

FIGURE 3.12 – Histogrammes des résidus définis à partir du modèle de normalité des curvelets pour différentes données. La première ligne correspond à des patchs normaux (vert), la seconde à des patchs inusuels (rouge). Les cadres correspondent aux différentes catégories de résidus avec dans le cadre noir les points bien représentés par le dictionnaire, dans le cadre rouge les points mal représentés et dans le cadre bleu les artéfacts créés par le dictionnaire. Les résidus possèdent une allure de gaussienne.

- à cette catégorie de résidus,
- les résidus négatifs de fortes amplitudes (Figure 3.12 bleu) correspondent aux artéfacts créés par le dictionnaire, il s'agit de points dont les intensités sur la reconstruction normale sont plus importantes que celles des points réels, pour le dictionnaire des curvelets, ces artéfacts se trouvent autour des signatures atypiques.

Nous nous intéressons aux résidus de chaque point du patch. Cette approche est radicalement différente de la précédente où nous comparions les erreurs de reconstruction globales entre les patchs similaires de la base de données. Cette méthode compare les résidus intra-patch d'une même donnée car nous considérons que les points inusuels correspondent aux extrêmes des résidus de la reconstruction définie à partir du modèle de normalité $\mathcal{D}_{Supp^*}^C$.

3.6.2 La détection d'anomalies

Les résidus caractérisant les signatures atypiques se trouvent donc dans la première catégorie, les résidus positifs. De plus, la reconstruction des signatures inusuelles engendre des artéfacts autour de ces dernières. Ces artéfacts sont caractérisés par des résidus négatifs (3ème catégorie)

permettant également de détecter les points atypiques. Nous utilisons ces deux types de résidus pour détecter les signatures inusuelles.

$$\begin{aligned} R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j}^i) &= \max(R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i), 0) \\ R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j}^i) &= \max(-R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i), 0) \end{aligned}$$

Nous nous intéressons aux extrêmes de ces deux résidus, les points inusuels sont caractérisés par de forts résidus positifs et les artéfacts autour de ces signatures par de forts résidus négatifs. Les artéfacts créés par le modèle de normalité se situent autour des raies inusuelles et des raies N_1 . Nous utilisons les résidus négatifs $R_{\mathcal{C}}^-$ pour améliorer la détection des points atypiques effectuée sur les résidus positifs $R_{\mathcal{C}}^+$.

Les points inusuels correspondent aux valeurs extrêmes des résidus positifs et sont détectés à partir d'un seuil sur ces derniers. Ce seuil est défini pour tous les patchs de toutes les données. Il ne doit donc pas être déterminé directement sur les valeurs des résidus car en fonction des données ou des patchs, ces valeurs peuvent correspondre à différents ordres de grandeur. Il faut donc que ce seuil soit défini sur une transformation des valeurs des résidus à partir de laquelle les différents résidus sont comparables ou qui tient compte de l'ordre de grandeur.

Un première méthode pour définir ce seuil consiste à considérer les résidus comme suivant une distribution gaussienne et de fixer un seuil les p-valeurs des tests statistiques d'adéquation à cette loi estimée. Un seuil peu être fixé pour les résidus positifs et les résidus négatifs. Nous définissons donc des p-valeurs pour les résidus postitifs et des p-valeurs pour les résidus négatifs.

$$pval^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \approx \mathbb{P}_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(X > R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i)) = 1 - F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(R_{\mathcal{C}}^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i))$$

$$pval^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \approx \mathbb{P}_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(X < -R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i)) = F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}(-R_{\mathcal{C}}^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i))$$

$\hat{\mu}_j^i$ et $\hat{\sigma}_j^i$ sont la moyenne et la variance de la distribution gaussienne estimée sur les résidus $R_{\mathcal{C}}(Z_{\mathcal{K}_j}^i)$, X suit cette loi et $F_{\mathcal{N}(\hat{\mu}_j^i, \hat{\sigma}_j^i)}$ est la fonction de répartition associée à cette loi. $Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i$ correspond à l'intensité vibratoire sur le spectrogramme i aux coordonnées (f, N_2) dans le patch j . Définir un seuil sur les p-valeurs revient donc à définir un seuil sur la fonction de répartition. Il est alors possible de reporter ce seuil sur chaque patch car le seuil de probabilité prend en compte l'ordre de grandeur des résidus. Le seuil est donc identique pour tous les patchs étudiés. La détection des points inusuels au sein des résidus positifs \tilde{Y}^{i+} et au sein des résidus négatifs \tilde{Y}^{i-} s'effectuent alors par comparaison des p-valeurs de chaque point au seuil de détection s_+ pour les résidus positifs et s_- pour les résidus négatifs.

