

~~ELETTRONICA~~

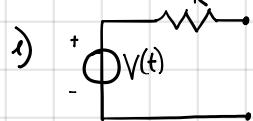
By Edoardo

INTRODUZIONE (capitolo 1)

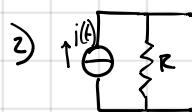
I SEGNALI

I segnali contengono informazioni sui vari fenomeni del mondo fisico. Tali segnali possono essere elaborati dopo essere stati convertiti in segnali elettrici (tensione / corrente) da dispositivi chiamati **trasduttori** (es. onde sonore → microfono → segnale elettrico)

Dovremo comunque per scontato che i segnali siano già di tipo elettrico e li rappresentiamo in una delle seguenti forme (equivalenti):



forma di Thévenin
usata se R piccola



forma di Norton
usata se R grande

SPETTO DI FREQUENZA

Un segnale può essere caratterizzato in modo molto pratico per una qualunque funzione del tempo tramite il suo spettro di frequenza: tramite la serie di Fourier e la trasformata di Fourier viene fornito il modo di rappresentare un segnale in tensione $V_s(t)$ o in corrente $i_s(t)$ come somma di segnali sinusoidali differenti in ampiezza e frequenza.

es. $V_a(t) = V_a \sin \omega t$

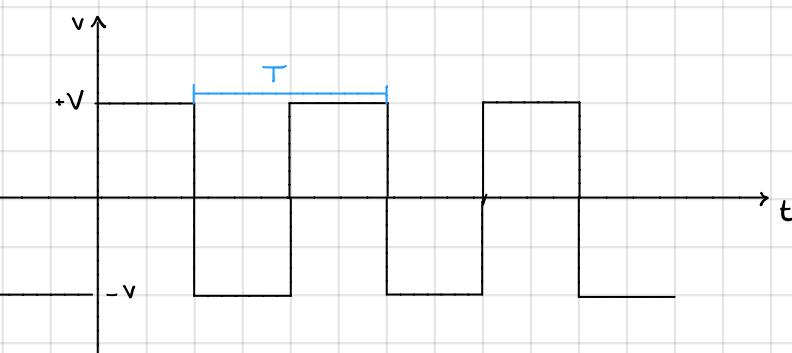
V_a = ampiezza, valore di picco ω = velocità angolare, pulsazione

N.B. è molto comune esprimere l'ampiezza di un segnale sinusoidale mediante il suo **valore efficace (RMS)** = $\frac{V_a}{\sqrt{2}}$

Si utilizza la serie di Fourier per **segnali periodici** $\rightarrow V_a(t) = V_a \sin \omega t \Rightarrow$ somma infinita di sinusoidi

Si utilizza la trasformata di Fourier per così generici con segnali arbitrari.

es. Onda quadra simmetrica di ampiezza V

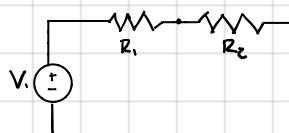


$$\Rightarrow V(t) = \frac{4V}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \text{frequenza fondamentale}$$

PARTITORE DI TENSIONE

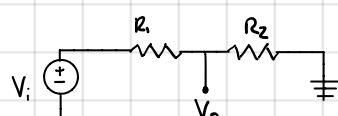
Importantissimo per i futuri esempi.



$$V_{R1} = V_i \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = V_i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Vale per qualsiasi resistenza, in caso di condensatori o induttori sostituisci con $\frac{1}{j\omega}$ o con $j\omega$



$$V_o = V_i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

SEGNAI ANALOGICI E DIGITALI

Un generatore di tensione (forno di Thévenin) è un segnale **analogo** poiché ondoso al segnale fisico che esso rappresenta e lo funzione che lo rappresenta può assumere qualsiasi valore.

Alternativamente possiamo rappresentare un segnale con una sequenza di numeri, ognuno dei quali rappresenta il valore del segnale in un determinato istante di tempo (segnale **digitale**)

Il processo di "suddivisione" di un segnale analogico in funzione dell'ampiezza per ogni istante di tempo è detto **campionamento**.

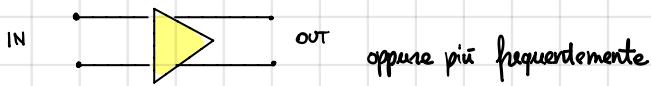
AMPLIFICATORI

Fondi i trasduttori forniscono segnali "molto piccoli" in termini di Volt e necessario amplificare grazie agli **amplificatori di segnale**

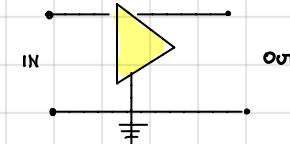
Tali amplificatori devono essere **lineari** ovvero limitarsi ad aumentare l'ampiezza del segnale senza distorzerlo: $V_o(t) = A V_i(t)$ con V_i segnale ingresso e V_o segnale uscita e A **guadagno dell'amplificatore**.

Se lo rapporto tra V_i e V_o contiene potenze di V_i più elevate, la forma d'onda di V_o non sarà più uguale a quella di V_i e si parla di **distorsione non lineare**.

Gli amplificatori si dividono in amplificatori di tensione che rendono maggiore l'ampiezza del segnale e amplificatori di potenza che forniscono una modesta amplificazione di tensione e una significativa amplificazione di corrente



oppure più frequentemente



(le due porte hanno un terminale in comune detto **mossa del circuito**)

$$\text{Guadagno di Tensione: } A_v = \frac{V_o}{V_i}$$

$$\text{Guadagno di Potenza: } A_p = \frac{\text{potenza trasferita al carico}}{\text{potenza in ingresso}} = \frac{P_L}{P_i} = \frac{V_o i_o}{V_i i_i}$$

$$i_o = \frac{V_o}{R_L} \rightarrow \text{resistenza di carico}$$

$$\text{Guadagno di Corrente: } A_i = \frac{i_o}{i_i}$$

Dalle precedenti segue che: $A_p = A_i \cdot A_v$

In decibel:

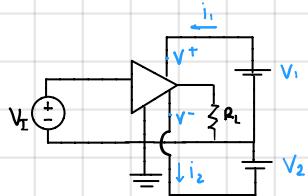
$$A_v(\text{dB}) = 20 \log |A_v|$$

$$A_i(\text{dB}) = 20 \log |A_i|$$

$$A_p(\text{dB}) = 10 \log A_p$$

NB Se A_v è negativo non vuol dire che l'amplificatore sta attenuando il segnale, mentre se è negativo nella rappresentazione in decibel allora sta attenuando il segnale

Tali amplificatori necessitano di energia per funzionare.



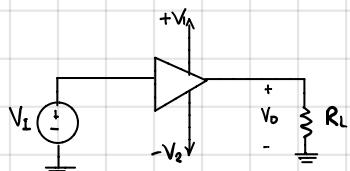
L'amplificatore in figura è alimentato da 2 dimentoratori (alimentazione duale), uno positivo V^+ e uno negativo V^- . Per funzionare il polo positivo di V_1 deve essere collegato a V^+ , quello negativo a massa, il polo - il polo negativo di V_2 a V^- e quello positivo a massa.

$$\text{Potenza fornita dall'amplificatore} = P_{dc} = V_1 i_1 + V_2 i_2$$

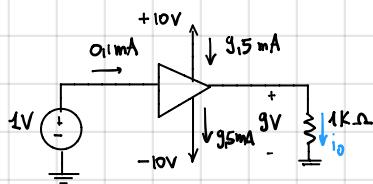
$$\text{Potenza dissipata} = P_{diss} \rightarrow P_{dc} + P_L = P_L + P_{diss}$$

$$\text{Efficienza} = \eta = \frac{P_L}{P_{dc}} \cdot 100$$

NB. Si utilizzerà lo seguente convenzione e spero basta un solo dimentore



Ese.



$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{9V}{1V} = g$$

$$A_i = \frac{i_o}{i_i} = \frac{9V/1k\Omega}{0.1mA} = \frac{9mA}{0.1mA} = 90$$

$$A_p = \frac{V_o}{V_1 i_1} = \frac{9V}{1V \cdot 0.1mA} = 900$$

$$P_{dc} = 10 \cdot 9.5 + 10 \cdot 9.5 = 190 \text{ mW}$$

$$P_{diss} = P_{dc} + P_L - P_L = 190 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0.1}{\sqrt{2}} - \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{\sqrt{2}} = 146.9 \text{ mW}$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_{dc}} = \frac{40.5}{190} = 21\%$$

NB su P_L e P_I sono stati usati i valori efficaci dei segnali sinusoidali (divisione per $\sqrt{2}$): stessa cosa è stata fatta su A ma in qui così si riempie sempre tra numeratore e denominatore. Al prof non frega nulla!

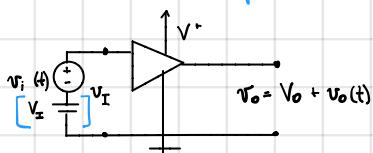
La caratteristica di trasferimento rimane lineare per un intervallo limitato delle tensioni di ingresso e uscita ($-V$ e $+V$)

Se indichiamo con L^- e L^+ i livelli di saturazione negativi e positivi avremo che V_i deve soddisfare la seguente proprietà per mantenere la linearità:

$$\frac{L^-}{A_V} \leq V_i \leq \frac{L^+}{A_V}$$

Oltre a ciò può capitare che il circuito non sia lineare per altre ragioni e, per esempio, la presenza di un unico dimentore renda la funzione di trasferimento non più continua nell'origine.

Per risolvere ciò si **polarizza** il circuito applicando una tensione continua V_i con rispettivo tonoiore in uscita V_o



Il segnale di amplificazione $v_i(t)$ si sovrappone a V_i : $v_i(t) = V_i + v_i(t)$

ESEMPIO 1.2 Un amplificatore a transistor è caratterizzato dalla caratteristica di trasferimento

$$v_O = 10 - 10^{-11} e^{40v_I} \quad (1.10)$$

che è valida per $v_I \geq 0$ V e $v_O \geq 0,3$ V. Trovare i limiti L_- e L_+ e i corrispondenti valori di v_I . Inoltre, trovare il valore della tensione di polarizzazione V_I per cui $V_O = 5$ V ed infine l'amplificazione di tensione nel punto di riposo corrispondente.

$L^- = 0,3$ V perché v_O non può eccedere negativamente $-0,3$ V

L^+ si ottiene ponendo $v_I = 0$ (nulliamo il segnale d'ingresso) $\rightarrow L^+ = 10$ V

I corrispondenti valori di V_I sono 0 V per L^+ e 0,690 V per L^- (ponendo $v_O = 0,3$)

Per polarizzare a $V_O = 5$ V abbiamo bisogno di una tensione V_I che

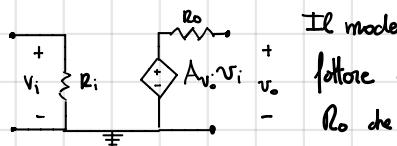
otteniamo ponendo $v_O = 5$ V $\rightarrow V_I = 0,673$ V

L'amplificazione si ottiene calcolando $\frac{dv_O}{dv_I}$ con $v_I = 0,673$ V

$$\rightarrow A_V = -200$$



AMPLIFICATORE DI TENSIONE



Il modello dell'amplificatore di tensione è composto da un generatore di tensione controllato in tensione con fattore di amplificazione A_{v_o} , una resistenza di ingresso R_i perché l'amplificatore emette corrente e R_o che modellizza le variazioni di tensione quando connesso a un carico.

Ricaviamo: $v_o = A_{v_o} v_i \frac{R_o}{R_L + R_o}$ → carico ($\neq R_o$)

$$\rightarrow A_v = \text{guadagno tensione} = \frac{v_o}{v_i} = A_{v_o} \frac{R_o}{R_L + R_o} \quad \text{da cui segue che per far sì che il}$$

guadagno non venga ridotto quando collegato a un carico $\rightarrow R_o \ll R_L$

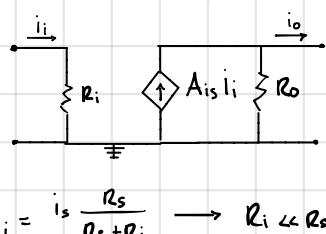
A_{v_o} è anche chiamato guadagno di tensione a circuito aperto ($R_L = \infty$)

Se R_i ha un valore finito vuol dire che solo una parte del segnale di ingresso v_i arriva all'amplificatore:

$$v_i = v_s \frac{R_i}{R_i + R_s} \quad \text{resistenza interna del generatore del segnale} \Rightarrow R_i \gg R_s \quad \text{per non perdere una gran parte del segnale}$$

In un amplificatore di tensione ideale $R_i = \infty$ e $R_o = 0$.

AMPLIFICATORE DI CORRENTE



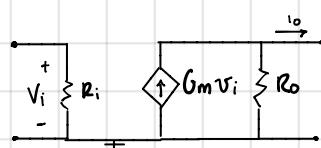
Analogamente al caso precedente:

$$i_o = A_{is} i_i \frac{R_o}{R_o + R_L} \rightarrow A_i = \frac{i_o}{i_i} = A_{is} \frac{R_o}{R_o + R_L} \rightarrow R_o \gg R_L$$

Un amplificatore di corrente ideale ha $R_o = \infty$ e $R_i = 0$

Se $R_L = 0$ $A_i = A_{is}$ = guadagno di corrente in circuito aperto

AMPLIFICATORE DI TRANSCONDUTTANZA

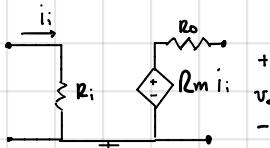


G_m = transconduttanza di circuito aperto

Un amplificatore di transconduttanza ideale ha:

$$R_i = \infty \quad \text{e} \quad R_o = 0$$

AMPLIFICATORE DI TRANRESISTENZA



R_m = rapporto tra tensione in uscita a circuito aperto e lo corrente di ingresso = transresistenza a circuito aperto

Un amplificatore di transresistenza ideale ha:

$$R_i = 0 \quad \text{e} \quad R_o = 0$$

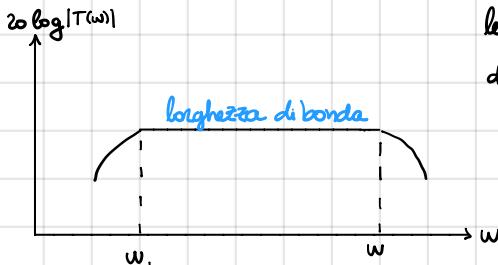
RISPOSTA IN FREQUENZA

Se un segnale sinusoidale passa attraverso un circuito lineare la sua frequenza ω rimane invariata:

$$V_i - V_i \sin(\omega t) \rightarrow v_o = V_o \sin(\omega t + \phi)$$

$$T(\omega) = \text{funzione di trasferimento} = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = |T(\omega)| = \frac{V_o}{V_i} \quad \angle T(\omega) = \phi$$

Queste due ultime componenti descrivono completamente la risposta di un amplificatore ad un ingresso sinusoidale di frequenza ω . Lo risposta in frequenza non è altro che un grafico / tabella con tutti i valori di $|T(\omega)|$ (risposta in ampiezza) o $\angle T(\omega)$ (risposta di fase) al variare di ω .



Il grafico soprafigura una risposta in ampiezza: l'amplificazione è costante tra w_1 e w_2 , e le frequenze fuori dall'intervallo sono amplificate di meno. L'intervallo è chiamato lunghezza di banda e dovrebbe coincidere con lo spettro dei segnali che si vuole amplificare.

RETI A SINGOLA COSTANTE DI TEMPO (T)

Sono circuiti formati (o da potranno essere ricordati a) da un condensatore/induttore e una resistenza.

$$\cdot \text{condensatore} \rightarrow T = C \cdot R$$

$$\cdot \text{induttore} \rightarrow T = L/R$$

Le reti STC si dividono in **posta-basso** e **posta-alto**.

Se consideriamo il portatore di tensione dello primo figura:

$$V_o = V_i \cdot \frac{1/j\omega}{1/j\omega + R} \rightarrow T(\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1/j\omega + R}$$

Per $\omega \rightarrow \infty$ $T(\omega) \rightarrow 0$ quindi "potranno" solo le basse frequenze. Il **posta-basso** funziona al contrario.

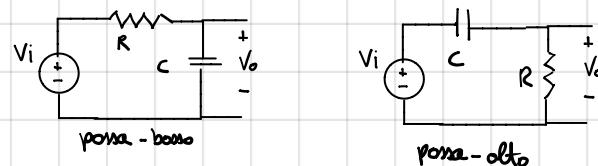


Tabella E.1 REGOLE PER TROVARE IL TIPO DI CIRCUITO STC

Verifica per

$$\omega = 0$$

Sostituire

C con un o.c.

L con un s.c.

C con un s.c.

Il circuito è LP se

L'uscita è finita

Il circuito è HP se

L'uscita è zero

$$\omega = \infty$$

L con un o.c.

L'uscita è zero

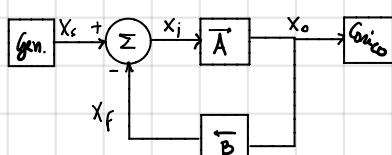
L'uscita è finita

CONTROREAZIONE (capitolo 8)

La controreazione può essere negativa o positiva: per ora ci occuperemo dello prima (anche se in certe condizioni la controreazione negativa può diventare positiva).

