بخشهاي مختلف سيستم را توصيف مي‌كند. در بخش ۳ مدلسازي فيزيكي و رياضي سيستم ارائه شده است. بخش ۴ به الگوريتم كنترل فازي طراحي شده جهت swing up آونگ مي‌پردازد. بخش ۵ كه مهمترين بخش گزارش است, راجع به كنترل سيستم به روش فازي مدل مبنا مي‌باشد. اين كنترلر بطور مقاوم آونگ را در نقطة تعادل ناپايدارش, پايدار مي‌سازد. در بخش ۵ نتايج شبيه سازي و تست عملي سيستم آورده شده است.

۲- توصيف بخشهاي مختلف سيستم

شكل ۱ سيستم آونگ وارون ساخته شده در آزمايشگاه كنترل ديجيتال دانشگاه علم .و صنعت ايران را نشان مي‌دهد. اين سيستم شامل دو رابط به نامهاي بازو و آونگ مي‌باشد. بازو توسط يک موتور DC در صفحة افقي دوران مي‌كند. آونگي كه به اين بازو لولا شده است تحت تاثير حركت دوراني بازو از موقعيت پايين به موقعيت بالا به اصطلاح swing up مي‌كند و در نهايت پايدار مي‌گردد. زواياي رابطهاي آونگ و بازو توسط دو انكدر افزايشي (incremental) با رزولوشن ۱۰۲۴ پالس بر دور اندازه‌گيري مي‌شود.

شكل ۱: سيستم آونگ وارون چرخشي

به منظور شمارش پالسهاي رسيده از انکدر و تعيين زاويه و جهت چرخش رابطها, مدار شمارنده طراحي و ساخته شده است. همچنين پيادهسازي استراتژي کنترلي در نرم افزار MATLAB/SIMULINK/RTW انجام شده است. از يک برد data acquisition ساخت شرکت Advantech نيز جهت دريافت اطلاعات سنسورها و ارسال آن به کامپيوتر از از طريق پورتهاي ديجيتال و همچنين ارسال خروجي کنترلي به موتور DC از طريق پورت D/A استفاده شده است.

۳- مدلسازي فيزيکي و رياضي سيستم

به منظور استخراج معادلات رياضي آونگ وارون, از يک سري فرضيات ساده سازي استفاده شده است. در اين فرضيات از اصطکاک, لقي جعبه دندة موتور, ديناميک سنسورها و ديناميک درايور موتور صرفنظر شده است.

جدول ۱ علائم اختصاري و مقادير عددي متناظر آنها را در سيستم ساخته شده نشان ميدهد.

جهت بدست آوردن معادلات حرکت, روش لاگرانژ مورد استفاده قرار گرفته است. مختصات کلي سيستم عبارتند از زاوية آونگ ($q_1 = \theta$) و زاوية بازو ($q_2 = \varphi$). فرم کلي معادلات لاگرانژ به صورت زير ميباشد؛

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \qquad (۱)$$

انرژي پتانسيل, U, و انرژي جنبشي, T, سيستم عبارتند از؛

$$U = (m + \frac{1}{2} m_p) g l \cos\theta \qquad (۲)$$

$$T = \frac{1}{2}(MR'^2 + J_A + J_c + J_H + K_g{}^2 J_r)\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}((R^2 + \frac{1}{3} l_p{}^2 \sin^2\theta)\dot{\phi}^2 + R l_p \dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta + \frac{1}{3} l_p{}^2 \dot{\theta}^2) \qquad (۳)$$

در نهايت پس از جاگذاري معادلات مربوط به انرژيها در رابطة لاگرانژ و اضافه کردن معادلة مربوط به موتور, معادلات حرکت سيستم آونگ وارون مطابق زير بدست ميآيند؛

$$\alpha \cos\theta \ddot{\phi} + \beta \ddot{\theta} - \beta \sin\theta \cos\theta \dot{\phi}^2 + \gamma \sin\theta = 0 \qquad (٤)$$

$$(\beta \sin^2\theta + \lambda)\ddot{\phi} + \alpha \cos\theta \ddot{\theta} + 2\beta \sin\theta \cos\theta \dot{\theta}\dot{\varphi} - \alpha \sin\theta \dot{\theta}^2 = K_g K_m i \qquad (۵)$$

