

de  $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M} = \bigcup_{s>0} \mathcal{M}_s\}$ . Cependant, à une échelle donnée  $s$ ,  $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}_s\}$  constitue un tight frame permettant d'avoir

$$\sum_{\mu \in \mathcal{M}_s} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \|x\|_{L_2}^2, \quad \forall x$$

ainsi si nous considérons la représentation dans  $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}\}$ , nous avons

$$\sum_{\mu \in \mathcal{M}} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \sum_{s>0} \sum_{\mu \in \mathcal{M}_s} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \sum_{s>0} \|x\|_{L_2}^2 = \infty.$$

$\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}\}$  ne constitue pas une frame et n'est donc pas adéquat pour représenter les données.

Pour éviter la divergence de l'énergie de représentation, les données  $x$  sont décomposées dans un premier temps selon un filtrage passe-bande dont la plage de fréquences implique l'application d'une unique échelle des ridgelets multi-échelles. La décomposition fréquentielle est effectuée en intervalles dyadiques de la forme  $|\xi| \in [2^{2s}, 2^{2s+2}]$  par le filtre passe-bande  $\Delta_s$  auquel est associée la ridgelet multi-échelle  $s$ , donc  $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}_s\}$ . Les basses fréquences,  $|\xi| \leq 1$  sont récupérées par un filtre passe-bas  $P_0$ , ce filtre est associé à une ondelette  $\phi$  plutôt qu'à une ridgelet. La décomposition fréquentielle permet une conservation de l'énergie, tout comme l'application d'une seule échelle des ridgelets multi-échelles (ridgelets orthonormales), le dictionnaire ainsi défini correspond alors à une "tight" frame.

$$\|x\|_2^2 = \|P_0 x\|_2^2 + \sum_s \|\Delta_s x\|_2^2 = \langle P_0 x, \phi \rangle^2 + \sum_s \langle \Delta_s x, \psi_{\mu_s} \rangle^2 \quad \mu_s = (\lambda, Q) \in (\Delta, \mathcal{Q}_s)$$

La transformée en curvelet des données  $x \in \mathbb{R}^2$ , et leurs décompositions dans le dictionnaire, se calculent par les étapes suivantes dont une illustration est donnée dans [47] :

1. filtrage passe-bande sur la plage de fréquence  $|\xi| \in [2^{2s}, 2^{2s+2}]$  des données  $x$ ,
2. subdivision lisse des données filtrées en carrés dyadiques de taille  $2^{-s}$  dépendant du filtre utilisé,
3. remise à l'échelle du carré dyadique de façon à ce qu'il appartienne à  $[0, 1]^2$ ,
4. application de la transformée en ridgelet orthonormale.

La décomposition des données  $x$  dans ce dictionnaire s'écrit sous la forme d'un produit scalaire avec les atomes du dictionnaire  $\gamma_{\mu_s} = \Delta_s \psi_\mu, \mu_s \in \mathcal{M}_s$ . Nous notons  $\mathcal{C}_x$  la représentation de  $x$  dans le dictionnaire des curvelets.

$$\mathcal{C}_x = \{\langle \gamma_{\mu_s}, x \rangle\}_s \tag{3.4}$$

Cette transformée permet d'avoir une représentation parcimonieuse à partir d'un seuillage des formes courbes sur les données. Le taux d'approximation des formes courbes à partir des  $m$  plus grands coefficients de la décomposition dans le dictionnaire est asymptotiquement quadratique [22]. Ce taux d'approximation est meilleur que ceux définis à partir de la transformée de Fourier ou des ondelettes. Une transformée en curvelets rapide a été définie et implémentée dans [20].

### 3.2.4 Le dictionnaire des curvelets

Le dictionnaire des curvelets  $\mathcal{D}^C$  est surcomplet, ce qui peut entraîner une représentation par-cimonieuse des données (après seuillage des coefficients). La structure des atomes du dictionnaire est indépendante des données. De plus, chaque étape de la transformée est inversible. Il existe donc une transformée inverse  $\mathcal{C}_x^{-1}$  permettant de reconstruire la donnée d'origine à partir de sa décomposition dans le dictionnaire des curvelets, cette reconstruction est parfaite.

La reconstruction des données à partir du dictionnaire (la transformée inverse) correspond à la combinaison des atomes du dictionnaires pondérée par les coefficients de représentation des données. Nous représentons (Figure 3.2) les atomes du dictionnaire des curvelets  $\mathcal{D}^C$  dans le domaine des données (le domaine image). Chaque élément de la base correspond à la reconstruction lorsqu'un unique atome est activé avec pour coefficient 1 (3.5). Un atome est activé lorsque son coefficient associé est non nul.

$$\mathcal{D}^C = \{\mathcal{C}_{\mathbf{1}_{s,k,\theta}}^{-1}\}_{s,k,\theta} \quad (3.5)$$

avec  $\mathbf{1}_{s,k,\theta}$  la fonction indicatrice dans l'espace des coefficients de curvelets des coordonnées  $(s, k, \theta)$  correspondant respectivement à l'échelle, la position et l'orientation.

Différents atomes à différentes échelles sont représentés en figure 3.2. Les atomes de l'échelle la plus grossière n'ont pas de direction puisqu'il s'agit d'ondelettes. Les atomes d'échelles plus fines correspondent à de petites formes de raies linéaires permettant de caractériser des formes courbes par la concaténation de ces petites raies. Les raies des atomes à une même échelle ont toutes la même taille définie par celle de la subdivision en carrés dyadiques. Nous pouvons remarquer que plus l'échelle devient fine, plus la taille de l'atome diminue, permettant la caractérisation de formes courbes à petites échelles. Les atomes sur les bords de l'image répercutent leurs effets sur le bord opposé. L'intensité de l'atome est maximale sur le point étudié et décroît dans les différentes directions. Les atomes du dictionnaire des curvelets ont une action locale sur les données étudiées.

Le dictionnaire des curvelets a été utilisé dans le traitement d'images pour du débruitage dans [105] en seuillant les coefficients des curvelets pour caractériser l'information courbe sur l'image et pour l'analyse des séismes [27]. Un état l'art des différentes applications mises en place à partir des curvelets a été réalisé dans [77]. Le choix du dictionnaire est effectué par rapport à la nature de l'information pertinente présente dans les données (forme de raie).

## 3.3 Application des curvelets aux spectrogrammes vibratoires

### 3.3.1 Caractérisation des raies vibratoires à partir des curvelets

Les atomes du dictionnaire des curvelets ne s'adaptent pas aux données mais sont les mêmes indépendamment des données considérées. Ce dictionnaire reste néanmoins pertinent aux données

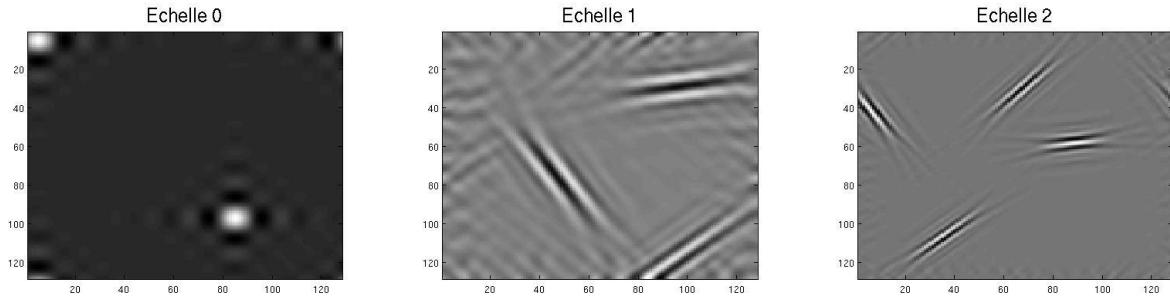


FIGURE 3.2 – Atomes du dictionnaire des curvelets à différentes échelles. La première image correspond aux atomes de l'échelle grossière correspondant à des ondelettes. Les deux images suivantes correspondent aux atomes de curvelets à des échelles plus fines. Les atomes caractérisent des formes de plus en plus petites.

de spectrogrammes de part la structure en raies de ces derniers. Nous considérons les spectrogrammes comme la superposition de raies qui peuvent être considérées comme la superposition de singularités courbes. Les curvelets permettent de caractériser naturellement des singularités courbes avec peu de coefficients. Cette représentation peut donc permettre de caractériser les différentes signatures vibratoires de manière parcimonieuse. La transformée en curvelet entière n'est pas indispensable, seuls les atomes dont l'orientation est colinéaire avec l'orientation des raies sont significatifs. Les autres, particulièrement ceux dont l'orientation est orthogonale par rapport aux raies, sont négligeables. La représentation parcimonieuse des spectrogrammes dans le domaine des curvelets est obtenue en seuillant les coefficients de la transformation. Seuls les atomes dont les coefficients correspondants sont supérieurs à un seuil défini sont nécessaires pour caractériser les raies vibratoires présentes sur le spectrogramme et permettre une bonne reconstruction de ces dernières. Les reconstructions de patchs à partir de différents seuillages des coefficients sont présentés en figure 3.3 pour un patch normal et en figure 3.4 pour un patch contenant des signatures atypiques. Les reconstructions sont établies à partir de 100%, 50%, 10%, 5% et 1% des coefficients représentant les patchs de taille  $128 \times 128$  dans le dictionnaire des curvelets à partir de 4 niveaux d'échelles. Dans cette configuration chaque patch est représenté par 46080 coefficients, soit une dimension de représentation dans le dictionnaire surcomplet 2.8 fois plus grande que la dimension des données.

En prenant en compte tous les coefficients, nous pouvons observer une reconstruction parfaite des patchs. En seuillant les coefficients de manière à récupérer uniquement les 50% et 10% des coefficients les plus importants, nous obtenons une bonne reconstruction des patchs avec des résidus contenant principalement du bruit. L'utilisation de 4608 coefficients (soit environ 28% de la dimension de l'image) est suffisante pour caractériser correctement les informations vibratoires normales et inusuelles présentes sur les patchs (les raies) et permettre un débruitage du patch. Le seuillage à 5%, donc en considérant 2304 coefficients (14% de la dimension de l'image), permet une bonne reconstruction des raies visuellement. Cependant une petite partie de l'information vibratoire se retrouve également dans les résidus. En considérant 1% des coefficients, la reconstruction n'est pas intéressante visuellement avec un flou sur toutes les raies ainsi que sur le bruit vibratoire. L'effet du seuillage sur la reconstruction est le même pour un patch normal

(Figure 3.3) que pour un patch atypique (Figure 3.4). Le dictionnaire des curvelets permet donc une bonne caractérisation des différentes raies du spectrogrammes en conservant un faible pourcentage des coefficients de représentation.

### 3.3.2 Comparaison des représentations en curvelet

Afin de détecter les patchs atypiques, nous comparons les distances entre les représentations seuillées des curvelets des différentes données. La figure 3.5a présente la matrice des distances  $L^2$  entre les différentes données. Les premiers points (couleur verte) dans la matrice correspondent aux patchs normaux, les suivants (couleur rouge) aux patchs inusuels. La matrice obtenue ne possède pas une structure diagonale par bloc, la distance des coefficients ne permet donc pas de discriminer les patchs atypiques des patchs normaux. La variabilité de l'information normale des patchs entraîne une modification des coefficients noyant les altérations des coefficients apportées par les raies inusuelles.

Les atomes du dictionnaire caractérisent une raie à une certaine position et orientation. Ainsi si deux mêmes atomes sont activés, c'est-à-dire si leurs coefficients associés sont tous deux supérieurs au seuil d'activation  $s_a$ , cela signifie que la même raie est présente à des intensités différentes sur les deux spectrogrammes. Un atome activé pour une donnée et pas une autre correspond à l'absence d'une raie sur cette dernière. Les signatures inusuelles devraient donc être caractérisées par un nombre plus important d'atomes activés par rapport aux données normales. Le nombre d'atomes différents activés entre deux données est une pseudo-distance intéressante pour étudier les spectrogrammes à partir de ce dictionnaire, il ne s'agit pas d'une distance car elle n'est pas symétrique. Nous calculons le nombre d'atomes activés par une donnée et non activés par une autre.

$$d(Z_{\mathcal{K}_j}^{i_1}, Z_{\mathcal{K}_j}^{i_2}) = \text{card}((j_1, k, \theta) \mid \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^{i_1}}(j_1, k, \theta) \geq s_a \quad \& \quad \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^{i_2}}(j_1, k, \theta) < s_a)$$

avec  $\mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}}(j_1, k, \theta)$  le coefficient d'échelle  $j_1$ , de position  $k$  et d'orientation  $\theta$  de la transformée en curvelet des patchs  $Z_{\mathcal{K}_j}$  et  $s_a$  le seuil d'activation du coefficient. La figure 3.5b présente la matrice de cette distance  $d$  dans la base de données avec les premiers moteurs correspondant aux patchs normaux et les suivants aux patchs inusuels. Une structure diagonale par bloc ne se dégage pas de la matrice des distances. La différence d'atomes activés parmi les représentations des données ne permet pas de discriminer les patchs normaux des patchs atypiques. La variabilité des patchs est trop importante, l'absence de certaines raies normales sur les patchs, la non-complétude et le décalage de ces dernières entraînent une variabilité des atomes activés pour les patchs normaux et ne permet donc pas la détection des patchs inusuels en comparant les atomes activés.

Le dictionnaire des curvelets permet une bonne caractérisation des signatures présentes sur le spectrogramme. Cependant l'ensemble des coefficients de représentation ainsi que la différence des atomes activés ne permettent pas la détection des patchs inusuels. Les signatures atypiques correspondent à quelques points du patch qui ne sont pas suffisants pour impacter significativement la matrice des distances.

