

comportement normal des patchs et ne devrait pas être retenu de notre point de vue. De plus, en considérant l'union de tous les supports, la dimension du support de normalité est la même que celle de l'intégralité des coefficients de curvelets due à la récupération de nombreux supports isolés.

L'approche que nous préconisons se trouve entre les deux, nous récupérons comme support de normalité  $Supp^*$  (3.7) l'union des atomes des supports sous la contrainte d'appartenance à une certaine proportion  $Q$  des supports de la base d'apprentissage normale, c'est-à-dire qu'il doit exister un sous-ensemble de taille  $Q$  de la base d'apprentissage normale dans lequel l'atome considéré appartient à l'intersection des supports.

$$Supp^* = \bigcup_{i \in \Omega_{App}} \left\{ (j_1, k, \theta) \in Supp(Z_{\mathcal{K}_j}^i) \& \text{card}((j_1, k, \theta) \in Supp(\Omega_{App})) \geq Q \text{ card}(\Omega_{App}) \right\} \quad (3.7)$$

avec  $Supp(\Omega_{App})$  les supports des coefficients des patchs de la base d'apprentissage.

Cette approche permet de trouver un support d'atomes de normalité commun aux patchs normaux tout en supprimant les atomes ne généralisant pas le comportement normal. La dimension de  $Supp^*$  diminue rapidement en fonction de  $Q$  (figure 3.7a). L'union entraînait donc bien la récupération d'atomes isolés, cette forte décroissance suggère de prendre une valeur de  $Q$  plus proche de 0 que de 100 pour éviter de récupérer uniquement les basses fréquences. Sur la figure 3.7b, nous avons tracé la reconstruction de 2 patchs inusuels par rapport à différentes valeurs de  $Q$  allant de 0% à 100% par pas de 10%. Des artefacts liés aux signatures inusuelles sont présents dans la reconstruction malgré la sélection du support normal. Cela est dû à la sélection des atomes basses fréquences reconstruisant grossièrement ces signatures atypiques. Nous cherchons à obtenir de bonnes reconstructions des raies normales tout en supprimant le plus possible les informations inusuelles. Les sélections des supports à  $Q = 10\%$  et  $Q = 20\%$  permettent une bonne reconstruction des raies normales. Nous avons donc opté pour une valeur de  $Q$  comprise entre ces 2 valeurs.

$$Q = 15\%$$

La reconstruction normale  $\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^*$  (3.8) à partir de ce support de normalité est alors définie par la transformée en curvelet inverse  $\mathcal{C}^{-1}$  restreinte au support  $Supp^*$  de la transformée en curvelet  $\mathcal{C}$  du patch  $Z_{\mathcal{K}_j}$ .

$$\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} = \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^i}^{-1} |_{Supp^*} \quad (3.8)$$

Nous avons mis en place une procédure permettant de sélectionner automatiquement un support des atomes du dictionnaire des curvelets caractérisant le comportement normal du patch. Ce support est défini sur la base d'apprentissage  $\Omega_{App}$  comme l'union des atomes appartenant à  $Q\%$  des supports de la base d'apprentissage. Les supports de chaque patch sont définis par un seuil sur les coefficients. Ce dictionnaire est par la suite vérifié visuellement à partir de la reconstruction des données où nous pouvons voir apparaître des artefacts autour des signatures