$$\tilde{Y}_{f,N_2}^{i+} = \mathbb{1} \left\{ pval^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \leq s_+ \right\} \quad \tilde{Y}_{f,N_2}^{i-} = \mathbb{1} \left\{ pval^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \leq s_- \right\}$$

La théorie des valeurs extrêmes [37] est une deuxième méthode pour estimer un seuil sur les résidus. La distribution des valeurs extrêmes modélisée par une loi de Weibull, Gumbel ou Fréchet

caractérise la loi du maximum d'un jeu de données et est estimée à partir d'un sous-échantillon de taille n_{max} contenant les points maximaux. Le nombre de points de ce sous-échantillon impacte la distribution des valeurs extrêmes. Nous définissons le seuil de détection dans l'espace des résidus positifs et négatifs comme le mode de la distribution des valeurs extrêmes. Ce mode peut être considéré comme le maximum le plus probable.

$$s_{max}^+ = \operatorname{argmax} \left(f_{R_{C,n_{max}}^+}^e \right) \quad s_{max}^- = \operatorname{argmax} \left(f_{R_{C,n_{max}}^-}^e \right)$$

$f_{R_{C,n_{max}}^+}^e$ correspond à la distribution des valeurs extrêmes estimée à partir des n_{max} résidus positifs maximaux. Le seuil estimé est dépendant des résidus du patch et ne peut être reporté sur les autres. La distribution des valeurs extrêmes est donc estimée pour tous les patchs. La détection des points atypiques au sein des résidus positifs \hat{Y}^{i+} et au sein des résidus négatifs \hat{Y}^{i-} s'effectue respectivement par comparaison des résidus positifs et négatifs aux seuils s_{max}^+ et s_{max}^- .

$$\tilde{Y}_{f,N_2}^{i+} = \mathbb{1} \left\{ R_{C}^+(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \geq s_{max}^+ \right\} \quad \tilde{Y}_{f,N_2}^{i-} = \mathbb{1} \left\{ R_{C}^-(Z_{\mathcal{K}_j(f,N_2)}^i) \geq s_{max}^- \right\}$$

Ces 2 méthodes permettent la définition d'un seuil de détection automatique des points atypiques pour chaque patch étudié. Nous utilisons les points extrêmes des résidus positifs R_C^+ pour trouver les points considérés comme inusuels. Pour chacun de ces points détectés nous vérifions qu'un certain nombre $n_{voisins}$ de points de leur voisinage \mathcal{V}_{f,N_2} sont détectés dans les résidus négatifs R_C^- , ces points correspondent aux artefacts créés par le dictionnaire de normalité autour des signatures atypiques. Nous définissons donc un point inusuel comme un point extrême de R_C^+ et ayant des points rejetés dans son voisinage \mathcal{V}_{f,N_2} dans R_C^- (3.14).

$$\hat{Y}_{f,N_2}^{i,C} = \begin{cases} 0 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 0 \\ 0 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 1 \text{ \& } \sum_{k \in \mathcal{V}_{f,N_2}} \hat{Y}_k^{i-} < n_{voisins} \\ 1 & \text{si } \hat{Y}_{f,N_2}^{i+} = 1 \text{ \& } \sum_{k \in \mathcal{V}_{f,N_2}} \hat{Y}_k^{i-} \geq n_{voisins} \end{cases} \quad (3.14)$$

3.6.3 Calibration des paramètres des modèles sur Ω_{Val}

La base de données annotées ponctuellement

La méthode développée dans cette section permet la détection ponctuelle des vibrations inusuelles présentes sur le spectrogramme. Afin de calibrer les différents paramètres des méthodes, il est indispensable de posséder une annotation ponctuelle des patchs. La base \mathcal{B}_1 présentée dans le chapitre 1 contient les données d'un patch spécifique j^* dont certains points ont été annotés et classifiés dans l'une des 4 classes :

- classe "normal" : le point fait partie d'une signature normale liée au N_2
- classe "inusuel" : le point fait partie d'une signature inusuelle

- classe "bruit" : bruit du spectrogramme, le point ne fait partie d'aucune raie
- classe "décalé" : le point fait partie d'une signature normale liée au N_1 , cette dernière est décalée sur les différents spectrogrammes.

Seuls les points de la classe "inusuel" sont à détecter.

