

n'y a aucune interaction entre les dictionnaires des différents patchs.

$$\underbrace{[\vec{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i_1} \dots \vec{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i_k} \dots \vec{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i_{n_{App}^j}}]}_{\vec{Z}_{\Omega_{App}^j}} = \underbrace{[d_1^j \dots d_{r_j}^j]}_{\mathcal{D}_j^{NMF}} \times \underbrace{[c_{i_1} \dots c_{i_k} \dots c_{i_{n_{App}^j}}]}_{C_{\Omega_{App}^j}}, \{i_1, \dots, i_k, \dots, i_{n_{App}^j}\} \in \Omega_{App}^j$$

Les colonnes d_k^j et c_{i_k} correspondent respectivement aux atomes du dictionnaire et aux coefficients dans le dictionnaire des patchs de Ω_{App}^j .

Nous imposons une contrainte de norme unitaire sur les atomes du dictionnaire. Pour cela nous nous inspirons de la méthode des K-SVD [4], à chaque mise à jour de \mathcal{D}_j^{NMF} et $C_{\Omega_{App}^j}$, nous divisons chaque colonne du dictionnaire par leurs normes et impactons cette norme sur les coefficients correspondants. Ainsi le produit $\mathcal{D}_j^{NMF} \times C_{\Omega_{App}^j}$ reste inchangé. Nous cherchons donc à résoudre le problème suivant :

$$\forall j, [\mathcal{D}_j^{NMF}, C_{\Omega_{App}^j}] = \underset{D>0, C>0}{\operatorname{argmin}} \| \vec{Z}_{\Omega_{App}^j} - DC \|_2^2 \text{ avec } \forall k, \|d_k^j\|_2^2 = 1. \quad (4.8)$$

Nous considérons que la méthode a convergé lorsque l'erreur de reconstruction devient inférieure à un seuil sur plusieurs itérations consécutives.

Les dictionnaires $\{\mathcal{D}_j^{NMF}\}_{j \in \mathcal{K}^{128}}$ définissent donc le modèle de normalité sur lequel nous cherchons à représenter les données de spectrogrammes patch par patch. Le rang r_j du dictionnaire est une variable indispensable pour définir le modèle de normalité comme il s'agit de la dimension dans laquelle les patchs sont décomposés. Il est déterminé indépendamment sur chaque patch.

4.3.2 Définition du rang du dictionnaire

Dans les méthodes de dictionary learning, les rangs des matrices utilisées pour la décomposition doivent être définis au préalable. Dans le cadre de la séparation de sources, ce rang correspond au nombre de sources décomposant le signal qui est généralement connu. Pour nos données de spectrogrammes, cette valeur est inconnue. Les raies présentes dans les patchs correspondent aux différentes sources vibratoires des moteurs d'avions. Cependant les moteurs sont sujets à de nombreuses sources vibratoires dont le nombre est variable. La transformée de Hough [10] pourrait permettre de déterminer le nombre de raies présentes sur les patchs normaux de Ω_{App}^j . Les raies vibratoires normales correspondent à des équations linéaires du N_1 , N_2 ou RDS. Une application du seuillage sur la transformée détermine les raies présentes. Le nombre de raies différentes dans la base d'apprentissage pourrait alors correspondre au nombre d'atomes dans le dictionnaire. Cependant, cette approche entraînerait de considérer un atome pour chaque raie normale décalée sur le patch. De plus les raies présentes sur les patchs ne sont pas nécessairement complètes mais seulement partielles. Définir le nombre d'atomes comme le nombre de raies différentes présentes sur les patchs d'apprentissage ne semble pas adapté à notre problématique.

Nous considérons qu'il existe un nombre d'atomes optimal pour la représentation par la NMF. Nous faisons donc l'hypothèse, pour un patch quelconque j , qu'au bout d'un certain rang r_j^* , le gain de représentation obtenu en ajoutant un atome supplémentaire au dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} n'est plus suffisant pour justifier l'augmentation de la complexité de représentation. De plus, si le rang est trop important et est proche du nombre de données d'apprentissage, le dictionnaire sera surappris et conviendra parfaitement pour la base d'apprentissage mais ne conviendra pas pour de nouvelles données avec une erreur de reconstruction augmentant en fonction du rang. La détermination du rang optimal est effectuée sur une base de validation Ω_{Val}^j disjointe de la base d'apprentissage Ω_{App}^j afin d'éviter ces problèmes de surapprentissage. Le rang optimal correspond à un faible taux d'accroissement entre l'erreur de reconstruction au rang $r + 1$ et cette même erreur au rang r (4.9).