$$\dot{i} = (\frac{V - Ri - K_g K_m \dot{\phi}}{L}) \qquad (٦)$$

خدول ۱: علائم اختصاري و مقادير متناظر آنها را در سيستم ساخته شده

Notation	Description	Value
m	جرم متمركز بالاي آونگ	0 kg
M	جرم انكدر	0.24 kg
m_p	جرم آونگ	0.045 kg
m_A	جرم بازو	0.095 kg
l_p	طول آونگ	0.55 m
l_A	طول بازو	0.4 m
R	فاصلة جرم m از محور دوران	0.155 m
R'	فاصلة جرم M از محور دوران	0.325 m
r_{pi}	شعاع داخلي رابط آونگ	0.004 m
r_{po}	شعاع خارجي رابط آونگ	0.005 m
r_{Ai}	شعاع داخلي رابط بازو	0.006 m
r_{Ao}	شعاع خارجي رابط بازو	0.008 m
J_p	ممان اينرسي اونگ	0.0045 $kg.m^2$
J_A	ممان اينرسي بازو	0.0022 $kg.m^2$
J_H	ممان اينرسي نگهدارندة انكدر	0.00007 $kg.m^2$
J_r	ممان اينرسي شفت موتور	0.00018 $kg.m^2$
i	جريان موتور	-
R_Ω	مقاومت موتور	1.5 ohm
L	اندوكتانس سلف موتور	306 mH
K_m	ثابت گشتاور موتور	0.055 N.m/A
K_g	نسبت تغيير دور جعبه دنده	55

در روابط بالا داريم؛

$$\alpha = mRl_p + \frac{1}{2} m_p R l_p \qquad (۷)$$

$$\beta = m l_p^{\;2} + J_p \qquad (۸)$$

$$\gamma = (m + \frac{1}{2} m_p) g l_p \qquad (۹)$$

$$\lambda = (m + m_p)R^2 + MR'^2 + J_A \qquad (10)$$

۴- الگوريتم Swing up

عمليات swing up آونگ, با استفاده از كنترلر فازي انجام گرفته است. قوانين زير با اين منطق نوشته شده اند كه انرژي سيستم را به طور تدريجي افزايش دهند.

۱. اگر θ مثبت (منفي) كوچک و $\dot{\theta}$ مثبت (منفي) است آنگاه ورودي سيستم مثبت (منفي) است.

۲. اگر θ مثبت (منفي) كوچک و $\dot{\theta}$ منفي (مثبت) است آنگاه ورودي سيستم صفر است.

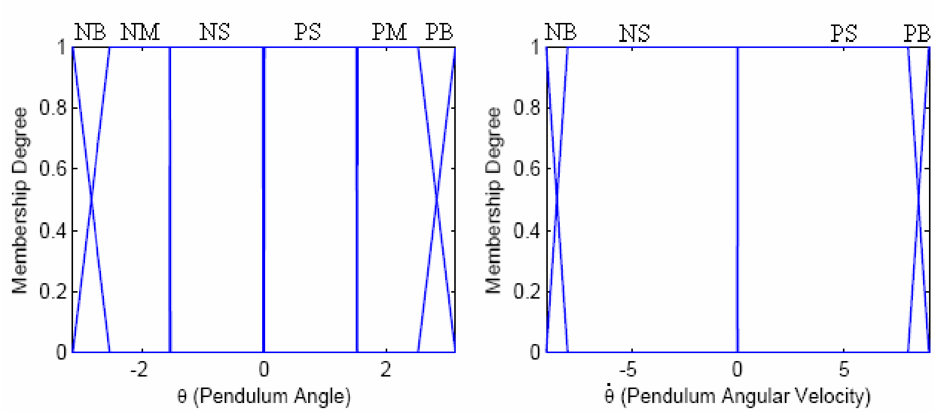
۳. اگر θ مثبت (منفي) متوسط است آنگاه ورودي سيستم صفر است.

۴. اگر θ مثبت (منفي) بزرگ و $\dot{\theta}$ مثبت (منفي) كوچک است آنگاه ورودي سيستم مثبت (منفي) است.

۵. اگر θ مثبت (منفي) بزرگ و $\dot{\theta}$ منفي (مثبت) كوچک است آنگاه ورودي سيستم صفر است.

