

CALAMEL Martin	SPE E
DE PAZANAN Paul	SPE E
DESABRES Adélie	SPE C
DESALMAND-DUCASTEL Dana	SPE E
GILLE Pierre-Louis	SPE E

Groupe 24

### **Jeux, Sports :**

#### **Déterminer la trajectoire idéale pour un voilier**

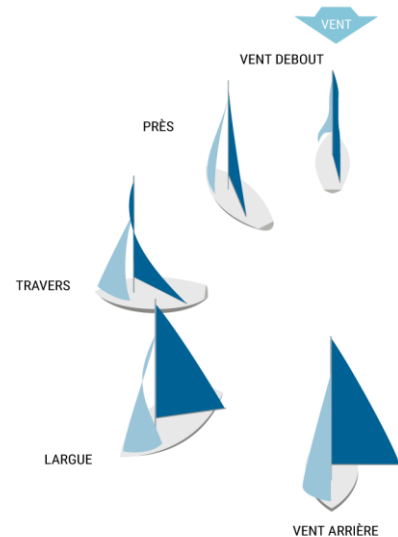
Notre objectif pour ce TIPE est de parvenir à recréer un modèle qui nous permettra de déterminer la meilleure trajectoire à adopter en voilier pour aller d'un point A à un point B du plan d'eau en un minimum de temps. Il nous faut pour cela :

- Modéliser l'environnement du voilier, ainsi que les forces qu'il subit
- Modéliser le comportement du voilier en fonction des forces subies
- Utiliser ces données afin d'obtenir un modèle mathématique
- Transformer ce modèle en un algorithme
- Comparer les résultats obtenus avec ceux de simulations déjà existantes

## 0) Introduction : Quelques notions de navigation

Avant de commencer ce synoptique, il est essentiel de rappeler quelques notions de navigation, afin de permettre une meilleure compréhension de ce document.

Lorsque l'on navigue, les différentes orientations du bateau par rapport au vent sont appelées « allures ». Elles sont réparties ainsi :



## 1) Modélisation de l'environnement du voilier

Le mouvement d'un voilier est une notion complexe qui dépend d'un nombre élevé de paramètres, et il serait compliqué voire impossible pour nous de recréer un tel modèle. Nous avons donc choisi de simplifier notre simulation en considérant dans un premier temps que le vent ne variait pas au cours du temps (ce qui est plausible en pratique à l'échelle de quelques heures), mais aussi en négligeant complètement l'influence du courant sur la trajectoire du bateau. Pour résumer, notre modèle serait applicable par mer calme et sur un faible intervalle de temps.

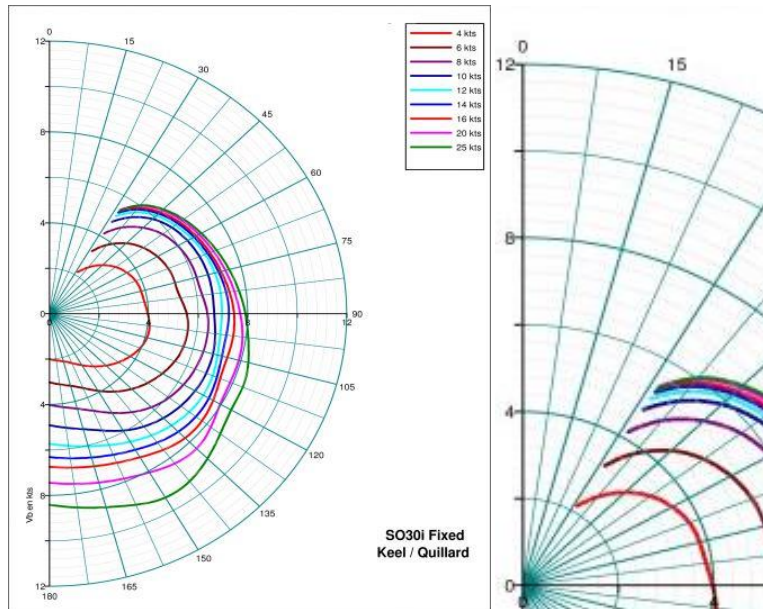
L'environnement du bateau est donc réduit au vent, que nous avons choisi de modéliser par un champ de vecteurs. Le bateau est donc soumis à tout instant aux forces suivantes :

- son propre poids
- la poussée d'Archimède
- Les forces de frottement fluide de la coque dans l'eau
- Les forces de frottement fluide de la coque dans l'air
- les forces de frottement fluide de la voile dans l'air
- la poussée du vent dans sa voile

On considère cependant que la poussée d'Archimède et le poids du bateau se compensent : le bateau a en effet une altitude constante égale au niveau de la mer, puisqu'on néglige ici la notion de houle afin de simplifier le modèle.

