

fonction de ridgelet $\psi_{a,b,\theta}$ et x .

$$\mathcal{R}_x(a, b, \theta) = \int \bar{\psi}_{a,b,\theta}(t)x(t)dt$$

$\bar{\psi}$ et $\hat{\psi}$ sont respectivement le complexe conjugué et la transformée de Fourier de ψ satisfaisant la condition d'admissibilité :

$$\int \frac{|\hat{\psi}(\lambda)|^2}{\lambda} d\lambda < \infty$$

Cette transformée est inversible pour un signal x intégrable et de carré intégrable, respecte la relation de Parseval et se généralise dans toutes les dimensions.

La transformée, ainsi définie, permet d'obtenir une représentation des signaux continus. La version discrète de la transformée en ridgelets [21] correspond à une discréétisation spécifique (a_j, b_k, θ_l) de ses paramètres afin que l'ensemble des fonctions de ridgelets $\{\psi_{j,k,l}\}$ forme une frame. Inspirés par la transformée en ondelette, les paramètres d'échelle a et de position b sont échantillonnés de manière dyadique avec une dépendance de la discréétisation du paramètre de position par rapport à celle de l'échelle. La résolution du paramètre d'orientation θ augmente mécaniquement avec le paramètre d'échelle et est donc dépendante de ce paramètre.

$$a_j = a_0 2^{-j} \quad b_{j,k} = 2\pi k 2^{-j} \quad \theta_{j,l} = 2\pi l 2^{-j}$$

L'ensemble des fonctions

$$\{\psi_{j,k,l}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j(t_1 \cos(2\pi l 2^{-j}) + t_2 \sin(2\pi l 2^{-j}) - 2\pi k 2^{-j}))\}_{j,k,l} \quad (3.2)$$

forme une frame permettant la décomposition des signaux. La transformée en ridgelet [21] discrète s'effectue par produit scalaire entre le signal et l'ensemble des fonctions de ridgelets définies dans (3.2).

La transformée en curvelet se calcule à partir des ridgelets orthonormales ρ_λ définies dans [40] et paramétrées par $\lambda = (j, k, i, l, \epsilon) \in \Lambda$. j et k correspondent respectivement aux paramètres d'échelle et de position de la fonction ridge, i et l définissent les paramètres d'échelle et de position angulaire, ϵ est un paramètre de genre lié aux paramètres d'échelle. Nous renvoyons à [40] pour plus de détails sur la construction de ces ridgelets particulières. Le dictionnaire défini à partir des ridgelets orthonormales constitue une "tight" frame permettant la conservation de l'énergie entre les signaux et leurs représentations à partir de ces ridgelets particulières.

3.2.2 Les ridgelets multi-échelles

Les ridgelets définies au dessus permettent d'analyser les données en 2 dimensions dans leur globalité. Les ridgelets multi-échelles [22] ont pour but de pouvoir analyser une donnée sous différentes échelles de cette donnée. Il est possible de considérer les ridgelets orthonormales comme

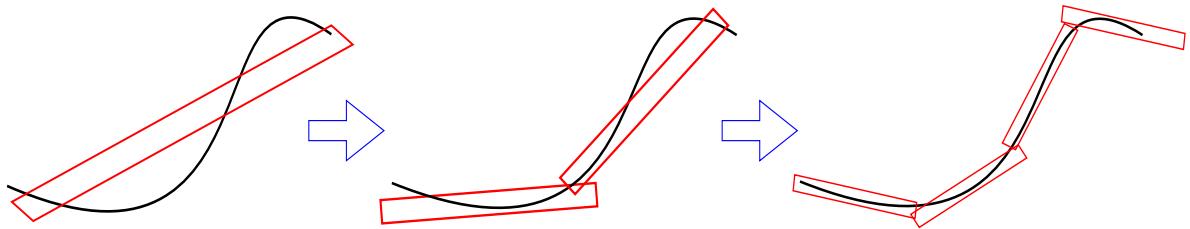


FIGURE 3.1 – Caractérisation d'une forme courbe à différentes échelles. La taille des éléments caractérisant la forme diminue avec l'échelle. La représentation de la forme courbe est améliorée en augmentant le nombre de formes linéaires à plus petites échelles.

des éléments linéaires de taille fixe et de largeur plus ou moins fine. Cependant, dépendant de la forme considérée, une certaine taille de ridgelets peut être plus pertinente qu'une autre (Figure 3.1). Il faut donc qu'elles puissent s'adapter aux différentes dimensions des formes étudiées. Pour cela, les ridgelets multi-échelles sont définies à partir d'un opérateur d'échelle T_Q qui transpose la ridgelet orthonormale de son espace de départ $[0, 1]^2$ vers un carré dyadique $Q = (s, k_1, k_2)$ définit sur $[\frac{k_1}{2^s}, \frac{k_1+1}{2^s}] \times [\frac{k_2}{2^s}, \frac{k_2+1}{2^s}]$, s définit l'échelle de subdivision des données en carrés dyadiques et (k_1, k_2) la position du carré étudié. L'énergie de la ridgelet est également répartie de manière lisse sur les points voisins du carré dyadique par une fonction de fenêtrage ω ayant comme propriété $\sum_{k_1, k_2} \omega(x_1 - k_1, x_2 - k_2) \equiv 1$.