۶. اگر θ مثبت (منفي) بزرگ و $\dot{\theta}$ مثبت (منفي) بزرگ است آنگاه ورودي سيستم صفر است

تابع عضويت ترمهاي فازي قوانين بالا در شكل ۲ نشان داده شده است هنگاميكه آونگ در زاوية ۳۰ درجه نسبت به نقطة تعادل ناپايدار بالايي خود است كنترلر swing up به كنترلر فازي مدل مبنا كه براي پايدار سازي آونگ در نقطة تعادل بالايي طراحي شده است سوئيچ مي‌شود.



شكل ۲: توابع عضويت ترمهاي فازي كنترلر فازي swing up

۵- پايدار سازي

از آنجائيکه مدل تحليلي سيستم در دست است, از استراتژي کنترلي مدل مبنا (model-based) بجاي کنترل فازي متداول دانش مبنا (knowledge-based) براي پايداز سازي آونگ استفاده شده است. مزيت استفاده از اين روش اين است که توابع عضويت ترمهاي فازي با روش کاملا سيستماتيک بدست مي‌آيند. در حاليکه در روش کنترل فازي متداول توابع عضويت به روش سعي و خطا تعيين مي‌شوند که براي سيستمهاي ناپايداري مانند آونگ وارون, بسيار وقتگير و مشکل مي‌باشد. براي طراحي کنترلر فازي مدل مبنا نياز به بدست آوردن مدل فازي سيستم است که در بخش بعدي توضيح داده مي‌شود.

۵-۱ مدل فازي **Takagi Sugeno(TS)** سيستم

در مدل فازي TS, هر قانون که بيانگر ارتباط بين ورودي - خروجي سيستم غير خطي بطور محلي است به صورت بيان مي‌شود؛

اگر $z_1(t)$ برابر M_{i1} و ... و $z_p(t)$ برابر M_{ip} آنگاه $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$

در رابطة بالا $z_1(t), \ldots, z_p(t)$ متغيرهاي فازي هستند که معمولا تابعي از متغيرهاي حالت سيستم مي‌باشند. M_{ij} ها, توابع عضويت متناظر متغيرهاي فازي هستند.. A_i و B_i ماتريسهاي مشخص و ثابت زيرسيستمها مي‌باشند. ديناميک کلي سيستم که ترکيب فازي همة زير سيستها است به صورت زير مي‌باشد؛

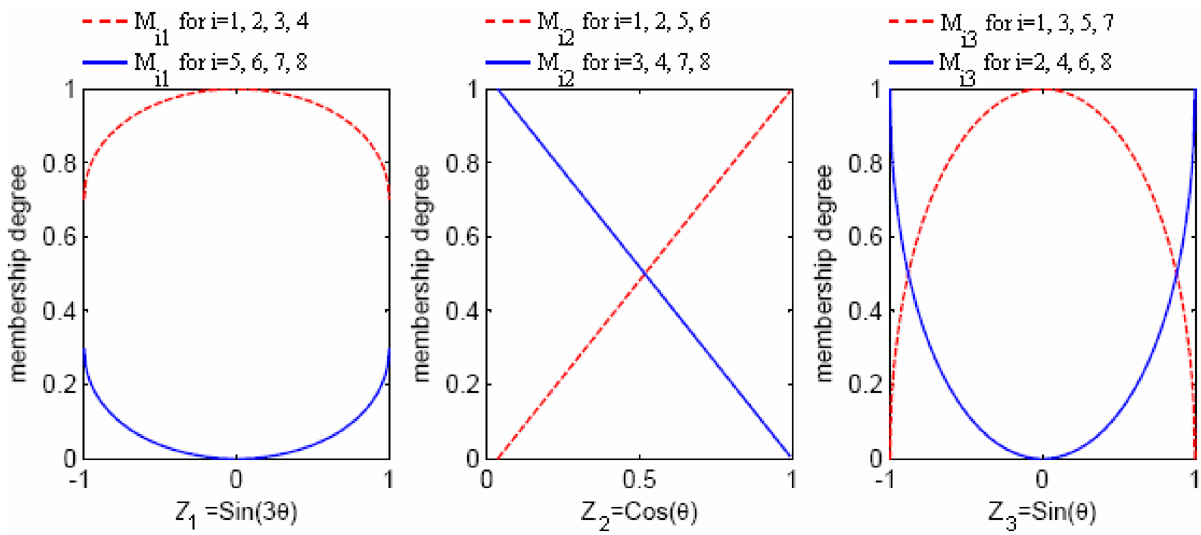
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \tag{۱۱}$$