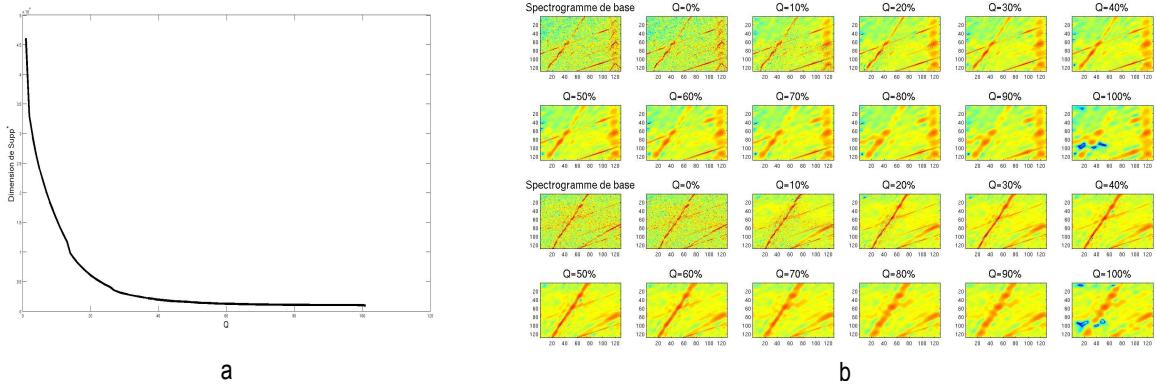


FIGURE 3.7 – Dimension de  $\text{Supp}^*$  en fonction de  $Q$  (a) et reconstruction de 2 patchs inusuels à partir des atomes de  $\text{Supp}^*$  définis pour différentes valeurs de  $Q$  (b). La dimension du support de normalité diminue rapidement en fonction de la proportion  $Q$  de supports communs. Les signatures atypiques sont reconstruites grossièrement dus aux atomes basses fréquences.

inusuelles (Figure 3.7b). Il est alors possible de projeter les patchs dans ce dictionnaire par le système de transformée en curvelet inverse restreinte au support, afin d'obtenir une estimation normale de ces mêmes patchs (figure 3.10).

### 3.4.2 Normalité définie par optimisation avec contraintes de parcimonie

Nous avons défini le dictionnaire  $\mathcal{D}^C$  des curvelets (3.5). Nous cherchons alors à partir de ce dictionnaire surcomplet à trouver la meilleure représentation parcimonieuse (en sélectionnant les atomes) des patchs normaux de la base d'apprentissage en optimisant la fonctionnelle :

$$C^* = \underset{C}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - \mathcal{D}^C C\|_2^2 + \lambda \|C\|_1 \right\}. \quad (3.9)$$

Nous considérons alors le support commun des atomes à coefficients non nuls pour caractériser le comportement normal des patchs. Afin de résoudre la fonctionnelle (3.9), nous utilisons la méthode d'optimisation Alternating direction method of multipliers (ADMM) [16]. Il s'agit d'une méthode d'optimisation robuste qui s'applique sur des fonctionnelles séparées, elle permet d'optimiser des fonctionnelles de la forme suivante :

$$f(x) + g(z) \text{ sous la contrainte } Ax + Bz = c$$

On voit bien sous cette forme que les fonctions  $f$  et  $g$  sont séparées. L'équation (3.9) n'est pas encore sous cette forme, nous donnons une forme équivalente respectant les critères pour pouvoir utiliser la méthode ADMM. (3.10).

$$(c_1^*, c_2^*, c^*) = \underset{c_1, c_2, c}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|c_1\|_1 + \alpha \|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 \right\} \text{ sous la contrainte } \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^C \end{pmatrix} c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Cette formulation est équivalente à la précédente car  $c_1 = c$  et  $c_2 = \mathcal{D}^C$ , ainsi en remplaçant

ces termes dans (3.10) nous retrouvons (3.9). Nous avons donc bien deux fonctionnelles séparées avec  $f(c_1) = \|c_1\|_1$  et  $g(c_2) = \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2$  avec des contraintes d'égalité. Pour résoudre cette fonctionnelle, nous calculons le lagrangien augmenté en fonction de  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$ .

$$\mathcal{L}_a(c, c_1, c_2, \lambda) = \|c_1\|_1 + \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 + \left\langle \lambda, \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\rangle + \frac{\rho}{2} \left\| \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\|_2^2$$

$$\mathcal{L}_a(c, c_1, c_2, \lambda) = \|c_1\|_1 + \alpha\|Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} - c_2\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \left\| \frac{\lambda}{\rho} + \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \right\|_2^2 + cste(\lambda)$$

Il s'agit d'optimiser ce lagrangien augmenté en fonction de chacune des variables. La méthode d'optimisation est itérative avec :

$$c_1^{k+1} = \operatorname{argmin}_{c_1} \left\{ \mathcal{L}_a \left( c^k, c_1, c_2^k, \lambda^k \right) \right\} = \operatorname{prox} \left( \frac{1}{\rho} \|\cdot\|_1; \tilde{c}_1 \right) = \operatorname{sign}(\tilde{c}_1) \cdot \max \left( \tilde{c}_1 - \frac{1}{\rho}, 0 \right)$$

avec  $\tilde{c}_1 = \frac{\lambda_1^k}{\rho} + c^k$ . Les opérateurs proximaux sont définis dans [88].