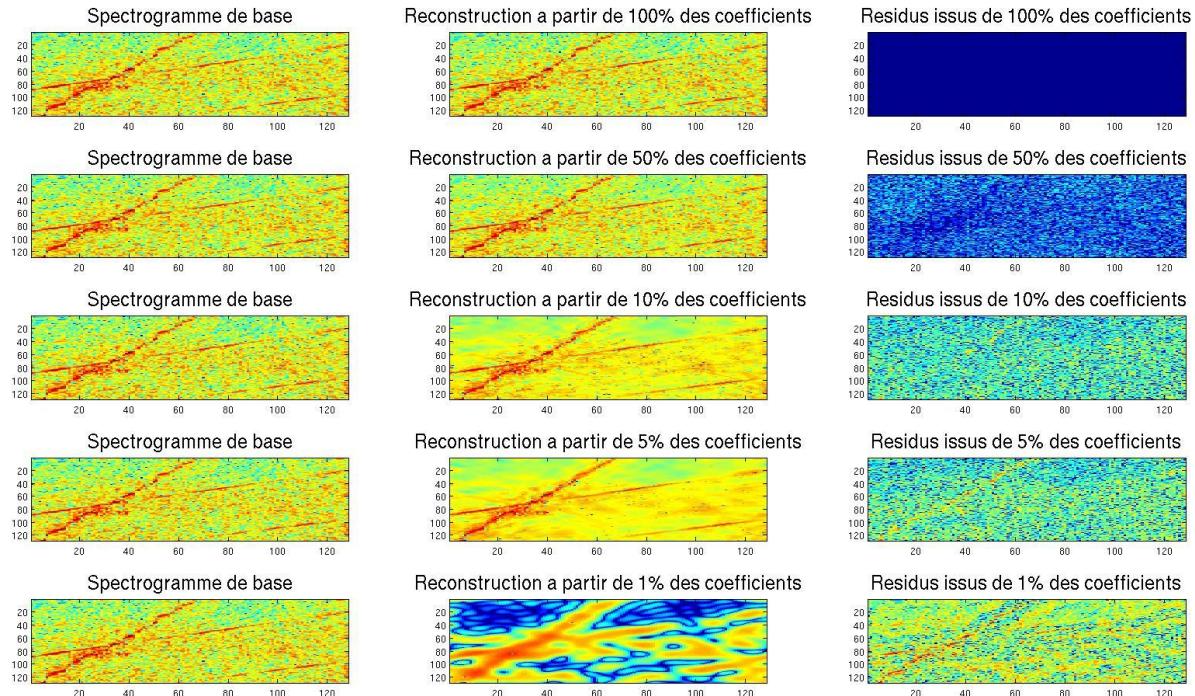


FIGURE 3.3 – Reconstruction d'un patch normal et résidus associés à partir de 100%, 50%, 10% et 5% des coefficients dans le dictionnaire des curvelets. La reconstruction à partir de 100% des coefficients permet une reconstruction parfaite, les signatures restent visibles sur les reconstructions à partir de 50%, 10% et 5% mais cette dernière entraîne entraîne une perte d'information visible dans les résidus. La reconstruction à partir de 1% des coefficients ne permet pas une reconnaissance du patch.

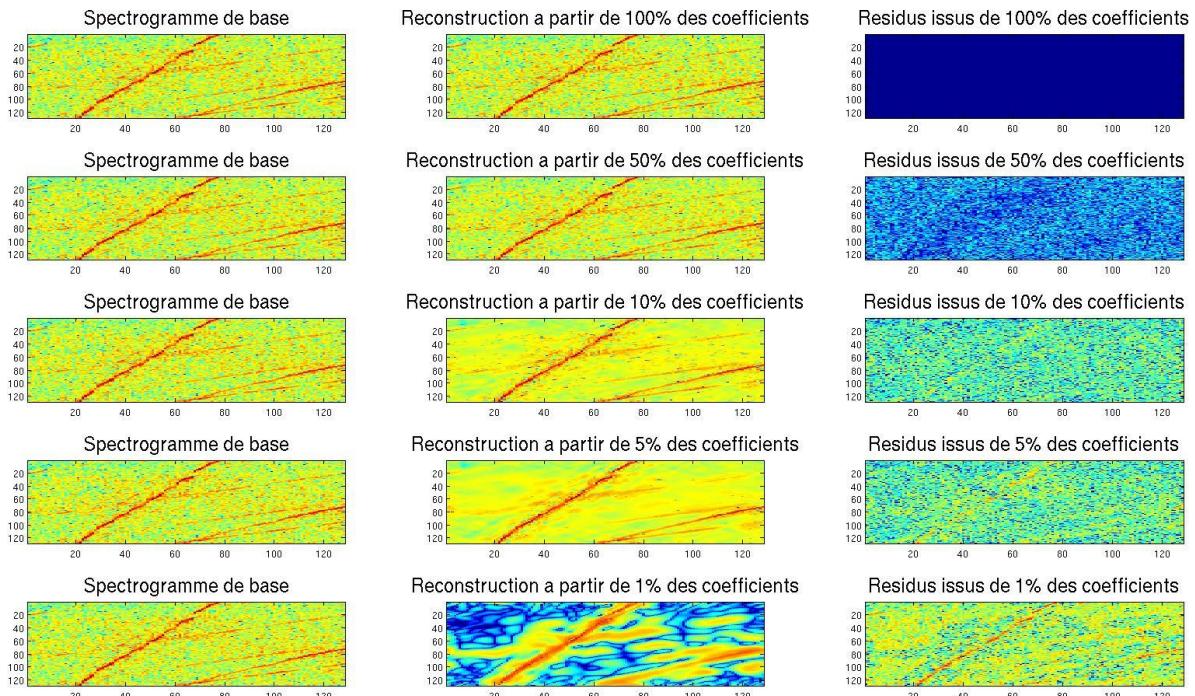


FIGURE 3.4 – Reconstruction d'un patch contenant une signature atypique et résidus associés à partir de 100%, 50%, 10%, 5% et 1% des coefficients dans le dictionnaire des curvelets. La signature atypique reste reconstruite en considérant les coefficients de plus fortes intensités.

ment la distance des coefficients ou les atomes activés par rapport à la variabilité de l'information normale. Mettre en place des modèles basés sur la modélisation des signatures inusuelles n'est pas efficace étant donnés leur faible nombre et leur grande variabilité. Il est plus pertinent de caractériser la normalité de ces patchs afin de les projeter dans ce domaine de normalité et d'obtenir une représentation normale de ces derniers.

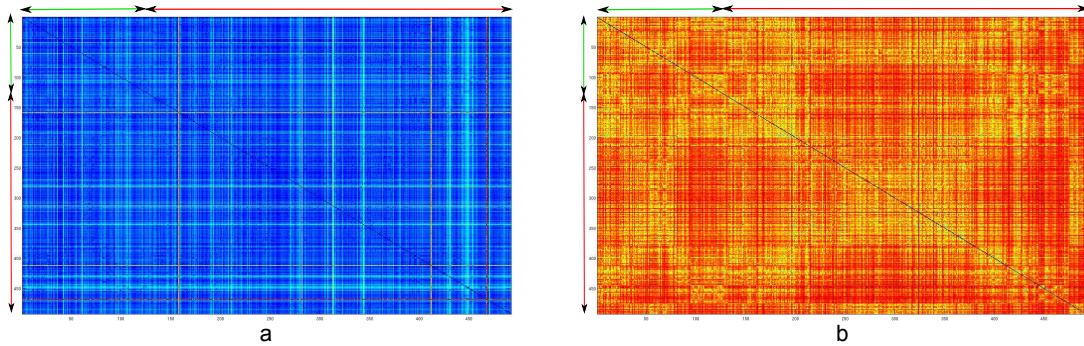


FIGURE 3.5 – Matrices des distances des coefficients des curvelets (a) et matrice de la différence d'atomes activés entre deux représentations des patchs (b). La flèche verte correspond aux patchs normaux et la flèche rouge aux patchs inusuels. Ces matrices ne possèdent pas de structure diagonale par bloc, ces distances ne permettent donc pas la détection des patchs atypiques.

## 3.4 Normalité définie dans le dictionnaire des curvelets

### 3.4.1 Le modèle de normalité

L'inconvénient en considérant l'ensemble des coefficients de la représentation parcimonieuse par curvelets provient de la caractérisation des signatures inusuelles. Ces dernières correspondent à une infime partie du patch entraînant des modifications des coefficients non suffisantes pour les détecter (Figure 3.5). L'inefficacité de l'approche provient de la variabilité de l'information normale due au décalage, à l'absence et à la non-complétude des raies normales noyant les altérations des coefficients apportées par les raies atypiques. Bien que des atomes représentant les données normales soient différents, plusieurs d'entre eux sont communs sur plusieurs patchs et caractérisent la même information sur ces derniers. Ces atomes du dictionnaire définissent le comportement normal des patchs et donc la normalité que nous cherchons à caractériser. La reconstruction à partir des atomes de normalité sélectionnés permet ainsi de définir un estimation normale du patch considéré. La caractérisation d'un modèle de normalité permet de retirer ces informations normales des données et de réduire leur variabilité afin de mettre en évidence les signatures inusuelles présentes sur les patchs au niveau des résidus de la reconstruction.

### Le support d'un patch

Nous avons défini l'activation d'un atome lors de la représentation dans le dictionnaire d'un patch  $Z_{\mathcal{K}_j}$  par la valeur du coefficient associé à cet atome supérieure au seuil d'activation  $s_a$ . L'activation d'un atome signifie la présence d'une forme courbe colinéaire à cet atome. La plupart des atomes ne sont pas utiles pour caractériser l'intégralité du patch (Figure 3.3 et 3.4) car caractérisent des orientations de raies inexistantes dans les spectrogrammes normaux. Nous définissons donc le support d'un patch  $Z_{\mathcal{K}_j}^i$  comme étant l'ensemble des atomes du dictionnaire activés dans la représentation en curvelets (3.6). Ce support correspond donc à l'ensemble des indices des coefficients qui sont considérés comme significatifs.

$$Supp(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = \bigcup_{j_1, k, \theta} \left\{ (j_1, k, \theta) \mid \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^i}(j_1, k, \theta) \geq s_a \right\} \quad (3.6)$$

Le seuil d'activation peut être défini de 2 manières :

1. en définissant un seuil comme étant la valeur minimale qu'un coefficient doit avoir pour être considéré comme significatif, ce seuil est donc identique pour tous les patchs,
2. en définissant un certain pourcentage  $p_a$  de conservation des coefficients ; il s'agit de définir le seuil comme étant la valeur de coefficient permettant d'obtenir ce pourcentage

$$s_a = \tilde{\mathcal{C}}_{\mathcal{K}_j}^i(p_a \times \text{card}(\mathcal{C}_{\mathcal{K}_j}^i))$$

avec  $\tilde{\mathcal{C}}$  les coefficients ordonnées dans l'ordre décroissant. Ce seuil est différent selon le patch étudié.

Nous avons sélectionné la seconde approche permettant de considérer chaque patch séparément et de comparer les valeurs intrinsèques des coefficients de la représentation. Cette valeur de  $p_a$  correspond donc au taux minimal de coefficients permettant une bonne reconstruction. Les figures 3.3 et 3.4 détaillaient la reconstruction des patchs suivant un pourcentage de conservation des coefficients. La reconstruction à partir de 10% des coefficients permettaient de ne visuellement pas perdre d'information dans les résidus. Cette même reconstruction à 5% semble "flouter" les raies d'intensités faibles et retirer de l'information dans les résidus. De plus, le support contient l'intégralité des coefficients de l'échelle la plus grossière qui consistent en 1024 coefficients, en considérant une sélection de 5% (soit 2304 coefficients), la moitié des coefficients correspondraient alors à l'échelle grossière. La prise en compte d'un plus grand nombre de coefficients rend la reconstruction plus fine et plus pertinente pour la suite de l'étude. Nous avons donc fait le choix de considérer :

$$p_a = 0.1$$

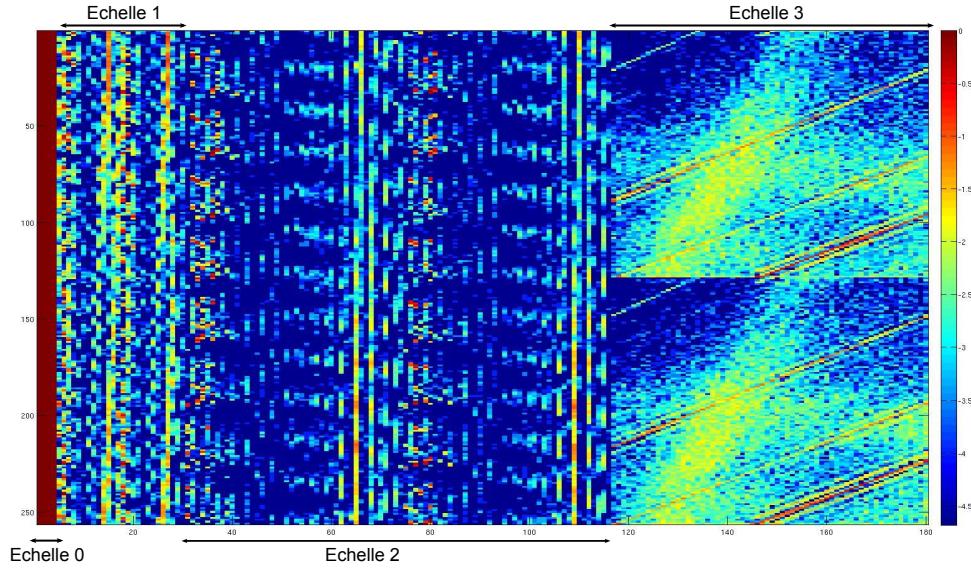


FIGURE 3.6 – Proportion (du bleu au rouge) des atomes de curvelets activés sur l’ensemble de la base de données. Les flèches renseignent sur l’échelle de ces atomes.