Les ridgelets multi-échelles $\{\psi_\mu, \mu = (\lambda, Q) \in (\Lambda, \mathcal{Q}_s)\}$ (3.3) correspondent à une application des ridgelets orthonormales paramétrées par λ sur des extractions de carrés dyadiques à différentes échelles s paramétrés par $Q \in \mathcal{Q}_s$ avec \mathcal{Q}_s l'ensemble des carrés dyadiques de taille 2^{-s} . L'application des ridgelets orthogonales sur différentes tailles d'images permet de considérer différentes tailles pour les ridgelets (correspondant à la taille de l'image) tout en étudiant différentes échelles et orientations des ridgelets.

$$\psi_{\mu_s} = 2^s T_Q(\omega \cdot \rho_\lambda), \quad \mu_s = (\lambda, Q) \in (\Lambda, \mathcal{Q}_s) = \mathcal{M}_s \quad (3.3)$$

Il faut distinguer l'échelle j des ridgelets et l'échelle s des multi-ridgelets qui correspond à la subdivision en carrés dyadiques sur lesquels les ridgelets définies à plusieurs échelles a_j sont appliquées.

3.2.3 La construction de la transformée en curvelet

Les curvelets sont utilisées pour caractériser des formes courbes sur les données. Elles sont issues de la transformée en ridgelet appliquée à différentes échelles s de la donnée. Les différentes échelles caractérisent l'idée que chaque courbe peut être approximée par une série de formes linéaires sur de petites échelles (Figure 3.1). En diminuant l'échelle, les formes linéaires caractérisent bien mieux les courbures en prenant de plus petites tailles, mais nécessairement leur nombre augmente. Le meilleur moyen de caractériser les données x est donc d'appliquer les ridgelets orthonormales sur des échelles s de plus en plus fines. Il s'agit de caractériser x à partir

de $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M} = \bigcup_{s>0} \mathcal{M}_s\}$. Cependant, à une échelle donnée s , $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}_s\}$ constitue un tight frame permettant d'avoir

$$\sum_{\mu \in \mathcal{M}_s} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \|x\|_{L_2}^2, \quad \forall x$$

ainsi si nous considérons la représentation dans $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}\}$, nous avons

$$\sum_{\mu \in \mathcal{M}} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \sum_{s>0} \sum_{\mu \in \mathcal{M}_s} \langle x, \psi_\mu \rangle^2 = \sum_{s>0} \|x\|_{L_2}^2 = \infty.$$

$\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}\}$ ne constitue pas une frame et n'est donc pas adéquat pour représenter les données.

Pour éviter la divergence de l'énergie de représentation, les données x sont décomposées dans un premier temps selon un filtrage passe-bande dont la plage de fréquences implique l'application d'une unique échelle des ridgelets multi-échelles. La décomposition fréquentielle est effectuée en intervalles dyadiques de la forme $|\xi| \in [2^{2s}, 2^{2s+2}]$ par le filtre passe-bande Δ_s auquel est associée la ridgelet multi-échelle s , donc $\{\psi_\mu, \mu \in \mathcal{M}_s\}$. Les basses fréquences, $|\xi| \leq 1$ sont récupérées par un filtre passe-bas P_0 , ce filtre est associé à une ondelette ϕ plutôt qu'à une ridgelet. La décomposition fréquentielle permet une conservation de l'énergie, tout comme l'application d'une seule échelle des ridgelets multi-échelles (ridgelets orthonormales), le dictionnaire ainsi défini correspond alors à une "tight" frame.

$$\|x\|_2^2 = \|P_0 x\|_2^2 + \sum_s \|\Delta_s x\|_2^2 = \langle P_0 x, \phi \rangle^2 + \sum_s \langle \Delta_s x, \psi_{\mu_s} \rangle^2 \quad \mu_s = (\lambda, Q) \in (\Delta, \mathcal{Q}_s)$$

La transformée en curvelet des données $x \in \mathbb{R}^2$, et leurs décompositions dans le dictionnaire, se calculent par les étapes suivantes dont une illustration est donnée dans [47] :

1. filtrage passe-bande sur la plage de fréquence $|\xi| \in [2^{2s}, 2^{2s+2}]$ des données x ,
2. subdivision lisse des données filtrées en carrés dyadiques de taille 2^{-s} dépendant du filtre utilisé,
3. remise à l'échelle du carré dyadique de façon à ce qu'il appartienne à $[0, 1]^2$,
4. application de la transformée en ridgelet orthonormale.