$$\begin{aligned} c_2^{k+1} &= \operatorname{argmin}_{c_2} \left\{ \mathcal{L}_a \left( c^k, c_1^{k+1}, c_2, \lambda^k \right) \right\} = \frac{2\alpha Z_{\mathcal{K}_j}^{\Omega_{App}} + \rho \tilde{c}_2}{2\alpha + \rho} \quad \text{avec } \tilde{c}_2 = \frac{\lambda_2^k}{\rho} + \mathcal{D}^c c^k \\ c^k &= \operatorname{argmin}_c \left\{ \mathcal{L}_a \left( c, c_1^k, c_2^k, \lambda^k \right) \right\} = (I_d - \mathcal{C}) \left[ \begin{pmatrix} c_1^{k+1} \\ c_2^{k+1} \end{pmatrix} - \frac{\lambda^k}{\rho} \right] \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \rho \left[ \begin{pmatrix} I_d \\ \mathcal{D}^c \end{pmatrix} c^{k+1} - \frac{c_1^{k+1}}{c_2^{k+1}} \right] \end{aligned}$$

Cette approche va permettre de converger vers la solution  $(c^*, c_1^*, c_2^*)$ , et donc vers une décomposition parcimonieuse (ou avec des coefficients très faibles) dans le dictionnaire des curvelets. Il s'agit d'une seconde méthode pour calculer les coefficients de curvelets en imposant de la parcimonie. Il reste alors à sélectionner les atomes caractérisant le comportement normal.

Ces atomes du support des patchs sont sélectionnés par un seuillage des coefficients calculés sur les patchs normaux (3.6). La grande majorité des coefficients calculés à partir de cette méthode sont d'intensité très faibles, proches de 0, nous définissons alors le seuil à partir d'une proportion de coefficients à conserver de 10%. Le support de normalité est alors défini de manière analogue à (3.7) avec les mêmes métaparamètres.

### 3.4.3 Comparaison des supports normaux

Nous comparons les supports définis directement sur la représentation en curvelets et à partir de la méthode ADMM, ainsi que le pourcentage d'atomes actifs communs et visualisons la

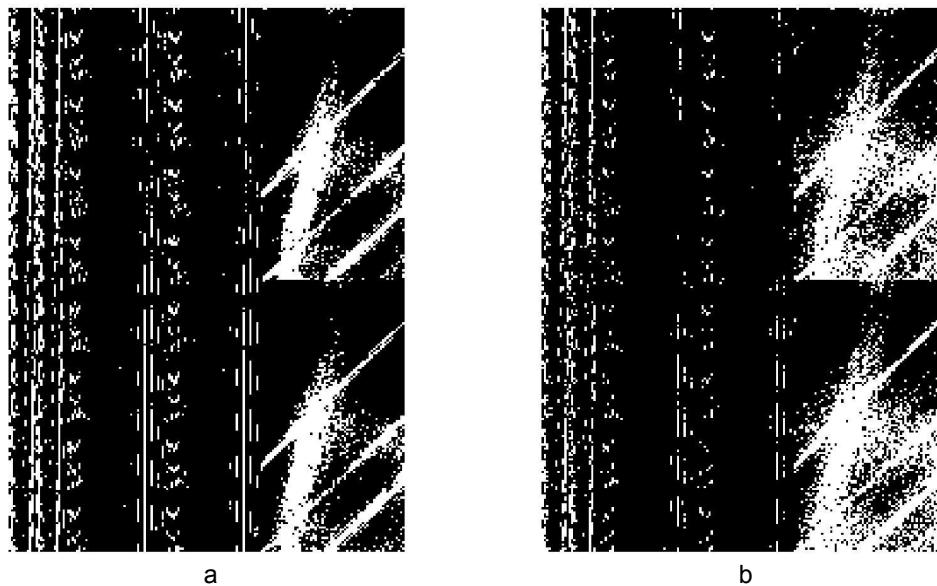


FIGURE 3.8 – Supports définis directement sur la transformée en curvelet (a) et à partir d’ADMM (b). Les points blancs correspondent aux atomes activés. Plusieurs atomes sont communs aux 2 approches, l’approche à partir d’ADMM récupère plus d’atomes dans les échelles les plus fines.

reconstruction des patchs normaux et inusuels à partir de ces différents supports. Cette étude a été effectuée sur un patch uniquement et non sur l’ensemble.