### Le support de normalité

La transformée en curvelet inverse à partir des atomes du support permet une reconstruction satisfaisante du patch et donc des raies normales et inusuelles (Figure 3.4). Afin de détecter ces dernières, nous sommes plus intéressés par une reconstruction des signatures normales en supprimant les anomalies présentes sur les patchs afin de récupérer une représentation normale des patchs. Les signatures atypiques se retrouvent alors au niveau des résidus de la reconstruction. Nous cherchons à caractériser à partir des atomes du dictionnaire la normalité des patchs, cette normalité est caractérisée par la redondance des signatures normales sur les patchs. Au niveau des atomes du dictionnaire, cette redondance correspond aux mêmes atomes activés sur les différentes données. Nous cherchons donc le support commun des atomes du dictionnaire sur les patchs sans signatures inusuelles définissant le comportement normal du patch. Ce support commun de normalité correspond à l’union/intersection des différents supports (3.6) des patchs normaux de notre base d’apprentissage normale  $\Omega_{App}$ . La figure 3.6 présente pour chaque atome du dictionnaire des curvelets, la proportion de données pour lesquelles l’atome considéré est activé, c’est-à-dire faisant partie du support du patch. Nous pouvons remarquer que les atomes basses fréquences (échelle 0) sont fortement activés ainsi que plusieurs atomes du dictionnaire d’échelle plus fine.

L’intersection des supports reviendrait à sélectionner les atomes activés sur tous les patchs normaux, ainsi seuls les atomes correspondant à l’échelle la plus grossière (échelle 0) seraient retenues. Ce support de normalité correspond uniquement aux basses fréquences et n’est pas suffisant pour caractériser les comportements normaux. L’union des supports permettraient de récupérer tous les atomes activés au moins une fois dans la base d’apprentissage normale. Cependant, cela revient à sélectionner des atomes activés pour une unique donnée, cet atome ne généralise pas le

comportement normal des patchs et ne devrait pas être retenu de notre point de vue. De plus, en considérant l'union de tous les supports, la dimension du support de normalité est la même que celle de l'intégralité des coefficients de curvelets due à la récupération de nombreux supports isolés.

L'approche que nous préconisons se trouve entre les deux, nous récupérons comme support de normalité  $Supp^*$  (3.7) l'union des atomes des supports sous la contrainte d'appartenance à une certaine proportion  $Q$  des supports de la base d'apprentissage normale, c'est-à-dire qu'il doit exister un sous-ensemble de taille  $Q$  de la base d'apprentissage normale dans lequel l'atome considéré appartient à l'intersection des supports.

$$Supp^* = \bigcup_{i \in \Omega_{App}} \left\{ (j_1, k, \theta) \in Supp(Z_{\mathcal{K}_j}^i) \& \text{card}((j_1, k, \theta) \in Supp(\Omega_{App})) \geq Q \text{ card}(\Omega_{App}) \right\} \quad (3.7)$$

avec  $Supp(\Omega_{App})$  les supports des coefficients des patchs de la base d'apprentissage.

Cette approche permet de trouver un support d'atomes de normalité commun aux patchs normaux tout en supprimant les atomes ne généralisant pas le comportement normal. La dimension de  $Supp^*$  diminue rapidement en fonction de  $Q$  (figure 3.7a). L'union entraînait donc bien la récupération d'atomes isolés, cette forte décroissance suggère de prendre une valeur de  $Q$  plus proche de 0 que de 100 pour éviter de récupérer uniquement les basses fréquences. Sur la figure 3.7b, nous avons tracé la reconstruction de 2 patchs inusuels par rapport à différentes valeurs de  $Q$  allant de 0% à 100% par pas de 10%. Des artefacts liés aux signatures inusuelles sont présents dans la reconstruction malgré la sélection du support normal. Cela est dû à la sélection des atomes basses fréquences reconstruisant grossièrement ces signatures atypiques. Nous cherchons à obtenir de bonnes reconstructions des raies normales tout en supprimant le plus possible les informations inusuelles. Les sélections des supports à  $Q = 10\%$  et  $Q = 20\%$  permettent une bonne reconstruction des raies normales. Nous avons donc opté pour une valeur de  $Q$  comprise entre ces 2 valeurs.

$$Q = 15\%$$

La reconstruction normale  $\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^*$  (3.8) à partir de ce support de normalité est alors définie par la transformée en curvelet inverse  $\mathcal{C}^{-1}$  restreinte au support  $Supp^*$  de la transformée en curvelet  $\mathcal{C}$  du patch  $Z_{\mathcal{K}_j}$ .

$$\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} = \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^i | Supp^*}^{-1} \quad (3.8)$$

Nous avons mis en place une procédure permettant de sélectionner automatiquement un support des atomes du dictionnaire des curvelets caractérisant le comportement normal du patch. Ce support est défini sur la base d'apprentissage  $\Omega_{App}$  comme l'union des atomes appartenant à  $Q\%$  des supports de la base d'apprentissage. Les supports de chaque patch sont définis par un seuil sur les coefficients. Ce dictionnaire est par la suite vérifié visuellement à partir de la reconstruction des données où nous pouvons voir apparaître des artefacts autour des signatures

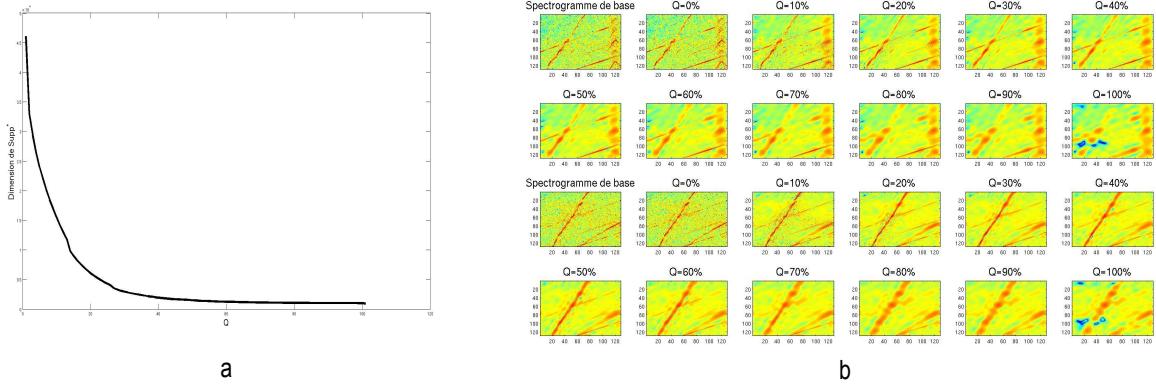


FIGURE 3.7 – Dimension de  $\text{Supp}^*$  en fonction de  $Q$  (a) et reconstruction de 2 patchs inusuels à partir des atomes de  $\text{Supp}^*$  définis pour différentes valeurs de  $Q$  (b). La dimension du support de normalité diminue rapidement en fonction de la proportion  $Q$  de supports communs. Les signatures atypiques sont reconstruites grossièrement dus aux atomes basses fréquences.

inusuelles (Figure 3.7b). Il est alors possible de projeter les patchs dans ce dictionnaire par le système de transformée en curvelet inverse restreinte au support, afin d'obtenir une estimation normale de ces mêmes patchs (figure 3.10).

### 3.4.2 Normalité définie par optimisation avec contraintes de parcimonie

Nous avons défini le dictionnaire  $\mathcal{D}^C$  des curvelets (3.5). Nous cherchons alors à partir de ce dictionnaire surcomplet à trouver la meilleure représentation parcimonieuse (en sélectionnant les atomes) des patchs normaux de la base d'apprentissage en optimisant la fonctionnelle :

$$C^* = \underset{C}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - \mathcal{D}^C C\|_2^2 + \lambda \|C\|_1 \right\}. \quad (3.9)$$

Nous considérons alors le support commun des atomes à coefficients non nuls pour caractériser le comportement normal des patchs. Afin de résoudre la fonctionnelle (3.9), nous utilisons la méthode d'optimisation Alternating direction method of multipliers (ADMM) [16]. Il s'agit d'une méthode d'optimisation robuste qui s'applique sur des fonctionnelles séparées, elle permet d'optimiser des fonctionnelles de la forme suivante :

$$f(x) + g(z) \text{ sous la contrainte } Ax + Bz = c$$

On voit bien sous cette forme que les fonctions  $f$  et  $g$  sont séparées. L'équation (3.9) n'est pas encore sous cette forme, nous donnons une forme équivalente respectant les critères pour pouvoir utiliser la méthode ADMM. (3.10).

$$(c_1^*, c_2^*, c^*) = \underset{c_1, c_2, c}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|c_1\|_1 + \alpha \|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 \right\} \text{ sous la contrainte } \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^C \end{pmatrix} c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Cette formulation est équivalente à la précédente car  $c_1 = c$  et  $c_2 = \mathcal{D}^C$ , ainsi en remplaçant

ces termes dans (3.10) nous retrouvons (3.9). Nous avons donc bien deux fonctionnelles séparées avec  $f(c_1) = \|c_1\|_1$  et  $g(c_2) = \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2$  avec des contraintes d'égalité. Pour résoudre cette fonctionnelle, nous calculons le lagrangien augmenté en fonction de  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$ .

$$\mathcal{L}_a(c, c_1, c_2, \lambda) = \|c_1\|_1 + \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 + \left\langle \lambda, \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\rangle + \frac{\rho}{2} \left\| \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\|_2^2$$

$$\mathcal{L}_a(c, c_1, c_2, \lambda) = \|c_1\|_1 + \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \left\| \frac{\lambda}{\rho} + \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\|_2^2 + cste(\lambda)$$

Il s'agit d'optimiser ce lagrangien augmenté en fonction de chacune des variables. La méthode d'optimisation est itérative avec :

$$c_1^{k+1} = \operatorname{argmin}_{c_1} \left\{ \mathcal{L}_a \left( c^k, c_1, c_2^k, \lambda^k \right) \right\} = \operatorname{prox} \left( \frac{1}{\rho} \|\cdot\|_1; \tilde{c}_1 \right) = \operatorname{sign}(\tilde{c}_1) \cdot \max \left( \tilde{c}_1 - \frac{1}{\rho}, 0 \right)$$

avec  $\tilde{c}_1 = \frac{\lambda_1^k}{\rho} + c^k$ . Les opérateurs proximaux sont définis dans [88].

$$\begin{aligned} c_2^{k+1} &= \operatorname{argmin}_{c_2} \left\{ \mathcal{L}_a \left( c^k, c_1^{k+1}, c_2, \lambda^k \right) \right\} = \frac{2\alpha Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} + \rho \tilde{c}_2}{2\alpha + \rho} \quad \text{avec } \tilde{c}_2 = \frac{\lambda_2^k}{\rho} + \mathcal{D}^c c^k \\ c^k &= \operatorname{argmin}_c \left\{ \mathcal{L}_a \left( c, c_1^k, c_2^k, \lambda^k \right) \right\} = (I_d - \mathcal{C}) \left[ \begin{pmatrix} c_1^{k+1} \\ c_2^{k+1} \end{pmatrix} - \frac{\lambda^k}{\rho} \right] \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \rho \left[ \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c^{k+1} - \frac{c_1^{k+1}}{c_2^{k+1}} \right] \end{aligned}$$

Cette approche va permettre de converger vers la solution  $(c^*, c_1^*, c_2^*)$ , et donc vers une décomposition parcimonieuse (ou avec des coefficients très faibles) dans le dictionnaire des curvelets. Il s'agit d'une seconde méthode pour calculer les coefficients de curvelets en imposant de la parcimonie. Il reste alors à sélectionner les atomes caractérisant le comportement normal.

Ces atomes du support des patchs sont sélectionnés par un seuillage des coefficients calculés sur les patchs normaux (3.6). La grande majorité des coefficients calculés à partir de cette méthode sont d'intensité très faibles, proches de 0, nous définissons alors le seuil à partir d'une proportion de coefficients à conserver de 10%. Le support de normalité est alors défini de manière analogue à (3.7) avec les mêmes métaparamètres.

### 3.4.3 Comparaison des supports normaux

Nous comparons les supports définis directement sur la représentation en curvelets et à partir de la méthode ADMM, ainsi que le pourcentage d'atomes actifs communs et visualisons la

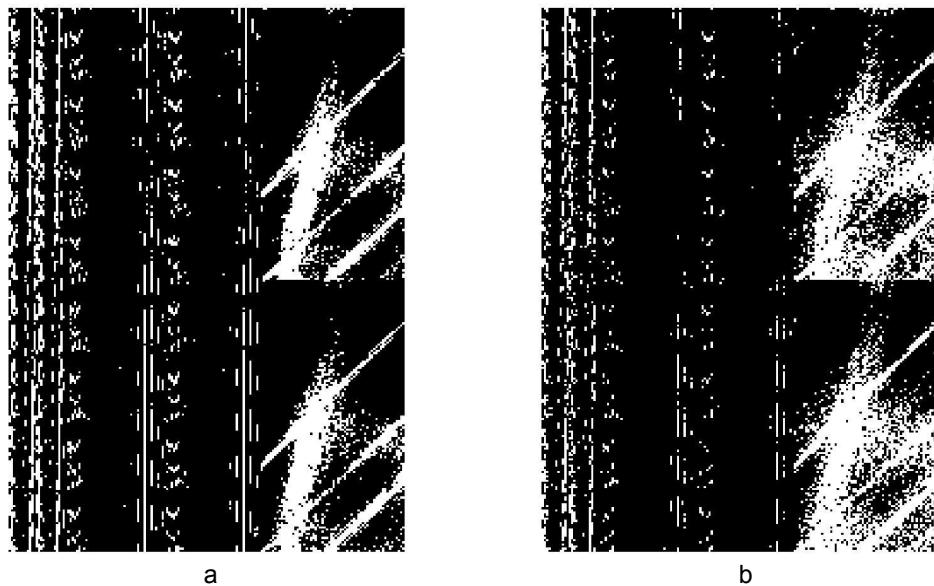


FIGURE 3.8 – Supports définis directement sur la transformée en curvelet (a) et à partir d’ADMM (b). Les points blancs correspondent aux atomes activés. Plusieurs atomes sont communs aux 2 approches, l’approche à partir d’ADMM récupère plus d’atomes dans les échelles les plus fines.

reconstruction des patchs normaux et inusuels à partir de ces différents supports. Cette étude a été effectuée sur un patch uniquement et non sur l’ensemble.