در رابطة بالا r تعداد قوانين و $z(t)=[\, z_1(t)\ z_2(t)\ \ldots\ z_p(t)]$ و داريم؛

$$h_i(z(t)) = \frac{\prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t))}{\sum_{k=1}^{r}\prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t))} \tag{۱۲}$$

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1, \quad h_i(z(t)) \in [0,1] \quad \text{for } i = 1,2,\ldots,r. \tag{۱۳}$$

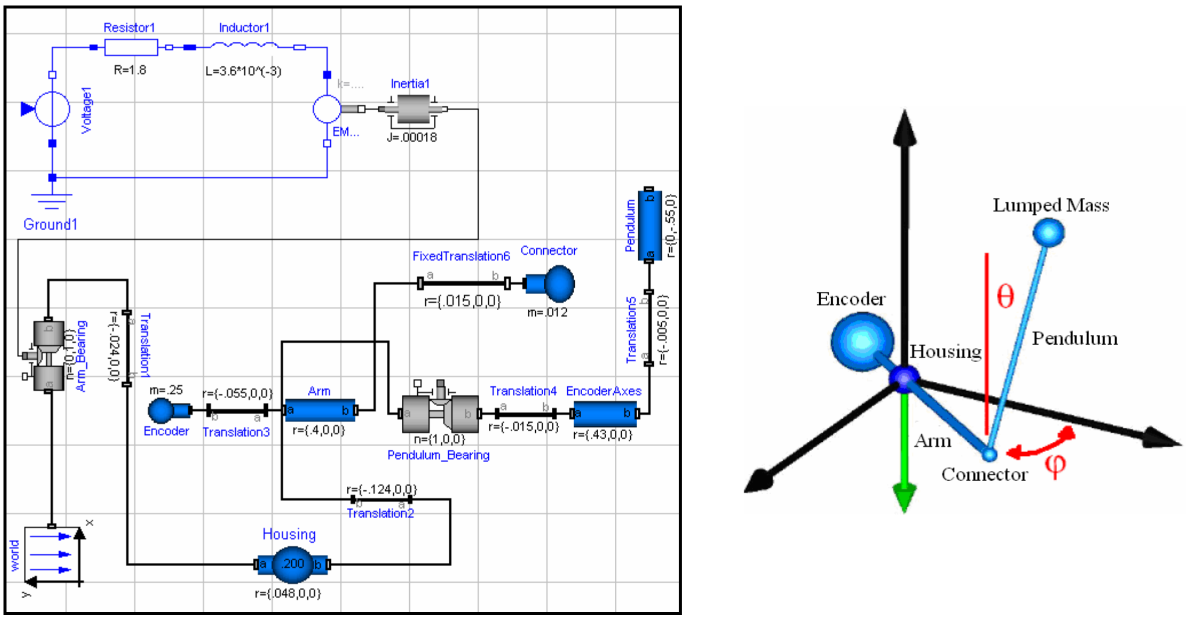
براي مورد خاص سيستم آونگ وارون, مدل فازي با سه متغير فازي كه تابعي از θ هستند بيان مي‌شود. اين متغيرها و توابع عضويت متناظر آنها كه بطور سيستماتيک و با استفاده از تئوريsector nonlinearity بدست آمده اند در شكل ۳ نشان داده شده است.