La base \mathcal{B}_1 a été subdivisée en 2 groupes, le premier de validation Ω_{Val} afin de calibrer les paramètres du modèle et le second de test Ω_{Test} pour la présentation des résultats. Nous possédons donc des annotations de quelques points pour chacun de ces sous-ensembles de données. Etant donné que les points annotés ne concernent qu'un seul patch du spectrogramme, et par manque d'annotations ponctuelles sur les autres patchs, les paramètres calibrés à partir de la base Ω_{Val} sont reportés sur les autres patchs.

Les paramètres à définir sont le nombre de points maximaux n_{max} à prendre en compte pour estimer la distribution des valeurs extrêmes dans un cas et les niveaux s_+ et s_- des tests statistiques d'adéquation dans un second cas. Le nombre de voisins $n_{voisins}$ à prendre en considération pour le filtrage à partir des résidus négatifs est à déterminer dans les 2 cas.

Calibration des paramètres des tests d'adéquation

Afin de paramétriser le seuil de détection sur les p-valeurs des tests statistiques, nous calculons, pour chaque classe de points annotés, le taux de détection dans la base de validation Ω_{Val} pour différentes valeurs de seuil s comprises entre de 0 à 1 (Figure 3.13). Le taux de détection des points inusuels est élevé pour de petites valeurs de seuils tandis que les taux des points normaux et du bruit sont faibles pour ces mêmes valeurs. Cependant, les points décalés sont aussi fortement détectés. Cela provient de la mauvaise caractérisation par le modèle de normalité des raies se décalant dans l'espace et de forte intensité. La figure 3.13 permet de voir qu'il est beaucoup plus pertinent de prendre un seuil de p-valeurs faible car les fausses détections augmentent rapidement avec la valeur du seuil. Cependant un seuil trop faible réduit le taux de bonne détection. Etant donné que nous ne disposons pas de points annotés au niveau des résidus négatifs, nous appliquons la même valeur de seuil pour ces derniers. Nous avons donc opté pour

$$s_+ = 0.1 \quad s_- = 0.1$$

qui permet un taux de bonnes détections d'environ 86% et 74% de fausses détections des points décalés dans la base de validation Ω_{Val} .

Pour déterminer le nombre de voisins $n_{voisins}$ dans les résidus négatifs devant être détectés dans (3.14), nous effectuons une approche similaire à la précédente en calculant le taux de détection des différentes classes en supposant cette fois-ci le seuil fixé et en faisant varier le nombre de voisins (Figure 3.14). Les détections visuelles sur différents patchs en fonction du nombre de voisins complètent la calibration (Figure 3.15) et apportent une vérification visuelle des résultats. Nous considérons un voisinage \mathcal{V}_{f,N_2} de rayon 3 au niveau des résidus négatifs. Le

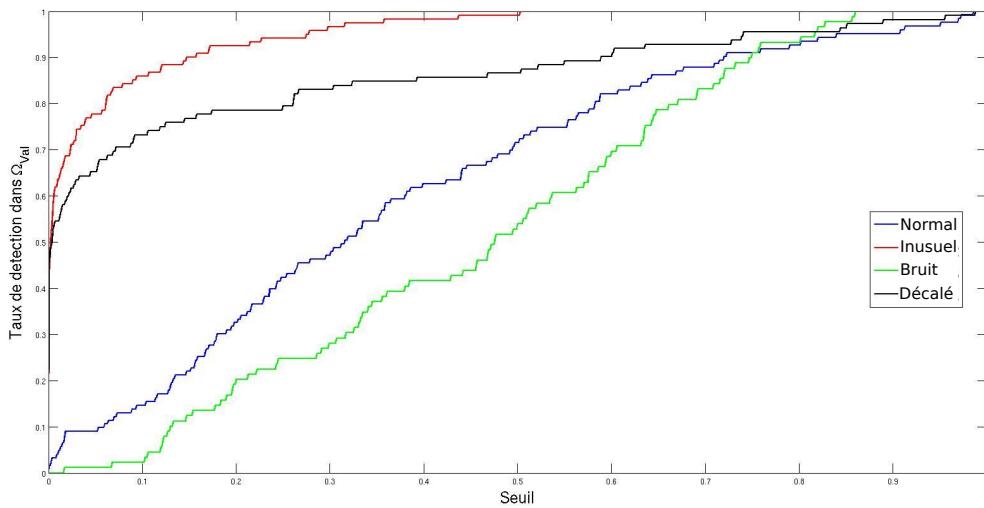


FIGURE 3.13 – Taux de détection des différentes classes de points dans Ω_{Val} en fonction du seuil sur les p-valeurs des tests d'adéquation. Les points inusuels (rouge) sont fortement détectés pour de petites valeurs de seuils, c'est également le cas pour les points normaux décalés (rouge). Pour ces mêmes valeurs, les points normaux (bleu) et le bruit (vert) sont faiblement détectés.