La dimension des deux supports ainsi définis n’est pas la même ; le support défini directement à partir de la transformée en curvelets possède 8288 atomes tandis que celui défini à partir d’ADMM considère 9548 atomes. Ces supports ont été définis avec le même métaparamètre  $Q$  qu’est la proportion de données pour laquelle l’atome doit être activé afin d’appartenir au modèle de normalité. Ces deux supports possèdent 6381 atomes en commun (soit environ 77% des atomes définis directement à partir de la transformée en curvelets). La majorité des atomes sélectionnés sur les patchs normaux étant identiques, nous pouvons supposer que nos méthodes ont bien capturé les comportements normaux de ces patchs. La figure 3.8 contient un tracé des supports pour les deux approches, nous pouvons y avoir clairement les nombreux supports communs et une dimension plus importante du support avec l’approche ADMM.

Les supports restent différents, la reconstruction définie par (3.8) à partir de la restriction au support l’est également. La figure 3.9 présente la reconstruction de patchs normaux et atypiques à partir de ces différents supports définis directement dans la transformée en curvelet (centre) et à partir d’ADMM (droite). Les deux premières lignes correspondent à des patchs normaux, les trois suivantes à des patchs contenant des signatures inusuelles. Les reconstructions à partir des deux supports sont assez similaires et proches de la donnée d’entrée, les modèles ont réussi à caractériser les informations normales des patchs. Les signatures inusuelles ne sont pas totalement supprimées lors de la reconstruction. Cette reconstruction correspond à la représentation basses fréquences des raies atypiques qui se retrouvent représentées de manière plus grossière.

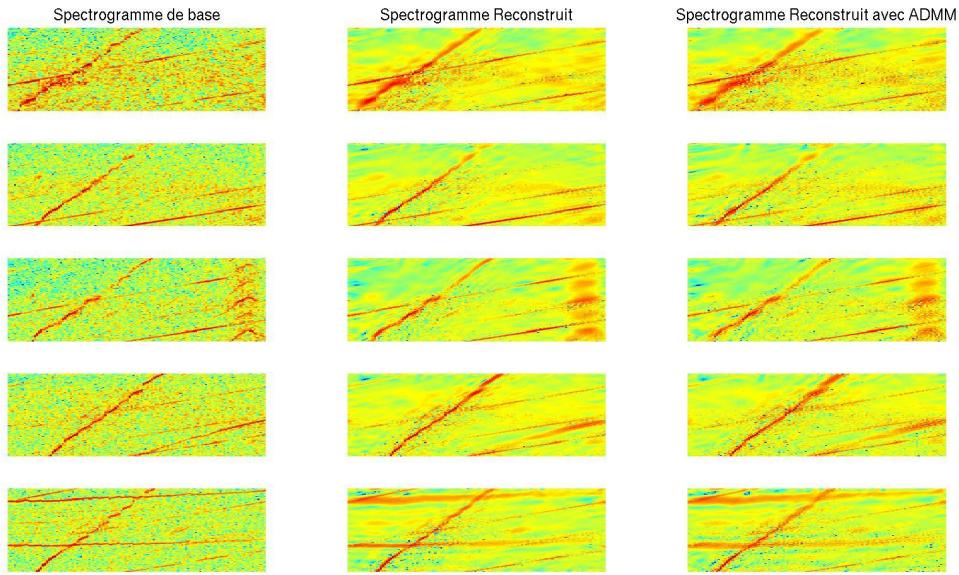


FIGURE 3.9 – Reconstruction à partir des supports de normalité pour 2 patchs normaux (premières lignes) et des patchs contenant des signatures inusuelles. La première colonne correspond au patch étudié, la seconde à la reconstruction à partir du support de normalité défini sur la transformée, et la dernière à la reconstruction à partir du support défini par ADMM.

Nous pouvons remarquer qu'une des raies normales possède une reconstruction floutée. Il s'agit de la raie  $N_1$  translatée sur les différents spectrogrammes. Ce flou semble plus important sur les reconstructions définies avec ADMM. De plus la définition du support est plus couteuse à partir d'ADMM comme il s'agit d'une méthode itérative. La différence entre les deux supports n'étant pas significative, nous avons opté pour l'approche définissant le support directement sur la transformée en curvelet pour la suite. Nous notons  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  le dictionnaire défini par les atomes des curvelets de  $Supp^*$ , il s'agit du dictionnaire de normalité défini à partir de celui des curvelets.

## 3.5 Le score de détection d'anomalies sur le patch

### 3.5.1 Les scores de détection

Differentes mesures de détection d'anomalies sont possibles à partir de la représentation en curvelets. L'une d'entre elles est les k plus proches voisins (k-nn) [49] dans le domaine des curvelets afin de déterminer de quelle classe une nouvelle donnée est la plus proche. Une seconde approche de même nature concerne la distance à la plus proche donnée normale. Ces deux approches correspondent à des méthodes de détection de nouveautés basées sur les distances mais n'utilisent pas le modèle de normalité défini au-dessus. Elles sont calculées uniquement à partir de la représentation en curvelets seuillée. Cependant, nous avons vu sur la figure 3.5 que la distance entre les coefficients des curvelets ne permet pas de discriminer les patchs normaux

des patchs atypiques.

Une approche plus pertinente consiste à projeter les données dans le modèle de normalité afin d'obtenir une reconstruction normale  $\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*}$  avec une réduction des signatures inusuelles. Cette estimation normale est alors comparée à la donnée d'origine (3.11) pour obtenir une erreur de reconstruction. Ce type d'approche est semblable aux approches de détection de nouveautés basées sur la reconstruction des données.

$$d_{ER}^c(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = \left\| Z_{\mathcal{K}_j}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} \right\|_2^2 \quad (3.11)$$

$\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*}$  correspond à l'estimation normale du patch  $Z_{\mathcal{K}_j}^i$  définie en (3.8). Cette erreur de reconstruction modélise les résidus entre le patch et son estimation normale définie à partir du modèle de normalité. Un patch normal est bien représenté par le modèle de normalité et possède des résidus faibles tandis qu'un patch contenant des signatures atypiques a ces dernières mal caractérisées par le modèle de normalité augmentant les résidus de la reconstruction. La figure 3.10 présente les reconstructions avec les résidus associés de trois patchs, le premier considéré comme normal et les deux autres contenant des signatures atypiques. Nous pouvons observer que le modèle permet de reconstruire correctement les raies normales sur tous les patchs étudiés, les raies liées au  $N_1$  ne sont pas totalement modélisées du fait de leurs décalages. La reconstruction du patch normal est très proche visuellement du patch réel. Les résidus font apparaître uniquement la structure liée au  $N_1$ . Les signatures inusuelles sur les patchs atypiques sont reconstruites grossièrement avec des intensités plus faibles. Ces signatures sont donc mises en évidence au niveau des résidus de la reconstruction normale. Le modèle défini permet donc bien d'avoir une estimation normale des patchs étudiés avec des artefacts au niveau des raies inusuelles correspondant à une reconstruction plus large et plus grossière de ces dernières. Ces artefacts entraînent donc une augmentation de l'erreur de reconstruction (3.11).

### 3.5.2 Le score de normalité

Le score de normalité est défini comme un test d'hypothèses statistiques [72]  $\mathcal{H}_0$  contre  $\mathcal{H}_1$ . Ce test est effectué sur chaque patch indépendamment,  $\text{card}(\mathcal{K}^{128})$  tests sont à effectuer sur chaque spectrogramme, nous notons  $\mathcal{H}_{0,j}^i$  le test associé au patch  $j$  du spectrogramme  $i$ . Nous définissons alors un ensemble de tests.

$$\{\mathcal{H}_{0,j} : \text{le patch } j \text{ est normal vs } \mathcal{H}_{1,j} : \text{le patch } j \text{ est atypique}\}$$

Pour répondre à ce test, nous modélisons la distribution du score de détection d'erreur de reconstruction défini dans la section 3.5.1 par une loi gamma. Les données utilisées pour modéliser cette distribution correspondent aux scores d'erreur de reconstruction des patchs normaux de la base de validation  $\Omega_{Val}$ . L'estimation des paramètres de la loi gamma  $\hat{\Gamma}$  se fait par maximum de vraisemblance. L'utilisation d'une distribution pour caractériser les erreurs de reconstruction permet de définir un seuil de détection valable sur tous les patchs. Cette distribution complète

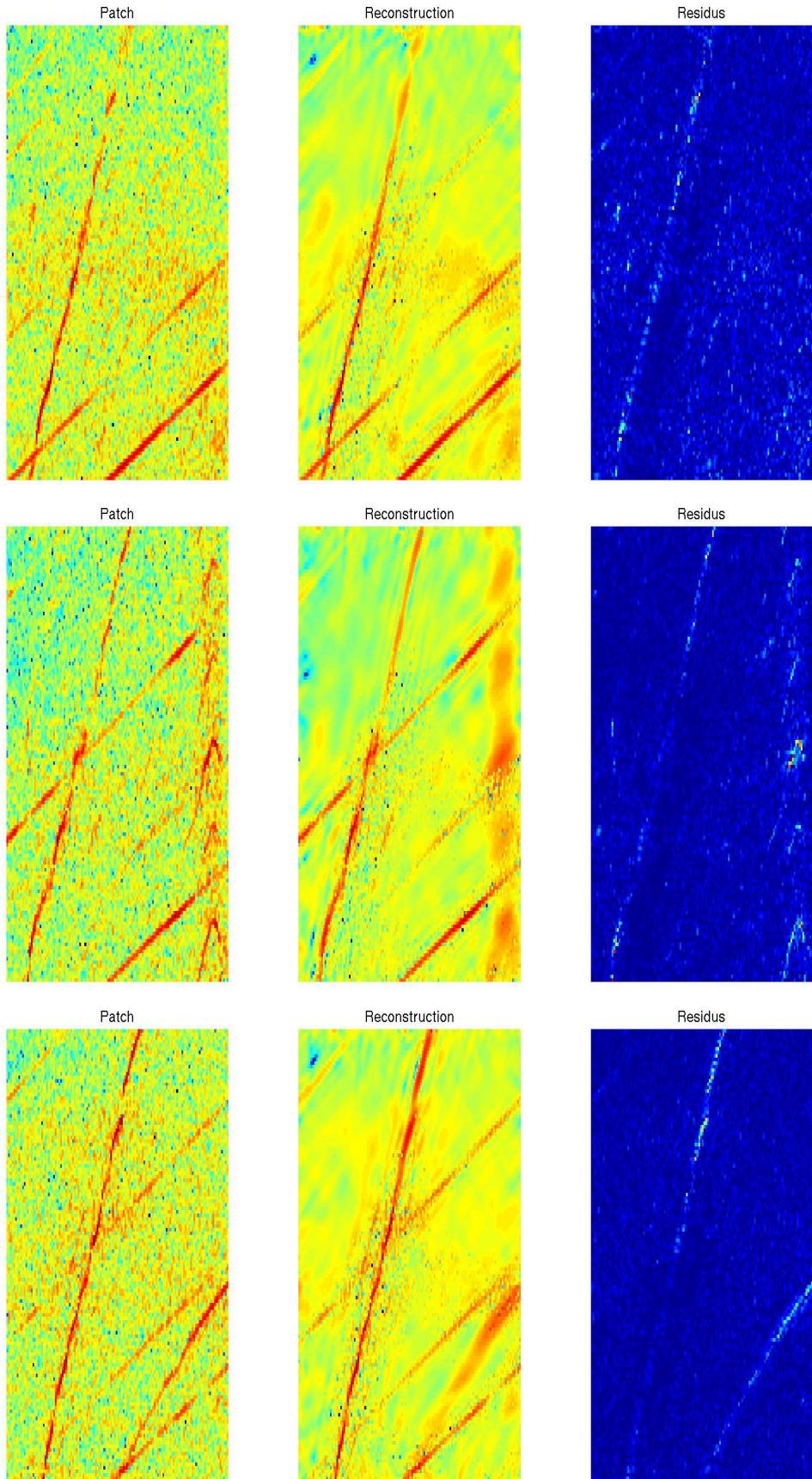


FIGURE 3.10 – Reconstruction de 3 patchs à partir du dictionnaire  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  avec les résidus de reconstruction. La première ligne correspond à un patch normal et les deux suivantes à des patchs contenant des signatures inusuelles

le modèle de normalité. Ce dernier est donc caractérisé par un dictionnaire de normalité dans lequel les données sont projetées pour obtenir une estimation normale des patchs dont l'erreur de reconstruction est calculée par rapport aux données réelles afin d'être comparée à la distribution de normalité  $\hat{\Gamma}$  estimée sur les scores des données normales.

Le score de normalité correspond à la p-valeur (3.12) du test statistique défini ci-dessus, sachant que la loi sous  $\mathcal{H}_{0,j}$  est approximée par la loi gamma  $\hat{\Gamma}$ .

$$pval_j^i = \mathbb{P}_{\mathcal{H}_{0,j}}(X > d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) \approx \mathbb{P}_{\hat{\Gamma}}(X > d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) = 1 - F_{\hat{\Gamma}}(d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) \quad (3.12)$$

La variable aléatoire  $X$  suit la loi définie par la probabilité et  $F_{\hat{\Gamma}}$  est la fonction de répartition de  $\hat{\Gamma}$ . Plus cette p-valeur est faible, plus cela signifie que l'erreur de reconstruction est importante car elle se trouve dans les valeurs extrêmes du modèle et donc plus le patch peut être considéré comme atypique. Nous nous intéressons principalement à la queue de distribution permettant la détection des patchs inusuels. La détection de ces patchs est alors effectuée par la comparaison de la p-valeur du patch à un seuil  $s$ .

$$\hat{Y}_{Z_{K_j}}^i = \begin{cases} 1 & \text{si } pval_j^i \leq s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

### 3.5.3 Résultats sur la base de test

Dans la section 2.4, nous avons défini la base de test sur laquelle nous présentons les résultats. Nous disposons dans notre base de données d'un unique moteur déclaré comme endommagé. Les autres disposent de signatures inusuelles faibles dans leurs spectrogrammes insuffisantes pour correspondre à des endommagements des moteurs mais suffisantes pour considérer les patch étudiés comme atypiques. Dans un premier temps nous allons présenter des résultats comparatifs entre le moteur endommagé et des moteurs normaux. Nous présenterons ensuite les résultats sur l'ensemble des patchs de la base de test.