$$r_j^* = \underset{r}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{\|\vec{Z}_{\Omega_{Val}^j} - \mathcal{D}_{j,r+1}^{NMF} C_{\Omega_{Val}^j}^{r+1}\|_2^2 - \|\vec{Z}_{\Omega_{Val}^j} - \mathcal{D}_{j,r}^{NMF} C_{\Omega_{Val}^j}^r\|_2^2}{\|\vec{Z}_{\Omega_{Val}^j} - \mathcal{D}_{j,r}^{NMF} C_{\Omega_{Val}^j}^r\|_2^2} \leq \epsilon \right\} \quad (4.9)$$

$\mathcal{D}_{j,r}^{NMF}$ et $C_{\Omega_{Val}^j}^r$ définissent respectivement le dictionnaire et les coefficients au rang r , et ϵ le niveau d'erreur à partir duquel on considère qu'il n'est plus nécessaire d'augmenter le rang.

La figure 4.1 illustre l'erreur de reconstruction moyenne sur la base de validation Ω_{Val} établie à partir du dictionnaire appris de la NMF en fonction du rang pour 6 différents patchs sur 10 ensembles d'apprentissage différents. Nous pouvons remarquer que pour les premiers rangs l'erreur de reconstruction diminue pour la base de validation Ω_{Val} . Cependant pour certains patchs, à partir d'un certain rang l'erreur croît en fonction du rang, cela signifie que le modèle a surappris sur les données d'apprentissage et ne généralise pas les éléments présents sur les patchs. Pour d'autres patchs, le modèle ne surapprend pas, cela est dû au fait que la variabilité entre les différentes données pour ces patchs en particulier n'est pas importante et donc le surapprentissage du modèle n'impacte pas la reconstruction des patchs de Ω_{Val} . Indépendamment du patch considéré, les comportements des erreurs de reconstruction sont similaires pour les différentes bases d'apprentissage normales utilisées. Le rang est donc approximativement le même pour les différents apprentissages de la NMF. Cela signifie que le rang n'est pas dépendant des données d'apprentissage ou de validation mais est intrinsèque au patch et est indépendant des données utilisées pour la calibration du dictionnaire.

4.3.3 Représentation de la normalité à partir du dictionnaire de la NMF

Le dictionnaire est calculé à partir de l'équation (4.8) avec une initialisation aléatoire. Pour chaque patch j le rang r_j^* est défini au préalable (4.9). Nous présentons en figure 4.2 les différents atomes du dictionnaires obtenus pour deux patchs possédant des structures différentes. Les atomes du dictionnaire sont proches des patchs malgré l'initialisation aléatoire. Les différentes raies normales sont bien représentées dans le dictionnaire. A la différence du dictionnaire défini par les curvelets qui permet la reconstruction des raies bout à bout, ce dictionnaire caractérise l'intégralité des raies. Les atomes ont des structures très proches des patchs considérés. Les dif-