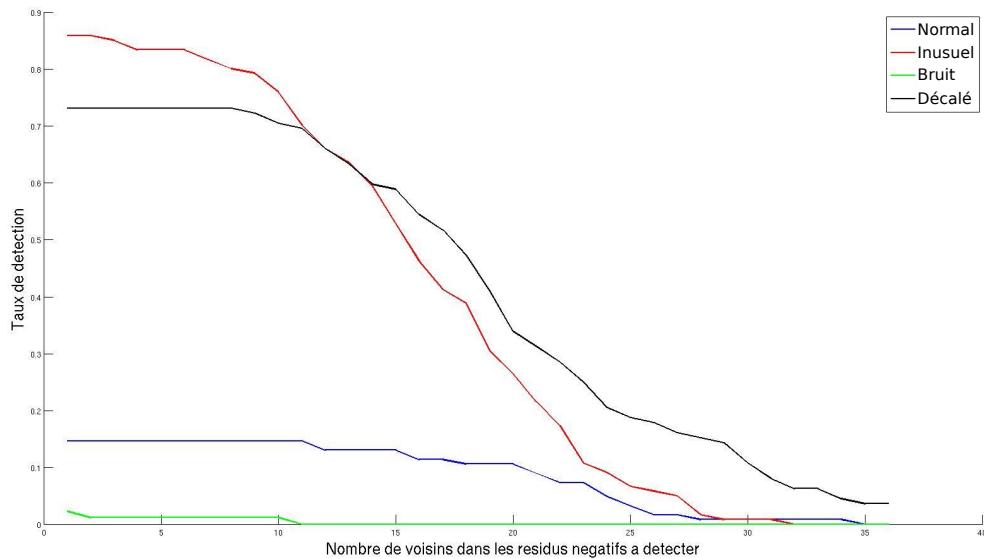


FIGURE 3.14 – Taux de détection des différentes classes de points dans Ω_{Val} à partir du seuil sur les p-valeurs en fonction du nombre de voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. L'augmentation du nombre de voisins dans les résidus négatifs diminue les taux de détection. Afin d'obtenir de bons taux de détection des points atypiques, le nombre de points voisins devant être considérés dans les résidus négatifs doit être inférieur à 10.