Il concetto alla base della controreazione è quello di "trasformare" una quantità di guadagno chiamata **tasso di controreazione** in altre proprietà (fattore di stabilità, impedenza di ingresso ecc.).

In pratica:



X può rappresentare sia tensioni che correnti.

L'amplificatore ha guadagno A : $X_o = A X_i$.

Lo tasso di controreazione notisce $X_f = B X_o$ al segnale di ingresso (da questo **negativo**)

$$\rightarrow X_i = X_s - X_f \rightarrow A_f = \text{guadagno controreazione} = \frac{X_o}{X_s} = \frac{A}{1+AB} \rightarrow \text{guadagno di orello}$$

Tasso di controreazione

Se $AB \gg 1$, come nella maggior parte dei casi, $A_f \sim \frac{1}{B}$ → il guadagno dipende interamente dallo tasso di controreazione.

$\frac{AB}{1+AB} X_s$: se $AB \gg 1$ $X_f \sim X_s$ e X_i (chiamato **segnale di errore**) è nullo

Di seguito alcune proprietà della controreazione negativa.

1) Stabilizzazione del guadagno

Supponendo B costante derivando entrambi i lati di A_f → $dA_f = \frac{dA}{(1+AB)^2}$ → dividiamo per A_f → $\frac{dA_f}{A_f} = \frac{1}{(1+AB)} \frac{dA}{A}$:

la variazione percentuale di A_f dovuta a variazioni nei parametri del circuito è minore della variazione percentuale di A di un fattore pari al tasso di controreazione → anche chiamato **fattore di stabilizzazione**.

2) Allungamento della banda passante

Consideriamo $A(s) = \frac{A_m}{1+s/\omega_n}$ con A_m guadagno a centro di banda e ω_n frequenza di taglio superiore (medie / otte frequenze)

Applichiamo la controreazione negativa con B indipendente da ω_n → $A_f(s) = \frac{A(s)}{1+BA(s)} = \frac{A_m/(1+A_mB)}{1+s/\omega_n(1+A_mB)}$

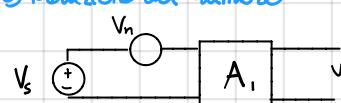
Il guadagno a centro banda sarà $A_m/(1+A_mB)$ e la frequenza superiore $\omega_{HP} = \omega_n(1+A_mB)$

→ la frequenza di taglio superiore è moltiplicata per il tasso di controreazione.

Se la frequenza invece è di taglio inferiore ω_L → $\omega_{LF} = \frac{\omega_L}{1+A_mB}$

N.B. la banda passante è moltiplicata per lo stesso fattore per cui è diviso il guadagno lasciando inalterato il prodotto guadagno - larghezza banda.

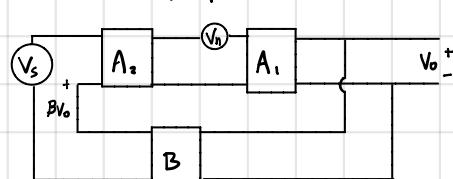
3) Riduzione del rumore



Supponiamo di avere un amplificatore A_1 sul segnale V_s che per qualche motivo che a noi non interessa sia affetto da rumore V_n in ingresso

$$S/N = \text{rapporto segnale rumore} = \frac{V_s}{V_n}$$

SE è possibile far precedere lo stadio con rumore da uno privo (o quasi) allora possiamo ricostruire il circuito così:



A_2 = **stadio di pulizia**

la controreazione negativa unica mantiene costante il guadagno complessivo

$$V_o = V_s \frac{A \cdot A_2}{1 + A_1 A_2 B} + V_n \frac{A_1}{1 + A_1 A_2 B} \rightarrow S/N = \frac{V_s}{V_n} \cdot A_2 \rightarrow \text{meno rumore}$$

4) Riduzione della distorsione non lineare

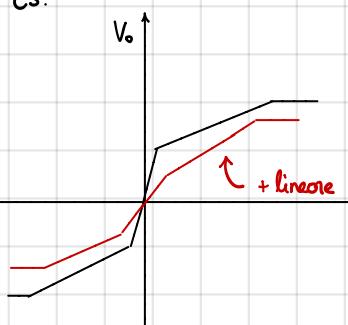
La non linearità della caratteristica di trasferimento fa sì che l'amplificatore presenta una notevole distorsione non lineare → **linearizzare**. Es.

Supponiamo che il tratto più pendente ha $A_V = 1000$ e quello meno pendente $A_V = 100$.

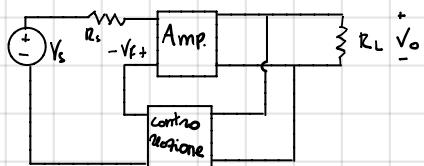
Se applichiamo una controreazione $B = 0.01$:

$$A_{f1} = \frac{1000 \cdot A}{1 + 1000 \cdot 0.01} = 80.3 \quad \text{e} \quad A_{f2} = \frac{100}{1 + 100 \cdot 0.01} = 50$$

La differenza tra i due si è ridotta notevolmente pagando una quantità di guadagno di tensione che si ripristina con un preamplificatore se necessario.



Controreazione con amplificatore di tensione



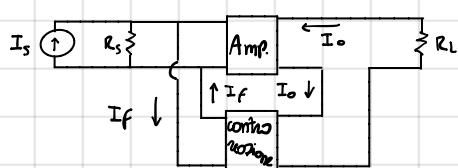
Elevata resistenza di ingresso e bassa in uscita

Poiché si intasca la tensione in uscita, la rete di controreazione deve prelevare la tensione in uscita.

Questa configurazione è chiamata **controreazione a misura di tensione con confronto in serie**.

Stabilizza A_V e aumenta la resistenza di ingresso e riduce quella in uscita

Controreazione con amplificatori di corrente

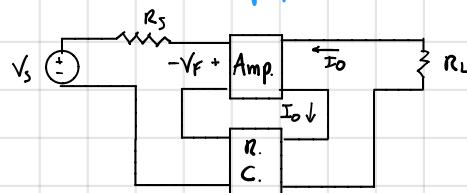


La rete di controreazione preleva il corrente in uscita

Controreazione a misura di corrente con confronto in parallelo

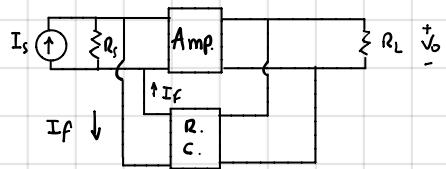
Stabilizza A_I e abbassa la resistenza di ingresso e alza quella in uscita

Controreazione con amplificatori di transconduttanza



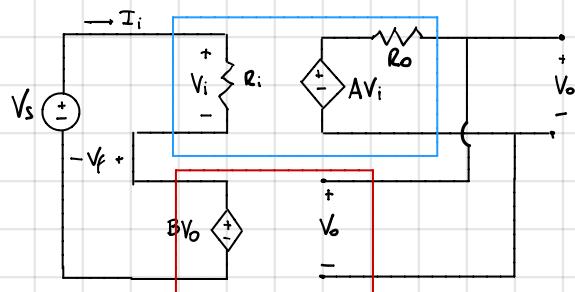
Controreazione a misura di corrente con confronto in serie

Controreazione con amplificatori di tronresistenza



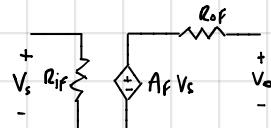
Controreazione a misura di tensione con controllo in parallelo.

AMPLIFICATORE CON CONTROREAZIONE SERIE-PARALLELO



Questa è la rappresentazione ideale di un amplificatore con controreazione serie-parallelo costituita da un amplificatore unidimensionale ed onello aperto (blu) e una rete di controreazione ideale con misura di tensione e confronto in serie (rosso)

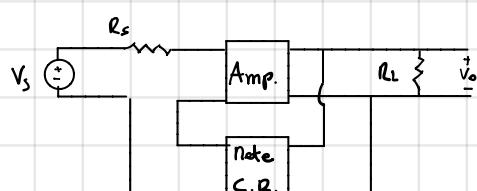
$$A_F = \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1+AB}$$



Nel circuito equivalente R_{if} e R_{of} rappresentano le resistenze di ingresso e uscita in presenza di controreazione: $R_{if} = R_i(1+AB)$ cioè la controreazione negativa aumenta la resistenza di ingresso di un fattore pari al tasso di controreazione e tale relazione dipende solo dal tipo di confronto.
 $R_{of} = \frac{R_o}{1+AB}$ cioè la controreazione riduce la resistenza di uscita di un fattore pari al tasso di controreazione e tale relazione dipende solo dal tipo di misura.

Nello realtà però la rete di controreazione non è un generatore di tensione controllato e altri fattori possono comparire.

Il problema quindi è trovare la composizione dei due blocchi nel seguente circuito:



$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

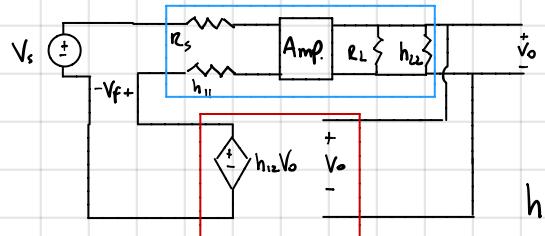
$$h_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$V_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0}$$

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$$

Tramite calcoli incomprensibili e utilizzando la notazione "h" vista sopra si arriva a:



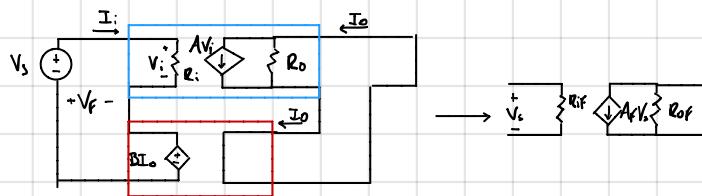
Il primo circuito si ottiene aggiungendo all'amplificatore: in ingresso R_s e l'impedenza della rete di controlloazione h_{11} e in uscita R_L e l'ommettenza h_{22} .

h_{11} = impedenza vista guardando dallo porta 1 dello rete di controlloazione con lo 2 in cortocircuito

h_{22} = ommettenza vista guardando dallo porta 2 con lo 1 a circuito aperto.

$B = h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0} \rightarrow$ si applica una tensione allo porta 2 e si misura la tensione nullo 1 a circuito aperto.

AMPLIFICATORE CON CONTROLLOAZIONE SERIE-SERIE



Stabilizza $\frac{I_o}{V_s}$ e quindi è adatta per amplificatori di trascanduttorza. In questo caso $A = \frac{I_o}{V_s}$ e B è una transresistenza $A_f = \frac{I_o}{V_s} = \frac{A}{1+AB} \rightarrow R_{if} = R_i(1+AB)$ e $R_{of} = (1+AB)R_o \rightarrow R_i$ e R_o sono aumentate.

Come nel caso precedente, il caso reale non centra un corso.

$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ I_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ I_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$I_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_1 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ V_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

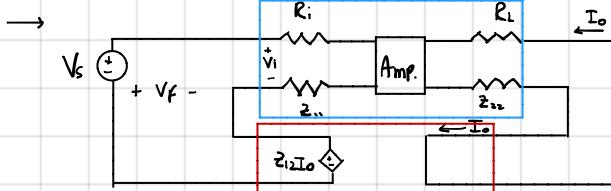
$$h_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$V_1 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ I_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$V_2 \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ 0 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} + \\ \downarrow \\ I_2 \\ \uparrow \\ - \end{array} \right)$$

$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$



Il primo circuito si ottiene aggiungendo R_s e z_{11} (in serie) in ingresso e R_L e z_{22} (in serie) in uscita.

z_{11} e z_{22} sono le impedenze che si hanno guardando dallo porta 1 e 2 rispettivamente, con l'altro a circuito aperto.

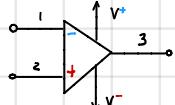
$$B = z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

(I casi parallelo-parallelo e parallelo-serie li ho saltati)

TABELLA 8.1: RIEPILOGO DELLE RELAZIONI CARATTERISTICHE DEI QUATTRO TIPI DI CONTROREAZIONE

Tipo di controreazione	x_i	x_o	x_f	x_s	A	β	A_f	Circuito equivalente del generatore	Per ottenere l'effetto di carico della rete di controreazione		Rif. to alla Figura
									in ingresso	in uscita	
Serie-parallelo (amplificatore di tensiope)	V_i	V_o	V_f	V_s	$\frac{V_o}{V_i}$	$\frac{V_f}{V_i}$	$\frac{V_o}{V_s}$	Thévenin	Contorcircuitare la porta 2 della rete di controreazione	Aprire il circuito 1 della rete di controreazione	8.4(a)
Parallelo-serie (amplificatore di corrente)	I_i	I_o	I_f	I_s	$\frac{I_o}{I_i}$	$\frac{I_f}{I_i}$	$\frac{I_o}{I_s}$	Norton	Aprire il circuito alla porta 2 della rete di controreazione	Aprire il circuito alla porta 1 della rete di controreazione	8.8
Serie-serie (amplificatore di transcondutanza)	V_i	I_o	V_f	V_s	$\frac{I_o}{V_i}$	$\frac{V_f}{V_i}$	$\frac{I_o}{V_s}$	Thévenin	Contorcircuitare la porta 2 della rete di controreazione	Aprire il circuito 1 della rete di controreazione	8.10
Parallelo parallelo (amplificatore di transresistenza)	I_i	V_o	I_f	I_s	$\frac{V_o}{I_i}$	$\frac{I_f}{I_i}$	$\frac{V_o}{I_s}$	Norton	Contorcircuitare la porta 2 della rete di controreazione	Aprire il circuito alla porta 1 della rete di controreazione	8.20
										$\frac{Z_t}{1 + A\beta}$	8.4(d)
										$\frac{Z_o}{1 + A\beta}$	8.18
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.19
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.22
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.23
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.24
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.4(c)
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.13
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.15
										$Z_o(1 + A\beta)$	8.16

AMPLIFICATORI OPERAZIONALI (capitolo 2)



Un amplificatore ha in genere due porte di ingresso (1 e 2), una di uscita (3) e due collegamenti ad alimentatori in continua (V^+ e V^-)

Nessun terminal dell'amplificatore è connesso a massa.

Si suppone che l'amplificatore moltiplichi la differenza di tensione tra i due terminali di ingresso, lo moltiplicherà per A e lo restituiscia in uscita.

N.B. $V_i = \text{differenza tensione tra terminali } 1 \text{ e massa}$. $\rightarrow A(V_2 - V_1)$ sul terminale 3, A idealmente infinito

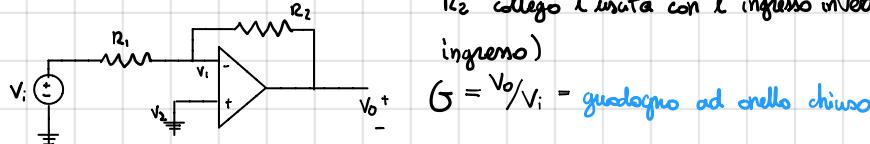
In più si suppone che non assorba corrente in ingresso $\rightarrow R_i = \infty$ e che l'impedenza d'uscita sia nulla

L'uscita è in fase (ha lo stesso segno) con V_2 (terminale di ingresso non invertente "+") e non è in fase con V_1 (terminale di ingresso invertente "-")

L'amplificatore operazionale risponde solo alla differenza tra V_2 e V_1 , perché se fossero uguali l'uscita sarebbe nulla: questa proprietà è chiamata **inversione di modo comune** (infinita nel caso di amplificatore operazionale ideale)

Amplificatori di questo tipo amplificano ugualmente segnali di ogni frequenza.

Cerchiamo ora di capire che cosa vuol dire **configurazione** in pratica.



R_2 collega l'uscita con l'ingresso invertente \rightarrow **configurazione negativa** (positiva se collego l'altro ingresso)

$$G = \frac{V_0}{V_i} = \text{guadagno ad anello chiuso}$$

Se è ideale l'amplificatore ha guadagno A infinito $\rightarrow A(V_2 - V_1) = V_0 \rightarrow V_2 - V_1 = \frac{V_0}{A} = 0 \rightarrow V_1 = V_2$

In questo caso i due terminali sono "agganciati in potenziale" e formano un circuito virtuale. Poiché $V_2 = 0$ anche $V_1 = 0$ (**massa virtuale**).