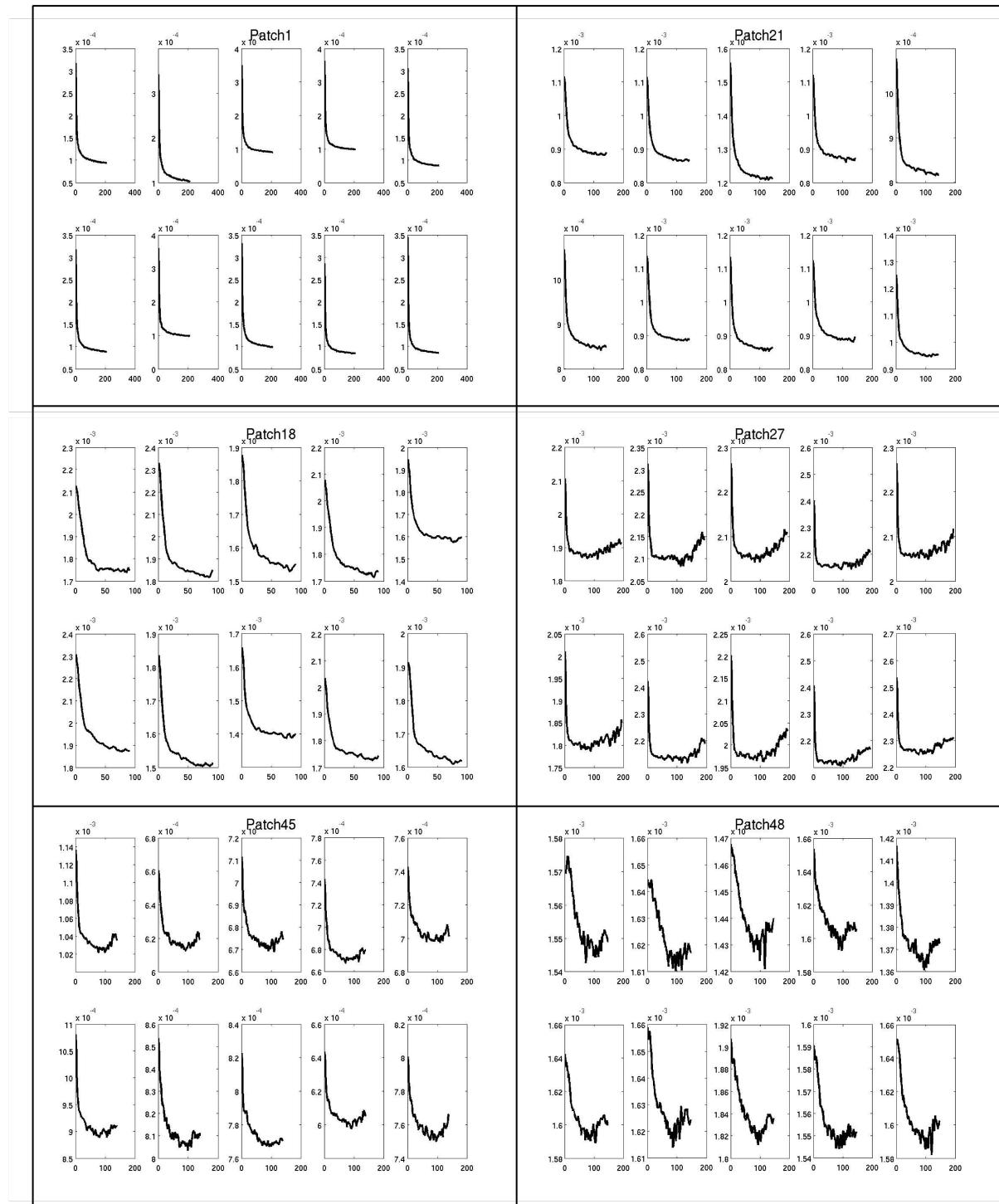


FIGURE 4.1 – Erreur de reconstruction en validation en fonction du rang de la NMF pour 6 différents patchs. Chaque bloc de l'image correspond à un des patchs et chaque courbe dans ces blocs correspond aux résultats de reconstruction pour différentes données d'apprentissage. Les comportements pour les différentes données d'apprentissage sur chaque bloc sont les mêmes. Les rangs optimaux r^* ne sont pas dépendants des données d'apprentissage mais dépendent de la structure intrinsèque du patch considéré.

férentes informations vibratoires normales sont présentes et interprétables sur ces atomes, cela provient de la positivité imposée par la NMF qui entraîne une combinaison additive des atomes. A partir d'une méthode de définition de dictionnaire telle que l'ACP, les atomes possèderaient des structures non similaires aux patchs. De plus, les atomes du dictionnaire \mathcal{D}^{NMF} tiennent compte des différents comportements des raies N_1 (décalage sur les différents spectrogrammes) en représentant plusieurs comportements sur chaque atome. Il s'agit d'une zone d'incertitude pour les dictionnaires. Ils tiennent également compte de la structure non complète des raies normales. Les dictionnaires $\{\mathcal{D}_j^{NMF}\}_{j \in \mathcal{K}^{128}}$ permettent donc de caractériser les raies normales présentes sur les différents patchs des spectrogrammes et définissent donc un modèle de normalité pertinent.

Pour que ce dictionnaire définisse le modèle de normalité, il faut lui associer une méthode pour caractériser les données non issues de l'apprentissage, c'est-à-dire déterminer les coefficients de représentation dans ce dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} . Comme le dictionnaire est considéré appris, la fonctionnelle définit dans l'équation (4.8) devient une optimisation en une unique variable C . Nous voulons garder la positivité des coefficients dans la représentation pour combiner positivement les atomes du dictionnaire et garder la structure de ce dernier. Pour résoudre cette problématique, nous utilisons la méthode de mise à jour (4.7) correspondant uniquement à la variable C . Nous savons déjà que cette mise à jour permet de réduire l'erreur à chaque itération et que les coefficients sont positifs tant que l'initialisation est positive.

$$C_j^i = \underset{C > 0}{\operatorname{argmin}} \|\vec{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}} - \mathcal{D}_{j,r_j^*}^{NMF} C\|_2^2$$

avec i le spectrogramme et j le patch.