## 2) Modélisation du comportement du voilier : utilisation des polaires

Il existe un moyen simple d'anticiper la vitesse du bateau : ce sont les polaires, des graphes tracés par le fabricant du bateau et qui prennent en compte la quasi-totalité des facteurs pouvant influencer sur la vitesse du bateau. Ces graphes représentent la vitesse du bateau en fonction de l'allure adoptée et de la vitesse du vent. Sur la page suivante est un exemple de polaire, celui du SunOdyssey30i, un modèle d'habitable de croisière. On remarque que la vitesse face au vent est nulle. Un exemple de lecture de cette polaire serait : pour un vent à 6 nœuds, le bateau avancerait à un peu plus de 3 nœuds au près serré (20°).

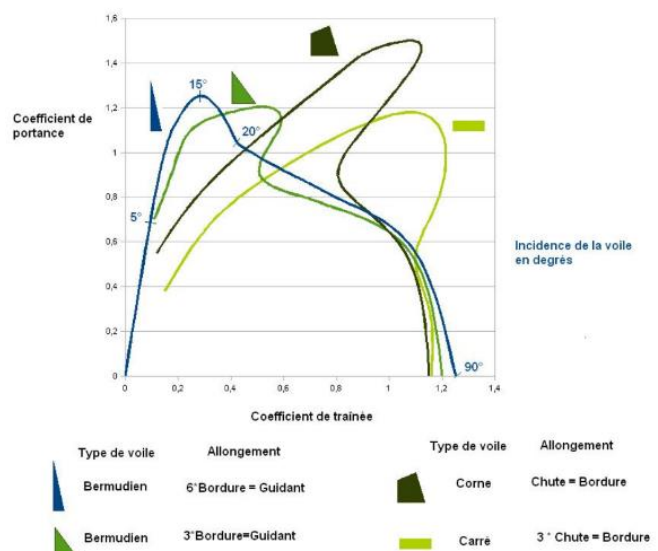
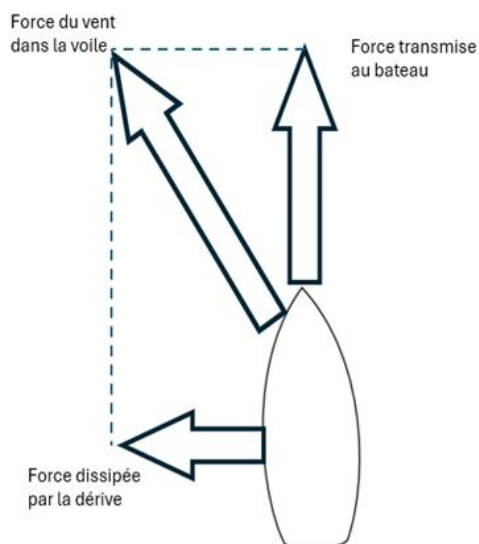


### 3) Modélisation du comportement du voilier : utilisation du principe fondamental de la dynamique

Il est aussi possible de refaire les calculs qui ont permis aux architectes de tracer les polaires afin d'obtenir un bilan des forces et d'en déduire une équation différentielle. Pour cela, nous devons exprimer les forces qui s'exercent sur le bateau : la coque subit deux forces de traînée : une avec l'eau, une avec l'air. La voile subit un phénomène de portance, créé par la différence de pression entre les deux côtés de la voile, ainsi qu'une force de traînée, qui s'oppose au mouvement. L'expression des forces de traînée est :  $F = -\frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot S \cdot V^2$

Avec  $C_x$  le coefficient de frottement de l'objet considéré,  $\rho$  la masse volumique du fluide traversé,  $S$  la surface d'attaque de l'objet, et  $V$  la vitesse à laquelle se déplace celui-ci.