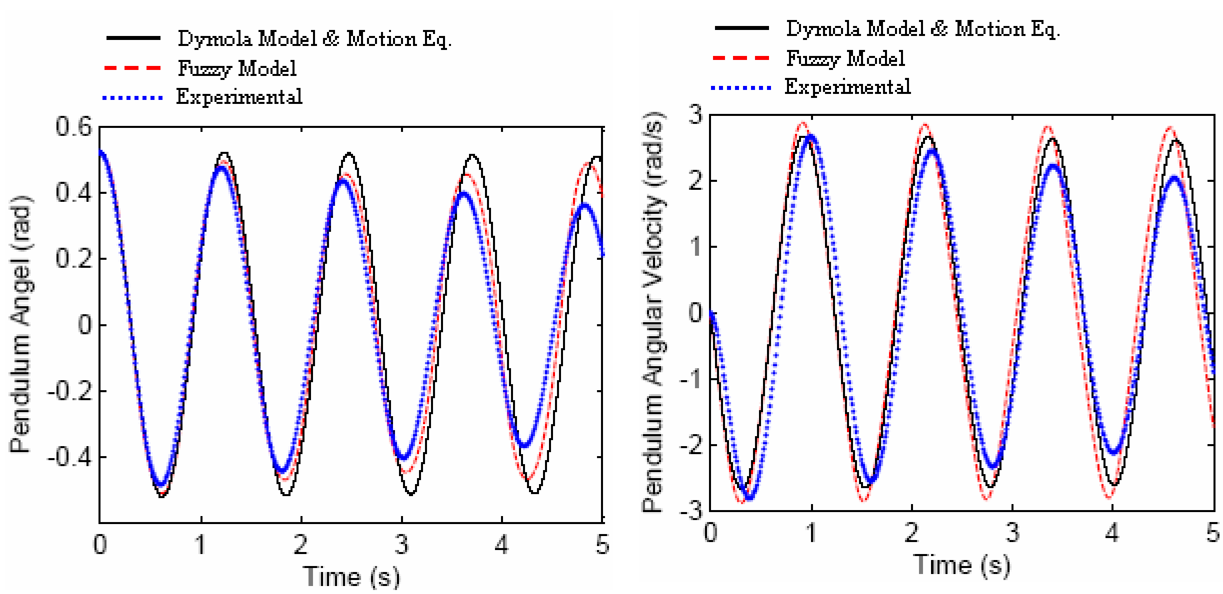
شكل ۳: توابع عضويت متغيرهاي كنترلر فازي مدل مبنا

۵-۲ بررسي صحت مدلسازي

به منظور بررسي صحت مدل فازي, اين مدل با مدلي كه از روش لاگرانژ استخراج شده و همچنين مدلي كه با استفاده از المانهاي كتابخانه‌اي زبان شيء گراي Modelica كه درنرم افزار Dymola ايجاد گشته و در شكل ۴ نشان داده شده است, مقايسه گرديده است. در فرايند شبيه سازي, اين مدلها از شرايط اولية $\theta = 30^0$ و سرعت زاويه‌اي برابر صفر رها شده‌اند. نتايج حاصل از اين شبيه‌سازي در شكل ۵ نشان داده شده است. نمودارهاي حاصل از مدل فازي تطابق خوبي با مدلهاي لاگرانژ و Dymola دارد. در همين شكل نتايج حاصل از تست تجربي سيستم نيز قابل مشاهده است. با مقايسه نتايج حاصل از شبيه‌سازي و تست تجربي در شكل ۵, مشاهده مي‌شود كه فركانس نوسان در هر دو حالت مشابه است ولي تفاوت اندكي در دامنة پاسخها وجود دارد. اين تفاوت به خاطر وجود اصطكاک ويسكوز در بيرينگهاست كه در مدلسازي فيزيكي سيستم به منظور ساده سازي مدل, لحاظ نشده است.



شکل ۴: مدل سیستم آونگ وارون چرخشي در نرم افزار Dymola



شکل ۵: پاسخهاي حاصل از مدلهاي شبيسازي شده و سيستم اصلي جهت تاييد صحت مدلسازي

مقايسه بين مدلهاي شبيه سازي شده و سيستم واقعي و تطابق پاسخها در هر دو حالت, تاييدي بر کل روند مدلسازي است. در ادامه از اين مدل فازي براي طراحي کنترلر استفاده شده است.

۳-۵ الگوريتم كنترلي مدل مبنا

در طراحي كنترلر فازي مدل مبنا, هر قانون از قانون متناظر آن در مدل فازي TS بدست مي‌آيد. هر قانون كنترلي به صورت زير قابل بيان است؛