La dimension des deux supports ainsi définis n’est pas la même ; le support défini directement à partir de la transformée en curvelets possède 8288 atomes tandis que celui défini à partir d’ADMM considère 9548 atomes. Ces supports ont été définis avec le même métaparamètre  $Q$  qu’est la proportion de données pour laquelle l’atome doit être activé afin d’appartenir au modèle de normalité. Ces deux supports possèdent 6381 atomes en commun (soit environ 77% des atomes définis directement à partir de la transformée en curvelets). La majorité des atomes sélectionnés sur les patchs normaux étant identiques, nous pouvons supposer que nos méthodes ont bien capturé les comportements normaux de ces patchs. La figure 3.8 contient un tracé des supports pour les deux approches, nous pouvons y avoir clairement les nombreux supports communs et une dimension plus importante du support avec l’approche ADMM.

Les supports restent différents, la reconstruction définie par (3.8) à partir de la restriction au support l’est également. La figure 3.9 présente la reconstruction de patchs normaux et atypiques à partir de ces différents supports définis directement dans la transformée en curvelet (centre) et à partir d’ADMM (droite). Les deux premières lignes correspondent à des patchs normaux, les trois suivantes à des patchs contenant des signatures inusuelles. Les reconstructions à partir des deux supports sont assez similaires et proches de la donnée d’entrée, les modèles ont réussi à caractériser les informations normales des patchs. Les signatures inusuelles ne sont pas totalement supprimées lors de la reconstruction. Cette reconstruction correspond à la représentation basses fréquences des raies atypiques qui se retrouvent représentées de manière plus grossière.

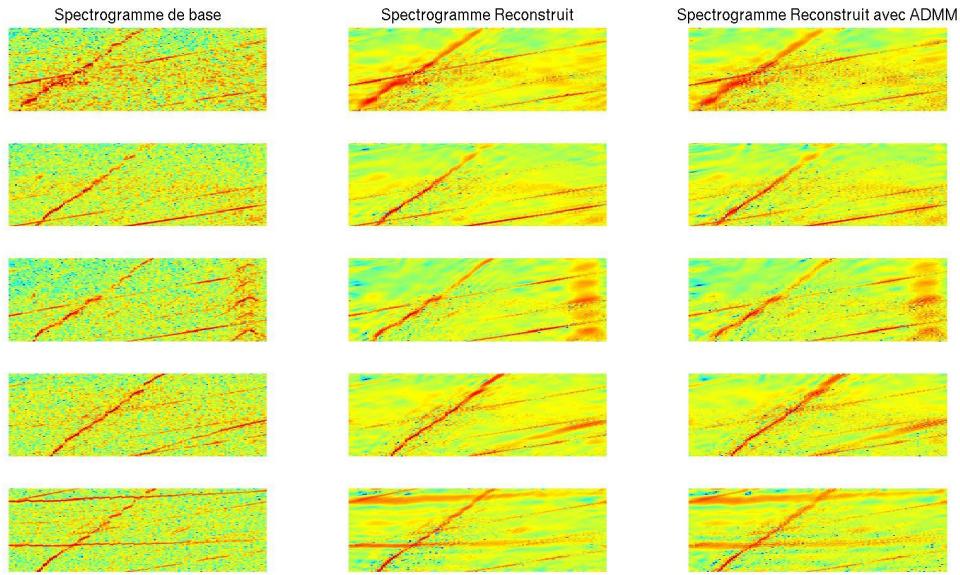


FIGURE 3.9 – Reconstruction à partir des supports de normalité pour 2 patchs normaux (premières lignes) et des patchs contenant des signatures inusuelles. La première colonne correspond au patch étudié, la seconde à la reconstruction à partir du support de normalité défini sur la transformée, et la dernière à la reconstruction à partir du support défini par ADMM.

Nous pouvons remarquer qu'une des raies normales possède une reconstruction floutée. Il s'agit de la raie  $N_1$  translatée sur les différents spectrogrammes. Ce flou semble plus important sur les reconstructions définies avec ADMM. De plus la définition du support est plus couteuse à partir d'ADMM comme il s'agit d'une méthode itérative. La différence entre les deux supports n'étant pas significative, nous avons opté pour l'approche définissant le support directement sur la transformée en curvelet pour la suite. Nous notons  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  le dictionnaire défini par les atomes des curvelets de  $Supp^*$ , il s'agit du dictionnaire de normalité défini à partir de celui des curvelets.