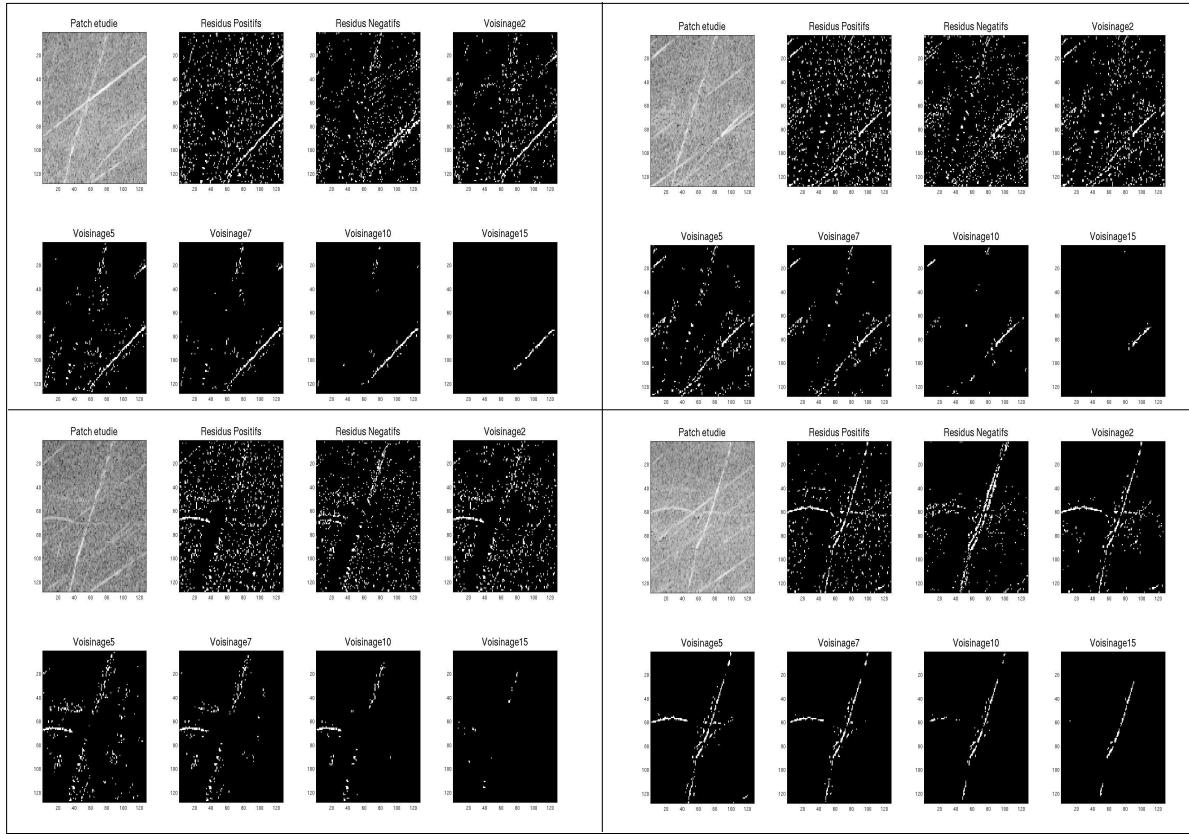


FIGURE 3.15 – Détection des points inusuels à partir du seuil sur les p-valeurs de 4 patchs contenant des signatures inusuelles, chaque sous-image correspond au résultats d'un patch. Chacune représentant le patch étudié, les points détectés par les résidus positifs et négatifs, et la détection en tenant compte du voisinage dans les résidus négatifs pour différents nombres de voisins. En considérant un nombre trop important de voisins les signatures atypiques ne sont pas détectées.

taux de détection se dégrade en augmentant le nombre de points voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. Ce processus caractérise une exigence plus forte pour classifier un point comme inusuel. La figure 3.15 présente les détections sur 4 patchs différents contenant des signatures atypiques en fonction du nombre de voisins. La figure est divisée en 4 sous-figures, chacune contenant le patch étudié, les points détectés à partir des résidus positifs et négatifs, ainsi que la détection en filtrant la détection des résidus positifs par les détections de voisins dans les résidus négatifs. L'utilisation des résidus négatifs permet de réduire les fausses détections. Cependant une exigence trop forte du nombre de voisins entraîne également la non-détection des points inusuels (Figure 3.14). Il s'agit donc de définir un nombre de voisins limitant les fausses détections tout en conservant la détection des points inusuels

$$n_{voisins} = 7.$$

Calibration des paramètres des valeurs extrêmes

De manière analogue, nous estimons le nombre de résidus maximaux n_{max} à prendre en compte pour définir la distribution des valeurs extrêmes définies par une loi de Gumbel (la loi