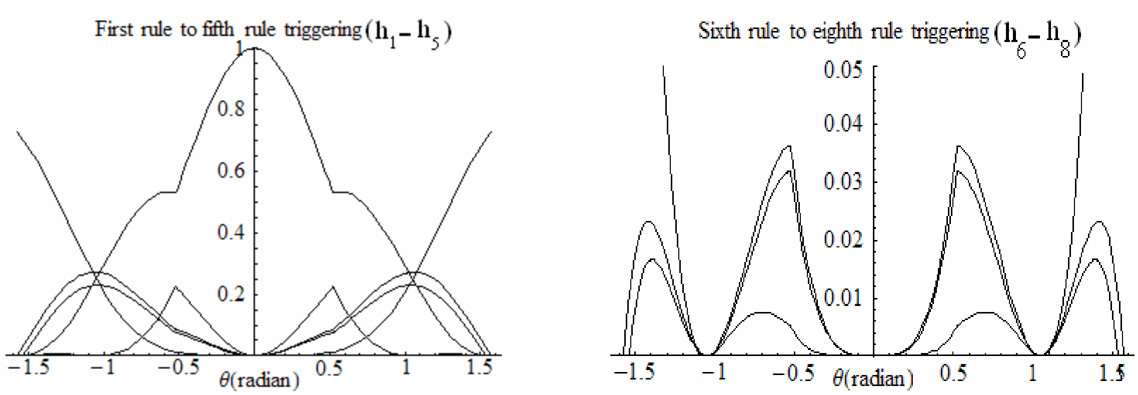
اگر $z_1(t)$ برابر M_{i1} و ... و $z_p(t)$ برابر M_{ip} آنگاه $u(t) = -F_i x(t)$

قانون كنترلي كلي كه تركيب فازي قوانين كنترلي بالا مي‌باشد به صورت زير قابل بيان است؛

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t), \qquad (۱٤)$$

در رابطة بالا $F_i; i = 1, \ldots, r$ بهره‌هاي فيدبک حالت هر زيرسيستم در نواحي مختلف θ هستند. اين بهره‌ها با روش LQR بدست آمده‌اند.

شكل ۶ نمودار فعال شدن هر كدام از قانونهاي كنترلي را بر حسب θ نشان مي‌دهد. همانطور كه مشاهده مي‌شود سه قانون آخر بسيار كمتر از قوانين ديگر فعال مي‌شوند. بهمين خاطر از اين سه قانون صرفنظر مي-شود و كنترلر فازي پايدار ساز آونگ وارون تنها با پنج قانون قابل بيان است.



شكل ٦: نمودار فعال شدن قانونهاي كنترلر فازي مدل مبنا

٤-٥ طراحي رويت‌گر

به منظور پياده سازي كنترلر فازي, همة حالتهاي سيستم بايد در دسترس باشند. ولي در مورد سيستم آونگ وارون, تنها ۲ حالت سيستم كه عبارتند ار زاوية بازو و آونگ كه توسط انكدرها اندازه‌گيري مي‌شوند, در

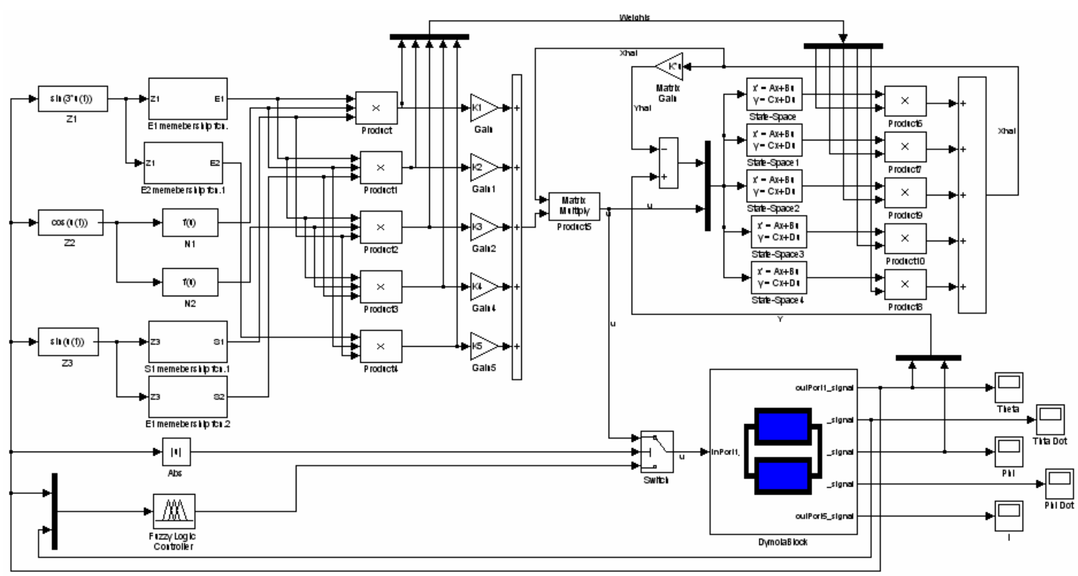
دسترس مي‌باشند. براي تخمين حالتهاي ديگر (سرعتهاي زاويه‌اي و جريان موتور) رويت‌گر فاري طراحي گرديده است. قوانين رويت‌گر فازي به صورت زير بيان مي‌شوند؛