Afin de donner les résultats sur le moteur endommagé nous considérons 2 différents patchs, le premier contenant les signatures anormales qui ont permis de déclarer ce moteur comme endommagé, et le second ne présentant pas d'anomalie pour toute la base de test, y compris pour le moteur endommagé. Dans le chapitre 1, nous avons défendu la décomposition en patchs comme une procédure afin de donner une localisation de l'anomalie. Il est donc important que le moteur endommagé soit détecté uniquement sur le patch caractérisant son état. Pour vérifier cela, nous donnons les p-valeurs des tests statistiques (Tableau 3.1) calculés sur le moteur endommagé à partir du modèle de normalité défini par  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  et les comparons aux moteurs considérés comme normaux sur les mêmes patchs. Les résultats des moteurs normaux correspondent à la moyenne des p-valeurs des spectrogrammes normaux sur le patch considéré.

Le moteur endommagé se distingue très bien sur le patch contenant les signatures anormales

TABLE 3.1 – P-valeurs des tests statistiques issus de l'erreur de reconstruction basée sur  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  du moteur endommagé et des moteurs normaux sur le patch contenant les signatures anormales qui ont permis la détection de l'endommagement et sur un patch ne présentant aucune signature atypique sur l'ensemble de la base de test.

	Patch avec signature inusuelle	Patch sans signature inusuelle
Moteur avec endommagement	$< 10^{-16}$	$0.27 \pm 0.04$
Moteur sans endommagement	$0.57 \pm 0.03$	$0.44 \pm 0.03$

avec des p-valeurs très faibles. Les moteurs normaux ont des p-valeurs classiques sur ce patch et le patch normal permettant de ne pas les détecter, de même pour le moteur endommagé sur le patch normal. Ces résultats montrent de bonnes performances de détection du moteur endommagé uniquement sur le patch présentant des évidences du dégât et de non-détection au niveau des autres patchs.

### Étude sur tous les patchs des moteurs contenant des signatures inusuelles

Ces résultats sont établis sur le moteur endommagé présentant des signatures inusuelles en grand nombre et en intensités plus importantes. La détection de ce moteur spécifique est ainsi assez aisée sur ce patch. Nous ne cherchons pas à détecter uniquement les signatures liées au moteur endommagé mais toutes signatures atypiques présentes dans les différents patchs. La figure 3.11 illustre la détection des signatures inusuelles pour l'ensemble des patchs de la base de test  $\Omega_{Test}$  à partir d'un seuil sur les p-valeurs. La figure supérieure correspond à la vérité terrain, chaque ligne caractérise un moteur et chaque colonne un patch, la couleur blanche au niveau d'un case  $(i, j)$  indique la présence de signatures inusuelles sur le patch  $j$  du moteur  $i$ . La figure inférieure, définie de manière identique, illustre les détections de l'algorithme basées sur les erreurs de reconstruction avec un seuil sur les p-valeurs fixé à 0.1. Ces résultats montrent de mauvaises performances de cette méthode sur des patchs contenant des signatures inusuelles faibles, plusieurs patchs ne sont pas détectés ou détectés à tort. Le seuil utilisé n'a pas d'influence sur les résultats, la courbe ROC associé à cette procédure de détection est proche de la première bissectrice.

Cette méthode permet donc la détection des signatures anormales sur le spectrogramme du moteur endommagé. Il s'agit de signatures vibratoires suffisamment conséquentes pour impacter l'erreur de reconstruction. Cependant, pour les spectrogrammes contenant des signatures atypiques faibles, elle ne permet pas leur détection. Ces signatures inusuelles, correspondant en quelques points sur des patchs de taille  $128 \times 128$ , ne sont pas suffisantes pour influencer la distance en grande dimension. De plus certaines raies normales d'intensités plus importantes sont mal représentées par le dictionnaire entraînant des résidus importants et faussant la détection. Etablir un score de détection sur le patch global noie les signatures inusuelles qui ne correspondent qu'à quelques points. La détection doit donc s'effectuer à cette échelle ponctuelle.

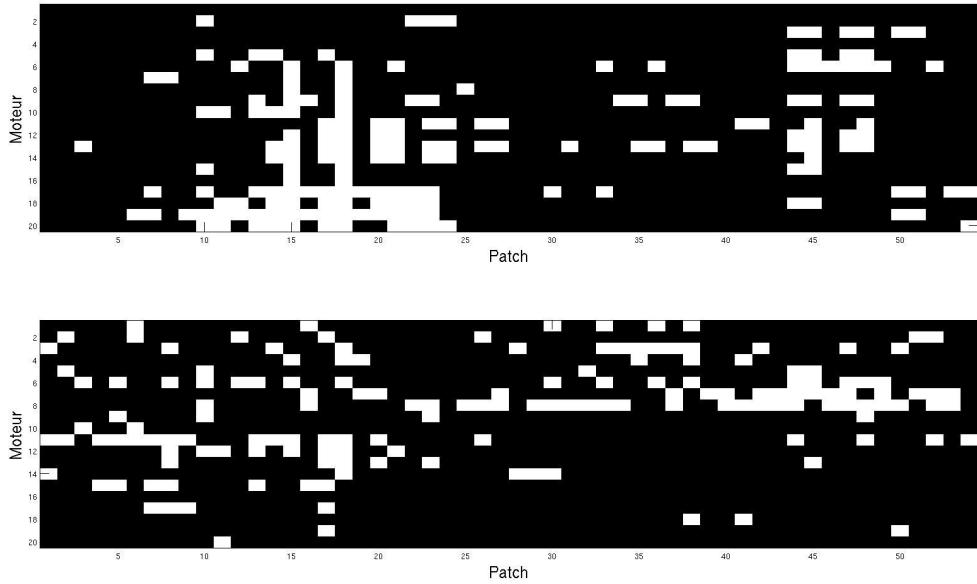


FIGURE 3.11 – Matrice de la vérité terrain (partie supérieure) des patchs des spectrogrammes de la base de test  $\Omega_{Test}$  et classification (partie inférieure) à partir d'un seuil sur les p-valeurs calculées à partir du modèle de normalité défini par le dictionnaire des curvelets. Chaque ligne correspond à un moteur de la base de test et chaque colonne à un des patchs de la subdivision. La couleur blanche correspond à la présence d'une signature atypique sur le patch du spectrogramme défini respectivement par la colonne et la ligne. De nombreuses différences sont présentes entre le la matrice supérieure (vérité terrain) et la classification obtenue à partir de l'algorithme (partie inférieure) illustrant de mauvaises performances de détection des patchs contenant des signatures atypiques faibles.

## 3.6 L'étude des résidus ponctuels

### 3.6.1 Les résidus du modèle de normalité $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$

Les résidus de reconstruction des patchs à partir des curvelets  $R_C$  (3.13) peuvent être modélisés par une gaussienne centrée en 0 (Figure 3.12). A la différence d'une erreur  $l_2$  globale sur ces résidus, la signification des différents résidus n'est pas la même en les considérant ponctuellement.

$$R_C(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = Z_{\mathcal{K}_j}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} \quad (3.13)$$

Nous distinguons 3 classes de résidus apportant différentes informations sur le modèle de normalité :

- les résidus positifs de fortes amplitudes (Figure 3.12 rouge) correspondant aux signatures mal caractérisées par le modèle de normalité, les signatures inusuelles font partie de cette classe de signatures, les points atypiques appartiennent à cette catégorie de résidus,
- les résidus d'amplitudes proches de 0 (Figure 3.12 noir) correspondent aux points très bien caractérisés par le dictionnaire de normalité, il s'agit de points dont la reconstruction normale est proche de leurs vérités terrain, les points composant les raies  $N_2$  appartiennent

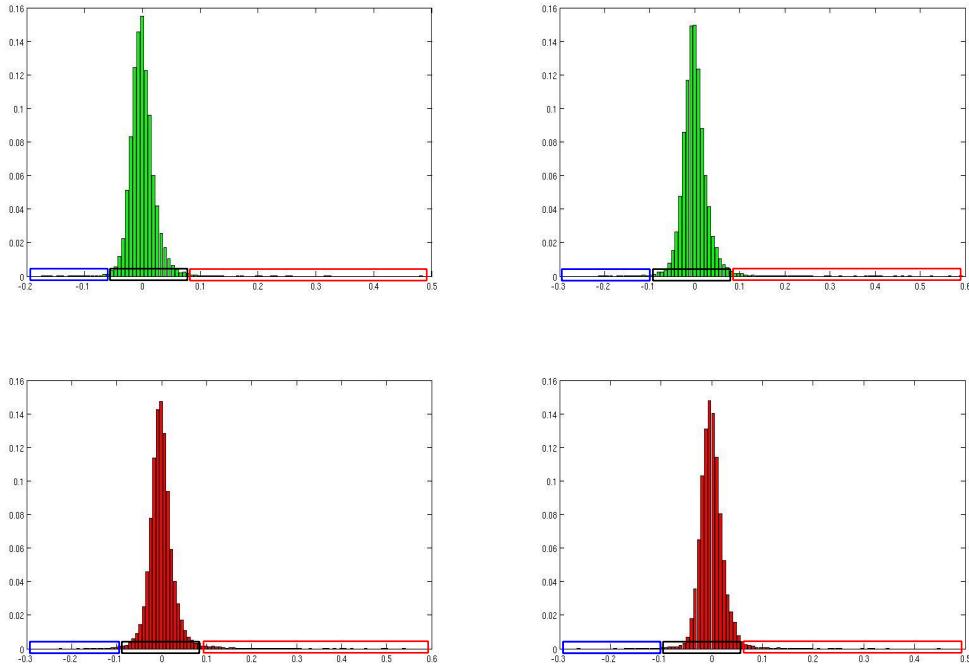


FIGURE 3.12 – Histogrammes des résidus définis à partir du modèle de normalité des curvelets pour différentes données. La première ligne correspond à des patchs normaux (vert), la seconde à des patchs inusuels (rouge). Les cadres correspondent aux différentes catégories de résidus avec dans le cadre noir les points bien représentés par le dictionnaire, dans le cadre rouge les points mal représentés et dans le cadre bleu les artéfacts créés par le dictionnaire. Les résidus possèdent une allure de gaussienne.

- à cette catégorie de résidus,
- les résidus négatifs de fortes amplitudes (Figure 3.12 bleu) correspondent aux artéfacts créés par le dictionnaire, il s'agit de points dont les intensités sur la reconstruction normale sont plus importantes que celles des points réels, pour le dictionnaire des curvelets, ces artéfacts se trouvent autour des signatures atypiques.

Nous nous intéressons aux résidus de chaque point du patch. Cette approche est radicalement différente de la précédente où nous comparions les erreurs de reconstruction globales entre les patchs similaires de la base de données. Cette méthode compare les résidus intra-patch d'une même donnée car nous considérons que les points inusuels correspondent aux extrêmes des résidus de la reconstruction définie à partir du modèle de normalité  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$ .

### 3.6.2 La détection d'anomalies

Les résidus caractérisant les signatures atypiques se trouvent donc dans la première catégorie, les résidus positifs. De plus, la reconstruction des signatures inusuelles engendre des artéfacts autour de ces dernières. Ces artéfacts sont caractérisés par des résidus négatifs (3ème catégorie)

permettant également de détecter les points atypiques. Nous utilisons ces deux types de résidus pour détecter les signatures inusuelles.

$$\begin{aligned} R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j}^i) &= \max(R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i), 0) \\ R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j}^i) &= \max(-R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i), 0) \end{aligned}$$

Nous nous intéressons aux extrêmes de ces deux résidus, les points inusuels sont caractérisés par de forts résidus positifs et les artéfacts autour de ces signatures par de forts résidus négatifs. Les artéfacts créés par le modèle de normalité se situent autour des raies inusuelles et des raies  $N_1$ . Nous utilisons les résidus négatifs  $R_{\mathcal{C}}^-$  pour améliorer la détection des points atypiques effectuée sur les résidus positifs  $R_{\mathcal{C}}^+$ .

Les points inusuels correspondent aux valeurs extrêmes des résidus positifs et sont détectés à partir d'un seuil sur ces derniers. Ce seuil est défini pour tous les patchs de toutes les données. Il ne doit donc pas être déterminé directement sur les valeurs des résidus car en fonction des données ou des patchs, ces valeurs peuvent correspondre à différents ordres de grandeur. Il faut donc que ce seuil soit défini sur une transformation des valeurs des résidus à partir de laquelle les différents résidus sont comparables ou qui tient compte de l'ordre de grandeur.