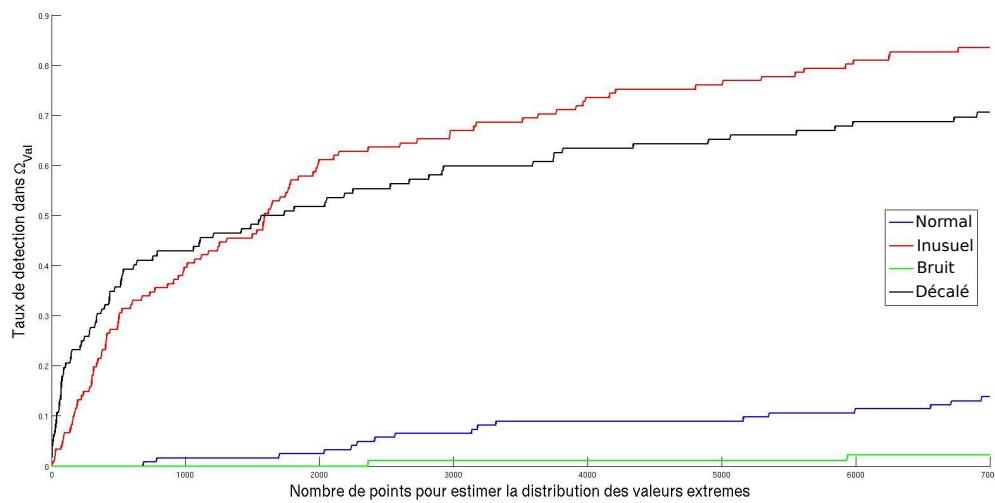


FIGURE 3.16 – Taux de détection des différentes classes de points dans Ω_{Val} en fonction du nombre de points n_{max} utilisé pour modéliser la distribution des valeurs extrêmes. Les taux de détection des points inusuels (rouge) et des points décalés (noir) augmentent fortement avec le nombre de points considérés pour estimer la distribution des extrêmes. Les taux de détection des points normaux (bleu) et du bruit (vert) augmentent également avec une pente beaucoup plus faible, les points normaux et le bruit sont faiblement détectés. Tenir compte d'un grand nombre de points pour estimer la distribution des valeurs extrêmes permet une bonne détection des points atypiques tout en limitant les fausses détections liées aux points normaux et au bruit.

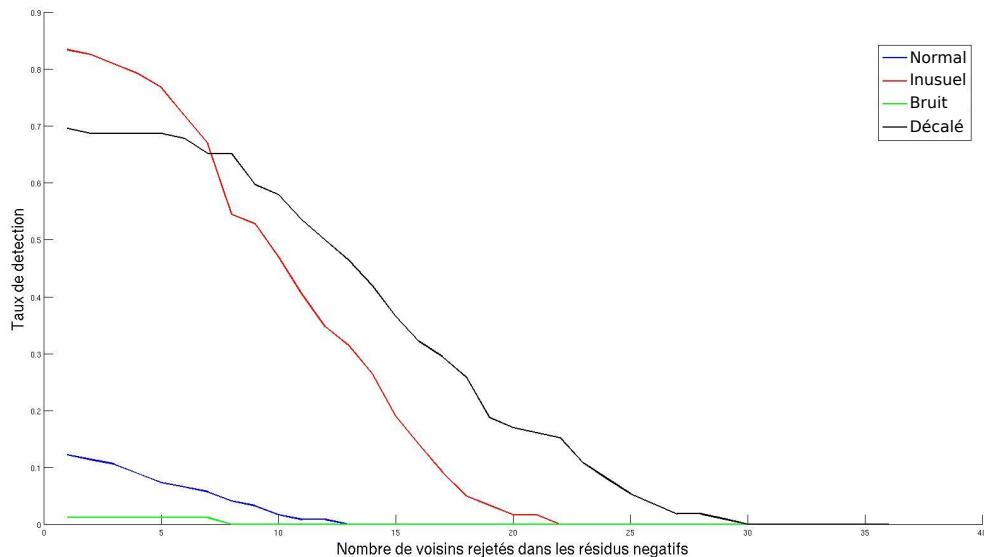


FIGURE 3.17 – Taux de détection des différentes classes de points dans Ω_{Val} à partir du seuil défini sur la distribution extrême en fonction du nombre de voisins devant être détectés dans les résidus négatifs. La prise en compte d'un nombre trop important de voisins au sein des résidus négatifs dégradent fortement la détection et permet également de réduire les fausses détections. Il est donc pertinent de limiter le nombre de voisins considérés.

