Wydział

PREOI 2025 Kod zadania: **wyd**
Dzień 6 – 30 stycznia 2025

Problem

Zadanie jest typu encoder-decoder. Mamy kwadratową planszę oraz 7 wyszczególnionych pól. Musimy wpisać w każde pole liczbę w taki sposób, aby widząc jedynie wartości z jakiegoś pola oraz 8 pól dookoła niego można było wyznaczyć kierunek w jakim jest każde wyszczególnione pole. Chcemy przy tym wpisywać jak najmniejsze wartości w pola.

Rozwiązania

Ponieważ w tym zadaniu pomysłów jest bardzo wiele, postanowiliśmy przedstawić jedynie kilka z nich. Są to:

- Maksymalna wartość: 78125, 7 punktów,
- Maksymalna wartość: 45056, 13 punktów,
- Maksymalna wartość: 2187, 19 punktów,
- Maksymalna wartość: 128, 39 punktów,
- Maksymalna wartość: 14, 75 punktów,
- Maksymalna wartość: 13, 85 punktów,
- Maksymalna wartość: 12, 100 punktów,

Rozwiązanie brutalne: Maksymalna wartość: 78125, 7 punktów

W każdym polu umieszczamy informację w którą strone należy iść dla każdego wyróżnionego pola. Zatem możliwości jest $5^7 = 78125$.

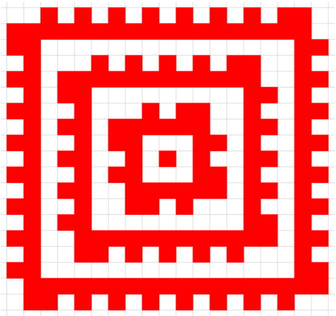
Rozwiązanie brutalne z optymalizacją: Maksymalna wartość: 45056, 13 punktów

W tym rozwiązaniu wykorzystujemy fakt, że wyróżnione pola są w różnych miejscach, wobec czego conajwyżej raz wystąpi informacja, że trzeba pozostać w miejscu. Siedmioliterowych słów nad pięcioliterowym alfabetem, ale pewna litera może wystąpić conajwyżej raz jest 45056.

Rozwiązanie sprytne: Maksymalna wartość: 2187, 19 punktów

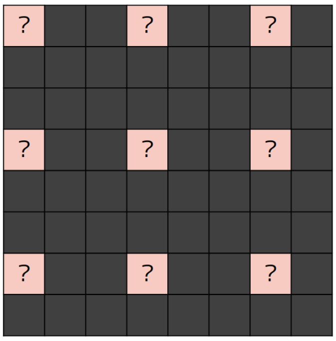
W każdym polu będziemy zapisywali odległość do każdego wyróżnionego pola. Zatem wystarczy znaleźć sąsiada z mniejszą wartością od nas. Ale w praktyce wystarczy nam odległość modulo 3, żeby znaleźć sąsiada z mniejszą wartością. W ten sposób mamy $3^7 = 2187$.

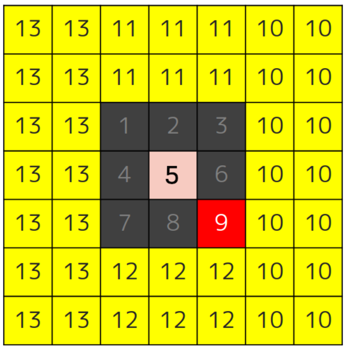
Rozwiązanie jeszcze sprytniejsze: Maksymalna wartość: 128, 39 punktów

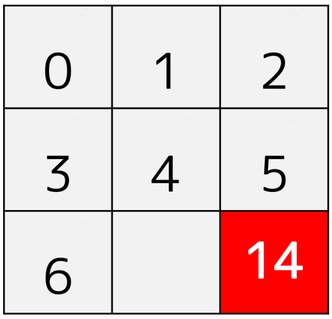


Okazuje się, że aby rozpoznać w którą strone znajduje się wyróżnione pole wystarczy jeden bit informacji. Powyższy wzorzec pokazuje jak to osiągnąć. W ten sposób liczba kombinacji wynosi $2^7 = 128$.

Rozwiazanie główne: Maksymalna wartość: 14, 75 punktów







Wszystkie dotychczasowe rozwiązania przekazywały informacje o każdym polu wyróżnionym w każdym polu. Widzimy jednak 9 pól, spróbujmy w każdym z nich przekazać jedną informację o jednym wyróżnionym polu.

Informacje o każdym polu wyróżnionym będziemy przekazywać polom ze znakiem zapytania - polom o odpowiedniej reszcie z dzielenia współrzędnych przez 3. W ten sposób wśród 9 pól które widzimy mamy informacje o każdym wyróżnionym polu.

Jeśli dla wszystkich sąsiadów danego pola akceptowalna jest taka sama odpowiedź (czyli pole wyróżnione) jest daleko w pewną stronę, to możemy po prostu wpisać taką informację. W przeciwnym wypadku wpiszmy którym sąsiadem wyróżnionego pola jesteśmy. W ten sposób wykorzystujemy jedynie 7 z widzianych przez nas pól. W jedno z pozostałych możemy wpisać 14, żeby poznać przesunięcie i dowiedzieć się, które informacje są o których polach wyróżnionych.

Optymalizacja 1: Maksymalna wartość: 13, 85 punktów

Zauważmy, że zpośód liczb $1-9$ tylko 7 z nich zostanie wpisane na planszy. Gdyby tak się złożyło, że nie byłoby 9, to wtedy wszystkie większe od niej możemy przesunąć o jeden w dół i oszczędzając 1 w wyniku. Ale to czy wpiszemy 9 w którąś znak zapytania zależy tylko od wzajemnej pozycji znaków zapytania od wyróżnionych pól, przesuwając więc znaki zapytania na jedną z 9 możliwych pozycji na pewno znajdziemy taką, że 9 nie będzie wpisana w żaden znak zapytania.

Optymalizacja 2: Maksymalna wartość: 13, 85 punktów

Znowu możemy wykorzystać fakt, że zpośód liczb $1-9$ tylko 7 z nich zostanie wpisane na planszy. Niech x oznacza najmniejszą wartość niewpisaną na planszy. Gdyby przekazać gdzieś informacje o wartości x moglibyśmy przesunąć wszystkie liczby większe od x o jeden w dół. A tak się składa, że na lewo od liczby 14 znajduje się niewykorzystane pole, w które możemy wpisać x. W ten sposób oszczędzamy 1.

Rozwiązanie całe: Maksymalna wartość: 12, 100 punktów

Okazuje się, że poprzednie dwie optymalizacje można połączyć, zaoszczędzając 2 i mieszcząc się w 12.