Un première méthode pour définir ce seuil consiste à considérer les résidus comme suivant une distribution gaussienne et de fixer un seuil les p-valeurs des tests statistiques d'adéquation à cette loi estimée. Un seuil peu être fixé pour les résidus positifs et les résidus négatifs. Nous définissons donc des p-valeurs pour les résidus postitifs et des p-valeurs pour les résidus négatifs.

$$pval^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \approx \mathbb{P}_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(X > R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i)) = 1 - F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i))$$

$$pval^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \approx \mathbb{P}_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(X < -R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i)) = F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(-R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i))$$

$\hat{\mu}_j^i$  et  $\hat{\sigma}_j^i$  sont la moyenne et la variance de la distribution gaussienne estimée sur les résidus  $R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i)$ ,  $X$  suit cette loi et  $F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}$  est la fonction de répartition associée à cette loi.  $Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i$  correspond à l'intensité vibratoire sur le spectrogramme  $i$  aux coordonnées  $(f, N_2)$  dans le patch  $j$ . Définir un seuil sur les p-valeurs revient donc à définir un seuil sur la fonction de répartition. Il est alors possible de reporter ce seuil sur chaque patch car le seuil de probabilité prend en compte l'ordre de grandeur des résidus. Le seuil est donc identique pour tous les patchs étudiés. La détection des points inusuels au sein des résidus positifs  $\tilde{Y}^{i+}$  et au sein des résidus négatifs  $\tilde{Y}^{i-}$  s'effectuent alors par comparaison des p-valeurs de chaque point au seuil de détection  $s_+$  pour les résidus positifs et  $s_-$  pour les résidus négatifs.

$$\tilde{Y}_{f,N_2}^{i+} = \mathbb{1} \left\{ pval^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \leq s_+ \right\} \quad \tilde{Y}_{f,N_2}^{i-} = \mathbb{1} \left\{ pval^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \leq s_- \right\}$$

La théorie des valeurs extrêmes [37] est une deuxième méthode pour estimer un seuil sur les résidus. La distribution des valeurs extrêmes modélisée par une loi de Weibull, Gumbel ou Fréchet

caractérise la loi du maximum d'un jeu de données et est estimée à partir d'un sous-échantillon de taille  $n_{max}$  contenant les points maximaux. Le nombre de points de ce sous-échantillon impacte la distribution des valeurs extrêmes. Nous définissons le seuil de détection dans l'espace des résidus positifs et négatifs comme le mode de la distribution des valeurs extrêmes. Ce mode peut être considéré comme le maximum le plus probable.

$$s_{max}^+ = \operatorname{argmax} \left( f_{R_{C,n_{max}}^+}^e \right) \quad s_{max}^- = \operatorname{argmax} \left( f_{R_{C,n_{max}}^-}^e \right)$$

$f_{R_{C,n_{max}}^+}^e$  correspond à la distribution des valeurs extrêmes estimée à partir des  $n_{max}$  résidus positifs maximaux. Le seuil estimé est dépendant des résidus du patch et ne peut être reporté sur les autres. La distribution des valeurs extrêmes est donc estimée pour tous les patchs. La détection des points atypiques au sein des résidus positifs  $\hat{Y}^{i+}$  et au sein des résidus négatifs  $\hat{Y}^{i-}$  s'effectue respectivement par comparaison des résidus positifs et négatifs aux seuils  $s_{max}^+$  et  $s_{max}^-$ .

$$\tilde{Y}_{f,N_2}^{i+} = \mathbb{1} \left\{ R_C^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \geq s_{max}^+ \right\} \quad \tilde{Y}_{f,N_2}^{i-} = \mathbb{1} \left\{ R_C^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \geq s_{max}^- \right\}$$

Ces 2 méthodes permettent la définition d'un seuil de détection automatique des points atypiques pour chaque patch étudié. Nous utilisons les points extrêmes des résidus positifs  $R_C^+$  pour trouver les points considérés comme inusuels. Pour chacun de ces points détectés nous vérifions qu'un certain nombre  $n_{voisins}$  de points de leur voisinage  $\mathcal{V}_{f,N_2}$  sont détectés dans les résidus négatifs  $R_C^-$ , ces points correspondent aux artefacts créés par le dictionnaire de normalité autour des signatures atypiques. Nous définissons donc un point inusuel comme un point extrême de  $R_C^+$  et ayant des points rejetés dans son voisinage  $\mathcal{V}_{f,N_2}$  dans  $R_C^-$  (3.14).

$$\hat{Y}_{f,N_2}^{i,C} = \begin{cases} 0 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 0 \\ 0 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 1 \text{ \& } \sum_{k \in \mathcal{V}_{f,N_2}} \hat{Y}_k^{i-} < n_{voisins} \\ 1 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 1 \text{ \& } \sum_{k \in \mathcal{V}_{f,N_2}} \hat{Y}_k^{i-} \geq n_{voisins} \end{cases} \quad (3.14)$$

### 3.6.3 Calibration des paramètres des modèles sur $\Omega_{Val}$

#### La base de données annotées ponctuellement

La méthode développée dans cette section permet la détection ponctuelle des vibrations inusuelles présentes sur le spectrogramme. Afin de calibrer les différents paramètres des méthodes, il est indispensable de posséder une annotation ponctuelle des patchs. La base  $\mathcal{B}_1$  présentée dans le chapitre 1 contient les données d'un patch spécifique  $j^*$  dont certains points ont été annotés et classifiés dans l'une des 4 classes :

- classe "normal" : le point fait partie d'une signature normale liée au  $N_2$
- classe "inusuel" : le point fait partie d'une signature inusuelle

- classe "bruit" : bruit du spectrogramme, le point ne fait partie d'aucune raie
- classe "décalé" : le point fait partie d'une signature normale liée au  $N_1$ , cette dernière est décalée sur les différents spectrogrammes.

Seuls les points de la classe "inusuel" sont à détecter.

La base  $\mathcal{B}_1$  a été subdivisée en 2 groupes, le premier de validation  $\Omega_{Val}$  afin de calibrer les paramètres du modèle et le second de test  $\Omega_{Test}$  pour la présentation des résultats. Nous possédons donc des annotations de quelques points pour chacun de ces sous-ensembles de données. Etant donné que les points annotés ne concernent qu'un seul patch du spectrogramme, et par manque d'annotations ponctuelles sur les autres patchs, les paramètres calibrés à partir de la base  $\Omega_{Val}$  sont reportés sur les autres patchs.

Les paramètres à définir sont le nombre de points maximaux  $n_{max}$  à prendre en compte pour estimer la distribution des valeurs extrêmes dans un cas et les niveaux  $s_+$  et  $s_-$  des tests statistiques d'adéquation dans un second cas. Le nombre de voisins  $n_{voisins}$  à prendre en considération pour le filtrage à partir des résidus négatifs est à déterminer dans les 2 cas.

### Calibration des paramètres des tests d'adéquation

Afin de paramétriser le seuil de détection sur les p-valeurs des tests statistiques, nous calculons, pour chaque classe de points annotés, le taux de détection dans la base de validation  $\Omega_{Val}$  pour différentes valeurs de seuil  $s$  comprises entre de 0 à 1 (Figure 3.13). Le taux de détection des points inusuels est élevé pour de petites valeurs de seuils tandis que les taux des points normaux et du bruit sont faibles pour ces mêmes valeurs. Cependant, les points décalés sont aussi fortement détectés. Cela provient de la mauvaise caractérisation par le modèle de normalité des raies se décalant dans l'espace et de forte intensité. La figure 3.13 permet de voir qu'il est beaucoup plus pertinent de prendre un seuil de p-valeurs faible car les fausses détections augmentent rapidement avec la valeur du seuil. Cependant un seuil trop faible réduit le taux de bonne détection. Etant donné que nous ne disposons pas de points annotés au niveau des résidus négatifs, nous appliquons la même valeur de seuil pour ces derniers. Nous avons donc opté pour

$$s_+ = 0.1 \quad s_- = 0.1$$

qui permet un taux de bonnes détections d'environ 86% et 74% de fausses détections des points décalés dans la base de validation  $\Omega_{Val}$ .

Pour déterminer le nombre de voisins  $n_{voisins}$  dans les résidus négatifs devant être détectés dans (3.14), nous effectuons une approche similaire à la précédente en calculant le taux de détection des différentes classes en supposant cette fois-ci le seuil fixé et en faisant varier le nombre de voisins (Figure 3.14). Les détections visuelles sur différents patchs en fonction du nombre de voisins complètent la calibration (Figure 3.15) et apportent une vérification visuelle des résultats. Nous considérons un voisinage  $\mathcal{V}_{f,N_2}$  de rayon 3 au niveau des résidus négatifs. Le

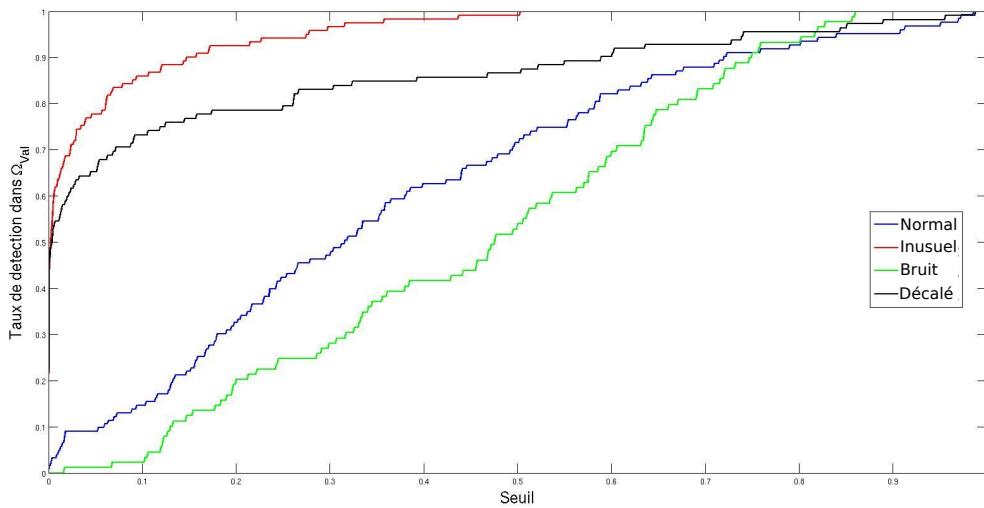


FIGURE 3.13 – Taux de détection des différentes classes de points dans  $\Omega_{Val}$  en fonction du seuil sur les p-valeurs des tests d'adéquation. Les points inusuels (rouge) sont fortement détectés pour de petites valeurs de seuils, c'est également le cas pour les points normaux décalés (rouge). Pour ces mêmes valeurs, les points normaux (bleu) et le bruit (vert) sont faiblement détectés.

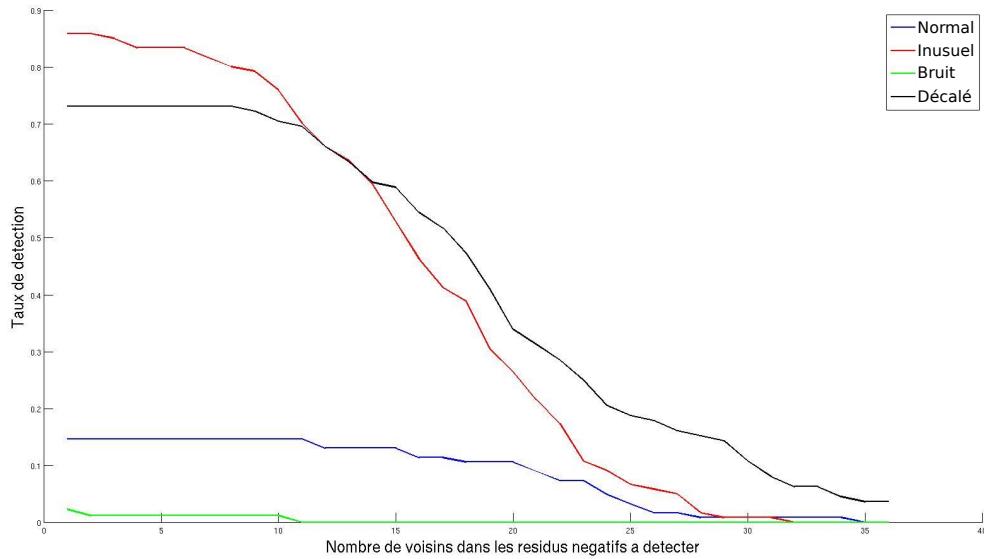


FIGURE 3.14 – Taux de détection des différentes classes de points dans  $\Omega_{Val}$  à partir du seuil sur les p-valeurs en fonction du nombre de voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. L'augmentation du nombre de voisins dans les résidus négatifs diminue les taux de détection. Afin d'obtenir de bons taux de détection des points atypiques, le nombre de points voisins devant être considérés dans les résidus négatifs doit être inférieur à 10.

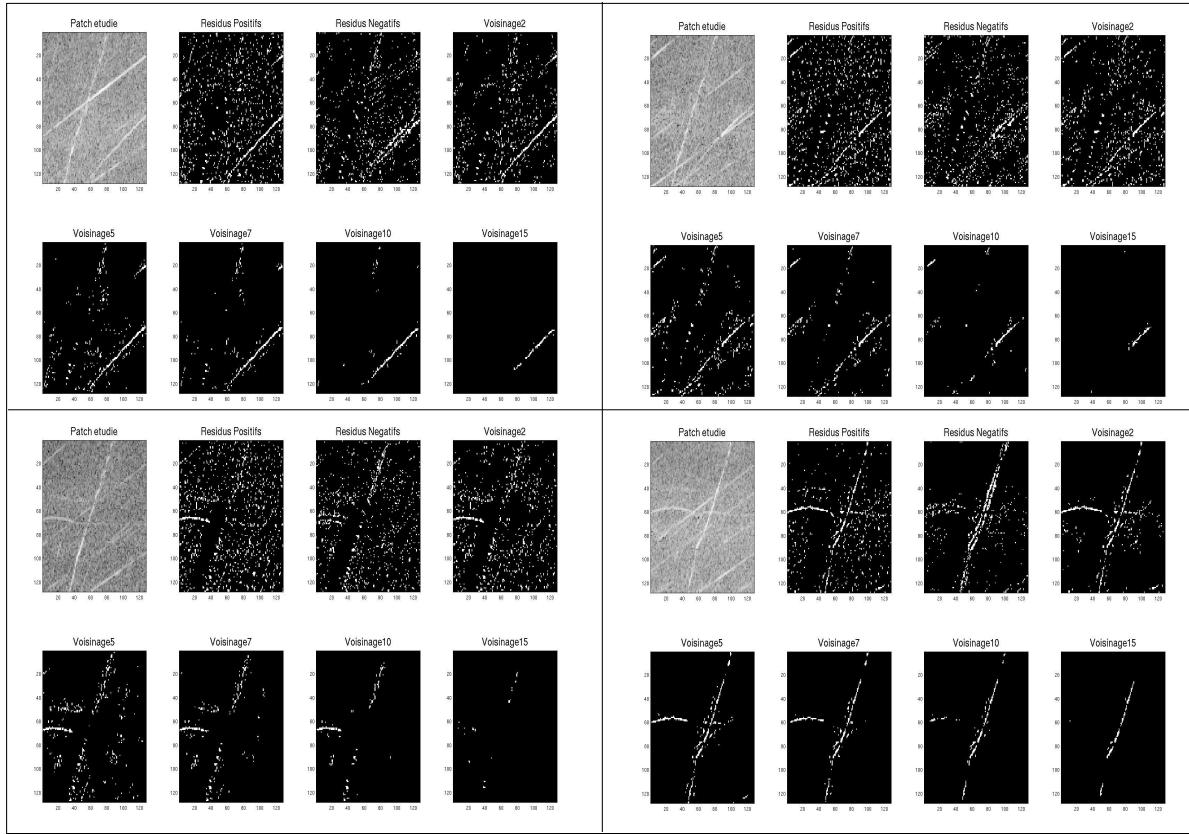


FIGURE 3.15 – Détection des points inusuels à partir du seuil sur les p-valeurs de 4 patchs contenant des signatures inusuelles, chaque sous-image correspond au résultats d'un patch. Chacune représentant le patch étudié, les points détectés par les résidus positifs et négatifs, et la détection en tenant compte du voisinage dans les résidus négatifs pour différents nombres de voisins. En considérant un nombre trop important de voisins les signatures atypiques ne sont pas détectées.