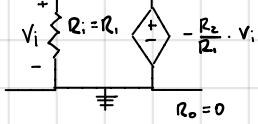
$$i_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

scorre obbligatoriamente solo su R_2 poiché l'impedenza di ingresso è infinita per definizione

$$\rightarrow \text{applicando ohm a } R_2 \rightarrow i_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_2} \rightarrow V_0 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 \rightarrow G = -\frac{R_2}{R_1}$$

ovvero semplicemente il rapporto tra le resistenze con il segno cambiato poiché genera un'inversione di segnale \rightarrow **configurazione invertente**

Di seguito il circuito equivalente della configurazione invertente



INTEGRATORE DI MILLER

Sostituiamo la seconda resistenza con un condensatore. $\rightarrow \frac{V_0}{V_i} = -\frac{1}{SCR} = -\frac{1}{j\omega RC} \rightarrow V_0(t)$ sarà l'integrale di $V_i(t)$: $\frac{dV_0}{dt} = V_i(t)$

Se prima avevamo $V_0 = \frac{R_2}{R_1} \cdot V_i$ adesso avremo $\frac{dV_0}{dt} = -\frac{1}{RC} V_i(t)$

$$\text{Integrando: } V_0(t) - V_0(0) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt$$

$$\text{Supponendo } V_0(0) = V_c \rightarrow V_0(t) = V_c - \frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt$$

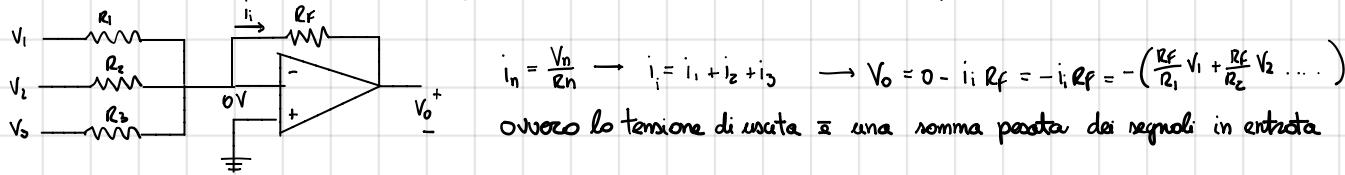
Si comporta come una rete passa-basso: $\omega = 0 \rightarrow A = \infty$

DERIVATORE

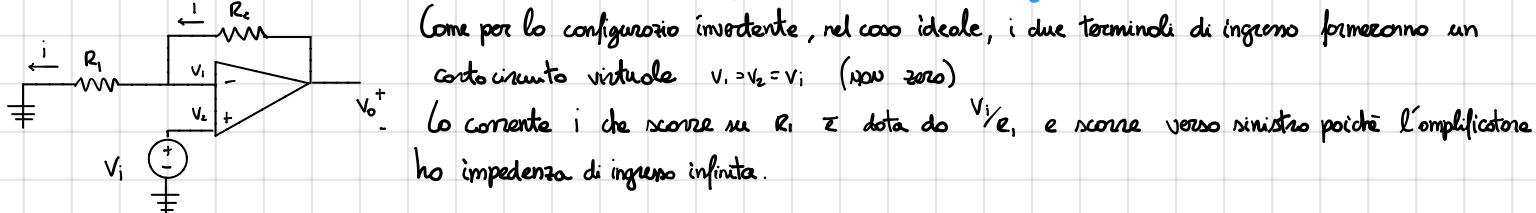
Se scambiamo la resistenza e il condensatore tra loro $\rightarrow \frac{V_0}{V_i} = -SRC = -j\omega LC \rightarrow V_0(t) = -CR \frac{dV_i(t)}{dt}$ e perderemo di derivatore. Tale circuito si comporta come una rete passa-alto

SOMMATORI PESATO

Se invece al terminale invertente collegiamo n tensioni con rispettivi resistori poniamo di sommatore pesato.

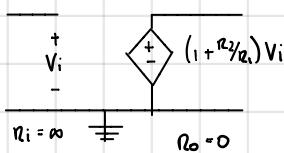


Se collegiamo il terminale di uscita al terminale di ingresso positivo otteniamo una **configurazione non invertente**



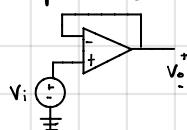
Le due resistenze in serie collegate a massa formano un ponte di tensione: $V_0 = V_i \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1} \right) \rightarrow \frac{V_0}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1} (> 0)$ (da qui non invertente)

L'impedenza di ingresso è infinita per definizione, mentre quella in uscita è nulla.



L'elevata impedenza di ingresso permette di usare questa configurazione come **buffer** per connettere un generatore ad alta impedenza con un carico a bassa impedenza. Il più delle volte si utilizza come trasformatore di impedenza / amplificatore di potenza e non è richiesto amplificazione di tensione: si impone $R_2 = 0$ e $R_1 = \infty$ per ottenere il seguente **inseguitore di tensione** così chiamato perché

l'uscita segue l'ingresso



Vediamo ora il caso di amplificatori non ideali

Il guadagno $A(s)$ di un amplificatore operazionale **compensato internamente** (passa-basso a singola costante di tempo) è $A(s) = \frac{A_0}{1 + s/w_b}$ con A_0 = guadagno in continua e w_b = frequenza a 3dB (o di "taglio") che per frequenze reali diventa $A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/w_b}$

Per $\omega \gg w_b \rightarrow A(j\omega) = \frac{A_0 w_b}{j\omega} \rightarrow w_t = \text{bordo di guadagno unitario}$

Poiché quindi $A(s) = \frac{w_t}{s}$ vediamo che l'amplificatore operazionale si comporta come un integratore con costante di tempo $T = 1/w_t$. Lo bordo di guadagno unitario si esprime anche come $f_t = w_t/2\pi \rightarrow |A(j\omega)| = \frac{w_t}{\omega} = f_t/1$ quindi se conosciamo f_t si può calcolare il modulo del guadagno ad una data frequenza f .

Di seguito le limitazioni nella risposta in presenza di grandi segnali:

- **Saturazione in uscita**

Come tutti gli amplificatori, gli operazionali saturano a L^+ e L^- che differiscono di $\sim 3V$ dalle rispettive dimentozioni.

(Quindi se un amplificatore sta funzionando a $\pm 15V$ saturerà a $\pm 12V$ causando distorsione)

- **Slow Rate (Velocità di variazione)**

Prendiamo in esempio un inseguitore a guadagno unitario e un ingresso a gradino $\rightarrow V_0(t) = V(1 - e^{-t/T})$ con $T = 1/w_t$ che per "piccoli" segnali ha un andamento esponenziale: per grandi segnali l'uscita avrà invece un andamento crescente linearmente con pendenza minore rispetto a quella esponenziale e l'amplificatore non potrà "lavorare" secondo la funzione $V_0 = V(1 - e^{-t/T})$.

Lo slow rate è la pendenza della rompa lineare in uscita $SR = \frac{dV_0}{dt}|_{max}$

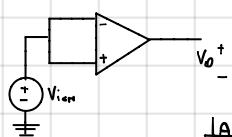
- **Lunghezza di banda a piena potenza**

f_m è la frequenza per cui una sinusoida di uscita con ampiezza uguale alla massima tensione di uscita inizia a distorcere a causa della slow rate: $w_m V_{0,max} = SR \rightarrow f_m = \frac{SR}{2\pi V_{0,max}}$

Le sinusoidi di uscita con ampiezza minore di $V_{0,max}$ mostreranno distorsione di slow rate per frequenze maggiori di w_m infatti lo

massima ampiezza per cui uno sinusoidale con $\omega > \omega_m$ non è distorto è data da $V_o = V_{max} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)$

Gli operazionali ideali hanno **guadagno di modo comune** finito e diverso da zero cioè se i due ingressi sono collegati tra loro e si applica un tensione di ingresso V_{in} , V_o non sarà nulla. $\frac{V_o}{V_{in}} = A_{cm} = \text{guadagno di modo comune}$

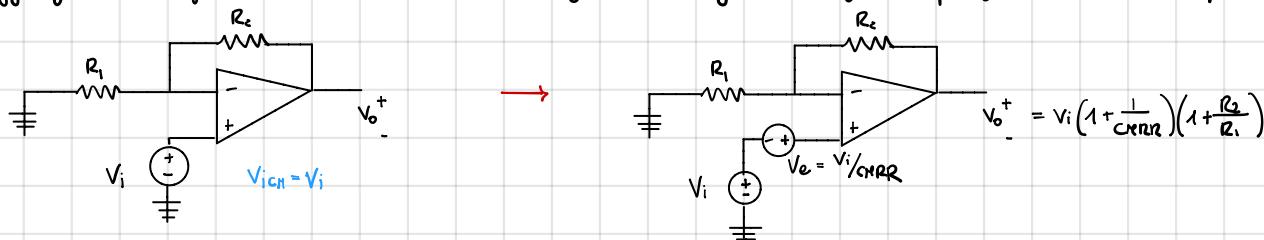


In pratica: se prendiamo un operazionale normale con V_i e V_o $\rightarrow V_{id} = V_o - V_i$ $V_{in} = \frac{V_o + V_i}{2}$

$$\rightarrow V_o = AV_{id} + A_{cm}V_{icm} \text{ con } A - \text{guadagno differenziale (il solito vero)}$$

La capacità di ignorare i segnali di modo comune è rappresentata dal **rapporto di reiezione di modo comune (CMRR)** espresso rappresentato in decibel $= 20 \log \left| \frac{A}{A_{cm}} \right|$

Il CMRR finito influenza maggiormente la configurazione non invertente: un segnale di m.c. V_{icm} genera una componente in uscita $A_{cm}V_{icm}$; tale componente può essere ottenuta anche applicando un segnale differenziale di ingresso $V_{id} = \frac{V_{in} - V_{icm}}{2}$ ad un operazionale con guadagno di modo comune nullo. Quindi in un dato circuito, tranne il segnale di modo comune in ingresso aggiungiamo un segnale V_{icm} in serie ad uno dei generatori di segnale di ingresso e proseguiamo l'analisi come fosse un operazionale ideale.

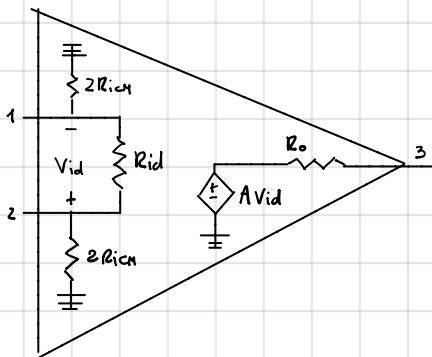


Di seguito è mostrato il circuito equivalente di un operazionale con le sue resistenze finite di ingresso e uscita

La resistenza di ingresso nella configurazione non invertente è quella che risente maggiormente di R_{id} e R_{icm} (come pure di A e R_o/R_i)

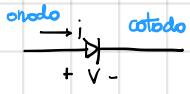
Sulle ipotesi $R_o=0$ $R_i \ll R_{icm}$ $R_o/R_{id} \ll A$ $\rightarrow R_{ingresso} \approx \left\{ 2R_{icm} \right\} // \left\{ (1+A)R_{id} \right\}$
con $B = \frac{R_i}{R_i + R_o}$

Per basse frequenze $A = A_0$ mentre per alte frequenze $A = \frac{\omega_c}{s} = \frac{f \cdot 2\pi}{s}$



DIODI (capitolo 3)

Molti operazioni di elaborazione dei segnali richiedono circuiti non lineari: il più semplice è il diodo.
Il diodo ideale si comporta come un circuito aperto (diodo polarizzato inversamente, interdetto)
se viene applicata una tensione negativa, mentre si comporta come un cortocircuito (diodo polarizzato direttamente, in conduzione)
se viene fatta scorrere una corrente positiva

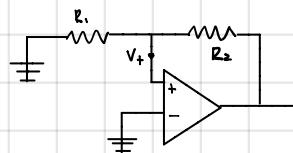


SALTATO

MULTIVIBRATORI BISTABILI (capitolo 12)

Iniziamo lo studio di un particolare tipo di generatori di forme d'onda, generatori non lineari o di funzione, che fanno uso di un clone di circuiti noti come **multivibratori bistabili** cioè con due stati stabili.

Un multivibratore passa da uno stato all'altro mediante un impulso detto **trigger** (infatti il bistabile è anche chiamato **Trigger di Schmitt**).



In pratica è un operazionale in controreazione positiva. Supponiamo V_+ nullo:

Se lo incremento positivamente, aumenta $V_0 \rightarrow$ la controreazione ripeterà su V_+ una parte $B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ di V_0 che, se $AB > 1$, sarà maggiore dell'incremento originario di V_+ portando in saturazione positiva $L^+ \rightarrow V_+ = \frac{L^+ R_1}{R_1 + R_2}$

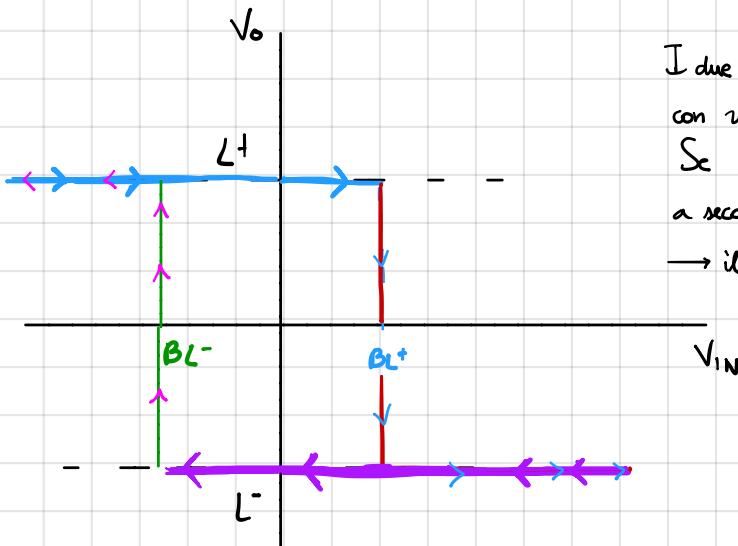
Se invece lo incremento negativamente $\rightarrow V_0 = L^- \quad V_+ = \frac{L^- R_1}{R_1 + R_2}$

Per cambiare stato si può applicare una tensione al terminale invertente o non invertente.

- Bistabile **invertente** (V_i sul terminale negativo)

Supponiamo $V_0 = L^+$ e $V_+ = BL^+$. La tensione in ingresso V_i non ha effetto fino a che non si supera V_+ oltre il quale si crea una tensione negativa tra i terminali di ingresso, amplificata in uscita o riportata in ingresso tramite controreazione (processo regenerativo) fino al cambiamento di stato. $\rightarrow V_0 = L^- \quad V_+ = BL^-$

Se invece $V_0 = L^-$ e $V_+ = BL^-$, V_i non ha effetto finché non scende sotto V_+ . Fino al cambiamento di stato $\rightarrow V_0 = L^+ \quad V_+ = BL^+$



I due così hanno lo stesso comportamento di due comparatori

con rispettiva tensione di soglia $V_{TH} = BL^+$ e $V_{TL} = BL^-$

Se $V_{TL} < V_i < V_{TH}$ l'uscita può essere L^+ o L^-
a seconda dello stato del circuito e quindi è determinata dal trigger.
 \rightarrow il circuito presenta memoria.

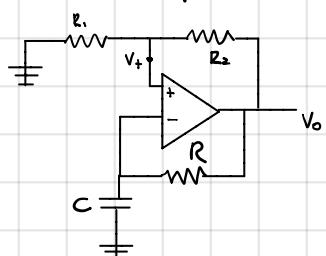
- Bistabile **non invertente** (V_i su R_1)

$$V_+ = V_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow \text{se } V_0 = L^+ \text{ i valori positivi di } V_i \text{ non hanno effetto}$$

Se $V_0 = L^+$ e $V_+ = 0$ avremo un cambio di stato se $V_i = V_{TL} = -L^+ \frac{R_1}{R_2}$

Se $V_0 = L^-$ e $V_+ = 0$ avremo un cambio di stato se $V_i = V_{TH} = -L^- \frac{R_1}{R_2}$

Se aggiungiamo un circuito RC ad un bistabile invertente come in figura otteniamo un multivibratore che combia stato periodicamente e genera quindi onde quadre chiamato multivibratore **ostabile**.

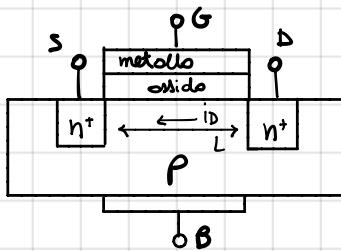


Supponiamo $V_0 = L^+$: il condensatore si scarica verso questo livello attraverso R . La tensione su C (V^- perché collegato al terminale negativo) crescerà verso L^+ con costante di tempo $T = CR$. $V^+ = BL^+$. Quando V^- raggiunge V_{TH} si cambia stato $\rightarrow V_0 = L^-$ e $V^+ = BL^-$ e il condensatore comincia a scaricarsi finché V^- raggiunge V_{TL} cambiando stato di nuovo e ricominciando il ciclo.

Se si sostituisce il circuito RC con un integratore, il multivibratore genera onde triangolari.

L'integratore scarica e carica il condensatore in modo lineare generando quindi onde triangolari.

MOSFET (capitolo 5)



Il mosfet ad **orrichimento** è uno dei transistori più utilizzati

Lo corrente scorre dal drain (D) al source (S) controllata dalla tensione applicata sul gate. Se la tensione di gate è nulla tra D e S sono presenti due diodi collegati in serie dorso a dorso (pn+ sul drain e sul source) che impediscono il passaggio di corrente poiché il canale L ha una resistenza molto alta.

Collegiamo ora a massa D e S e applichiamo una tensione positiva a G. Finché S è a massa tale tensione è chiamata V_{GS} . Poco piano lo strato p crea delle zone di vuoto tra lui e n+ creando un passaggio che collega S e D a basso valore corrente → mosfet a canale n o NMOS.

