

Exo 1

Quels sont les ss espaces de

- \mathbb{R} - 0 $\{0\}$ est tjrs un ss espace !
- \mathbb{R} l'espace tt entier aussi

Si $E \subset \mathbb{R}^2$ est ss espace vectoriel

$$\dim E = ??$$

Rappels

Soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ une application linéaire

alors $f^{-1}(\{0\}) = \{v, f(v)=0\}$ est ss e v

i) $0 \in f^{-1}(\{0\})$ car $f(0) = 0$

ii) soient $x, y \in E$ avec $f(x) = f(y) = 0$

Alors $f(x+y) = f(x) + f(y)$ car f linéaire
 $= 0 + 0 = 0$

iii) Soient $\lambda \in \mathbb{R}$
 $\Rightarrow x+y \in f^{-1}(\{0\})$

$x \in f^{-1}(\{0\}) \Rightarrow f(x) = 0$

Alors $f(\lambda x) = \lambda f(x)$
 $= \lambda 0$ car linéaire
 $= 0$

Soient $F_1, F_2 \subset E$ ss esp linéaire

alors $F_1 \cap F_2$ est aussi

i) $0 \in F_1, 0 \in F_2 \Rightarrow 0 \in F_1 \cap F_2$

ii) $x, y \in F_1 \cap F_2 \Rightarrow x, y \in F_1 \Rightarrow x+y \in F_1$
 $x, y \in F_2 \Rightarrow x+y \in F_2$

$\Rightarrow x+y \in F_1 \cap F_2$

iii) $\lambda \in \mathbb{R}$
 $x \in F_1 \cap F_2$ similaire à vérifier

Exo 2

1) $f(x, y, z) \mapsto x + y - 7z$ app linéaire

$$E_1 = f^{-1}(\{0\}) \Rightarrow \text{ss esp vectoriel}$$

2) E_2 n'est pas

$$(0, 0, 0) \in E_2 \quad 4 \times 0 + 5 \times 0 - 0 = 0 \neq 1$$

3) E_3 n'est pas

vérifier que $(0, 0, 0) \notin E_3$

$$4) E_4 = E_1 \cap F$$

$$E_1 = \{x + y - 7z = 0\}$$

$$F = \{x - y = 0\} = g^{-1}(\{0\})$$

$$g(x, y, z) = x - z$$

5) E_5 non

vérifier que $(1, -1, 0) \in E_5$ et ??

$$(1, 1, 0) \in E_5$$

Exo 3 $V = \{ \text{polynômes degré} \leq d \}$
 $= \{ \sum_0^n a_i X^i, a_i \in \mathbb{R} \}$

i) $0_V = \sum_0^d 0 X^i$

ii) Soient $P(X) = \sum_0^d a_i X^i$
 $Q(X) = \sum_0^d b_i X^i$

mq $(P+Q)(X)$ est de degré $\leq d$

iii) Mq si $\lambda \in \mathbb{R}$ $\lambda P(X)$ est de degré $\leq d$

Exo 4

- 1/ Montrer que $P \mapsto P(z)$ est app linéaire
- 2/ Montrer que $P \mapsto P'(z)$ est app linéaire
- 3/ Montrer que $z \in \mathbb{F}_3$ et faire le produit $x-2 \in \mathbb{F}_3$
- 4/ Montrer que si $f, g \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ linéaire alors $f+g$ est linéaire aussi

Prendre f, g dans 1/, 2/ ci dessus

- 5/ \mathbb{F}_5 n'est pas linéaire just fier