Nous pouvons donc obtenir les représentations des différents patchs des spectrogrammes dans les dictionnaires de normalité $\{\mathcal{D}_j^{NMF}\}_{j \in \mathcal{K}^{128}}$ à partir desquelles nous donnons une estimation normale de ces patchs par reconstruction. Nous notons $\hat{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i,NMF}$ l'estimation dans le domaine normal de $Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i,NMF}$.

$$\hat{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i,NMF} = \mathcal{D}_{j,r_j^*}^{NMF} C_j^i$$

La figure 4.3 présente les reconstructions des patchs comportant des signatures atypiques à partir du dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} . Nous représentons le patch étudié, sa reconstruction à partir du dictionnaire ainsi que les résidus de reconstruction. Les signatures inusuelles ne sont pas du tout reconstruites à partir de ce dictionnaire, elles se retrouvent dans les résidus positifs de la reconstruction. Des artefacts sont créés par le dictionnaire mais consistent uniquement en la complétion ou l'ajout de certaines signatures vibratoires normales. Ces artefacts correspondent à des résidus négatifs. De plus, la reconstruction à partir du dictionnaire \mathcal{D}^{NMF} a permis un débruitage du patch, le bruit semble visuellement atténué dans la reconstruction.

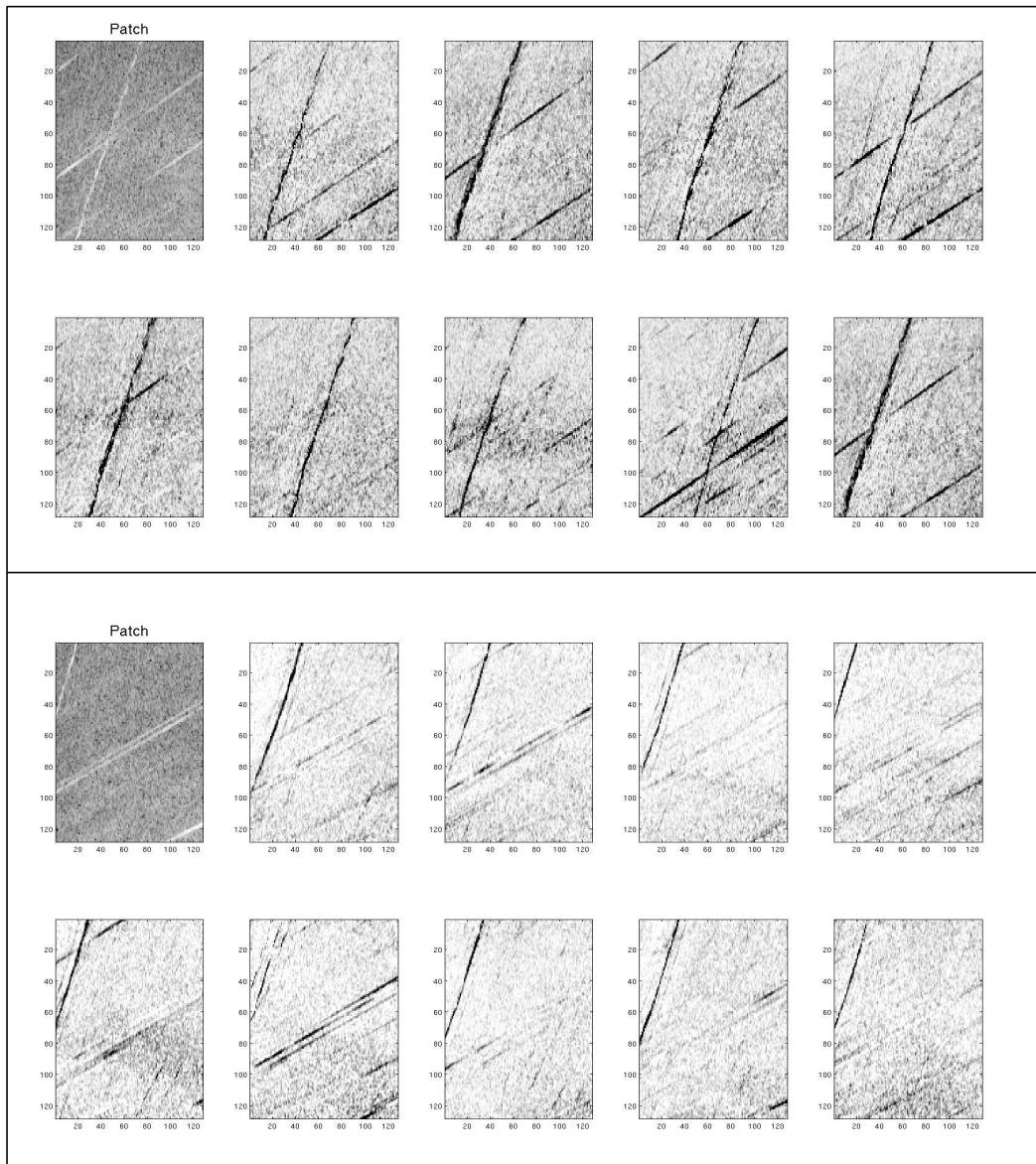


FIGURE 4.2 – Atomes du dictionnaire de la NMF appris sur les données normales pour 2 différents patchs. Les atomes des dictionnaires appris possèdent des structures proches des patchs à partir desquels ils ont été appris. Ils permettent de caractériser les différents comportements des raies normales avec la prise en compte des raies décalés dans les atomes ainsi que la non-complétude des raies normales.