V_t indica il valore di V_{GS} per il quale si apre il canale ed è definita **tensione di soglia**.

Fatto ciò si avrà una tensione tra S e D V_{DS}

- Valori piccoli di V_{DS} :

V_{GS} fa scorrere lo corrente i_D lo cui intensità dipende dall'ampiezza di V_{GS} . Per $V_{GS} = V_t$ il canale si è appena formato e lo corrente è trascurabile. Quando V_{GS} supera V_t il canale si ingrandisce (orrichimento) → minor resistenza lo conduttrice risulta quindi proporzionale a $V_{GS} - V_t$ come lo è i_D (proporzionale ovviamente anche a V_{GS})

- Valore elevato di V_{DS} :

Teniamo $V_{GS} > V_t$ costante. Aumentando V_{DS} ora si presenta come caduta di potenziale, cioè lungo il canale lo tensione cresce da zero a V_{DS} portando da S: la tensione tra G e i vari punti diminuisce da V_{GS} (su S) a $V_{GS} - V_{DS}$ (su D). Poiché lo spessore del canale dipende da questa tensione il canale sarà lungo su S e stretto su D aumentandone la forma opposta con l'aumentare di V_{DS} (aumenta quindi la resistenza).

Se aumentiamo fino a $V_{GS} - V_{DS} = V_t \rightarrow V_{DS} = V_{GS} - V_t$ lo spessore su D si annulla e il canale è in **pinch-off**

Se aumentiamo ancora non si avrà nessun effetto sul canale e lo corrente sarà costante → mosfet in **regione di saturazione**. Per valori $V_{DS} < V_{GS} - V_t$ si è in **regione di triodo**.

Se invertiamo p+ con n otteniamo un mosfet a canale p che funziona come quello a canale n con la differenza che V_{GS} e V_{DS} sono negative come V_t : lo corrente scorre in senso contrario ovvero da S a D

In figura è rappresentato il simbolo circuitale del NMOS (mosfet canale n)

Esistono 3 diverse "regioni di funzionamento" per un NMOS in base a $i_D - V_{DS}$:

- regione di triodo
 - regione di interdizione (cut-off)
 - regione di saturazione
- $\left. \begin{array}{l} \text{NMOS = interruttore} \\ \text{NMOS = amplificatore} \end{array} \right\}$

Siamo in ad-off quando $V_{GS} < V_t$

Siamo in regione di triodo quando $V_{GS} > V_t$ e $V_D < V_G - V_t$. In questo caso $i_D = K [2(V_{GS} - V_t)V_{DS} - V_{DS}^2]$ e se V_{DS} è abbastanza piccolo $i_D = 2K(V_{GS} - V_t)V_{DS} \rightarrow R_{DS} = \frac{V_{DS}}{i_D} = \frac{V_{DS}}{2K(V_{GS} - V_t)}$

Siamo in regione di saturazione quando $V_{GS} > V_t$ e $V_D > V_G - V_t$. Il confine tra triodo e saturazione è $V_{DS} = V_{GS} - V_t$ che sostituito nella formula di i_D porta a $i_D = K(V_{GS} - V_t)^2$ indipendente da V_{DS} → un NMOS in saturazione si comporta come un generatore di corrente

N.B. Nei casi precedenti K è una parametria del componente $K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)$

μ_n = **mobilità dell'elettrone**

C_{ox} = capacità del condensatore tra gate e substrato

L = lunghezza canale

W = larghezza canale

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} = \text{costante} \end{array} \right\}$$

La totale indipendenza da V_{DS} in saturazione è un'idealizzazione basata sulla premessa che ulteriori aumenti di V_{DS} non abbiano effetti: in realtà spostano lo "stretto" del canale verso il source accorciandolo → modulazione della lunghezza del canale. Poiché K è inversamente proporzionale a L , aumentando V_{DS} aumenta K e quindi i_D .
 $\rightarrow i_D = K(V_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda V_{DS})$ con λ costante positiva
 $\rightarrow R_o$ in saturazione assume un valore finito $R_o \approx [\lambda i_D]^{-1}$

Un PMOS è:

- in regione di triodo se $V_{DS} \geq V_{GS} - V_t$ e $V_{GS} \leq V_t$: $i_D = K[2(V_{GS} - V_t)V_{DS} - V_{DS}^2]$ con $\mu_p = \frac{1}{2} \mu_n$
 $\rightarrow K$ di un PMOS = $\frac{1}{2} K$ di NMOS
- in regione di saturazione se $V_{DS} \leq V_{GS} - V_t \rightarrow i_D = K(V_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda V_{DS})$ con V_{GS}, V_{DS}, V_t e λ negative

MOSFET A SVUOTAMENTO

In questo caso il canale è creato fisicamente → se applichiamo una V_{GS} , i_D scorre anche con $V_{GS}=0$

Applicando una V_{GS} positiva il canale funziona come d solito, si creisce.

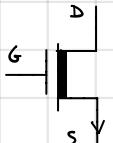
Io posso anche applicare una V_{GS} negativa ostacolando così il canale → svuoto il canale

Il valore di soglia del MOSFET a svuotamento è quel valore negativo di V_{GS} per il quale il canale è svuotato completamente e non scorre i_D nemmeno in presenza di V_{DS} → V_t è negativo.

Le formule sono uguali alle precedenti, ma con V_t negativa e in più c'è un altro parametro: i_{DSS}

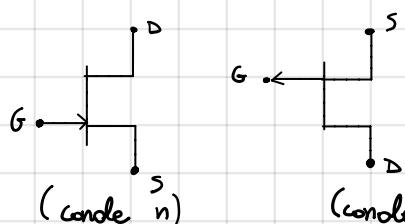
i_{DSS} è la corrente di drain in saturazione con $V_{GS}=0 \rightarrow i_{DSS} = KV_t^2$

Nel PMOS a svuotamento hanno lo polarità di tutte le tensioni invertite e i_D scorre da S a D.



TRANSISTOR A GIUNZIONE AD EFFETTO DI CAMPO (JFET)

È forse tra i transistor più semplici (sporco). Lo principale caratteristica è l'ottima impedenza in ingresso che tuttavia non lo fa preferire al MOS



Il JFET è un dispositivo a svuotamento. Per un JFET a canale n se $V_{GS}=0$ e si applica una V_{DS} si crea una corrente tra D e S. Se V_{GS} negativa il canale si stringe → i_D diminuisce e finché V_{DS} è piccolo il canale è uniforme. Se diminuiamo ulteriormente V_{GS} oriniamo

Una teniamo V_{GS} costante sopra V_t (negativa) e aumentiamo V_{DS} : la tensione varia dal suo massimo su D al minimo su S → canale a canale come prima → caratteristica $i_D - V_{DS}$ non lineare.

Quando V_{DS} rende sotto V_t il canale è strettissimo su D e la corrente su D satura. Il resto è uguale al MOSFET.

Al contrario del MOSFET a svuotamento il JFET non funziona ad oraicchimento se applichiamo una V_{GS} positiva.

La regione di saturazione nel JFET è chiamata regione di pinch-off → $V_t = V_p$ = tensione di pinch-off

$$i_{DSS} = KV_t^2 = KV_p^2$$

Un JFET (n) va in interdizione se $V_{GS} \leq V_p$.

Per accendere $V_p < V_{GS} \leq 0$ e V_{DS} positiva

$$\text{E' in triodo se } V_{DS} \leq V_{GS} - V_p \rightarrow i_D = K[2(V_{GS} - V_p)V_{DS} - V_{DS}^2] = I_{DSS} \left[2 \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right) \left(\frac{V_{DS}}{-V_p} \right) - \left(\frac{V_{DS}}{V_p} \right)^2 \right]$$

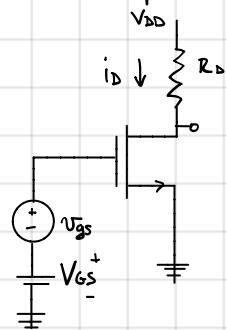
$$\text{E' in saturazione (pinch-off) se } V_{DS} \geq V_{GS} - V_p \rightarrow i_D = i_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

Per il JFET a canale p V_p è positiva, $0 \leq V_{GS} \leq V_p$, V_{DS} è negativa λ è negativa e i_D esce da D. Le equazioni sono identiche al canale n

Pinch-off se $V_{DS} \leq V_{GS} - V_p$

Triodo se $V_{DS} > V_{GS} - V_p$

I modelli possono essere usati come amplificatori: vediamo con utilizzando un NMOS ad overcambio.



Ad un normale NMOS collegiamo un segnale V_{GS} che vogliamo amplificare.
Se V_{GS} è nulla \rightarrow tutto normale $i_D = K(V_{GS} - V_t)^2$ e $V_D = V_{DD} - i_D R_D$ (V_D perché S a terra).
Se V_{GS} non è nullo la tensione sul gate diventa $V_{GS} = V_{GS} + V_{GS}$ (V_{GS} obturante)
 $\rightarrow i_D = K(V_{GS} - V_t)^2 + 2K(V_{GS} - V_t)V_{GS} + KV_{GS}^2$
corrente di riposo / continua I_D proporzionale al segnale V_{GS} proporzionale al quadrato

L'ultimo termine crea distorsione non lineare $\rightarrow V_{GS}$ deve essere $\ll 2(V_{GS} - V_t)$

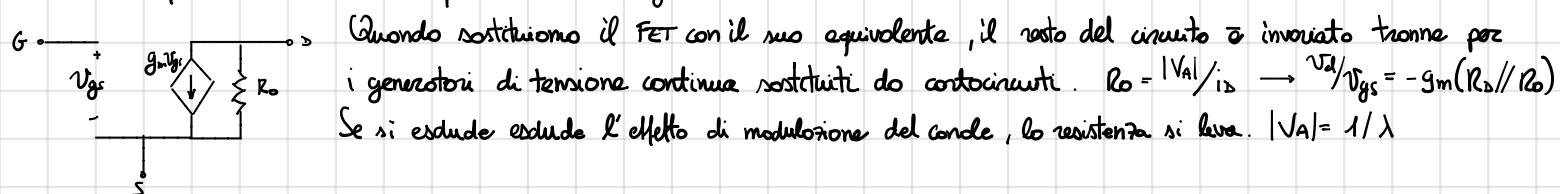
$$\rightarrow i_D = I_D + i_d$$

$$g_m = \frac{i_d}{V_{GS}} = 2K(V_{GS} - V_t) = \text{transconduttanza}$$

Tralasciando la transconduttanza che ai fini degli esercizi credo non serva a un corso torniamo alla tensione.

V_D ora verrà combinata in V_D (per complicare ulteriormente le cose no?). $V_D = V_{DD} - R_D i_D = V_{DD} - R_D(I_D + i_d)$ che diventa $V_D = V_D - R_D i_d$ (come? bho) \rightarrow la seconda componente $V_D = -i_d R_D = -g_m R_D V_{GS}$ è la componente del segnale della tensione di drain $\rightarrow V_D/V_{GS} = \text{guadagno} = -g_m R_D$

Il circuito equivalente del FET in questione è il seguente.

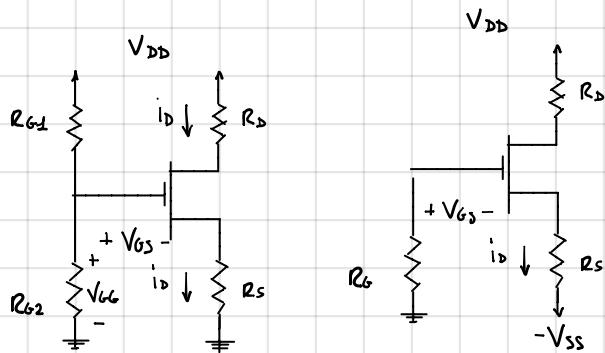


POLARIZZAZIONE

Per polarizzazione (stabile) si intende che lo corrente i_D rimanga per quanto possibile costante al variare delle condizioni.

Esistono due schemi di polarizzazione.

- polarizzazione usando controllazione ottenuta con resistenza di source



Di fianco sono mostrati gli schemi di polarizzazione con 1 e 2 alimentatori relativi ad un MOSFET ad overcambio (ma funzionano anche con gli altri).

Prendiamo il primo schema: il portatore di tensione alimenta G con una tensione costante $V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_{G2}}{R_{G1} + R_{G2}}$.

Se R_S è nulla tale tensione è applicata direttamente tra G e S e i_D dipenderà fortemente da V_{GG} , V_t e K .

$$\text{In caso contrario } V_{GG} = V_{GS} + i_D R_S \rightarrow i_D = \frac{V_{GG}}{R_S} - \frac{V_{GS}}{R_S}$$

Nel circuito con due alimentatori la formula è lo stesso a patto di sostituire V_{GG} con V_{SS} $\rightarrow i_D = \frac{V_{SS}}{R_S} - \frac{V_{GS}}{R_S}$

La stabilità della polarizzazione si ottiene grazie all'azione di controllazione volta da R_S : come?

Prendiamo il primo schema e supponiamo che i_D aumenti di Δi_D per qualche motivo \rightarrow la tensione sul source aumenta di $\Delta V_S = R_S \Delta i_D$. Poiché V_{GS} costante aumentando V_S diminuisce V_{GS} $\rightarrow \Delta V_{GS} = -\Delta V_S = -R_S \Delta i_D$. Poiché una diminuzione di V_{GS} produce una diminuzione di i_D , l'aumento netto di i_D sarà minore del valore iniziale Δi_D rivelando la presenza di un meccanismo di controllazione negativa. (Tutto questo ipotizzando il circuito in saturazione $\rightarrow V_D > V_G - V_t$)

- polarizzazione usando controllazione tra gate e drain

Soltamente R_G ha un valore elevato. Poi che lo corrente di gate è praticamente nulla $V_G = V_S$

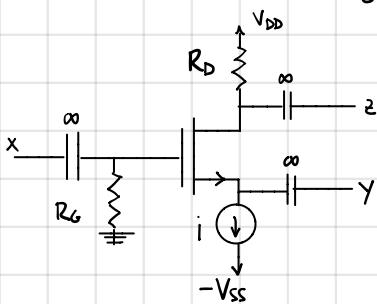
→ saturazione. Non valido per dispositivi a sviluppo, inclusi JFET

$$V_{DS} = V_{DD} - R_D i_D \rightarrow i_D = \frac{V_{DD}}{R_D} - \frac{V_{DS}}{R_D} \text{ con } V_{DS} = V_{GS} \rightarrow i_D = k(V_{GS} - V_T)^2 \text{ trascurando la modulazione del canale per semplicità.}$$

Vediamo in pratica che cosa fa R_G . Supponiamo un aumento $\Delta i_D \rightarrow V_D$ diminuisce di R_D . Poiché i_G nulla, la tensione di gate è quindi V_{GS} diminuiranno di egual misura (ΔV_{GS}).

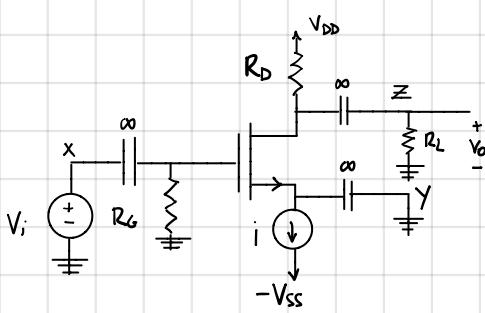
Diminuendo V_{GS} diminuisce i_D . Quindi l'aumento complessivo di i_D sarà minore del valore iniziale di i_D .

Vediamo ora le 3 configurazioni fondamentali con cui si può realizzare un amplificatore con un solo FET.



Utilizziamo lo schema in a fionco come base: esso rappresenta un amplificatore accoppiato capacitiveamente per reporre i segnali della continua, ma i risultati sono validi anche per amplificatori accoppiati direttamente e FET di ogni tipo (no utilizzeremo un NMOS ad avvicinamento). R_G assicura il funzionamento in saturazione.

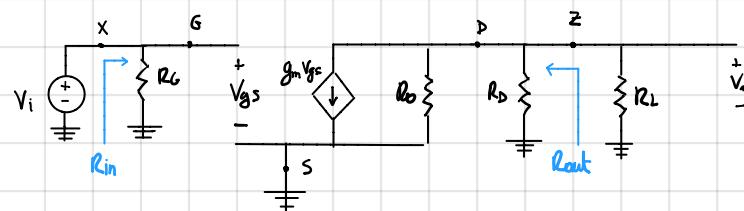
1) Amplificazione a source comune



Si collega Y a massa, il gate del generatore di segnale è z al carico.

Possiamo vedere il circuito come una rete z portante: gate/source e drain/source.