L'expression de la portance est :  $F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z$ , où  $C_z$  désigne le coefficient de portance de la voile, qui dépend de nombreux facteurs, comme la rugosité de la voile, mais aussi la viscosité de l'air, ou encore la longueur de la bordure de la voile. Le calculer serait trop long et complexifierait inutilement notre projet : nous allons donc nous fier à des valeurs approximatives. Il existe des graphiques (exemple ci-dessous à droite) qui présentent le  $C_x$  et le  $C_z$  d'une voile en fonction de l'angle d'incidence : nous allons utiliser ces valeurs, qui varient entre 0 et 1,5. Enfin, il faut tenir compte du fait que la force de portance est en général légèrement désaxée par rapport au bateau : une partie de cette force, au lieu de faire avancer le bateau, va le pousser vers le côté (illustration ci-dessous à gauche). Une partie du bateau, située sous la coque, la dérive (ou la quille) sert à nullifier cet effort, qui représente jusqu'à 25% de la portance au près. On se fiera ici aussi à des valeurs prédéterminées pour calculer la portance réelle.



#### 4) Obtention d'un modèle mathématique

Pour obtenir une équation de mouvement exploitable par notre algorithme, nous devons utiliser notre bilan des forces pour obtenir une équation différentielle. On sait que :

$$Fce + Fca + Fva + P = m \cdot a$$

Avec  $Fce$  la force de traînée de la coque dans l'eau,  $Fca$  les forces de frottement de la coque dans l'air,  $Fva$  la force de traînée de l'air sur la voile,  $P$  la portance exercée sur le bateau,  $m$  sa masse, et  $a$  l'accélération.

$$- \frac{1}{2} \cdot \rho_e \cdot S_e \cdot Cxe \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot S_a \cdot Cxa \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot Sv \cdot Cxva \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot Sv \cdot V^2 \cdot Cz = m \cdot a$$

Avec  $\rho_e$  et  $\rho_a$  les masses volumiques respectives de l'eau et de l'air,  $S_e$  et  $S_a$  les surfaces d'attaques respectivement immergées et émergées du bateau,  $Cxe$  et  $Cxa$  les coefficients de pénétration respectifs des parties immergées et émergées de la coque,  $Cxva$  le coefficient de pénétration de la voile,  $Cz$  le coefficient de portance de la voile,  $Sv$  la surface de la voile, et enfin  $V$  la vitesse du bateau. En remplaçant les constantes par souci de lisibilité, on obtient donc :

$$- K_1 \cdot V^2 - K_2 \cdot V^2 - K_3 \cdot V^2 + K_4 \cdot V^2 = m \cdot a$$

On factorise par  $V^2$  et on exprime l'accélération comme la dérivée temporelle de la vitesse :

$$(K_4 - K_1 - K_2 - K_3) \cdot V^2 = m \cdot \frac{dV}{dt}$$

On réunit les constantes en un seul terme, par souci de clarté :

$$K \cdot V^2 = m \cdot \frac{dV}{dt}$$
$$\Leftrightarrow \frac{K}{m} \cdot V^2 = \frac{dV}{dt}$$