4.4 Détection d'anomalies sur les patchs

4.4.1 Les scores de détection

Nous cherchons à détecter les patchs contenant des signatures inusuelles à partir de cette représentation qui donne une caractérisation en dimension réduite des patchs. Dans un premier temps, nous avons étudié des approches supervisées afin de classifier les patchs à partir des méthodes classiques du domaine comme les random forests et les SVM [49] appliquées aux repré-

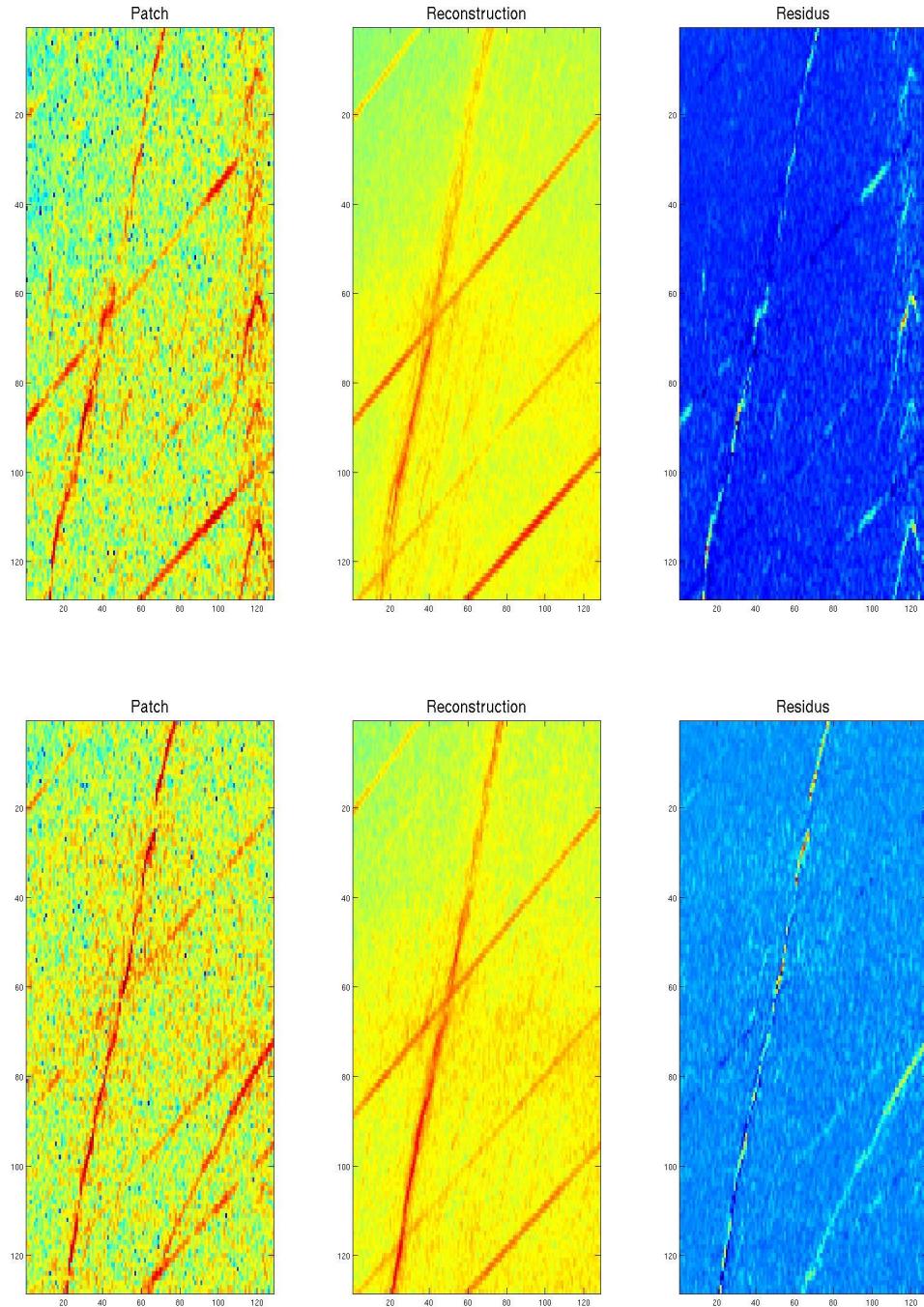


FIGURE 4.3 – Représentation de 2 patches contenant des signatures inusuelles à partir de \mathcal{D}^{NMF} . Chaque ligne correspond au patch étudié avec sa reconstruction à partir du dictionnaire et les résidus de cette reconstruction. Les signatures atypiques ne sont pas reconstruites à partir du dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} . Ces signatures inusuelles se trouvent dans les résidus de la reconstruction.