Sostituendo con il circuito equivalente del FET si ottiene:



$$R_{in} = R_G$$

$$R_{out} = R_D // R_0$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_m (R_L // R_D // R_0)$$

Se poniamo $R_L = \infty$ possiamo caratterizzare l'amplificatore attraverso la sua R_{out} e dal suo guadagno di tensione a circuito aperto
 $A_{vo} = \frac{V_o}{V_i} |_{R_L=\infty} = -g_m [R_D // R_0]$

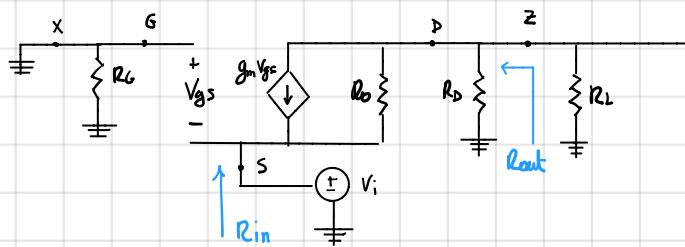
A_v per un qualiasi R_L diventa $A_v = A_{vo} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$

"Si nota" che l'amplificatore a source comune ha:

- elevata resistenza d'ingresso limitata da R_G
- elevato guadagno di tensione negativo
- elevata resistenza d'uscita (non DESIDERATA, ma riconosciuta)

2) Amplificatore a gate comune

In questo caso collegiamo X a massa, il generatore di segnale a Y sul source e il carico ancora su Z.



Troviamo momentaneamente R_o .

$V_{gs} = -V_i \rightarrow$ il generatore di segnale invierte una corrente $g_m V_i \rightarrow R_{in} = 1/g_m$

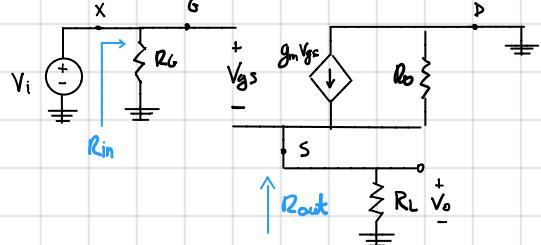
Poiché la corrente di drain è $g_m V_{gs} = -g_m V_i$
 $\rightarrow V_o = g_m V_i (R_L // R_D)$ e $A_v = \frac{V_o}{V_i} = g_m (R_L // R_D)$

Se lasciamo R_D al suo posto: $R_o = R_D // R_L \rightarrow A_v = g_m (R_D // R_L // R_o)$

Il guadagno è uguale alla configurazione a source comune senza l'inversione di segnale e la resistenza d'ingresso è molto più piccola della configurazione precedente. Quest'ultima proprietà non è uno svantaggio poiché spesso usato con segnali di corrente (non di tensione) e ciò fa funzionare il tutto come inseguitore di corrente: fornisce un segnale di corrente su D uguale a quello su S ma con più impedenza. Il segnale è poi fornito ad una resistenza equivalente data dal parallelo R_L e R_D per produrre la tensione di uscita. Ha una banda passante molto più larga del caso precedente.

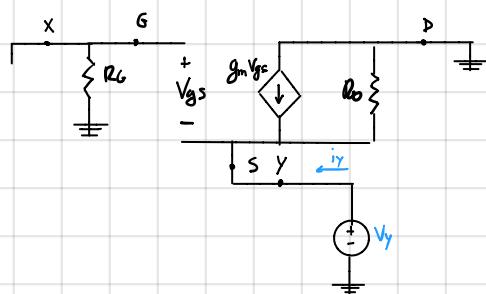
3) Amplificatore a drain comune

Collegiamo Z a massa (e poniamo fore a meno di R_D), il segnale su X e il carico su Y



$R_{in} = R_S$, come per R_S può essere di otto valori e può essere aumentata ulteriormente togliendo R_S e connettendo V_i direttamente al gate.

Per trovare R_{out} cortocircuitiamo il segnale V_i e applichiamo una tensione di prova V_y su S



$$\begin{aligned} V_{gs} &= -V_y \\ i_y &= -g_m V_{gs} + (V_y / R_o) = g_m V_y + (V_y / R_o) \\ \rightarrow R_{out} &= \frac{V_y / i_y}{g_m + 1/R_o} = \frac{1}{g_m + 1/R_o} = \frac{1}{g_m} // R_o \end{aligned}$$

Soltanente $R_o \gg 1/g_m \rightarrow R_{out} = 1/g_m$ che è molto piccolo = caratteristica principale.

Il guadagno a circuito aperto è $A_{vo} = \frac{V_o}{V_i} \mid R_L = \infty$ se sconnettiamo $R_L \rightarrow V_o = V_s = g_m V_{gs} R_o$.

Dal lato dell'ingresso $V_i = V_{gs} + V_o$ da cui ricaviamo $V_i = \frac{V_o}{g_m R_o} + V_o$

$$\rightarrow A_{vo} = \frac{1}{1 + (1/g_m R_o)} \text{ molto vicino a 1}$$

$$\rightarrow A_v = A_{vo} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

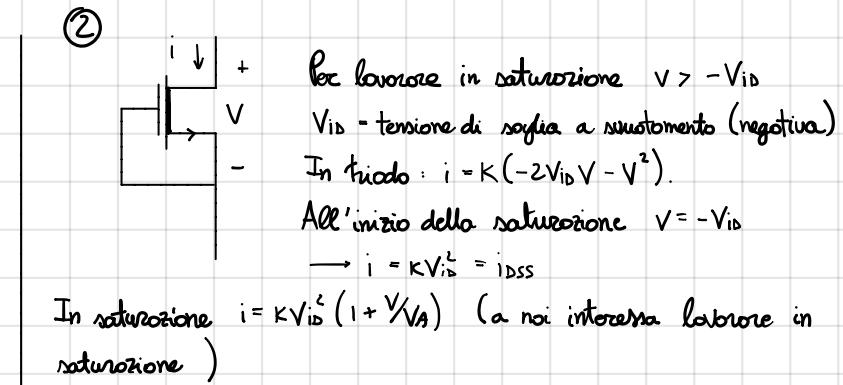
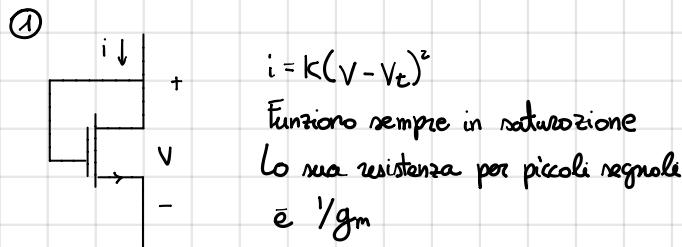
Passiamo ora agli amplificatori integrati in tecnologia MOS. La principale caratteristica è che usano transistor MOS come carichi al posto dei resistori → molto più piccoli.

Si utilizzano NMOS e CMOS.

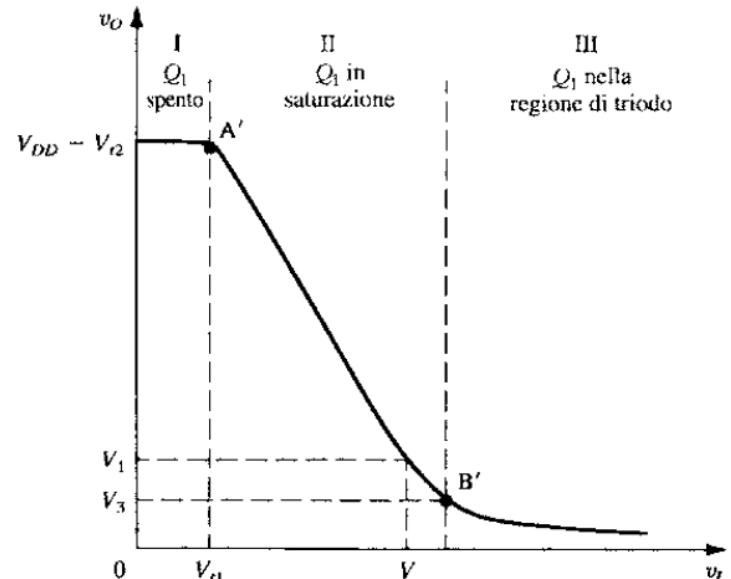
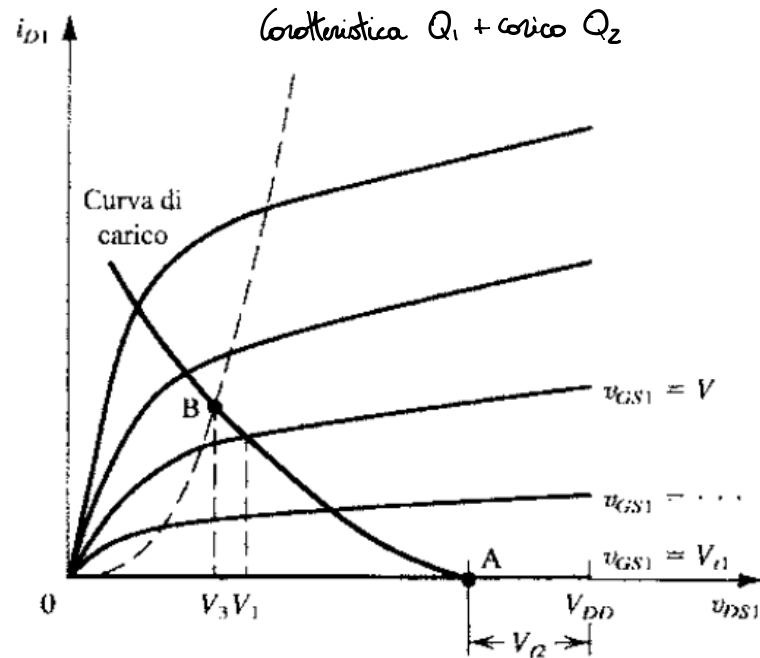
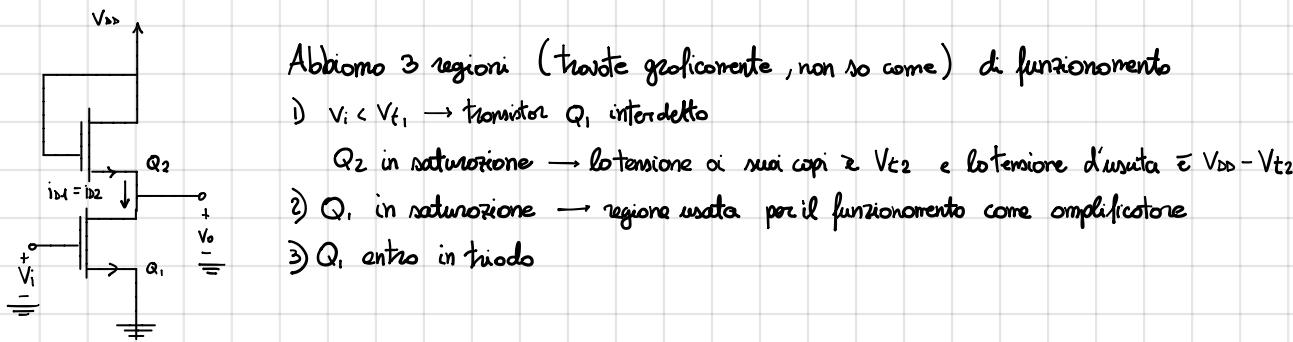
CMOS = MOS complementare che utilizzano transistor p e n allo stesso momento

Dispositivi di coupo con NMOS

Nella tecnologia NMOS si utilizzano due elementi di coupo: un MOSFET ad overrichimento con il drain collegato al gate, e un MOSFET a vuotamento con il gate collegato al source.



Amplificatori NMOS con coupo ad overrichimento



Supponiamo ora che in saturazione abbiano entrambi resistenza infinita, tensione di soglia V_t ma diversi K (K_1 e K_2).

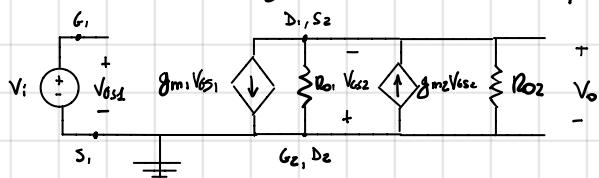
Se Q_1 è in saturazione $i_{D1} = K_1(V_{GS1} - V_t)^2 \rightarrow i_{D1} = i_{D2} = i_D$ e $V_{GS2} = V_i \rightarrow i_D = K_1(V_i - V_t)^2$

Per Q_2 vole $i_D = K_2(V_{GS2} - V_t)^2 \rightarrow V_{GS2} = V_{DD} - V_o \rightarrow i_D = K_2(V_{DD} - V_o - V_t)^2$

Combinandole: $V_o = (V_{DD} - V_t + \sqrt{K_1/K_2} \cdot V_i) - \sqrt{K_1/K_2} \cdot V_i$ (regione 2)

Il circuito si comporta come amplificatore lineare onde per grandi segnali $A_v = -\sqrt{K_1/K_2} = -\sqrt{(W/L)_1} / \sqrt{(W/L)_2}$

Se a trovare in regione 2 il circuito equivalente sarà:



La corrente di tensione del secondo generatore controllato è V_{GS2} quindi

possiamo sostituirlo con una resistenza $1/g_{m2}$ (blo)

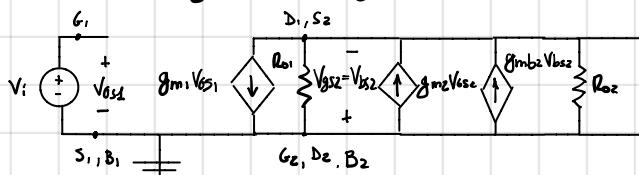
$$\rightarrow V_o = -g_{m1} V_{GS1} [(1/g_{m2}) // R_{D1} // R_{D2}]$$

Sostituendo $V_{GS1} = V_i$ ovremo il guadagno di tensione $A_v = V_o/V_i = -\frac{g_{m1}}{g_{m2} + 1/R_{D1} + 1/R_{D2}}$

Se R_{D1} e $R_{D2} \gg 1/g_{m2} \rightarrow A_v = -g_{m1}/g_{m2}$

EFFETTO BODY: il substrato invece di essere connetto al source è collegato all'alimentazione più negativa del circuito integrato

Il substrato quindi è connetto a massa e il source no \rightarrow tensione di segnale V_{BS} che crea una componente di i_D indicata con g_{mb} V_{BS} con g_{mb} = trascenduttanza del substrato $= \frac{\partial i_D}{\partial V_{BS}} | V_{BS} = \text{cost.} \rightarrow g_{mb} = \chi g_m$



Come prima il terzo generatore controllato si può sostituire con una resistenza $1/g_{mb2}$ $\rightarrow V_o = -g_{m1} V_{GS1} [(1/g_{m2}) // (1/g_{mb2}) // R_{D1} // R_{D2}]$

Sostituendo $V_{GS1} = V_i \rightarrow A_v = \frac{-g_{m1}}{g_{m2} + g_{mb2} + 1/R_{D1} + 1/R_{D2}}$

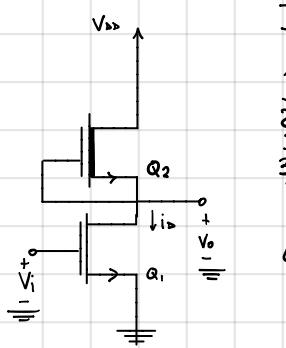
Se R_{D1} e $R_{D2} \gg 1/g_{m2}$ $\rightarrow A_v = \frac{-g_{m1}}{g_{m2} + g_{mb2}} = \frac{-g_{m1}}{g_{m2}} \cdot \frac{1}{1+\chi} \rightarrow$ guadagno diminuito

Amplificatori MOS con carico a svuotamento

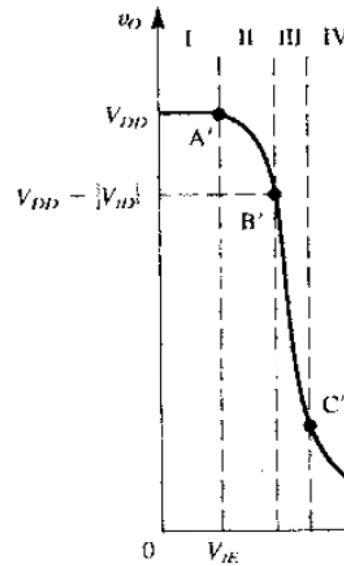
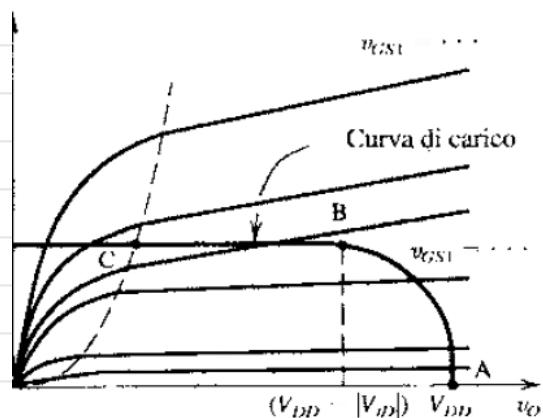
Ha caratteristiche superiori al caso precedente.

In questo caso le regioni di funzionamento sono 4.