La décomposition des données x dans ce dictionnaire s'écrit sous la forme d'un produit scalaire avec les atomes du dictionnaire $\gamma_{\mu_s} = \Delta_s \psi_\mu, \mu_s \in \mathcal{M}_s$. Nous notons \mathcal{C}_x la représentation de x dans le dictionnaire des curvelets.

$$\mathcal{C}_x = \{\langle \gamma_{\mu_s}, x \rangle\}_s \tag{3.4}$$

Cette transformée permet d'avoir une représentation parcimonieuse à partir d'un seuillage des formes courbes sur les données. Le taux d'approximation des formes courbes à partir des m plus grands coefficients de la décomposition dans le dictionnaire est asymptotiquement quadratique [22]. Ce taux d'approximation est meilleur que ceux définis à partir de la transformée de Fourier ou des ondelettes. Une transformée en curvelets rapide a été définie et implémentée dans [20].

3.2.4 Le dictionnaire des curvelets

Le dictionnaire des curvelets \mathcal{D}^C est surcomplet, ce qui peut entraîner une représentation par-cimonieuse des données (après seuillage des coefficients). La structure des atomes du dictionnaire est indépendante des données. De plus, chaque étape de la transformée est inversible. Il existe donc une transformée inverse \mathcal{C}_x^{-1} permettant de reconstruire la donnée d'origine à partir de sa décomposition dans le dictionnaire des curvelets, cette reconstruction est parfaite.

La reconstruction des données à partir du dictionnaire (la transformée inverse) correspond à la combinaison des atomes du dictionnaires pondérée par les coefficients de représentation des données. Nous représentons (Figure 3.2) les atomes du dictionnaire des curvelets \mathcal{D}^C dans le domaine des données (le domaine image). Chaque élément de la base correspond à la reconstruction lorsqu'un unique atome est activé avec pour coefficient 1 (3.5). Un atome est activé lorsque son coefficient associé est non nul.

$$\mathcal{D}^C = \{\mathcal{C}_{\mathbf{1}_{s,k,\theta}}^{-1}\}_{s,k,\theta} \quad (3.5)$$

avec $\mathbf{1}_{s,k,\theta}$ la fonction indicatrice dans l'espace des coefficients de curvelets des coordonnées (s, k, θ) correspondant respectivement à l'échelle, la position et l'orientation.

Différents atomes à différentes échelles sont représentés en figure 3.2. Les atomes de l'échelle la plus grossière n'ont pas de direction puisqu'il s'agit d'ondelettes. Les atomes d'échelles plus fines correspondent à de petites formes de raies linéaires permettant de caractériser des formes courbes par la concaténation de ces petites raies. Les raies des atomes à une même échelle ont toutes la même taille définie par celle de la subdivision en carrés dyadiques. Nous pouvons remarquer que plus l'échelle devient fine, plus la taille de l'atome diminue, permettant la caractérisation de formes courbes à petites échelles. Les atomes sur les bords de l'image répercutent leurs effets sur le bord opposé. L'intensité de l'atome est maximale sur le point étudié et décroît dans les différentes directions. Les atomes du dictionnaire des curvelets ont une action locale sur les données étudiées.

Le dictionnaire des curvelets a été utilisé dans le traitement d'images pour du débruitage dans [105] en seuillant les coefficients des curvelets pour caractériser l'information courbe sur l'image et pour l'analyse des séismes [27]. Un état l'art des différentes applications mises en place à partir des curvelets a été réalisé dans [77]. Le choix du dictionnaire est effectué par rapport à la nature de l'information pertinente présente dans les données (forme de raie).