sentations dans le dictionnaire de la NMF de faible dimension. Cependant les résultats n'étaient pas satisfaisants avec une courbe ROC proche de la première bissectrice. Dans un second temps, nous avons étudié les distances entre les représentants dans les dictionnaires des patchs. Les scores basés sur ces distances sont calculés à partir de l'ensemble des données normales de validation Ω_{Val}^j non utilisées pour l'apprentissage du dictionnaire. Nous avons analysé les résultats sur deux distances classiques :

- la distance l_2 minimale entre la représentation du patch étudié et les représentations des patchs dans la base de validation Ω_{Val}^j :

$$d_{l_2}(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i) = \min_{k \in \Omega_{Val}^j} \|C_j^i - C_j^k\|_2^2$$

les patchs atypiques sont censés avoir des représentations éloignées des patchs normaux de la base de validation,

- la distance de Mahalanobis entre les représentations pour tenir compte des corrélations entre les coefficients comme les atomes des dictionnaires $\{\mathcal{D}_j^{NMF}\}_{j \in \mathcal{K}^{128}}$ ne sont pas orthogonaux,

$$d_M(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i) = (C_j^i - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (C_j^i - \mu_j),$$

avec μ_j et Σ_j la moyenne et covariance des représentations des patchs de Ω_{Val}^j .

Nous représentons la matrice des distances l_2 entre tous les patchs sur la figure 4.4. Les premières lignes et colonnes (flèches vertes) de la matrice correspondent aux patchs normaux, les suivantes (flèches rouges) contiennent l'ensemble des patchs inusuels. Nous n'observons pas de structure diagonale par bloc dans cette matrice attestant d'une différence des distances entre les patchs normaux et les patchs inusuels. Les résultats pour la distance de Mahalanobis sont similaires et ne permettent donc pas de discriminer les patchs atypiques des patchs normaux. Les approches exploitant uniquement la représentation dans le dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} ne sont pas efficaces pour discriminer les différentes catégories de patch. Les signatures inusuelles ne consistent qu'en une infime partie du patch, ils engendrent donc des modifications moindres sur les coefficients de représentation ne permettant pas la détection des patchs atypiques.

La projection dans le domaine normal engendré par \mathcal{D}_j^{NMF} permet une reconstruction sans aucune signature inusuelle, les informations atypiques se trouvent donc entièrement dans les résidus de la reconstruction (figure 4.3). L'erreur de reconstruction (4.10) est donc un score de détection d'anomalies pertinent à partir de ce dictionnaire.

$$d_{ER}^{NMF}(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i) = \|Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i - \mathcal{D}_j^{NMF} C_j^i\|_2^2 = \|Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i,NMF}\|_2^2 \quad (4.10)$$

Comme pour les curvelets, le score de normalité est défini à partir de la p-valeur d'un test statistique d'adéquation à la distribution des erreurs de reconstruction des patchs normaux modélisée par une loi gamma. Nous notons $pval_j^i$ la p-valeur associée à $Z_{\mathcal{K}_j}^i$, le patch j du spectrogramme i . Elle est calculée de manière analogue à celle des curvelets (3.12). Le classifieur de patch cor-