- 1) Per $V_i < V_{tE}$ = tensione di soglia di Q_1 , Q_1 è interdetto e $V_o = V_{DD}$
- 2) $V_i > V_{tE}$, Q_1 si accende, ma poiché la tensione d'uscita è alta Q_2 è in triodo fino a $V_o < V_{DD} - |V_{tD}|$
- 3) Q_1 e Q_2 sono in saturazione \rightarrow entrambi hanno resistenza d'uscita alta \rightarrow alto guadagno
(Questa è la regione di interesse per gli amplificatori)
- 4) $V_o < V_i - V_{tE} \rightarrow Q_1$ è in triodo



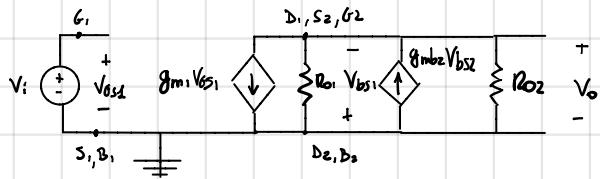
Caratteristica $Q_1 +$ carico Q_2



- | | |
|-----|---|
| I | $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \text{ Interdizione} \\ Q_2 \text{ Triodo} \end{array} \right.$ |
| II | $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \text{ Saturazione} \\ Q_2 \text{ Triodo} \end{array} \right.$ |
| III | $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \text{ Saturazione} \\ Q_2 \text{ Saturazione} \end{array} \right.$ |
| IV | $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \text{ Triodo} \\ Q_2 \text{ Saturazione} \end{array} \right.$ |

Nella regione 3, per piccoli segnali, $A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_{m1} [R_{o1} // R_{o2}]$ (ottenuto di molto dall' effetto body)

Il circuito equivalente è:



Il secondo generatore controllato può essere sostituito con una resistenza $1/g_{mbz}$
 $\rightarrow V_o = -g_{m1} V_{gs1} \left[\left(\frac{1}{g_{mbz}} \right) // R_{o1} // R_{o2} \right]$

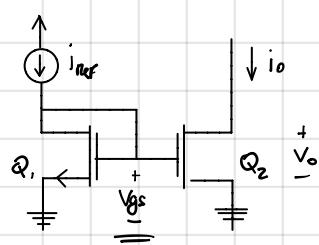
$$\text{Poiché } V_{gs1} = V_i \rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_{m1} \left[\left(\frac{1}{g_{mbz}} \right) // R_{o1} // R_{o2} \right]$$

Poiché $R_{o1} \ll R_{o2} \gg 1/g_{mbz}$ $\rightarrow A_v = -\frac{g_{m1}}{g_{mbz}} = -\frac{g_{m1}}{g_{mbz}} \left(\frac{1}{\chi} \right)$ \rightarrow guadagno maggiore rispetto al corrispondente circuito ad overdriving

$$i_D = i_{DSS} = K_D V_{DS}^2$$

Specchio di corrente

Sia nei circuiti integrati MOSFET che cresce viene prodotta una corrente continua di riferimento stabile e prevedibile utilizzata per ottenere correnti continue ed essa proporzionali con cui si polarizzano i transistor del circuito. Per generare queste correnti multiple di quella di riferimento si utilizza lo "specchio di corrente" in figura composta da due MOSFET ad overdriving e Q_1 e Q_2 con stessa V_t ma diverse W e L .



Q_1 è pilotato da i_{ref} e Q_2 deve trovarsi in saturazione

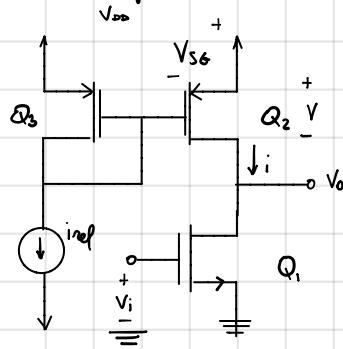
$$\text{Per } Q_1 \quad i_{ref} = K_1 (V_{gs} - V_t)^2 \quad \text{e poiché } Q_2 \text{ è in parallelo} \quad i_o = K_2 (V_{gs} - V_t)^2 \quad (\text{stessa } V_{gs})$$

$$\rightarrow i_o = i_{ref} \frac{K_2}{K_1} = \frac{(W/L)_1}{(W/L)_2}$$

Tutto questo può avvenire solo se la tensione su drain di Q_2 è uguale a V_{gs}

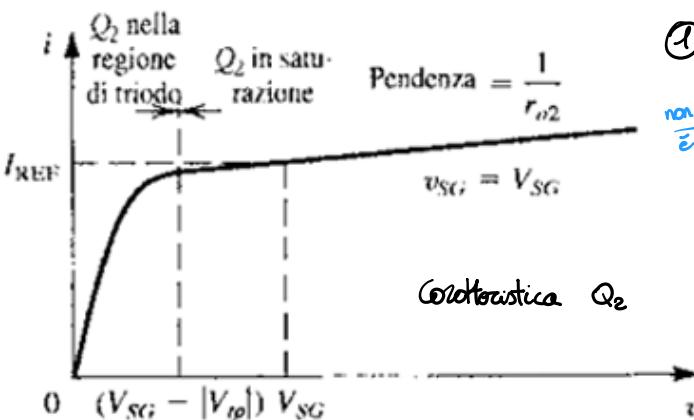
Amplificatore cmos

Poiché comprende conduttori n e p ci sono più configurazioni ed in più permette lo cancellazione dell'effetto body.



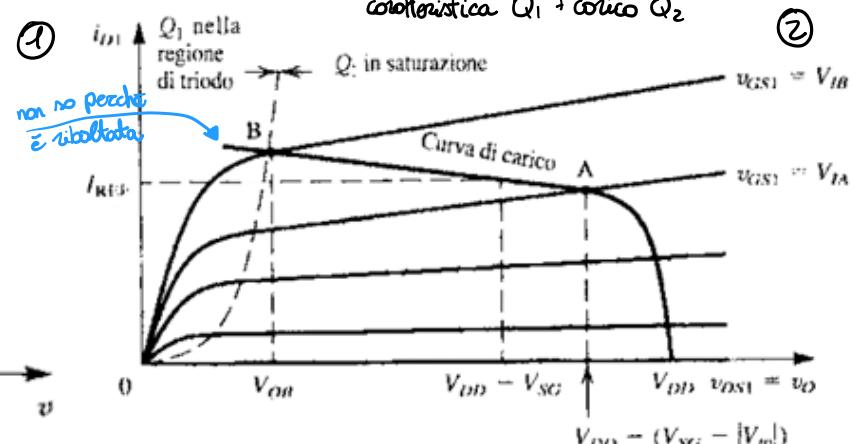
Q_2 e Q_3 sono componenti a canale p collegati a specchio di corrente e pilotati da i_{ref} $\rightarrow Q_2$ lavora come un generatore di corrente che funziona in saturazione se la tensione del suo drain è più bassa della tensione del suo source di almeno $|V_{tp}|$ con $V_{SG} = \text{tensione di polarizzazione continua corrispondente ad una corrente di drain pari a } i_{ref}$ (1)

In questo caso Q_2 ha un'elevata resistenza di uscita $R_{out} = |V_{dd}| / i_{ref}$. Q_2 è usato come resistenza di carico per Q_1 , che funge da amplificatore ed è chiamato **carico attivo**.



$$\text{Pendenza} = \frac{1}{r_{ds2}}$$

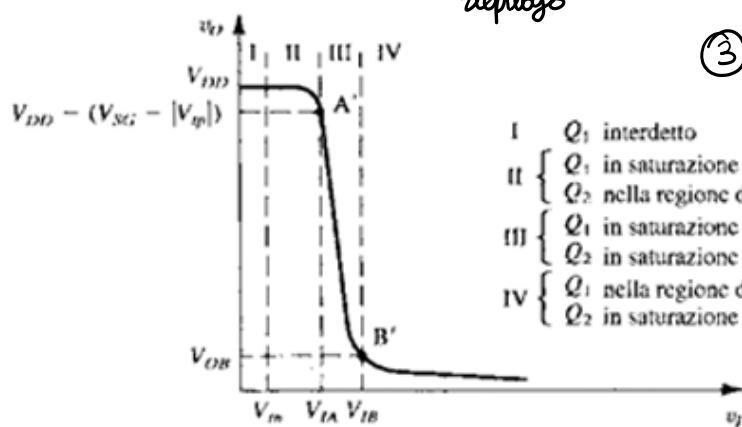
Caratteristica Q_2



(1) i_{DD} $\rightarrow Q_1$ nella regione di triodo

(2)

caratteristica $Q_1 + \text{carico } Q_2$



riepilogo

(3)

- I $\{ Q_1$ interdetto
- II $\{ Q_1$ in saturazione
 Q_2 nella regione di triodo
- III $\{ Q_1$ in saturazione
 Q_2 in saturazione
- IV $\{ Q_1$ nella regione di triodo
 Q_2 in saturazione

La regione di interesse è la 3:

$A_v = -g_{m1}(R_{ds1}/R_{ds2})$ e poiché Q_1 funziona con una corrente continua uguale a i_{ref}

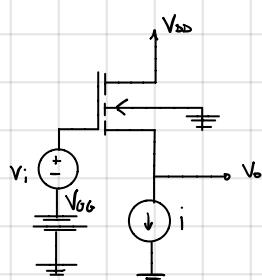
$$\rightarrow g_{m1} = \sqrt{2(N_n C_{ox})(W/L)} i_{ref}$$

Quindi, poiché $R_{ds1} = R_{ds2} = |V_{dd}| / i_{ref}$ $\rightarrow A_v = -\frac{\sqrt{k_n}}{|V_{dd}|} i_{ref}$

Inseguitore di source

Nei circuiti integrati l'inseguitore di source è usato come buffer per ottenere una buona resistenza d'uscita.

La prima immagine mostra come è realizzato in pratica nei circuiti integrati, lo secondo mostra il circuito che si ottiene sostituendo le tensioni con le mosse e le correnti continue con circuiti aperti per calcolare il guadagno di tensione. Quelle in blu sono resistenze equivalenti:



$1/g_m$ tra source e gate } guardando dentro al source

$1/g_{mb}$ tra source e substrato

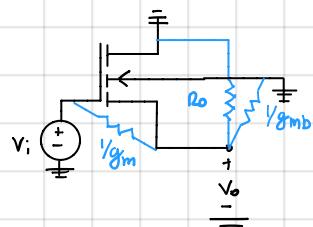
Ro tra source e drain

La resistenza guardando dentro il gate invece è infinita poiché la corrente di gate è zero

\rightarrow resistenza ingresso infinita.

$$V_o/V_i = [(1/g_m)/R_o]/[(1/g_m) + [(1/g_{mb})/R_o]], \text{ se } R_o \gg 1/g_{mb}$$

$$V_o/V_i = \frac{g_m}{g_m + g_{mb}} \rightarrow g_{mb} = \chi g_m \rightarrow V_o/V_i = \frac{1}{1+\chi}$$



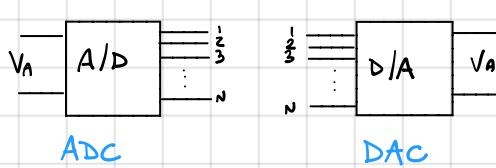
(senza carico)

Combinandoli possiamo ottenere il guadagno in presenza di carico.

CONVERTITORI (Capitolo 10)

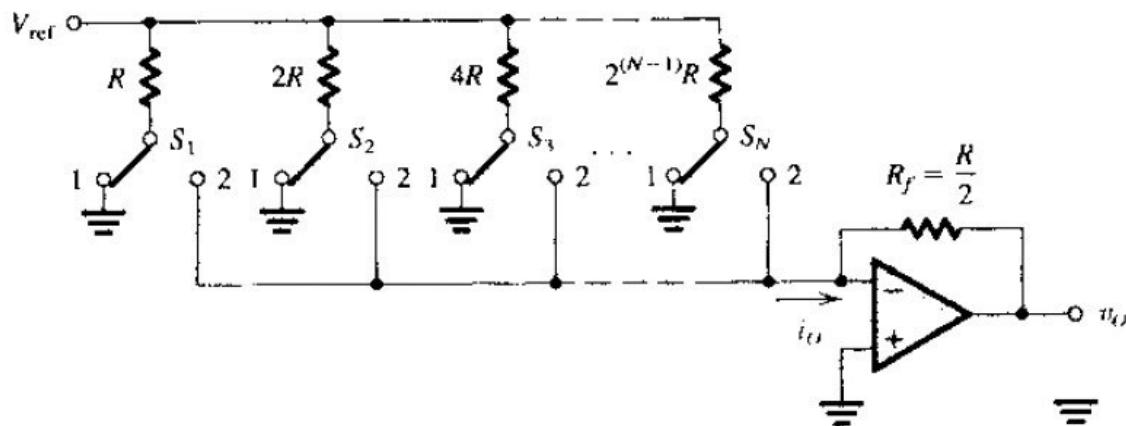
Sono particolari circuiti digitali che si occupano di dell'elaborazione digitale del segnale, bondamente trasformare la tensione in un numero che possiamo leggere (voltmetro) o in così più complessi implementano un algoritmo di filtro (elimina il rumore come il filtro analogico). Di seguito studieremo i circuiti per la conversione A/D e D/A.

Anche in questo caso si parla del campionamento del segnale e della sua quantizzazione cioè l'assegnazione dei valori analogici campionati a valori digitali (bit).



L'ADC converte il campione analogico V_A in una parola digitale a N bit mentre il DAC fa il contrario

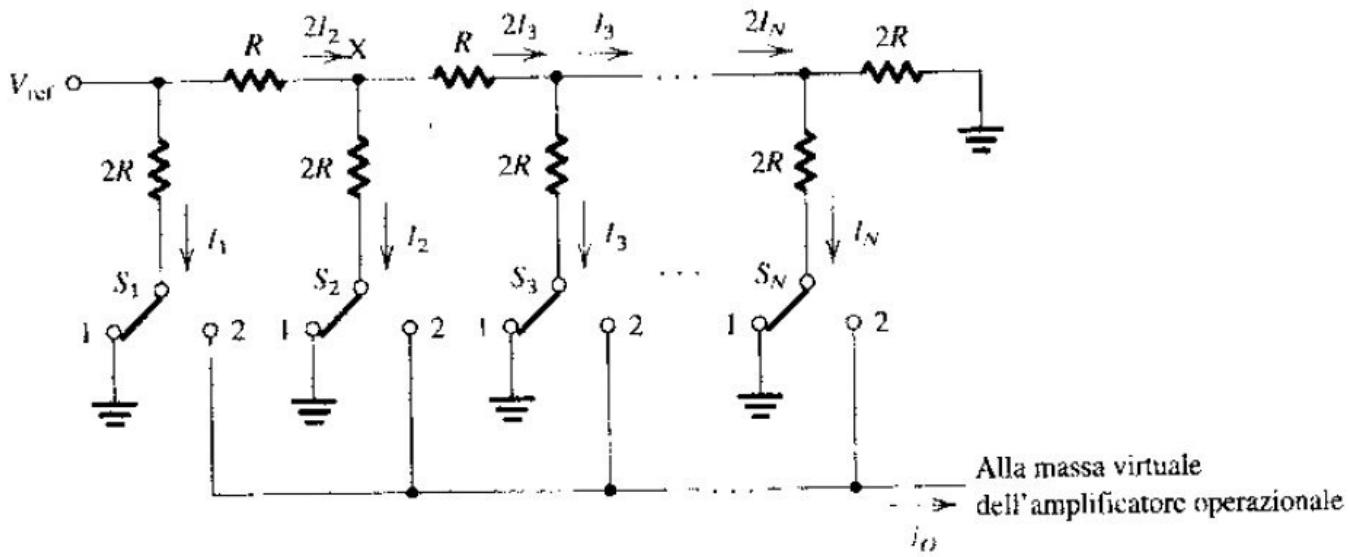
CONVERTITORI D/A



La figura mostra un circuito di base del convertitore a resistenze pesate.

Gli interruttori sono controllati da una parola digitale a N bit $D = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \frac{b_3}{2^3} + \dots + \frac{b_N}{2^N}$ con b_i che può assumere i valori 1 e 0. b_N è detto **bit meno significativo (LSB)** mentre b_1 è detto **bit più significativo (MSB)**. Quando $b_i = 0$ $S_i = 1$ se $b_i = 1$ $S_i = 2$, nel primo caso sono connesi a massa, nel secondo caso a massa virtuale → lo corrente nei resistori è costante. Le correnti che scorrono a massa virtuale si sommano e scorrono su R_f
 $\rightarrow i_o = V_{ref} \cdot b_1 / R + \dots + V_{ref} \cdot b_N / 2^{(N-1)} R = \frac{2 V_{ref}}{R} \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \dots + \frac{b_N}{2^N} \right) = \frac{2 V_{ref}}{R} D$
 $\rightarrow V_o = -i_o R_f = -V_{ref} D$ proporzionale a D come desiderato.