3.3 Application des curvelets aux spectrogrammes vibratoires

3.3.1 Caractérisation des raies vibratoires à partir des curvelets

Les atomes du dictionnaire des curvelets ne s'adaptent pas aux données mais sont les mêmes indépendamment des données considérées. Ce dictionnaire reste néanmoins pertinent aux données

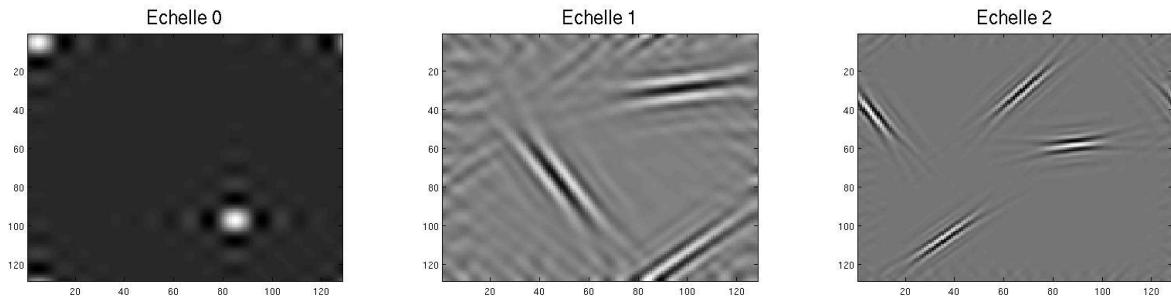


FIGURE 3.2 – Atomes du dictionnaire des curvelets à différentes échelles. La première image correspond aux atomes de l'échelle grossière correspondant à des ondelettes. Les deux images suivantes correspondent aux atomes de curvelets à des échelles plus fines. Les atomes caractérisent des formes de plus en plus petites.

de spectrogrammes de part la structure en raies de ces derniers. Nous considérons les spectrogrammes comme la superposition de raies qui peuvent être considérées comme la superposition de singularités courbes. Les curvelets permettent de caractériser naturellement des singularités courbes avec peu de coefficients. Cette représentation peut donc permettre de caractériser les différentes signatures vibratoires de manière parcimonieuse. La transformée en curvelet entière n'est pas indispensable, seuls les atomes dont l'orientation est colinéaire avec l'orientation des raies sont significatifs. Les autres, particulièrement ceux dont l'orientation est orthogonale par rapport aux raies, sont négligeables. La représentation parcimonieuse des spectrogrammes dans le domaine des curvelets est obtenue en seuillant les coefficients de la transformation. Seuls les atomes dont les coefficients correspondants sont supérieurs à un seuil défini sont nécessaires pour caractériser les raies vibratoires présentes sur le spectrogramme et permettre une bonne reconstruction de ces dernières. Les reconstructions de patchs à partir de différents seuillages des coefficients sont présentés en figure 3.3 pour un patch normal et en figure 3.4 pour un patch contenant des signatures atypiques. Les reconstructions sont établies à partir de 100%, 50%, 10%, 5% et 1% des coefficients représentant les patchs de taille 128×128 dans le dictionnaire des curvelets à partir de 4 niveaux d'échelles. Dans cette configuration chaque patch est représenté par 46080 coefficients, soit une dimension de représentation dans le dictionnaire surcomplet 2.8 fois plus grande que la dimension des données.

En prenant en compte tous les coefficients, nous pouvons observer une reconstruction parfaite des patchs. En seuillant les coefficients de manière à récupérer uniquement les 50% et 10% des coefficients les plus importants, nous obtenons une bonne reconstruction des patchs avec des résidus contenant principalement du bruit. L'utilisation de 4608 coefficients (soit environ 28% de la dimension de l'image) est suffisante pour caractériser correctement les informations vibratoires normales et inusuelles présentes sur les patchs (les raies) et permettre un débruitage du patch. Le seuillage à 5%, donc en considérant 2304 coefficients (14% de la dimension de l'image), permet une bonne reconstruction des raies visuellement. Cependant une petite partie de l'information vibratoire se retrouve également dans les résidus. En considérant 1% des coefficients, la reconstruction n'est pas intéressante visuellement avec un flou sur toutes les raies ainsi que sur le bruit vibratoire. L'effet du seuillage sur la reconstruction est le même pour un patch normal

(Figure 3.3) que pour un patch atypique (Figure 3.4). Le dictionnaire des curvelets permet donc une bonne caractérisation des différentes raies du spectrogrammes en conservant un faible pourcentage des coefficients de représentation.

3.3.2 Comparaison des représentations en curvelet

Afin de détecter les patchs atypiques, nous comparons les distances entre les représentations seuillées des curvelets des différentes données. La figure 3.5a présente la matrice des distances L^2 entre les différentes données. Les premiers points (couleur verte) dans la matrice correspondent aux patchs normaux, les suivants (couleur rouge) aux patchs inusuels. La matrice obtenue ne possède pas une structure diagonale par bloc, la distance des coefficients ne permet donc pas de discriminer les patchs atypiques des patchs normaux. La variabilité de l'information normale des patchs entraîne une modification des coefficients noyant les altérations des coefficients apportées par les raies inusuelles.