taux de détection se dégrade en augmentant le nombre de points voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. Ce processus caractérise une exigence plus forte pour classifier un point comme inusuel. La figure 3.15 présente les détections sur 4 patchs différents contenant des signatures atypiques en fonction du nombre de voisins. La figure est divisée en 4 sous-figures, chacune contenant le patch étudié, les points détectés à partir des résidus positifs et négatifs, ainsi que la détection en filtrant la détection des résidus positifs par les détections de voisins dans les résidus négatifs. L'utilisation des résidus négatifs permet de réduire les fausses détections. Cependant une exigence trop forte du nombre de voisins entraîne également la non-détection des points inusuels (Figure 3.14). Il s'agit donc de définir un nombre de voisins limitant les fausses détections tout en conservant la détection des points inusuels

$$n_{voisins} = 7.$$

### Calibration des paramètres des valeurs extrêmes

De manière analogue, nous estimons le nombre de résidus maximaux  $n_{max}$  à prendre en compte pour définir la distribution des valeurs extrêmes définies par une loi de Gumbel (la loi

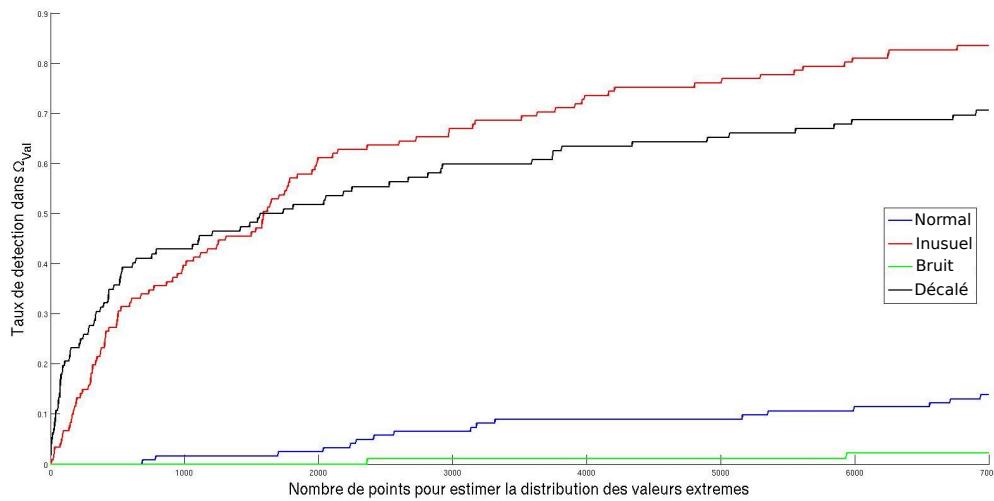


FIGURE 3.16 – Taux de détection des différentes classes de points dans  $\Omega_{Val}$  en fonction du nombre de points  $n_{max}$  utilisé pour modéliser la distribution des valeurs extrêmes. Les taux de détection des points inusuels (rouge) et des points décalés (noir) augmentent fortement avec le nombre de points considérés pour estimer la distribution des extrêmes. Les taux de détection des points normaux (bleu) et du bruit (vert) augmentent également avec une pente beaucoup plus faible, les points normaux et le bruit sont faiblement détectés. Tenir compte d'un grand nombre de points pour estimer la distribution des valeurs extrêmes permet une bonne détection des points atypiques tout en limitant les fausses détections liées aux points normaux et au bruit.

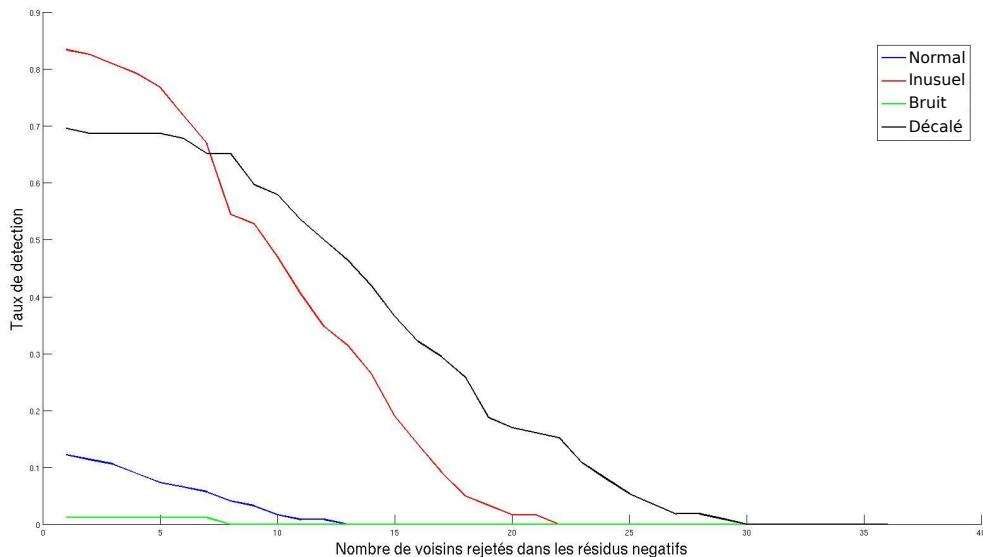


FIGURE 3.17 – Taux de détection des différentes classes de points dans  $\Omega_{Val}$  à partir du seuil défini sur la distribution extrême en fonction du nombre de voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. La prise en compte d'un nombre trop important de voisins au sein des résidus négatifs dégradent fortement la détection et permet également de réduire les fausses détections. Il est donc pertinent de limiter le nombre de voisins considérés.

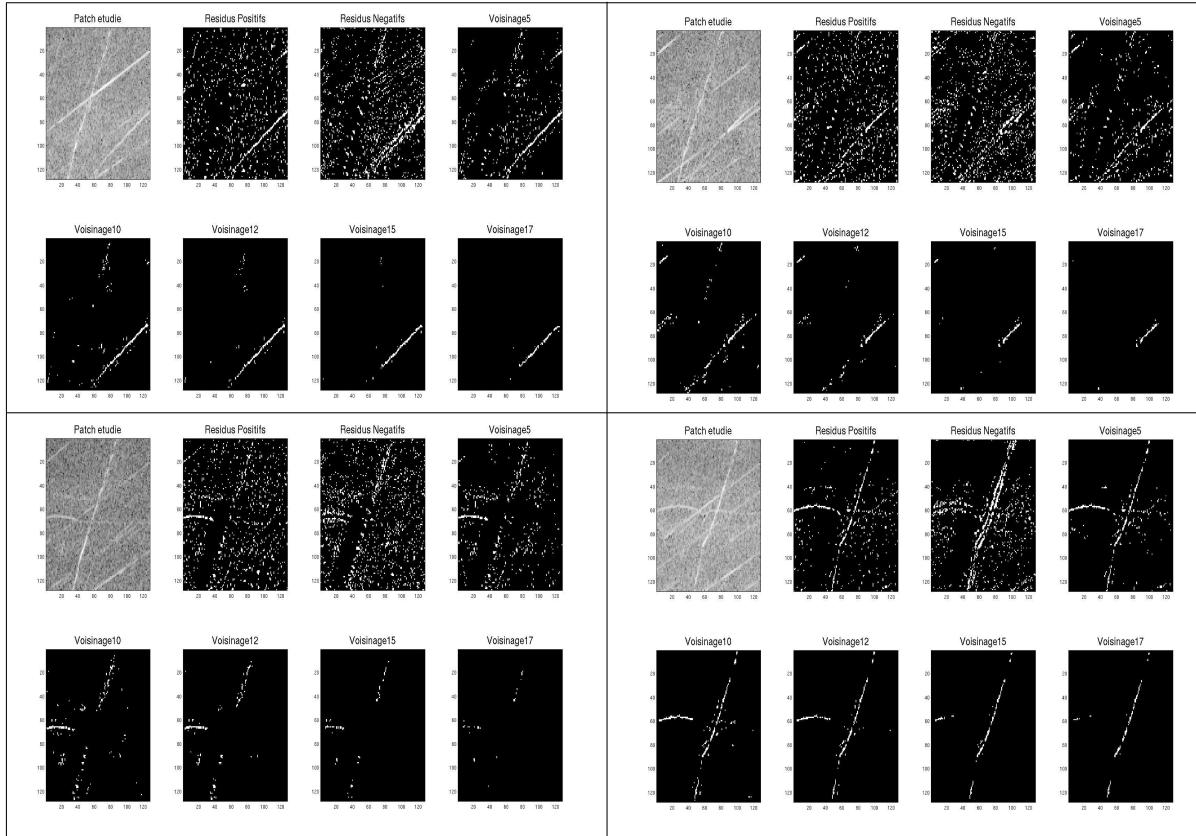


FIGURE 3.18 – Détection des points inusuels à partir du seuil défini sur la distribution extrême de 4 patchs contenant des signatures inusuelles, chaque sous-image correspond au résultats d'un patch. Chacune représentant le patch étudié, les points détectés par les résidus positifs et négatifs, et la détection en tenant compte du voisinage dans les résidus négatifs pour différents nombres de voisins.

gaussienne appartient au domaine d'attraction de Gumbel). Nous calculons donc les taux de détection des points des différentes classes de la base de validation  $\mathcal{B}_1$  (Figure 3.16). Les taux de détection augmentent avec le nombre de points maximaux considérés pour estimer la distribution extrême car le mode de la distribution diminue en ajoutant des points pour l'estimation. Les nouveaux points ajoutés pour l'estimation sont toujours inférieurs, ils font reculer le mode et donc diminuer le seuil de détection. Le taux de détection des points inusuels et décalés augmentent bien plus rapidement avec le nombre de points considérés que les 2 autres classes. Cela montre la capacité du modèle à détecter principalement les points atypiques et ceux décalés spatialement sur les différents patchs. Nous choisissons comme nombre de points pour estimer la distribution des valeurs extrêmes

$$n_{max} = 6765.$$

Nous utilisons la même valeur pour estimer la distribution des valeurs extrêmes des résidus négatifs.

Le nombre de points voisins à considérer dans les résidus négatifs est calibré par les taux de détection des différentes classes en fonction du nombre de voisins (Figure 3.17) ainsi que par une représentation visuelle de la détection sur différents patchs pour différents nombres de voisins

à détecter (Figure 3.18). Comme précédemment les taux de détection diminuent en haussant l'exigence sur les résidus négatifs. Nous avons opté pour

$$n_{voisins} = 5.$$

### 3.6.4 Résultats sur la base de test $\Omega_{Test}$

Nous présentons les résultats sous 3 formats sur les données de  $\Omega_{Test}$  :

- par le calcul des taux de détection pour chaque classe de points annotés à partir des différentes approches de définition de seuil,
- par le calcul pour tous les patchs du spectrogramme du pourcentage de points détectés faisant partie d'une zone atypique extraite pour les patchs contenant des signatures inusuelles et le pourcentage de points détectés pour les patchs ne contenant pas de signatures inusuelles,
- par une représentation visuelle des points détectés sur les patchs à partir des résidus positifs, des résidus négatifs et du filtrage du premier par rapport au second.

Les paramètres des modèles correspondent à ceux calibrés sur  $\Omega_{Val}$ .

#### Résultats des points annotés de $\Omega_{Test}$

Les taux de détection des différentes classes de points de  $\Omega_{Test}$  sont déterminés pour différentes données d'apprentissage permettant la définition du support des atomes de curvelets (Tableau 3.2). Le modèle proposé permet une bonne détection des points annotés comme inusuels. Cependant les points issus de raies vibratoires normales décalées spatialement sont également fortement détectés à tort. Les points normaux et le bruit sont très faiblement détectés. La définition du seuil à partir de la distribution des extrêmes donnent une légèrement meilleure classification des points atypiques. Les deux méthodes donnent des résultats très proches.