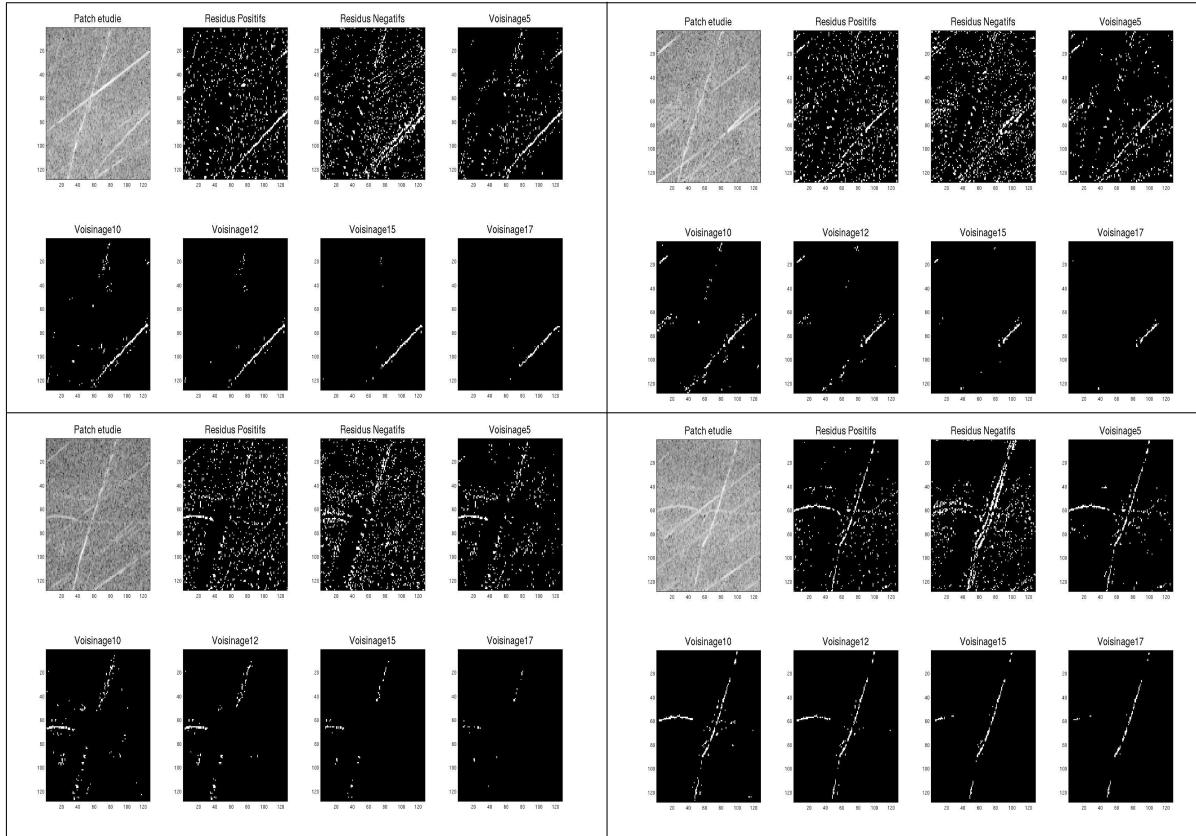


FIGURE 3.18 – Détection des points inusuels à partir du seuil défini sur la distribution extrême de 4 patchs contenant des signatures inusuelles, chaque sous-image correspond au résultats d'un patch. Chacune représentant le patch étudié, les points détectés par les résidus positifs et négatifs, et la détection en tenant compte du voisinage dans les résidus négatifs pour différents nombres de voisins.

gaussienne appartient au domaine d'attraction de Gumbel). Nous calculons donc les taux de détection des points des différentes classes de la base de validation \mathcal{B}_1 (Figure 3.16). Les taux de détection augmentent avec le nombre de points maximaux considérés pour estimer la distribution extrême car le mode de la distribution diminue en ajoutant des points pour l'estimation. Les nouveaux points ajoutés pour l'estimation sont toujours inférieurs, ils font reculer le mode et donc diminuer le seuil de détection. Le taux de détection des points inusuels et décalés augmentent bien plus rapidement avec le nombre de points considérés que les 2 autres classes. Cela montre la capacité du modèle à détecter principalement les points atypiques et ceux décalés spatialement sur les différents patchs. Nous choisissons comme nombre de points pour estimer la distribution des valeurs extrêmes

$$n_{max} = 6765.$$

Nous utilisons la même valeur pour estimer la distribution des valeurs extrêmes des résidus négatifs.

Le nombre de points voisins à considérer dans les résidus négatifs est calibré par les taux de détection des différentes classes en fonction du nombre de voisins (Figure 3.17) ainsi que par une représentation visuelle de la détection sur différents patchs pour différents nombres de voisins

à détecter (Figure 3.18). Comme précédemment les taux de détection diminuent en haussant l'exigence sur les résidus négatifs. Nous avons opté pour

$$n_{voisins} = 5.$$

3.6.4 Résultats sur la base de test Ω_{Test}

Nous présentons les résultats sous 3 formats sur les données de Ω_{Test} :

- par le calcul des taux de détection pour chaque classe de points annotés à partir des différentes approches de définition de seuil,
- par le calcul pour tous les patchs du spectrogramme du pourcentage de points détectés faisant partie d'une zone atypique extraite pour les patchs contenant des signatures inusuelles et le pourcentage de points détectés pour les patchs ne contenant pas de signatures inusuelles,
- par une représentation visuelle des points détectés sur les patchs à partir des résidus positifs, des résidus négatifs et du filtrage du premier par rapport au second.

Les paramètres des modèles correspondent à ceux calibrés sur Ω_{Val} .