Les atomes du dictionnaire caractérisent une raie à une certaine position et orientation. Ainsi si deux mêmes atomes sont activés, c'est-à-dire si leurs coefficients associés sont tous deux supérieurs au seuil d'activation s_a , cela signifie que la même raie est présente à des intensités différentes sur les deux spectrogrammes. Un atome activé pour une donnée et pas une autre correspond à l'absence d'une raie sur cette dernière. Les signatures inusuelles devraient donc être caractérisées par un nombre plus important d'atomes activés par rapport aux données normales. Le nombre d'atomes différents activés entre deux données est une pseudo-distance intéressante pour étudier les spectrogrammes à partir de ce dictionnaire, il ne s'agit pas d'une distance car elle n'est pas symétrique. Nous calculons le nombre d'atomes activés par une donnée et non activés par une autre.

$$d(Z_{\mathcal{K}_j}^{i_1}, Z_{\mathcal{K}_j}^{i_2}) = \text{card}((j_1, k, \theta) \mid \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^{i_1}}(j_1, k, \theta) \geq s_a \quad \& \quad \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^{i_2}}(j_1, k, \theta) < s_a)$$

avec $\mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}}(j_1, k, \theta)$ le coefficient d'échelle j_1 , de position k et d'orientation θ de la transformée en curvelet des patchs $Z_{\mathcal{K}_j}$ et s_a le seuil d'activation du coefficient. La figure 3.5b présente la matrice de cette distance d dans la base de données avec les premiers moteurs correspondant aux patchs normaux et les suivants aux patchs inusuels. Une structure diagonale par bloc ne se dégage pas de la matrice des distances. La différence d'atomes activés parmi les représentations des données ne permet pas de discriminer les patchs normaux des patchs atypiques. La variabilité des patchs est trop importante, l'absence de certaines raies normales sur les patchs, la non-complétude et le décalage de ces dernières entraînent une variabilité des atomes activés pour les patchs normaux et ne permet donc pas la détection des patchs inusuels en comparant les atomes activés.

Le dictionnaire des curvelets permet une bonne caractérisation des signatures présentes sur le spectrogramme. Cependant l'ensemble des coefficients de représentation ainsi que la différence des atomes activés ne permettent pas la détection des patchs inusuels. Les signatures atypiques correspondent à quelques points du patch qui ne sont pas suffisants pour impacter significativement la matrice des distances.