Per $N > 4$ si usa un altro schema (guarda cosa) chiamato **rete a scale R-2R**

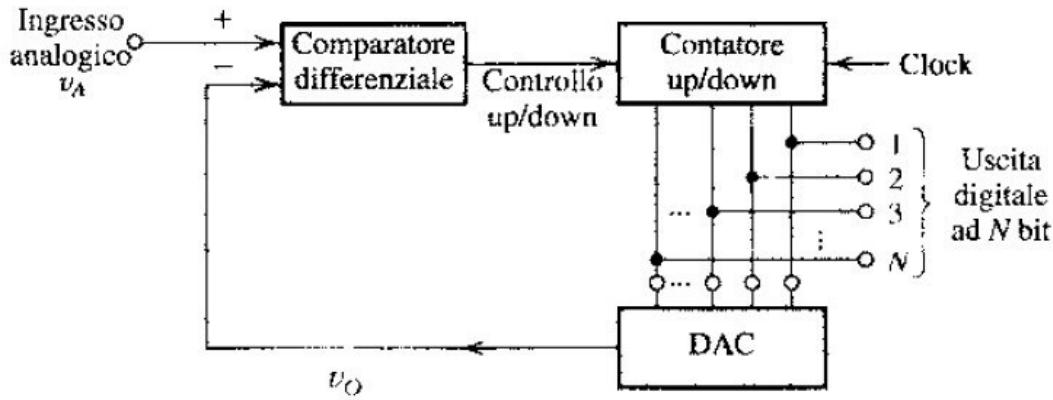


La resistenza a destra di ogni nodo è Z_R (così dice il libro) → la corrente che scorre verso destra è uguale alla corrente che scorre verso sinistra ad eccezione della corrente che arriva nel nodo da sinistra: $i_1 = 2i_2 = 4i_3 = \dots = 2^{N-1} i_N$
 $\rightarrow i_0 = \frac{V_{ref}}{R}$

CONVERTITORI A/D

Esistono 4 tipologie di circuiti: 2 semplici, meno lente, uno complesso in termini di quantità di circuiti richiesti, ma molto veloce e uno indicato per i mosfet.

Conversione a contarezzazione

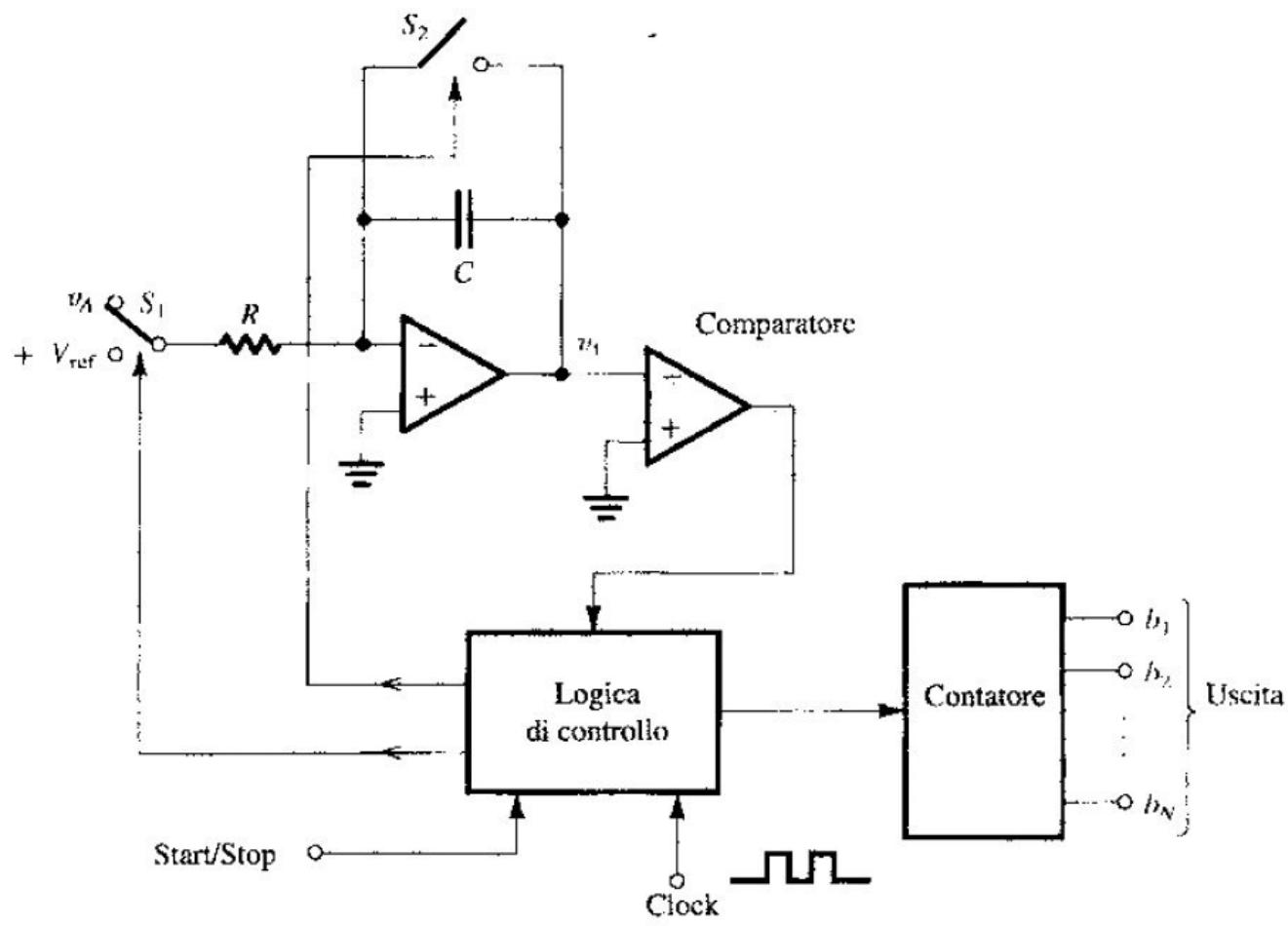


Il comparatore fornisce un'uscita che è positiva quando il segnale differenza in ingresso è positivo, negativo altrimenti. Il contatore è un semplice contatore che conta avanti o indietro a seconda del suo livello binario sul terminale di controllo (quale?). Tutto sta cosa è chiamato così perché c'è un DAC in contarezzazione. Come funziona?

Uscita 0 dal contatore → v_O nulla → uscita comparatore positiva → clock +1 → v_O aumenta

Sta cosa continua fino a quando l'uscita del DAC raggiunge il valore del segnale analogico in ingresso → il contatore commuta e interrompe il conteggio → l'uscita contatore = tensione analogica in versione digitale

Conversione A/D a doppia zampa



Si suppone che l'ingresso V_A è negativo. Prima del ciclo di conversione si chiude S_2 per scaricare il condensatore e avere $V_i = 0$. Il ciclo parte quando si apre S_2 .

V_A negativo $\rightarrow i = V_A/R$ scorre in direzione uscente dell'integratore $\rightarrow V_i$ cresce linearmente con pendenza $1/C = V_A/RC$

Il contatore conta gli impulsi per un intervallo prefissato T_1 che termina quando si raggiunge n_{ref} sul contatore (per N bit di solito $n_{ref} = 2^N$)

Se l'uscita di picco dell'integratore è V_{peak} $\rightarrow V_{peak}/T_1 = V_A/RC$

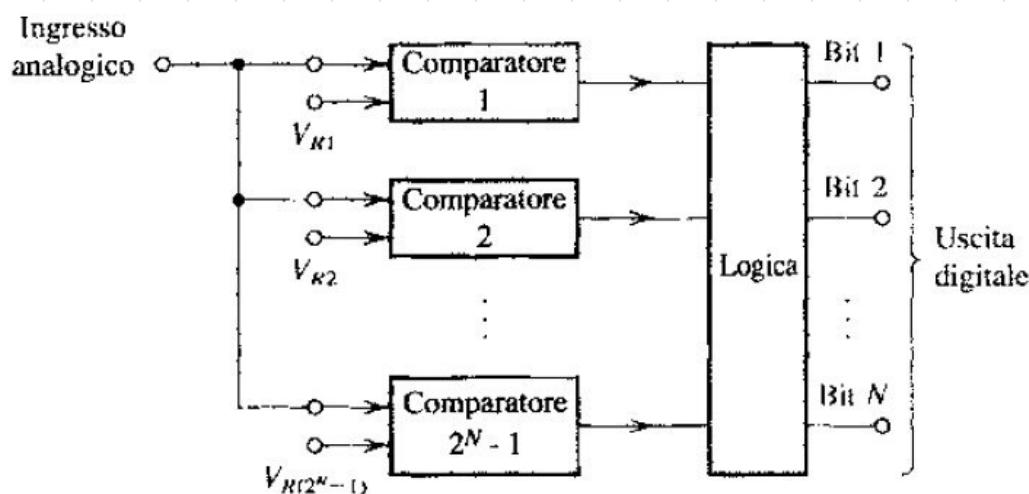
Allo fine di questa fase il contatore torna a zero. Inizia la fase 2 in $t = T_1$ quando S_1 si connette a V_{ref}

\rightarrow lo corrente scorre nell'integratore in direzione inversa e uguale a $V_{ref}/R \rightarrow V_i$ decresce con pendenza V_{ref}/RC : intanto il contatore conta. Quando V_i torna a zero il comparatore dice allo logico di controllo di bloccare il conteggio. (T_2)

$V_{peak}/T_2 = V_{ref}/RC \rightarrow T_2 = T_1 (V_A/V_{ref})$. n_{ref} è proporzionale a T_1 e n a $T_2 \rightarrow n = n_{ref} (V_A/V_{ref})$

n è l'equivalente digitale di V_A .

Convertitore flash o parallelo



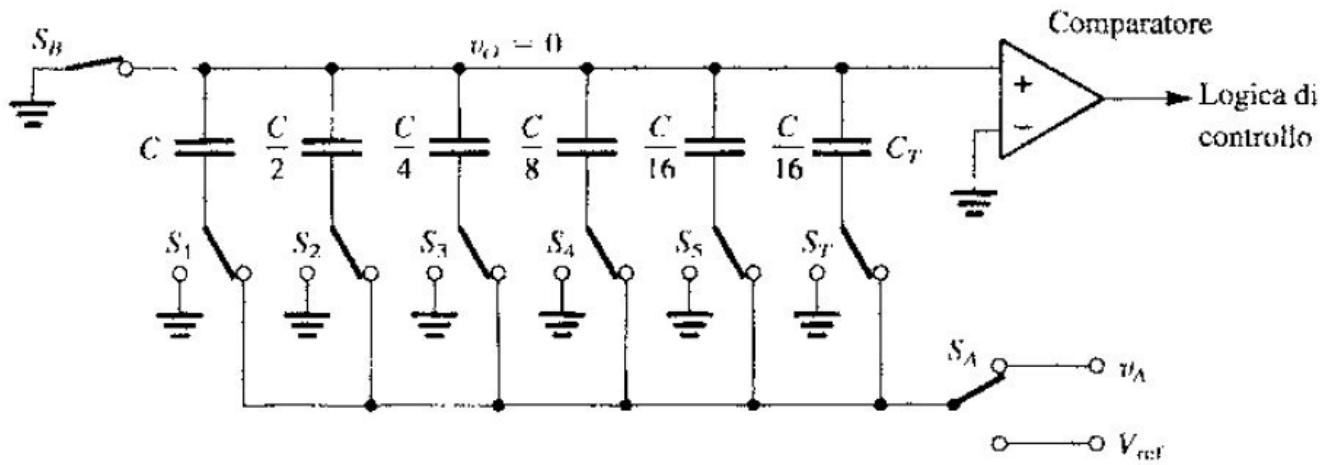
Lo schema a conversione simultanea (parallela / flash) è il più veloce. Una $2^N - 1$ comparatori per confrontare l'ingresso con i $2^N - 1$ livelli di quantizzazione. Le uscite sono elaborate mediante un circuito logico di codifica per fornire gli N bit dello piano digitale, il tutto in un solo ciclo di clock.

Convertitore a ridistribuzione di carica

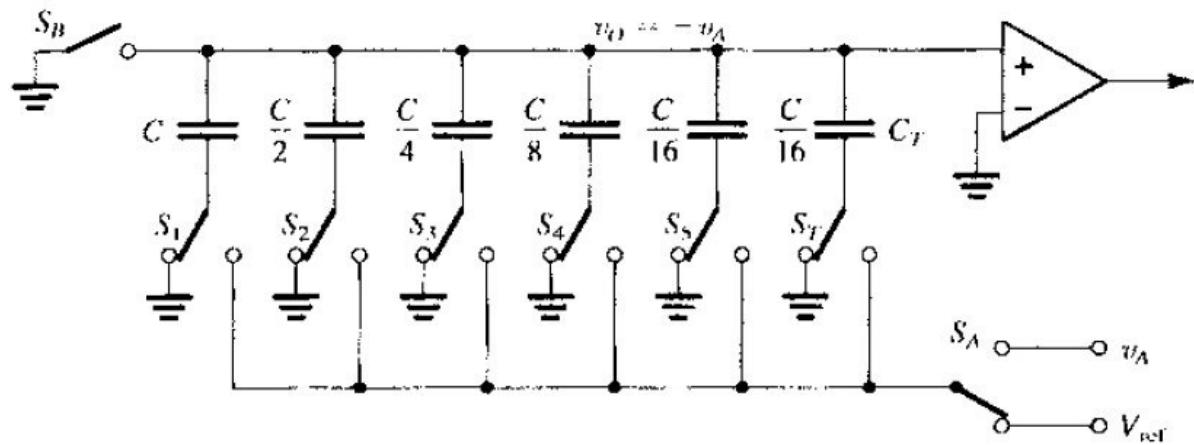
Potenzialmente indicato in tecnologia CMOS. C_T rende la capacità complessiva uguale a $2C$

Il funzionamento ha 3 fasi.

1) CAPIONAMENTO : S_B chiuso \rightarrow i condensatori risultano collegati a massa $\rightarrow V_o = 0$. S_A è connesso a V_A che genera una carica $2C V_A$: durante questa fase viene immagazzinata una carica proporzionale al valore di V_A .



2) MANTENIMENTO: S_B aperto e S_1 e S_T connesi a massa \rightarrow i condensatori mantengono la corrente totale costante a 2e
Ne segue che la tensione sugli elettrodi superiori dei condensatori è $-V_A$. S_A è connesso a V_{ref} .



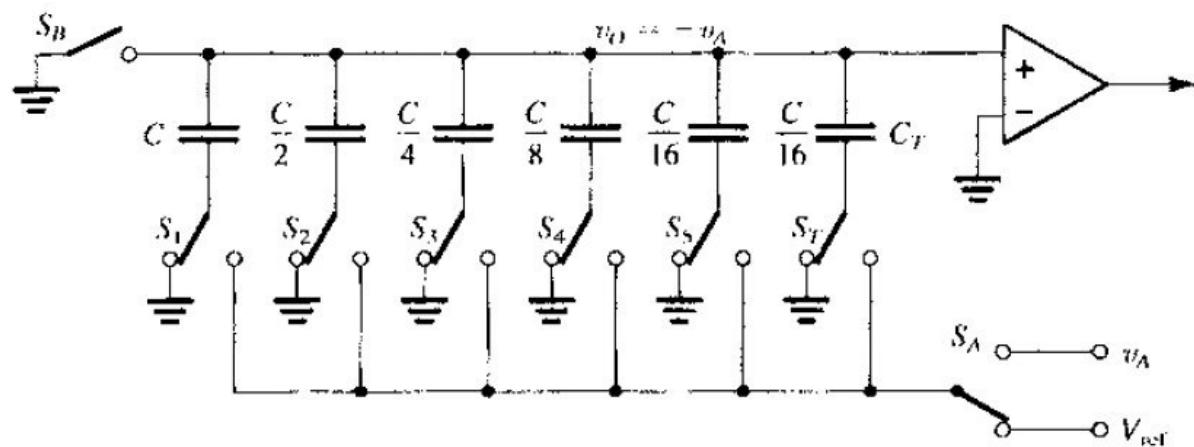
3) RIDISTRIBUZIONE: S_1 è collegato a V_{ref} \rightarrow il circuito è formato da V_{ref} , un condensatore C in serie e una capacità complessiva verso massa di valore C . Il "potenziometro capacitivo" causa un incremento di $V_{ref}/2$ sulla tensione ai capi superiori dei condensatori.

Se $V_A > V_{ref}/2$ la tensione rimane negativa e S_1 rimane com'è quando si interverrà sugli interruttori successivi.

Se $V_A < V_{ref}/2$ la tensione sarà positiva \rightarrow il comparatore se ne accorge e cambia S_1 prima di intervenire su S_2 .

Nel passo successivo S_2 a V_{ref} incrementando la tensione di $V_{ref}/4$, se negativa S_2 non cambia, altrimenti sì. È così via per tutti gli interruttori.