## 3.5 Le score de détection d'anomalies sur le patch

### 3.5.1 Les scores de détection

Differentes mesures de détection d'anomalies sont possibles à partir de la représentation en curvelets. L'une d'entre elles est les k plus proches voisins (k-nn) [49] dans le domaine des curvelets afin de déterminer de quelle classe une nouvelle donnée est la plus proche. Une seconde approche de même nature concerne la distance à la plus proche donnée normale. Ces deux approches correspondent à des méthodes de détection de nouveautés basées sur les distances mais n'utilisent pas le modèle de normalité défini au-dessus. Elles sont calculées uniquement à partir de la représentation en curvelets seuillée. Cependant, nous avons vu sur la figure 3.5 que la distance entre les coefficients des curvelets ne permet pas de discriminer les patchs normaux

des patchs atypiques.

Une approche plus pertinente consiste à projeter les données dans le modèle de normalité afin d'obtenir une reconstruction normale  $\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*}$  avec une réduction des signatures inusuelles. Cette estimation normale est alors comparée à la donnée d'origine (3.11) pour obtenir une erreur de reconstruction. Ce type d'approche est semblable aux approches de détection de nouveautés basées sur la reconstruction des données.

$$d_{ER}^c(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = \left\| Z_{\mathcal{K}_j}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} \right\|_2^2 \quad (3.11)$$

$\hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*}$  correspond à l'estimation normale du patch  $Z_{\mathcal{K}_j}^i$  définie en (3.8). Cette erreur de reconstruction modélise les résidus entre le patch et son estimation normale définie à partir du modèle de normalité. Un patch normal est bien représenté par le modèle de normalité et possède des résidus faibles tandis qu'un patch contenant des signatures atypiques a ces dernières mal caractérisées par le modèle de normalité augmentant les résidus de la reconstruction. La figure 3.10 présente les reconstructions avec les résidus associés de trois patchs, le premier considéré comme normal et les deux autres contenant des signatures atypiques. Nous pouvons observer que le modèle permet de reconstruire correctement les raies normales sur tous les patchs étudiés, les raies liées au  $N_1$  ne sont pas totalement modélisées du fait de leurs décalages. La reconstruction du patch normal est très proche visuellement du patch réel. Les résidus font apparaître uniquement la structure liée au  $N_1$ . Les signatures inusuelles sur les patchs atypiques sont reconstruites grossièrement avec des intensités plus faibles. Ces signatures sont donc mises en évidence au niveau des résidus de la reconstruction normale. Le modèle défini permet donc bien d'avoir une estimation normale des patchs étudiés avec des artefacts au niveau des raies inusuelles correspondant à une reconstruction plus large et plus grossière de ces dernières. Ces artefacts entraînent donc une augmentation de l'erreur de reconstruction (3.11).

### 3.5.2 Le score de normalité

Le score de normalité est défini comme un test d'hypothèses statistiques [72]  $\mathcal{H}_0$  contre  $\mathcal{H}_1$ . Ce test est effectué sur chaque patch indépendamment,  $\text{card}(\mathcal{K}^{128})$  tests sont à effectuer sur chaque spectrogramme, nous notons  $\mathcal{H}_{0,j}^i$  le test associé au patch  $j$  du spectrogramme  $i$ . Nous définissons alors un ensemble de tests.

$$\{\mathcal{H}_{0,j} : \text{le patch } j \text{ est normal vs } \mathcal{H}_{1,j} : \text{le patch } j \text{ est atypique}\}$$

Pour répondre à ce test, nous modélisons la distribution du score de détection d'erreur de reconstruction défini dans la section 3.5.1 par une loi gamma. Les données utilisées pour modéliser cette distribution correspondent aux scores d'erreur de reconstruction des patchs normaux de la base de validation  $\Omega_{Val}$ . L'estimation des paramètres de la loi gamma  $\hat{\Gamma}$  se fait par maximum de vraisemblance. L'utilisation d'une distribution pour caractériser les erreurs de reconstruction permet de définir un seuil de détection valable sur tous les patchs. Cette distribution complète