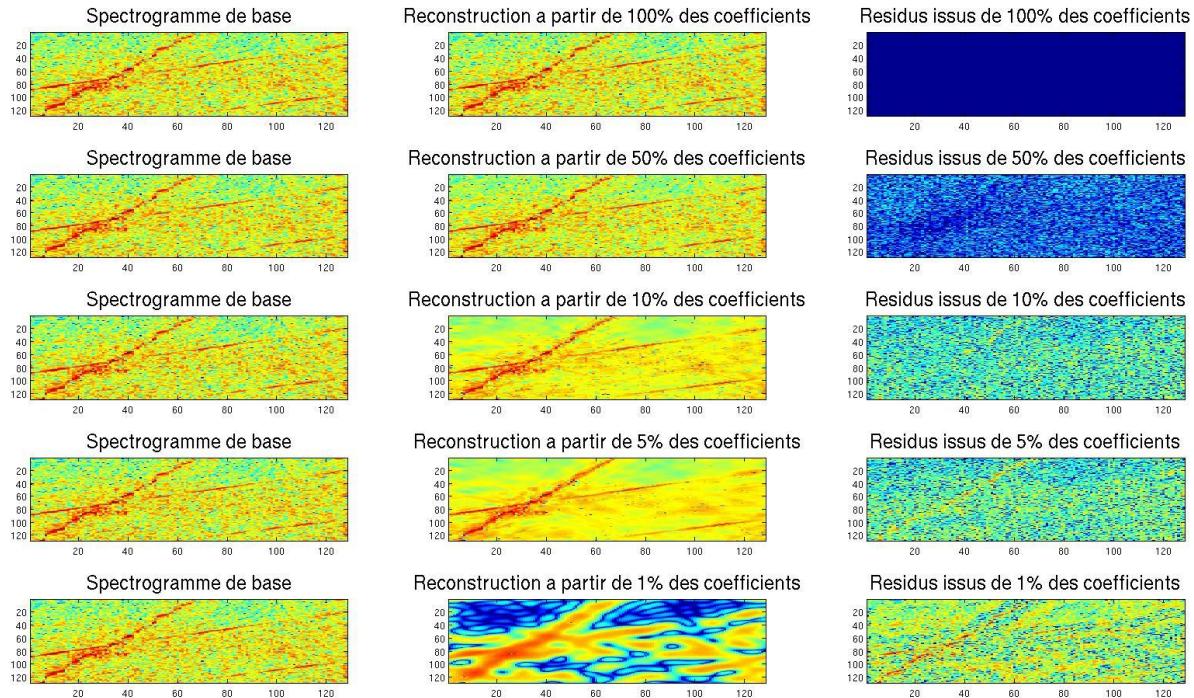


FIGURE 3.3 – Reconstruction d'un patch normal et résidus associés à partir de 100%, 50%, 10%, 5% et 1% des coefficients dans le dictionnaire des curvelets. La reconstruction à partir de 100% des coefficients permet une reconstruction parfaite, les signatures restent visibles sur les reconstructions à partir de 50%, 10% et 5% mais cette dernière entraîne entraîne une perte d'information visible dans les résidus. La reconstruction à partir de 1% des coefficients ne permet pas une reconnaissance du patch.

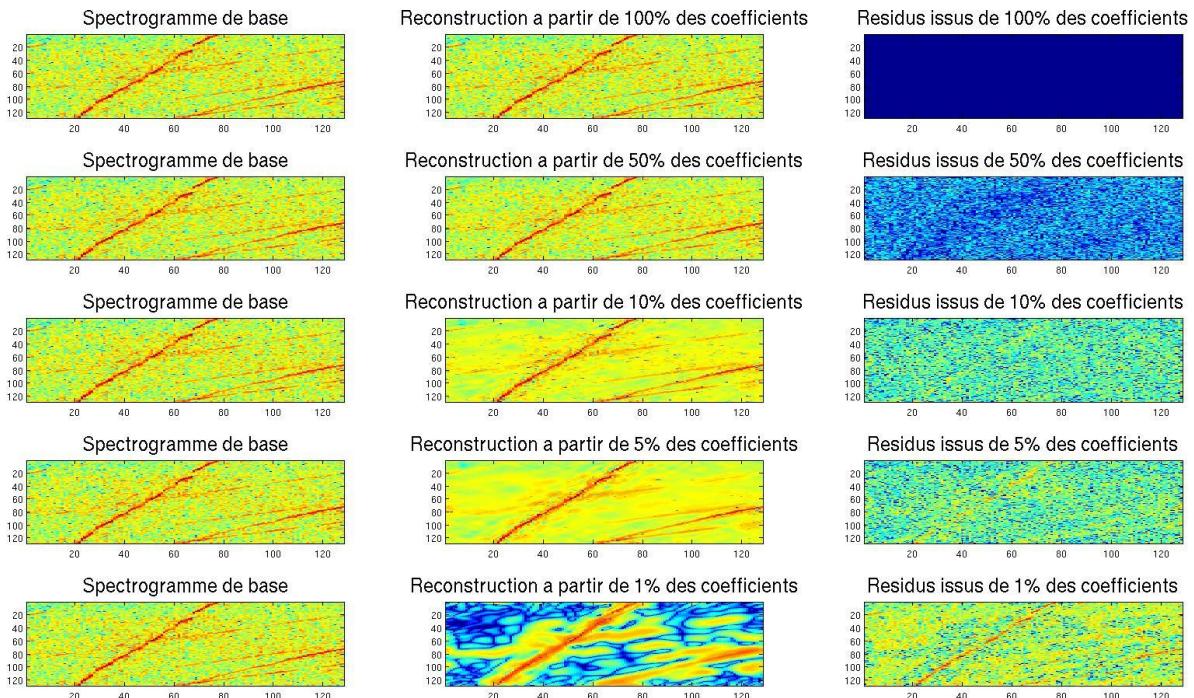


FIGURE 3.4 – Reconstruction d'un patch contenant une signature atypique et résidus associés à partir de 100%, 50%, 10%, 5% et 1% des coefficients dans le dictionnaire des curvelets. La signature atypique reste reconstruite en considérant les coefficients de plus fortes intensités.

ment la distance des coefficients ou les atomes activés par rapport à la variabilité de l'information normale. Mettre en place des modèles basés sur la modélisation des signatures inusuelles n'est pas efficace étant donnés leur faible nombre et leur grande variabilité. Il est plus pertinent de caractériser la normalité de ces patchs afin de les projeter dans ce domaine de normalité et d'obtenir une représentation normale de ces derniers.