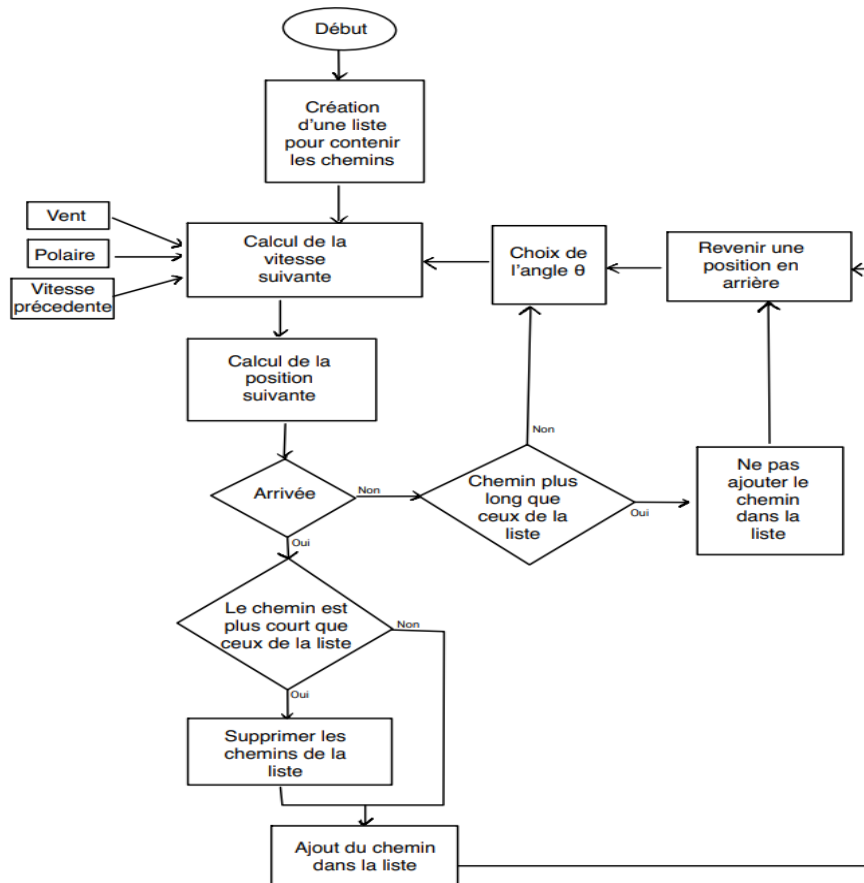
On discrétise l'équation différentielle ainsi obtenue en utilisant la méthode d'Euler pour finalement obtenir :

$$V(n+1)Te = \frac{K}{m} V^2(nTe)$$

Avec  $Te$  la période d'échantillonnage, et  $n$  le range de l'échantillon considéré. Par exemple,  $V(n+1(Te))$  désigne la vitesse du bateau au point  $n^\circ$  ( $n+1$ ) de la simulation, qui sera atteint à l'instant  $(n+1) \times (Te)$ .

#### 5) Création d'un algorithme

Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi d'utiliser le langage de programmation Python pour réaliser nos algorithmes. Il existe plusieurs moyens de mettre en application numériquement l'équation de mouvement de proche en proche établie plus haut. Il serait possible de chercher tous les chemins possibles, et ne retenir ensuite que le plus rapide, mais cela nécessite une puissance de calcul dont nous ne disposons pas. Pour contourner ce problème, nous pouvons appliquer l'algorithme décrit ci-dessous :



## 6) Comparaison

Créer plusieurs modèles nous permettra de comparer nos résultats entre eux. Il est d'ores et déjà prévisible que le modèle se basant sur les polaires sera plus précis que celui utilisant le PFD, puisque ce dernier ne prend pas en compte de nombreux paramètres qui sont inclus dans les polaires, comme la gîte (qui désigne lorsque le bateau se penche sur le côté, ce qui réduit la surface de coque immergée), et est basé sur de nombreuses approximations.

Il est aussi nécessaire de comparer nos résultats avec ceux de logiciels de routage déjà existants. Ces programmes se basent eux aussi sur les polaires, mais prennent en compte de nombreuses données supplémentaires, comme, entre autres, les courants, les rafales de vent, les vagues, et sont valables peu importe les conditions, contrairement aux nôtres, qui, pour simplifier le problème, ne sont valides que sur des intervalles de temps réduits, dans un champ de vecteurs constant.

Dans le secteur maritime, ces algorithmes permettent, avec comme entrée les données du bateau et les bulletins météorologiques, de déterminer la meilleure route à suivre. En association avec un correcteur proportionnel intégral dérivé, ou PID, de construire un pilote automatique, qui contrôlerait la barre en fonction des consignes fournies par le routeur.

## Bibliographie :

<https://voilefco.com/routage-2-2/>

<https://orc.org/organization/velocity-prediction-program-vpp>

<https://pastel.hal.science/tel-01924714/file/SACHER.pdf>

<https://www.phys.unsw.edu.au/~jw/sailing.html>