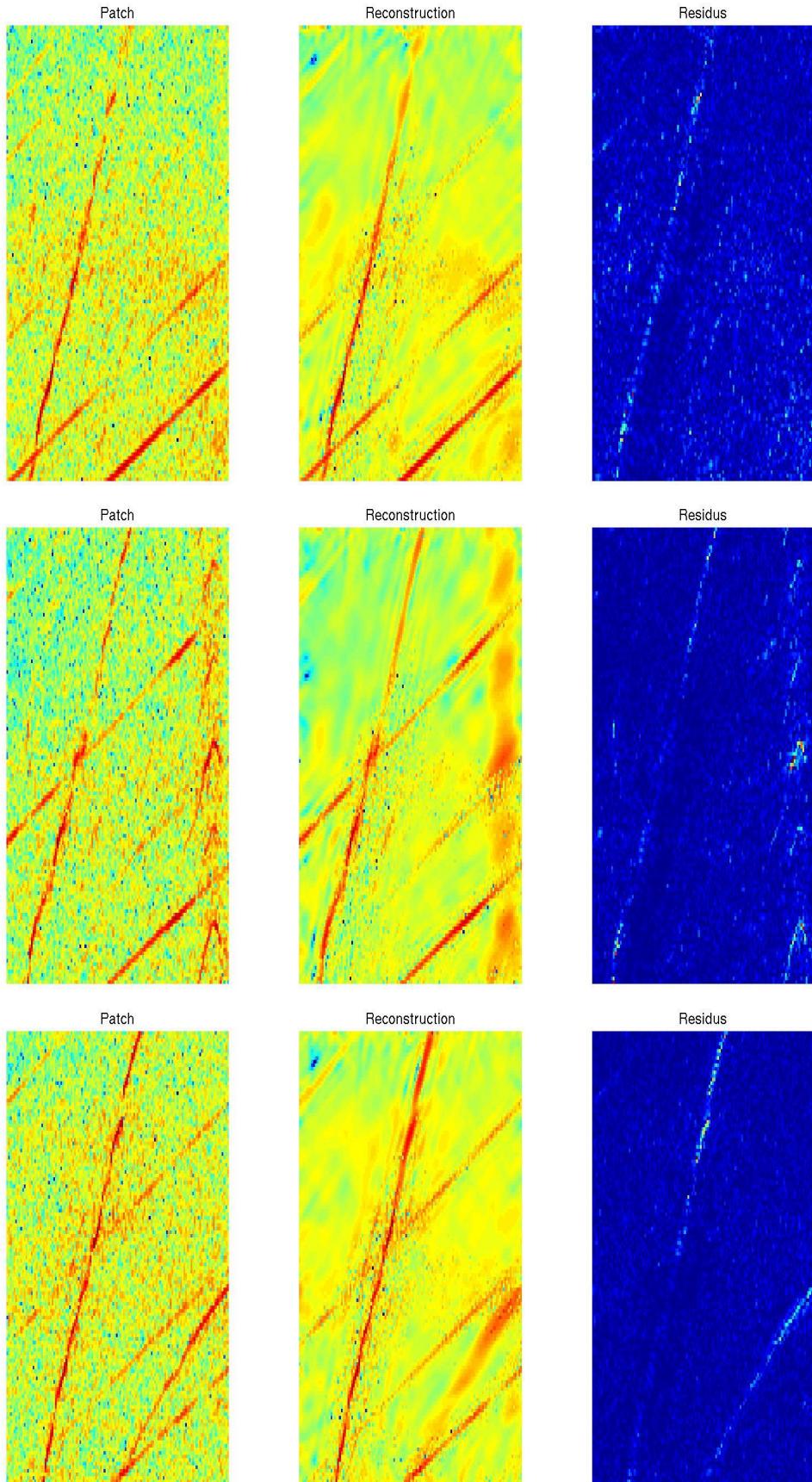


FIGURE 3.10 – Reconstruction de 3 patchs à partir du dictionnaire  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  avec les résidus de reconstruction. La première ligne correspond à un patch normal et les deux suivantes à des patchs contenant des signatures inusuelles

le modèle de normalité. Ce dernier est donc caractérisé par un dictionnaire de normalité dans lequel les données sont projetées pour obtenir une estimation normale des patchs dont l'erreur de reconstruction est calculée par rapport aux données réelles afin d'être comparée à la distribution de normalité  $\hat{\Gamma}$  estimée sur les scores des données normales.

Le score de normalité correspond à la p-valeur (3.12) du test statistique défini ci-dessus, sachant que la loi sous  $\mathcal{H}_{0,j}$  est approximée par la loi gamma  $\hat{\Gamma}$ .

$$pval_j^i = \mathbb{P}_{\mathcal{H}_{0,j}}(X > d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) \approx \mathbb{P}_{\hat{\Gamma}}(X > d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) = 1 - F_{\hat{\Gamma}}(d_{ER}^C(Z_{K_j}^i)) \quad (3.12)$$