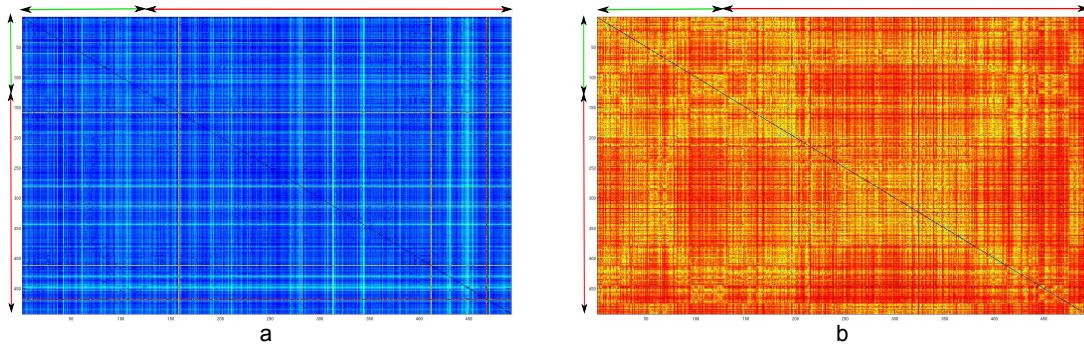


FIGURE 3.5 – Matrices des distances des coefficients des curvelets (a) et matrice de la différence d'atomes activés entre deux représentations des patchs (b). La flèche verte correspond aux patchs normaux et la flèche rouge aux patchs inusuels. Ces matrices ne possèdent pas de structure diagonale par bloc, ces distances ne permettent donc pas la détection des patchs atypiques.

3.4 Normalité définie dans le dictionnaire des curvelets

3.4.1 Le modèle de normalité

L'inconvénient en considérant l'ensemble des coefficients de la représentation parcimonieuse par curvelets provient de la caractérisation des signatures inusuelles. Ces dernières correspondent à une infime partie du patch entraînant des modifications des coefficients non suffisantes pour les détecter (Figure 3.5). L'inefficacité de l'approche provient de la variabilité de l'information normale due au décalage, à l'absence et à la non-complétude des raies normales noyant les altérations des coefficients apportées par les raies atypiques. Bien que des atomes représentant les données normales soient différents, plusieurs d'entre eux sont communs sur plusieurs patchs et caractérisent la même information sur ces derniers. Ces atomes du dictionnaire définissent le comportement normal des patchs et donc la normalité que nous cherchons à caractériser. La reconstruction à partir des atomes de normalité sélectionnés permet ainsi de définir un estimation normale du patch considéré. La caractérisation d'un modèle de normalité permet de retirer ces informations normales des données et de réduire leur variabilité afin de mettre en évidence les signatures inusuelles présentes sur les patchs au niveau des résidus de la reconstruction.

Le support d'un patch

Nous avons défini l'activation d'un atome lors de la représentation dans le dictionnaire d'un patch $Z_{\mathcal{K}_j}$ par la valeur du coefficient associé à cet atome supérieure au seuil d'activation s_a . L'activation d'un atome signifie la présence d'une forme courbe colinéaire à cet atome. La plupart des atomes ne sont pas utiles pour caractériser l'intégralité du patch (Figure 3.3 et 3.4) car caractérisent des orientations de raies inexistantes dans les spectrogrammes normaux. Nous définissons donc le support d'un patch $Z_{\mathcal{K}_j}^i$ comme étant l'ensemble des atomes du dictionnaire activés dans la représentation en curvelets (3.6). Ce support correspond donc à l'ensemble des indices des coefficients qui sont considérés comme significatifs.

$$Supp(Z_{\mathcal{K}_j}^i) = \bigcup_{j_1, k, \theta} \left\{ (j_1, k, \theta) \mid \mathcal{C}_{Z_{\mathcal{K}_j}^i}(j_1, k, \theta) \geq s_a \right\} \quad (3.6)$$

Le seuil d'activation peut être défini de 2 manières :

1. en définissant un seuil comme étant la valeur minimale qu'un coefficient doit avoir pour être considéré comme significatif, ce seuil est donc identique pour tous les patchs,
2. en définissant un certain pourcentage p_a de conservation des coefficients ; il s'agit de définir le seuil comme étant la valeur de coefficient permettant d'obtenir ce pourcentage

$$s_a = \tilde{\mathcal{C}}_{\mathcal{K}_j}^i(p_a \times \text{card}(\mathcal{C}_{\mathcal{K}_j}^i))$$

avec $\tilde{\mathcal{C}}$ les coefficients ordonnées dans l'ordre décroissant. Ce seuil est différent selon le patch étudié.