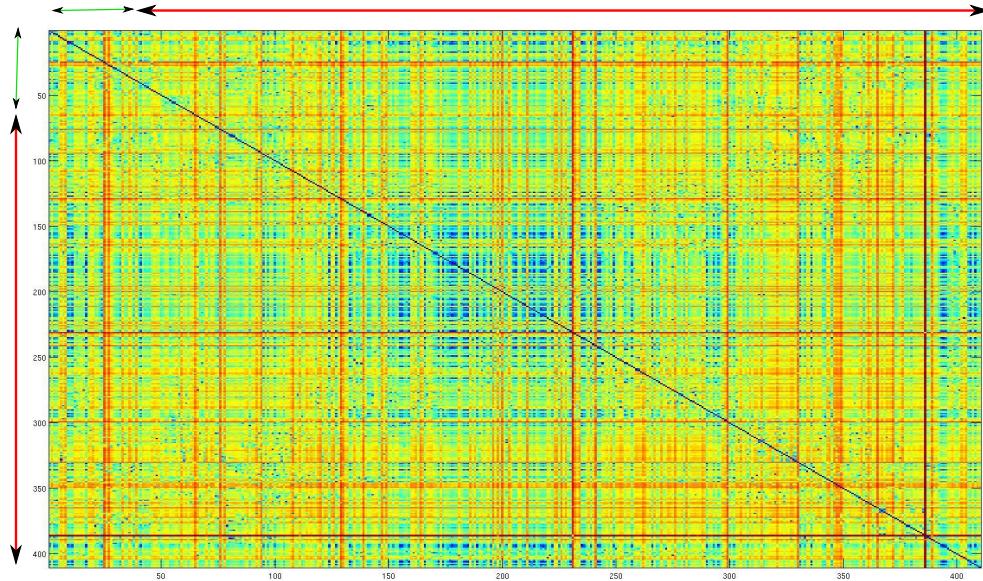


FIGURE 4.4 – Matrices des distances euclidiennes des représentations des patchs dans le dictionnaire \mathcal{D}_j^{NMF} . Les premiers patchs de la matrice correspondent aux patchs normaux (flèche verte) les suivants aux patchs inusuels (flèche rouge). La matrice ne possède pas de structure diagonale par bloc. La distance entre les coefficients de la NMF des différents patchs ne permet pas de détecter les patchs atypiques.

respond à un seuil $s = 0.1$ sur les p-valeurs de ces tests statistiques.

$$\hat{Y}_{Z_{\mathcal{K}_j}}^i = \begin{cases} 1 & \text{si } pval_j^i \leq s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

4.4.2 Résultats sur la base de test

Étude du moteur avec endommagement

A l'instar de l'approche développée à partir du dictionnaire des curvelets, nous comparons dans un premier temps les résultats sur différents patchs du moteur endommagé et des moteurs normaux. Nous présentons ensuite des résultats de détection sur les différents patchs de la subdivision \mathcal{K}^{128} de la base de test Ω_{Test} .

Le tableau 4.1 donne les p-valeurs pour le moteur endommagé et des moteurs considérés comme normaux sur le patch contenant les signatures anormales du moteur endommagé et sur un patch sans signature inusuelle pour l'ensemble des spectrogrammes de la base de test. Le moteur endommagé se distingue très bien des autres avec une p-valeur très faible pour le patch contenant les signatures anormales caractérisant son endommagement. Le moteur endommagé n'est pas détecté sur un patch normal et possède une p-valeur proche de celle des moteurs normaux. L'approche est donc pertinente pour détecter les anomalies de fortes intensités représentées par

de nombreuses raies caractéristiques d'un endommagement uniquement sur le patch contenant les signatures correspondantes.

TABLE 4.1 – P-valeurs des tests statistiques issus de l'erreur de reconstruction du moteur endommagé et des moteurs normaux sur des patchs avec et sans signatures anormales.

| | Patch avec signature inusuelle | Patch sans signature inusuelle |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Moteur avec endommagement | $< 10^{-16}$ | 0.34 ± 0.05 |
| Moteur sans endommagement | 0.52 ± 0.03 | 0.49 ± 0.04 |

Étude sur tous les patchs des moteurs contenant des signatures inusuelles

La figure 4.5 contient la matrice correspondant à la vérité terrain $Y_{Z_{K_j}}^i$ patch par patch (colonne) pour les différents moteurs de la base de test Ω_{Test} (ligne) sur la partie supérieure, les résultats de l'algorithme de détection $\hat{Y}_{Z_{K_j}}^i$ avec un seuil sur les p-valeurs de 0.1 se trouvent sur la partie inférieure. De nombreux points au niveau des matrices ne concordent pas, c'est-à-dire qu'ils sont détectés par l'algorithme à tort ou ne sont pas détectés alors qu'ils le devraient.

Le calcul de l'erreur de reconstruction sur le patch entier noye les signatures inusuelles à travers la considération des erreurs de tous les points du patch malgré la définition d'un dictionnaire adapté au patch. Le nombre de points caractérisant les signatures atypiques n'est pas suffisant pour impacter l'erreur de reconstruction globale lorsqu'il ne s'agit pas d'une signature liée à une endommagement réel. Pour distinguer les signatures inusuelles, il peut être important de considérer les erreurs au niveau de chaque point du patch et non dans leur globalité.