La variable aléatoire  $X$  suit la loi définie par la probabilité et  $F_{\hat{\Gamma}}$  est la fonction de répartition de  $\hat{\Gamma}$ . Plus cette p-valeur est faible, plus cela signifie que l'erreur de reconstruction est importante car elle se trouve dans les valeurs extrêmes du modèle et donc plus le patch peut être considéré comme atypique. Nous nous intéressons principalement à la queue de distribution permettant la détection des patchs inusuels. La détection de ces patchs est alors effectuée par la comparaison de la p-valeur du patch à un seuil  $s$ .

$$\hat{Y}_{Z_{K_j}}^i = \begin{cases} 1 & \text{si } pval_j^i \leq s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

### 3.5.3 Résultats sur la base de test

Dans la section 2.4, nous avons défini la base de test sur laquelle nous présentons les résultats. Nous disposons dans notre base de données d'un unique moteur déclaré comme endommagé. Les autres disposent de signatures inusuelles faibles dans leurs spectrogrammes insuffisantes pour correspondre à des endommagements des moteurs mais suffisantes pour considérer les patch étudiés comme atypiques. Dans un premier temps nous allons présenter des résultats comparatifs entre le moteur endommagé et des moteurs normaux. Nous présenterons ensuite les résultats sur l'ensemble des patchs de la base de test.

Afin de donner les résultats sur le moteur endommagé nous considérons 2 différents patchs, le premier contenant les signatures anormales qui ont permis de déclarer ce moteur comme endommagé, et le second ne présentant pas d'anomalie pour toute la base de test, y compris pour le moteur endommagé. Dans le chapitre 1, nous avons défendu la décomposition en patchs comme une procédure afin de donner une localisation de l'anomalie. Il est donc important que le moteur endommagé soit détecté uniquement sur le patch caractérisant son état. Pour vérifier cela, nous donnons les p-valeurs des tests statistiques (Tableau 3.1) calculés sur le moteur endommagé à partir du modèle de normalité défini par  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  et les comparons aux moteurs considérés comme normaux sur les mêmes patchs. Les résultats des moteurs normaux correspondent à la moyenne des p-valeurs des spectrogrammes normaux sur le patch considéré.

Le moteur endommagé se distingue très bien sur le patch contenant les signatures anormales

TABLE 3.1 – P-valeurs des tests statistiques issus de l'erreur de reconstruction basée sur  $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$  du moteur endommagé et des moteurs normaux sur le patch contenant les signatures anormales qui ont permis la détection de l'endommagement et sur un patch ne présentant aucune signature atypique sur l'ensemble de la base de test.

	Patch avec signature inusuelle	Patch sans signature inusuelle
Moteur avec endommagement	$< 10^{-16}$	$0.27 \pm 0.04$
Moteur sans endommagement	$0.57 \pm 0.03$	$0.44 \pm 0.03$

avec des p-valeurs très faibles. Les moteurs normaux ont des p-valeurs classiques sur ce patch et le patch normal permettant de ne pas les détecter, de même pour le moteur endommagé sur le patch normal. Ces résultats montrent de bonnes performances de détection du moteur endommagé uniquement sur le patch présentant des évidences du dégât et de non-détection au niveau des autres patchs.

### Étude sur tous les patchs des moteurs contenant des signatures inusuelles

Ces résultats sont établis sur le moteur endommagé présentant des signatures inusuelles en grand nombre et en intensités plus importantes. La détection de ce moteur spécifique est ainsi assez aisée sur ce patch. Nous ne cherchons pas à détecter uniquement les signatures liées au moteur endommagé mais toutes signatures atypiques présentes dans les différents patchs. La figure 3.11 illustre la détection des signatures inusuelles pour l'ensemble des patchs de la base de test  $\Omega_{Test}$  à partir d'un seuil sur les p-valeurs. La figure supérieure correspond à la vérité terrain, chaque ligne caractérise un moteur et chaque colonne un patch, la couleur blanche au niveau d'un case  $(i, j)$  indique la présence de signatures inusuelles sur le patch  $j$  du moteur  $i$ . La figure inférieure, définie de manière identique, illustre les détections de l'algorithme basées sur les erreurs de reconstruction avec un seuil sur les p-valeurs fixé à 0.1. Ces résultats montrent de mauvaises performances de cette méthode sur des patchs contenant des signatures inusuelles faibles, plusieurs patchs ne sont pas détectés ou détectés à tort. Le seuil utilisé n'a pas d'influence sur les résultats, la courbe ROC associée à cette procédure de détection est proche de la première bissectrice.