Nous avons sélectionné la seconde approche permettant de considérer chaque patch séparément et de comparer les valeurs intrinsèques des coefficients de la représentation. Cette valeur de p_a correspond donc au taux minimal de coefficients permettant une bonne reconstruction. Les figures 3.3 et 3.4 détaillaient la reconstruction des patchs suivant un pourcentage de conservation des coefficients. La reconstruction à partir de 10% des coefficients permettaient de ne visuellement pas perdre d'information dans les résidus. Cette même reconstruction à 5% semble "flouter" les raies d'intensités faibles et retirer de l'information dans les résidus. De plus, le support contient l'intégralité des coefficients de l'échelle la plus grossière qui consistent en 1024 coefficients, en considérant une sélection de 5% (soit 2304 coefficients), la moitié des coefficients correspondent alors à l'échelle grossière. La prise en compte d'un plus grand nombre de coefficients rend la reconstruction plus fine et plus pertinente pour la suite de l'étude. Nous avons donc fait le choix de considérer :

$$p_a = 0.1$$

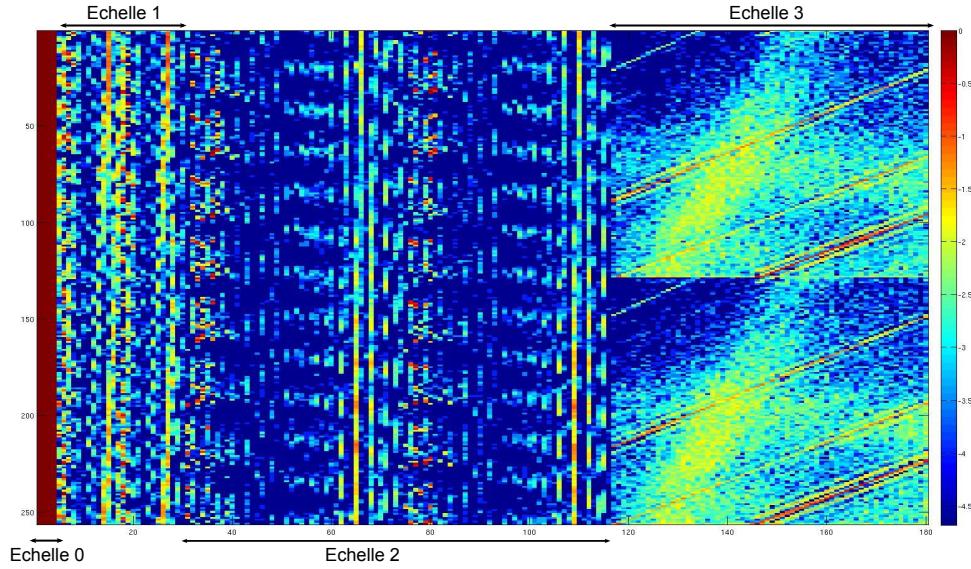


FIGURE 3.6 – Proportion (du bleu au rouge) des atomes de curvelets activés sur l’ensemble de la base de données. Les flèches renseignent sur l’échelle de ces atomes.

Le support de normalité

La transformée en curvelet inverse à partir des atomes du support permet une reconstruction satisfaisante du patch et donc des raies normales et inusuelles (Figure 3.4). Afin de détecter ces dernières, nous sommes plus intéressés par une reconstruction des signatures normales en supprimant les anomalies présentes sur les patchs afin de récupérer une représentation normale des patchs. Les signatures atypiques se retrouvent alors au niveau des résidus de la reconstruction. Nous cherchons à caractériser à partir des atomes du dictionnaire la normalité des patchs, cette normalité est caractérisée par la redondance des signatures normales sur les patchs. Au niveau des atomes du dictionnaire, cette redondance correspond aux mêmes atomes activés sur les différentes données. Nous cherchons donc le support commun des atomes du dictionnaire sur les patchs sans signatures inusuelles définissant le comportement normal du patch. Ce support commun de normalité correspond à l’union/intersection des différents supports (3.6) des patchs normaux de notre base d’apprentissage normale Ω_{App} . La figure 3.6 présente pour chaque atome du dictionnaire des curvelets, la proportion de données pour lesquelles l’atome considéré est activé, c’est-à-dire faisant partie du support du patch. Nous pouvons remarquer que les atomes basses fréquences (échelle 0) sont fortement activés ainsi que plusieurs atomes du dictionnaire d’échelle plus fine.

L’intersection des supports reviendrait à sélectionner les atomes activés sur tous les patchs normaux, ainsi seuls les atomes correspondant à l’échelle la plus grossière (échelle 0) seraient retenues. Ce support de normalité correspond uniquement aux basses fréquences et n’est pas suffisant pour caractériser les comportements normaux. L’union des supports permettraient de récupérer tous les atomes activés au moins une fois dans la base d’apprentissage normale. Cependant, cela revient à sélectionner des atomes activés pour une unique donnée, cet atome ne généralise pas le