4.5 Les erreurs ponctuelles issues du dictionnaire de la NMF

4.5.1 Les résidus de la NMF

Les résidus R_{NMF} issus des dictionnaires de la NMF $\{\mathcal{D}_j^{NMF}\}_{j \in \mathcal{K}^{128}}$ correspondent à la différence point par point du patch et de sa reconstruction à partir du domaine normal défini par le dictionnaire.

$$R_{NMF}(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i) = Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j^{128}}^{i,NMF}$$

Les résidus sont analysés pour chaque moteur indépendamment des autres, nous considérons donc les résidus intra-patch pouvant être modélisés par une gaussienne (Figure 4.6). Les histogrammes des résidus des patchs normaux sont similaires à ceux des patchs inusuels, les résidus sont centrés en 0 avec des valeurs de résidus positifs assez importantes. Les résidus ne sont pas comparés aux résidus de représentation des autres données. Nous considérons que les éléments atypiques présents sur les patchs correspondent aux éléments qui ne sont pas correctement représentés par le dictionnaire de la NMF et se trouvant dans les extrêmes des résidus. Les différents résidus de la représentation n'ont pas la même signification.

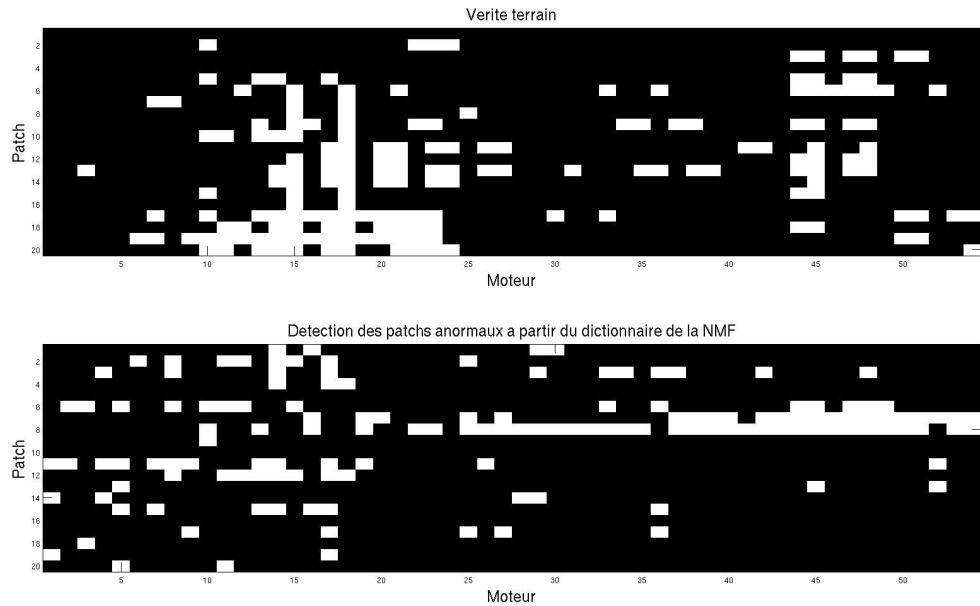


FIGURE 4.5 – Vérité terrain de la présence de signatures atypiques sur les patchs (partie supérieure) et classification à partir de l'erreur de reconstruction obtenue à partir de la représentation dans le dictionnaire de la NMF (partie inférieure). Chaque ligne des matrices correspond à un spectrogramme de la base de test et chaque colonne à un patch. Les deux matrices possèdent plusieurs différences avec des patchs détectés à tort et non détectés. L'erreur de reconstruction considérée globalement sur le patch ne permet pas la détection des signatures atypiques faibles.

- Les résidus autour de 0 correspondent aux points correctement représentés et donc reconstruits par le dictionnaire (figure 4.6 cadre noir).
- Les résidus "fortement" négatifs correspondent à des artefacts créés par le dictionnaire de la NMF, (figure 4.6 cadre bleu).
- Les résidus "fortement" positifs correspondent aux points qui sont mal caractérisés par le dictionnaire et qui sont donc mal reconstruits, nous les considérons comme les points inusuels présents sur les patchs (figure 4.6 cadre rouge).

4.5.2 La détection des points inusuels

A la différence des curvelets, nous considérons uniquement les résidus positifs (4.11) contenant les signatures inusuelles au niveau de leurs valeurs extrêmes. Le dictionnaire de la NMF ne produit pas d'artefacts lors de la reconstruction identifiant les signatures inusuelles. Ces artefacts correspondent à la construction de raies normales non présentes sur les données (figure 4.3). Les valeurs extrêmes négatives n'ont donc pas d'utilité pour la détection des points atypiques sur les patchs.

$$R_{NMF}^+(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i) = \max(R_{NMF}(Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i), 0) \quad (4.11)$$

La détection des points inusuels des patchs s'effectue uniquement sur valeurs extrêmes des