اگر $z_1(t)$ برابر M_{i1} و ... و $z_p(t)$ برابر M_{ip} آنگاه $\dot{\hat{x}}(t) = A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t))$

هنگاميكه متغيرهاي فازي به حالتهاي تخمين زده شده توسط رويت‌گر بستگي نداشته باشند, ديناميک كلي رويت‌گر فازي به صورت زير قابل بيان است؛

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i(y(t) - \hat{y}(t))) \qquad (۱۵)$$

قابل اثبات است كه بهره‌هاي كنترلر فازی و رويت‌گر فازی به صور مجزا قابل تعيين هستند. اين نتيجه مشابه قانون معروف separation براي سيستمهاي خطي مي‌باشد. شكل ۷ كنترلر و رويت‌گر طراحي شده براي سيستم آونگ وارون را نشان مي‌دهد.



شكل ۷: بلاک دياگرام كنترلر و رويت‌گر طراحي شده براي سيستم آونگ وارون

۵-۵ تحليل پايداري سيستم

در بخش قبل براي هر زير سيستم كنترلر پايدار و رويت‌گر مناسب طراحي گرديد. تئوري زير شرط كافي براي پايداري سيستم كلي را بيان مي‌كند.

تئوري[۱] : نقطة تعادل سيستم کلي شامل کنترلر و رويت‌گر فازي پايدار مجانبي است اگر ماتريس مثبت معين P وجود داشته باشد که در LMI هاي زير صدق کند؛

$$G_{ii}^{T}P + PG_{ii} < 0 \quad (16)$$

$$\left(\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\right)^{T}P + P\left(\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\right) < 0 \quad i<j \text{ s.t. } h_i(z(t))\times h_j(z(t)) \neq 0 \text{ for all } z(t) \quad (17)$$

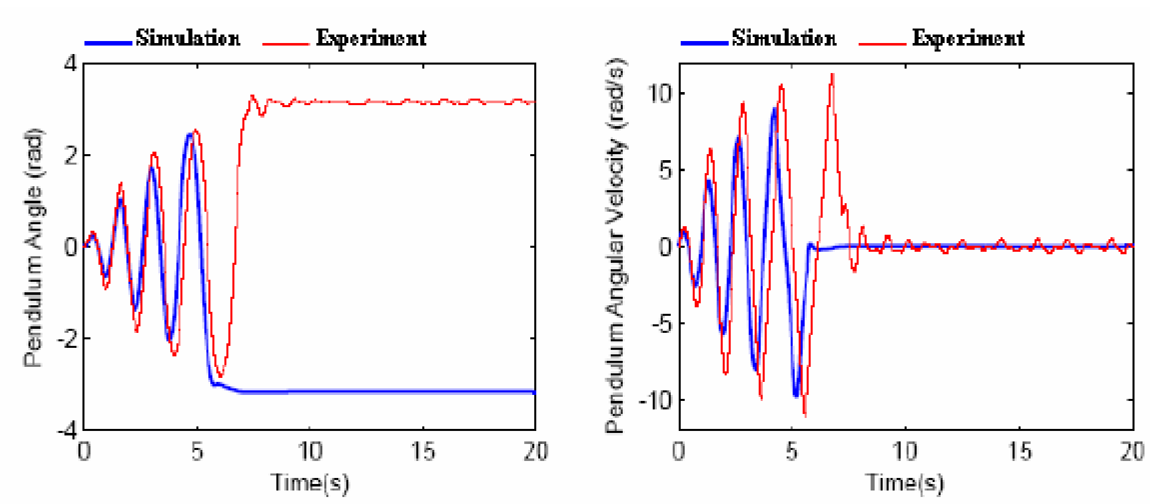
در روابط بالا داريم؛

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_iF_j & B_iF_j \\ 0 & A_i - K_iC_j \end{bmatrix} \quad (18)$$