Résultats des points annotés de Ω_{Test}

Les taux de détection des différentes classes de points de Ω_{Test} sont déterminés pour différentes données d'apprentissage permettant la définition du support des atomes de curvelets (Tableau 3.2). Le modèle proposé permet une bonne détection des points annotés comme inusuels. Cependant les points issus de raies vibratoires normales décalées spatialement sont également fortement détectés à tort. Les points normaux et le bruit sont très faiblement détectés. La définition du seuil à partir de la distribution des extrêmes donnent une légèrement meilleure classification des points atypiques. Les deux méthodes donnent des résultats très proches.

TABLE 3.2 – Taux de détection à partir du modèle défini par les curvelets des différentes classes de points de la base de test Ω_{Test} pour différentes données d'apprentissage

Classe de points	P-valeurs sur les résidus	Valeurs extrêmes sur les résidus
Classe "normal"	$4.1\% \pm 1.4\%$	$3.59\% \pm 3.44\%$
Classe "inusual"	$60\% \pm 1\%$	$66.98\% \pm 1.95\%$
Classe "noise"	0%	0%
Classe "shifted"	$68.21\% \pm 1.4\%$	$60\% \pm 3.44\%$

Résultats de détection sur l'ensemble des patchs \mathcal{K}_j^{128} des spectrogrammes

La méthode d'extraction permet des récupérer de zones atypiques contenant les signatures inusuelles, mais également de nombreux points normaux. Ainsi classifier tous les points de la zone comme inusuels et définir un critère d'erreur comparant la décision de l'algorithme à la vérité

terrain définie par l'extraction n'est pas pertinent. Nous définissons un critère d'erreur différent E_j^i (3.15) selon que la donnée test du patch étudié contient des zones atypiques annotées dans la base ou n'en contient pas. Dans le cas où l'intersection entre le patch test et les zones atypiques extraites de cette même donnée est non vide ($Y_{\mathcal{K}_j}^i = 1$), nous calculons la proportion des points détectés se trouvant dans les zones atypiques, ainsi la proportion inverse concerne uniquement les fausses détections. Dans le cas contraire ($Y_{\mathcal{K}_j}^i = 0$), nous calculons la proportion de points détectés par rapport à la dimension du patch.

$$E_j^i = \begin{cases} \frac{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \& \exists k | (f, N_2) \in \text{zone}_{ano}^i(k) \right\}}{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \right\}} & \text{si } Y_{\mathcal{K}_j}^i = 1 \\ \frac{\text{card} \left\{ (f, N_2) : \hat{Y}_{f, N_2}^{i, C} = 1 \right\}}{\text{card} \left\{ Z_{\mathcal{K}_j^{128}}^i \right\}} & \text{si } Y_{\mathcal{K}_j}^i = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Ces résultats de détection (3.15) sont présentés dans le tableau 3.4 décomposé en plusieurs sous-tableaux sous le format défini dans le tableau 3.3. Chacun des sous-tableaux correspond à un des patchs de la subdivision des spectrogrammes. Les résultats ont été établis à partir de tous les moteurs de la base de test Ω_{Test} , nous mettons NA pour les patchs dans lesquels aucun moteur de la base de test ne possède de signature inusuelle. Le taux de points détectés par rapport au nombre de points pour les patchs sans signature atypique est très faible (autour de 2%). Les résultats sont beaucoup plus variés sur les patchs contenant des signatures inusuelles. Pour certains d'entre eux, la majorité des points détectés font partie des zones atypiques extraites proposant donc de bons résultats sur ces patchs, tandis que sur d'autres patchs, la proportion de points détectés appartenant aux zones atypiques est très faible. Cela peut provenir de la méthode d'extraction des zones atypiques récupérant une grande quantité d'information normale. Les résultats des deux approches de définition de seuil sont très proches.

TABLE 3.3 – Structure des sous-tableaux de résultats pour le modèle défini par le dictionnaire des curvelets

Taux de bonnes détection à partir du seuil sur les p-valeurs pour les patchs contenant des signatures inusuelles	Taux de points détectés à partir du seuil sur les p-valeurs pour les patchs sans signatures inusuelles
Taux de bonnes détection à partir de l'approche des valeurs extrêmes pour les patchs contenant des signatures inusuelles	Taux de points détectés à partir de l'approche des valeurs extrêmes pour les patchs sans signatures inusuelles

Visualisation des points rejetés sur la base de test Ω_{Test}

Nous présentons sur la figure 3.19 les résultats de détection sur les différents patchs de la base de test Ω_{Test} présentés dans le chapitre précédent (figure 2.3), ainsi que les résultats intermédiaires de détection à partir des résidus positifs et négatifs. Nous représentons les résultats pour un patch normal (1ère ligne) et pour 4 patchs contenant chacun des signatures atypiques