TABLE 3.2 – Taux de détection à partir du modèle défini par les curvelets des différentes classes de points de la base de test  $\Omega_{Test}$  pour différentes données d'apprentissage

Classe de points	P-valeurs sur les résidus	Valeurs extrêmes sur les résidus
Classe "normal"	$4.1\% \pm 1.4\%$	$3.59\% \pm 3.44\%$
Classe "inusual"	$60\% \pm 1\%$	$66.98\% \pm 1.95\%$
Classe "noise"	0%	0%
Classe "shifted"	$68.21\% \pm 1.4\%$	$60\% \pm 3.44\%$

#### Résultats de détection sur l'ensemble des patchs $\mathcal{K}_j^{128}$ des spectrogrammes

La méthode d'extraction permet des récupérer de zones atypiques contenant les signatures inusuelles, mais également de nombreux points normaux. Ainsi classifier tous les points de la zone comme inusuels et définir un critère d'erreur comparant la décision de l'algorithme à la vérité

terrain définie par l'extraction n'est pas pertinent. Nous définissons un critère d'erreur différent  $E_j^i$  (3.15) selon que la donnée test du patch étudié contient des zones atypiques annotées dans la base ou n'en contient pas. Dans le cas où l'intersection entre le patch test et les zones atypiques extraites de cette même donnée est non vide ( $Y_{\mathcal{K}_j}^i = 1$ ), nous calculons la proportion des points détectés se trouvant dans les zones atypiques, ainsi la proportion inverse concerne uniquement les fausses détections. Dans le cas contraire ( $Y_{\mathcal{K}_j}^i = 0$ ), nous calculons la proportion de points détectés par rapport à la dimension du patch.

$$E_j^i = \begin{cases} \frac{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \& \exists k | (f, N_2) \in \text{zone}_{ano}^i(k) \right\}}{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \right\}} & \text{si } Y_{\mathcal{K}_j}^i = 1 \\ \frac{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \right\}}{\text{card} \left\{ Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i \right\}} & \text{si } Y_{\mathcal{K}_j}^i = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Ces résultats de détection (3.15) sont présentés dans le tableau 3.4 décomposé en plusieurs sous-tableaux sous le format défini dans le tableau 3.3. Chacun des sous-tableaux correspond à un des patchs de la subdivision des spectrogrammes. Les résultats ont été établis à partir de tous les moteurs de la base de test  $\Omega_{Test}$ , nous mettons  $NA$  pour les patchs dans lesquels aucun moteur de la base de test ne possède de signature inusuelle. Le taux de points détectés par rapport au nombre de points pour les patchs sans signature atypique est très faible (autour de 2%). Les résultats sont beaucoup plus variés sur les patchs contenant des signatures inusuelles. Pour certains d'entre eux, la majorité des points détectés font partie des zones atypiques extraites proposant donc de bons résultats sur ces patchs, tandis que sur d'autres patchs, la proportion de points détectés appartenant aux zones atypiques est très faible. Cela peut provenir de la méthode d'extraction des zones atypiques récupérant une grande quantité d'information normale. Les résultats des deux approches de définition de seuil sont très proches.

TABLE 3.3 – Structure des sous-tableaux de résultats pour le modèle défini par le dictionnaire des curvelets

Taux de bonnes détection à partir du seuil sur les p-valeurs pour les patchs contenant des signatures inusuelles	Taux de points détectés à partir du seuil sur les p-valeurs pour les patchs sans signatures inusuelles
Taux de bonnes détection à partir de l'approche des valeurs extrêmes pour les patchs contenant des signatures inusuelles	Taux de points détectés à partir de l'approche des valeurs extrêmes pour les patchs sans signatures inusuelles

### Visualisation des points rejetés sur la base de test $\Omega_{Test}$

Nous présentons sur la figure 3.19 les résultats de détection sur les différents patchs de la base de test  $\Omega_{Test}$  présentés dans le chapitre précédent (figure 2.3), ainsi que les résultats intermédiaires de détection à partir des résidus positifs et négatifs. Nous représentons les résultats pour un patch normal (1ère ligne) et pour 4 patchs contenant chacun des signatures atypiques

TABLE 3.4 – Taux de détection sur l'ensemble des patchs de la base de test à partir du modèle de normalité défini à partir des curvelets

<i>NA</i>	3.31% ± 0.02%	<i>NA</i>	3.66% ± 0.02%	0.9% ± 0.1%	3.58% ± 0.01%
<i>NA</i>	1.94% ± 0.01%	<i>NA</i>	2.50% ± 0.04%	0.4% ± 0.1%	2.57% ± 0.01%
<i>NA</i>	2.91% ± 0.02%	<i>NA</i>	2.95% ± 0.02%	<b>84.3% ± 0.4%</b>	2.56% ± 0.01
<i>NA</i>	1.33% ± 0.01%	<i>NA</i>	1.84% ± 0.01%	<b>86.6% ± 1.4%</b>	1.57% ± 0.02%
23.3% ± 0.3%	3.56% ± 0.03%	4.11% ± 0.2%	3.01% ± 0.03%	<b>56.1% ± 0.6%</b>	3.12% ± 0.01%
20.0% ± 0.3%	1.48% ± 0.01%	2.1% ± 1%	1.99% ± 0.03%	<b>50.1% ± 1.1%</b>	2.24% ± 0.02%
<b>61.4% ± 0.1%</b>	3.88% ± 0.03%	39.1% ± 0.3%	2.89% ± 0.02%	46.6% ± 0.4%	2.83% ± 0.01%
<b>65.4% ± 0.6%</b>	1.85% ± 0.02%	38.9% ± 0.9%	1.98% ± 0.02%	47.6% ± 0.9%	1.77% ± 0.01%
29.1% ± 0.3%	3.95% ± 0.03%	31.1% ± 0%	2.76% ± 0.04%	40.2% ± 0.6%	1.80% ± 0.01
30.9% ± 0.7%	1.74% ± 0.03%	30.1% ± 0.2%	1.72% ± 0.02%	40.0% ± 0.3%	1.23% ± 0.02%
<b>56% ± 0.3%</b>	4.24% ± 0.01%	<b>51.1% ± 0.3%</b>	3.08% ± 0.02%	<b>81.6% ± 0.2%</b>	1.48% ± 0.04%
<b>56.7% ± 0.7%</b>	1.62% ± 0.02%	<b>53.7% ± 0.4%</b>	1.81% ± 0.05%	<b>81.9% ± 0.2%</b>	1.06% ± 0.03%
<b>53.7% ± 0.2%</b>	3.85% ± 0.01%	45.4% ± 0%	2.88% ± 0.01%	<b>59.5% ± 0.3%</b>	2.49% ± 0.02%
<b>52.8% ± 0.6%</b>	1.32% ± 0.02%	46.2% ± 0.5%	1.89% ± 0.02%	<b>61.5% ± 0.2%</b>	1.61% ± 0.04%
19.4% ± 0.7%	4.06% ± 0.01%	46.9% ± 0.5%	2.62% ± 0.01%	<b>59.8% ± 0%</b>	2.67% ± 0.02%
21.2% ± 1.2%	1.75% ± 0.03%	<b>50.8% ± 0.8%</b>	1.62% ± 0.01%	<b>62.3% ± 0.5%</b>	1.60% ± 0%
3.2% ± 0.4%	4.30% ± 0.03%	18.4% ± 0.4%	3.19% ± 0%	39.7% ± 0.4%	2.74% ± 0.01%
3.4% ± 0.3%	1.82% ± 0.02%	15.2% ± 0.1%	2.07% ± 0.02%	37.7% ± 1%	1.79% ± 0.01%
<i>NA</i>	4.23% ± 0%	<i>NA</i>	3.21% ± 0%	19.4% ± 1.1%	2.42% ± 0.01%
<i>NA</i>	1.82% ± 0.02%	<i>NA</i>	2.00% ± 0.01%	17.2 ± 1.7%	1.79% ± 0.01%
23.7% ± 0.7%	3.80% ± 0%	<i>NA</i>	2.91% ± 0.02%	31.3% ± 0.8%	2.04% ± 0%
36.6% ± 1.3%	1.45% ± 0.01%	<i>NA</i>	1.73% ± 0.04%	29.4% ± 0.7%	1.47% ± 0.02%
4.8% ± 0.4%	3.86% ± 0.02%	2.9% ± 0.8%	2.10% ± 0.01%	9.2% ± 0.3%	1.88% ± 0.03%
0.4% ± 0.3%	1.76% ± 0.02%	3.0% ± 1.4%	1.60% ± 0.01%	9.5% ± 0.4%	1.30% ± 0.01%
5.5% ± 0.2%	3.81% ± 0.02%	19.7% ± 0.4%	2.08% ± 0.02%	16% ± 1.2%	1.91% ± 0.01%
7.8% ± 0.4%	1.22% ± 0.02%	18.3% ± 1.2%	1.45% ± 0.04%	24% ± 1.5%	1.37% ± 0.04%
<i>NA</i>	3.71% ± 0.03%	0.5% ± 0.1%	2.37% ± 0.01%	<b>71.2% ± 0.6%</b>	2.22% ± 0%
<i>NA</i>	1.11% ± 0.01%	0%	1.54% ± 0.01%	<b>61.3% ± 2.2%</b>	1.47% ± 0.01%
<i>NA</i>	3.74% ± 0.02%	<b>56% ± 0.5%</b>	2.36% ± 0.03%	<b>56.1% ± 0.4%</b>	2.34% ± 0.01%
<i>NA</i>	1.41% ± 0.01%	<b>57.5% ± 0.3%</b>	1.54% ± 0.02%	<b>57.8% ± 0.3%</b>	1.68% ± 0.01%
16.2% ± 1%	4.01% ± 0.03%	46.8% ± 0.8%	2.41% ± 0.03%	<b>53.5% ± 0.3%</b>	1.76% ± 0.03%
11.2% ± 2.3%	1.35% ± 0.01%	48.7% ± 1.5%	1.53% ± 0.02%	<b>51.9% ± 0.4%</b>	1.37% ± 0.01%
<b>87.9% ± 0.6%</b>	3.81% ± 0.01%	47% + 1.3%	2.48% ± 0.03%	15.6% ± 0.9%	1.49% ± 0.03%
<b>95.1% ± 1.9%</b>	1.50% ± 0	<b>50.6% ± 2.2%</b>	1.45% ± 0.01%	16.0% ± 0.2%	1.22% ± 0.03%
33.3% ± 0.9%	3.32% ± 0.01%	1.6% ± 0.4%	2.46% ± 0%	31.2% ± 0%	1.60% ± 0.01%
38.0% ± 0.7%	1.47% ± 0.02%	0.5% ± 0.5%	1.48% ± 0.02%	28.7% ± 4.7%	1.30% ± 0.02%

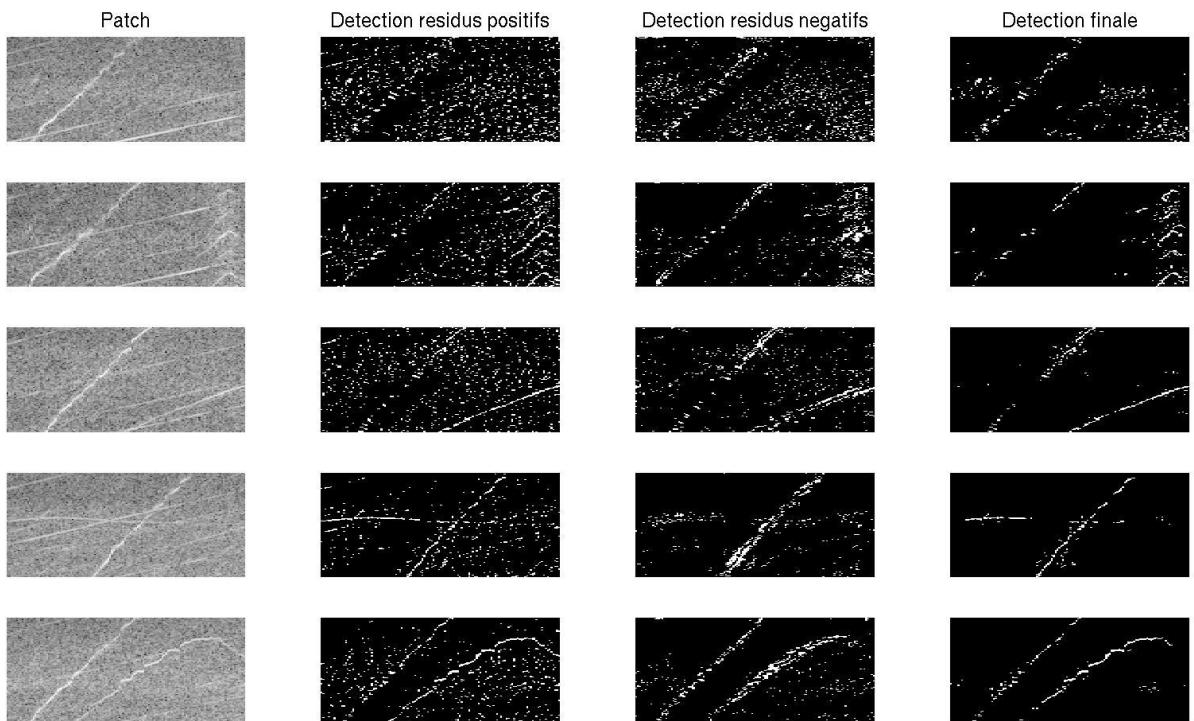


FIGURE 3.19 – Détection des points inusuels sur différents patchs. Chaque ligne correspond à un patch, les points détectés à partir des résidus positifs, les points inusuels détectés à partir des résidus négatifs et les points inusuels détectés sur les résidus positifs avec filtrage par les résidus négatifs. La première ligne correspond à un patch normal, les autres sont des patchs contenant des signatures atypiques. Les signatures atypiques se trouvent dans la détection finale établie à partir des résidus positifs et des résidus négatifs.

différentes. L’impact des résidus négatifs est visible, les points détectés au niveau de ces résidus se trouvent bien autour des signatures inusuelles et de la raie  $N_1$ . Le filtrage des détections sur les résidus positifs par les résidus négatifs permet bien d’éliminer de nombreuses fausses détections. Pour les patchs contenant les signatures inusuelles, nous voyons apparaître principalement les signatures inusuelles et la raie  $N_1$  dans la détection finale. L’approche basée sur la définition d’un modèle de normalité à partir du dictionnaire des curvelets est donc pertinente pour la détection des signatures inusuelles sur les spectrogrammes. Pour le patch normal, nous détectons principalement la raie  $N_1$  qui reste détectée du fait de son décalage sur les différents spectrogrammes. Cependant de nombreux points restent détectés en dehors de cette raie. Cela provient de la définition du seuil de détection, ce dernier est déterminé intra-patch comme un quantile de la distribution des résidus. La définition de ce seuil ne tient pas compte de la présence ou non de signatures inusuelles sur le patch et entraîne une détection automatique de plusieurs points, y compris lorsque le patch ne contient pas de signature inusuelle. La définition du modèle de normalité à partir du dictionnaire des curvelets avec les résidus de reconstruction pour détecter les signatures atypiques permettent la mise en évidence des signatures inusuelles sur les patchs.