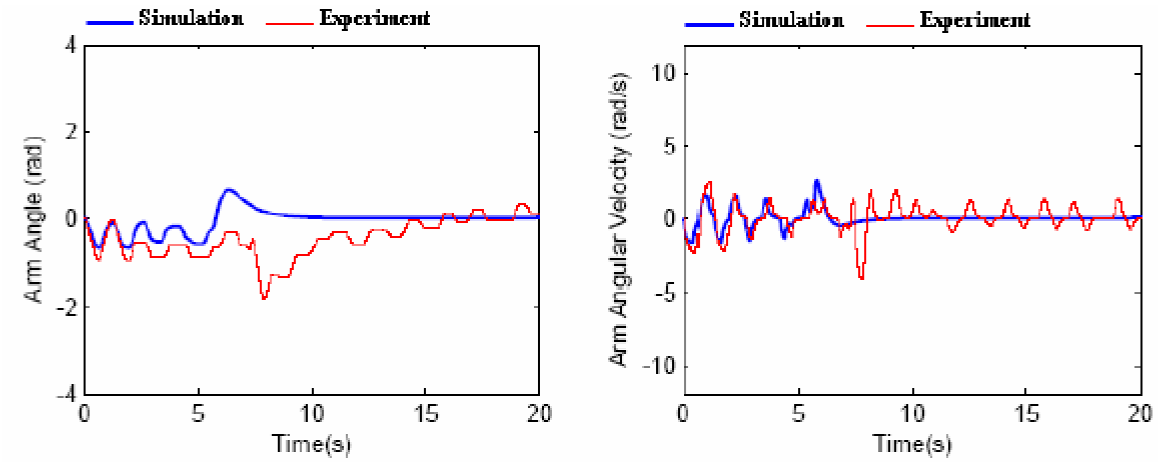
براي سيستم آونگ وارون ماتريس مثبت معين P با استفاده از LMI toolbox نرم افزار MATLAB بدست آمده است.

۶- بحث و نتيجه‌گيري

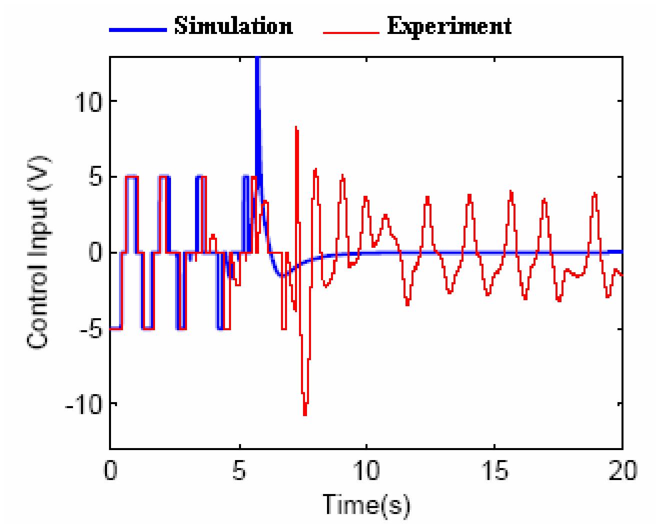
شکلهاي ۸, ۹ و ۱۰ پاسخ سيستم حلقه بسته را در دو حالت شبيه‌سازي و تست عملي نشان مي‌دهد. در اين شکلها نتايج موفقيت آميزي در دو مرحلة swing up و پايدار سازي بوضوح قابل رويت است.



شکل ۸ : نمودارهاي زاوية آونگ و سرعت زاويه‌اي آونگ بر حسب زمان



شكل ۹ : نمودارهاي زاوية بازو و سرعت زاويه‌اي بازو بر حسب زمان



شكل ۱۰ : نمودار ورودي كنترلي بر حسب زمان

اختلاف بين پاسخها به ويژه در قسمت آخر نمودارها به خاطر وجود عدم دقتهاي موجود در ساخت و همچنين فرضهاي ساده سازي مانند صرفنظر كردن از اصطكاک ها و لقي جعبه دنده موتور و همچنين تا حد كمي هم بخاطر ناديده گرفتن انعطاف پذيري رابطها و اتصالات مي‌باشد. بطور خلاصه شكلهاي ۸, ۹ و ۱۰ موفقيت آميز بودن استراتژي كنترلي پياده سازي شده را نشان مي‌دهد.

مراجع

[1] K. Tanaka, H.O. Wang, “Fuzzy Control Systems Design and analysis: A linear Matrix Inequality Approach.”, Wiley (2001)