Cette méthode permet donc la détection des signatures anormales sur le spectrogramme du moteur endommagé. Il s'agit de signatures vibratoires suffisamment conséquentes pour impacter l'erreur de reconstruction. Cependant, pour les spectrogrammes contenant des signatures atypiques faibles, elle ne permet pas leur détection. Ces signatures inusuelles, correspondant en quelques points sur des patchs de taille  $128 \times 128$ , ne sont pas suffisantes pour influencer la distance en grande dimension. De plus certaines raies normales d'intensités plus importantes sont mal représentées par le dictionnaire entraînant des résidus importants et faussant la détection. Etablir un score de détection sur le patch global noie les signatures inusuelles qui ne correspondent qu'à quelques points. La détection doit donc s'effectuer à cette échelle ponctuelle.

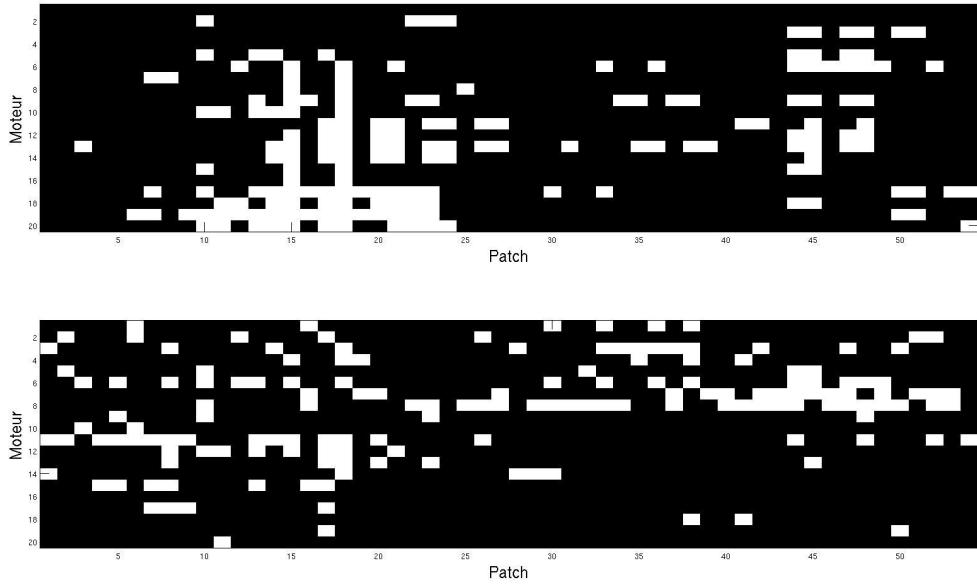


FIGURE 3.11 – Matrice de la vérité terrain (partie supérieure) des patchs des spectrogrammes de la base de test  $\Omega_{Test}$  et classification (partie inférieure) à partir d'un seuil sur les p-valeurs calculées à partir du modèle de normalité défini par le dictionnaire des curvelets. Chaque ligne correspond à un moteur de la base de test et chaque colonne à un des patchs de la subdivision. La couleur blanche correspond à la présence d'une signature atypique sur le patch du spectrogramme défini respectivement par la colonne et la ligne. De nombreuses différences sont présentes entre le la matrice supérieure (vérité terrain) et la classification obtenue à partir de l'algorithme (partie inférieure) illustrant de mauvaises performances de détection des patchs contenant des signatures atypiques faibles.

## 3.6 L'étude des résidus ponctuels

### 3.6.1 Les résidus du modèle de normalité $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$

Les résidus de reconstruction des patchs à partir des curvelets  $R_C$  (3.13) peuvent être modélisés par une gaussienne centrée en 0 (Figure 3.12). A la différence d'une erreur  $l_2$  globale sur ces résidus, la signification des différents résidus n'est pas la même en les considérant ponctuellement.

$$R_C(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = Z_{\mathcal{K}_j}^i - \hat{Z}_{\mathcal{K}_j}^{i*} \quad (3.13)$$

Nous distinguons 3 classes de résidus apportant différentes informations sur le modèle de normalité :

- les résidus positifs de fortes amplitudes (Figure 3.12 rouge) correspondant aux signatures mal caractérisées par le modèle de normalité, les signatures inusuelles font partie de cette classe de signatures, les points atypiques appartiennent à cette catégorie de résidus,
- les résidus d'amplitudes proches de 0 (Figure 3.12 noir) correspondent aux points très bien caractérisés par le dictionnaire de normalité, il s'agit de points dont la reconstruction normale est proche de leurs vérités terrain, les points composant les raies  $N_2$  appartiennent