Lo connessione finale dà la parola, mossa 0, V_{ref} 1 (in figura $D=01101$)



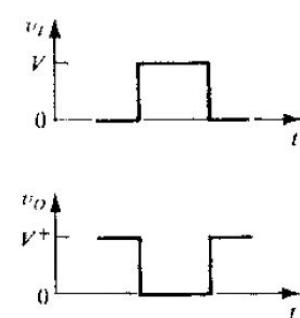
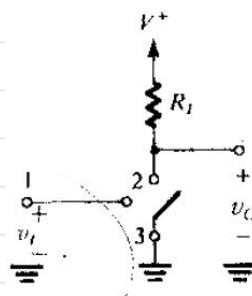
INVERTITORI (capitolo 13)

Un invertitore è un interruttore controllato in tensione

Se V_i è bassa l'interruttore è aperto e V_o è alta (V_+)

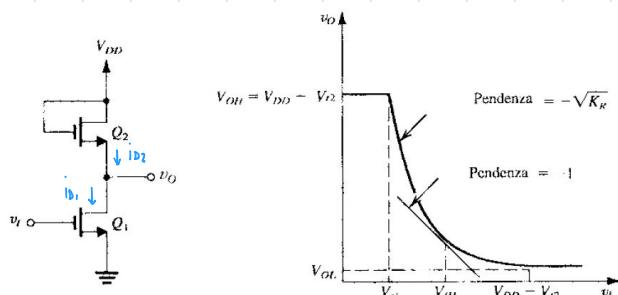
Se V_i è maggiore di una certa soglia, l'interruttore è chiuso e

V_o è bassa (0 V) → inversione logica NOT



INVERTER NMOS CON CARICO AD APPLICHI MENTO

Quando V_i si trova allo 0 logico, cioè a tensione minore dello soglia V_t , di Q_1 , Q_1 è interdetto e V_o risulta alta → $V_{OH} = V_{DD} - V_{t2}$



Quando V_i è pari a $V_{DD} - V_{t2}$ (1 logico) Q_1 è interdotto e Q_2 in saturazione → $V_o = V_{OL}$

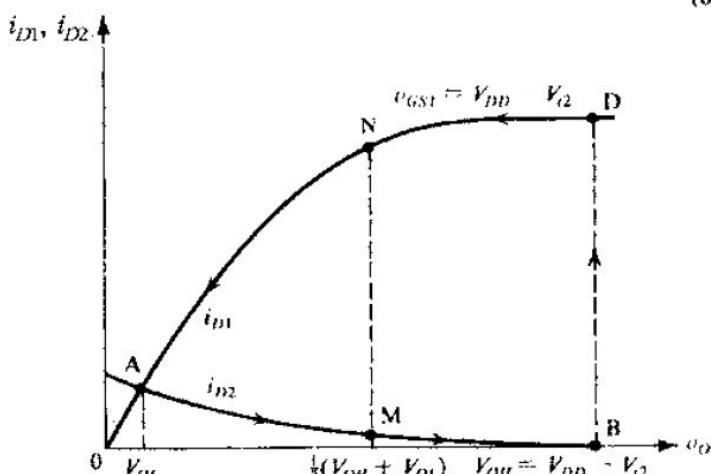
Tra le due "posizioni" la caratteristica ha pendenza lineare $-\sqrt{K_1/K_2}$
 $K_2 = K_1/k_2 = (W/L)_1 / (W/L)_2 > 8$ per avere rumore accettabile

Se si tiene conto dell'effetto body:
 $V_t = V_{t0} + \delta [\sqrt{V_{SB} + 2\phi_f} - \sqrt{2\phi_f}]$

V_{t0} = tensione di soglia per $V_{SB} = 0$, δ = costante, $2\phi_f$ = potenziale elettrostatico di p

È significativo solo per V_o alta e provoca semplicemente una riduzione di Volt.

Supponiamo che l'invertore abbia capacità di carico C e che l'ingresso sia ideale



Prima di applicare l'impulso, l'invertore lavora nel punto B a C è carico a V_{OH} .

Quando V_i va al valore alto (Volt), Q_1 entra in regione attiva e poiché C non si scarica istantaneamente, il punto di lavoro passa da B a D

Q_1 scarica un'alta corrente scaricando C spostando il punto di lavoro su A ($V_o = V_{OL}$) lungo lo curve.

$t_{PLH} =$ tempo di propagazione per passare da D a N

La corrente di scarica è in ogni istante la differenza tra i_{D1} e i_{D2}

$$t_{PLH} = C \left[V_{OH} - \frac{1}{2} (V_{OH} + V_{OL}) \right] \quad \text{con} \quad I_{LH} = \text{corrente scarico media} = \frac{i_{D1}(D) + i_{D1}(N) - i_{D2}(M)}{2}$$

$$t_{PLH} = \frac{C}{I_{LH}} \left[\frac{V_2}{2} (V_{OH} + V_{OL}) - V_{OL} \right] \quad \text{con} \quad I_{LH} = \frac{i_{D2}(A) + i_{D2}(N)}{2}$$

Prodotto ritardo - potenza: ritardo di propagazione per potenza dissipata staticamente

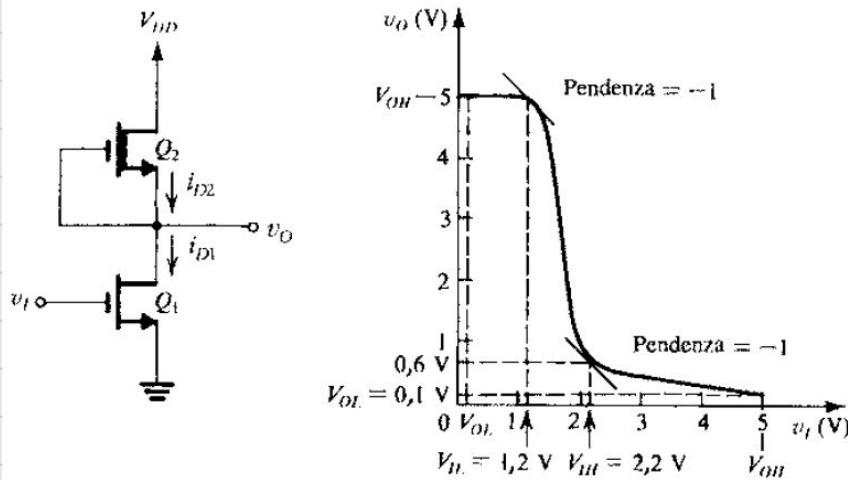
Per $V_{OL} = 0$ → potenza media dissipata $P_S = \frac{1}{2} k_e (V_{DD} - V_t)^2 V_{DD}$

$t_p =$ ritardo di propagazione $= \frac{1}{2} t_{PLH} = \frac{0.4 C}{k_2 (V_{DD} - V_i)}$ (calcolato con $I_{LH} = \frac{5}{8} k_e (V_{DD} - V_i)^2$)

→ DP = prodotto ritardo potenza = $0.2 C V_{DD} (V_{DD} - V_i)$ che può essere ridotto diminuendo C o V_{DD}

INVERTER NMOS CON CARICO A SVUOTAMENTO

Con un mosfet a svuotamento si ottiene un guadagno più alto, una caratteristica di trasferimento più brusca e margini di rumore migliori.

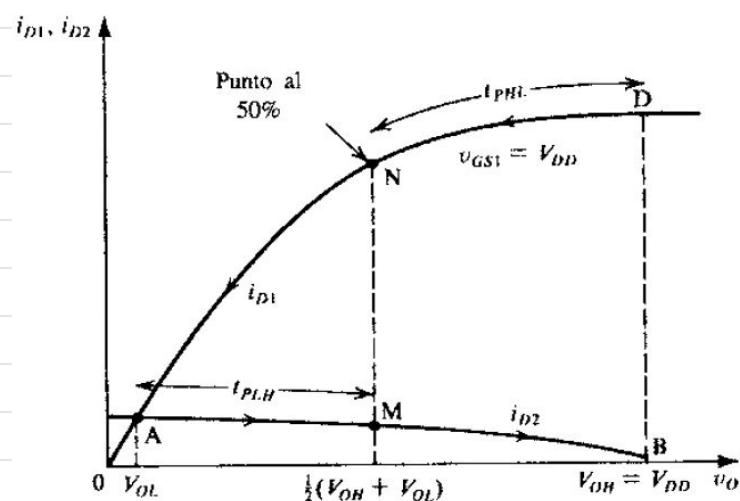


$$i_{D2} = K_2 |V_{GS2}|^2 \quad \text{per } V_O \leq V_{DD} - |V_{GS2}|$$

$$i_{D2} = K_2 [2|V_{GS2}|(V_{DD} - V_O) - (V_{DD} - V_O)^2] \quad \text{per } V_O \geq V_{DD} - |V_{GS2}|$$

con $|V_{GS2}|$ = tensione di soglia del transistor a svuotamento

Anche in questo caso supponiamo una capacità di carico C .



A differenza del carico ad orzichimento, quello a svuotamento fornisce correnti più alte su un intervallo V_O più ampio: questo consente di caricare C più velocemente $\rightarrow t_{PLH}$ più piccolo
In un modo simile al precedente ricaveremo

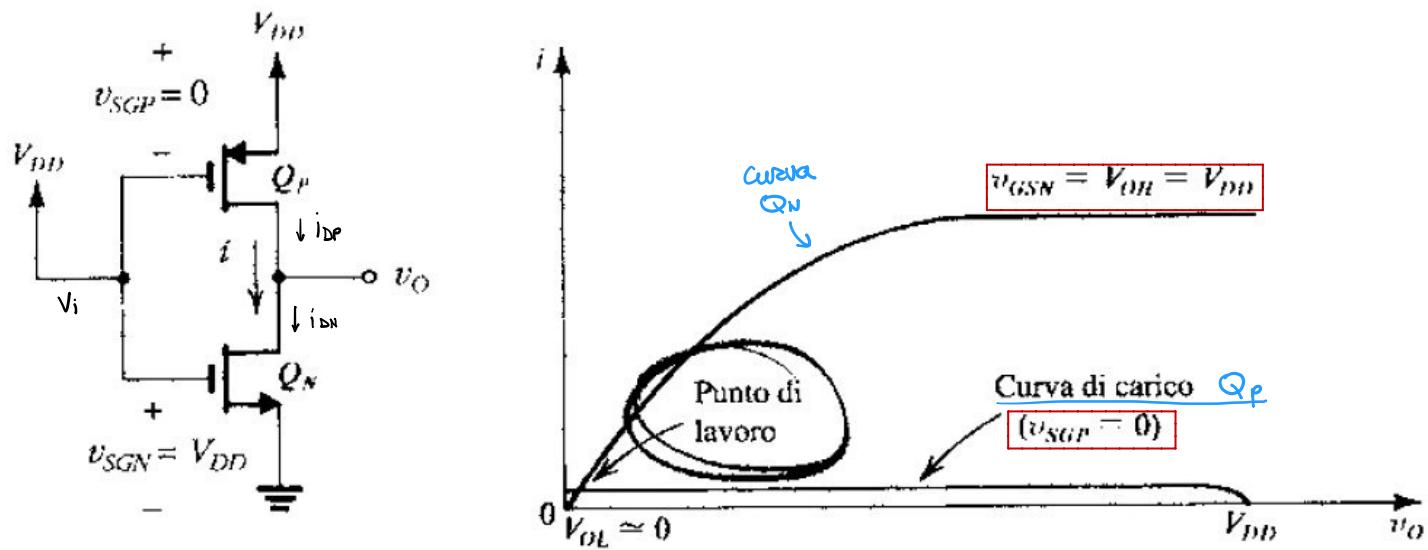
$$\Delta P = \frac{1}{8} \alpha C V_{DD}^2$$
 con $\alpha = \text{posizione minore, ma prossima all'unità}$
 che tiene conto di $|V_{GS2}|$ e V_O

$$t_{PLH} = t_{PLH} \rightarrow t_P = \frac{t_{PLH} + t_{PUL}}{2} = t_{PLH}$$

INVERTER CMOS

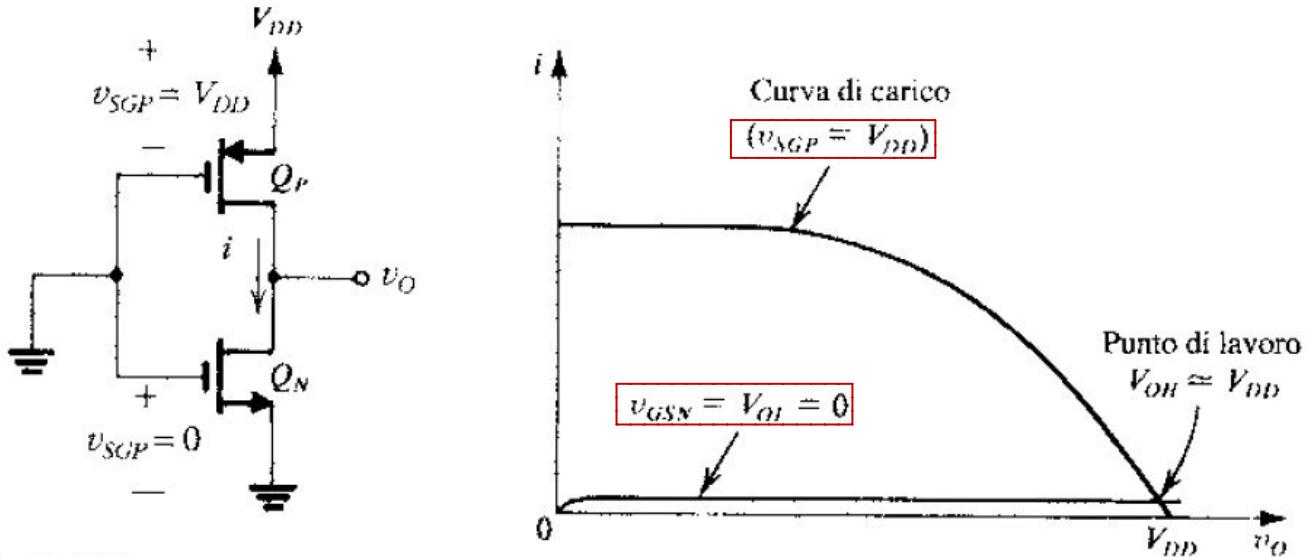
Utilizza un mosfet a canale n Q_N e uno a canale p Q_P e i substrati sono collegati al source per evitare l'effetto body.

- caso 1: $V_i = V_{DD}$ (1 logico)



Poiché $|V_{SGP}| < |V_i|$ la curva di carico sarà generalmente una retta a corrente quasi nulla → punto di lavoro con corrente quasi nulla e tensione prossima a 0V → dissipazione potenza molto piccola

- caso 2: $V_i = 0$ (0 logico)



Poiché ora $|V_{SGN}| = 0$ la sua caratteristica è una retta orizzontale a corrente nulla.

Nel punto di lavoro la tensione è circa V_{DD} e la corrente che scorre nei due transistori è quasi nulla → onde qui la dissipazione di potenza è bassa.

Questi sono due casi limite, ma se usiamo lo stesso procedimento per tutti i valori di V_i triviamo la caratteristica completa.

$$Q_N: \begin{cases} i_{DN} = k_N [2(V_i - V_{tN})V_o - V_o^2] & \text{per } V_o \leq V_i - V_{tN} \\ i_{DN} = k_N (V_i - V_{tN})^2 & \text{per } V_o \geq V_i - V_{tN} \end{cases}$$

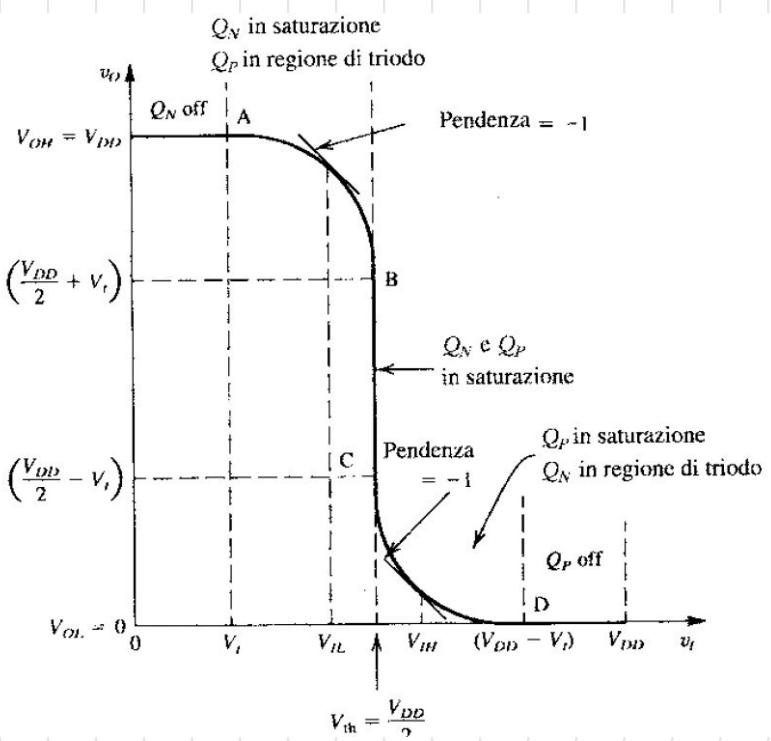
$$Q_P: \begin{cases} i_{DP} = k_P [2(V_{DD} - V_i - |V_{tp}|)(V_{DD} - V_o) - (V_{DD} - V_o)^2] & \text{per } V_o \geq V_i + |V_{tp}| \\ i_{DP} = k_P (V_{DD} - V_i - |V_{tp}|)^2 & \text{per } V_o \leq V_i + |V_{tp}| \end{cases}$$

Generalmente $V_{tN} = |V_{tp}| = V_t$ e $k_N = k_P = k$.

Quando Q_N e Q_P sono bilanciati si ha lo caratteristico mostrato a fianco.

Quando l'inverter sta cambiando stato, attraverso lo commutazione dei mosfet può correre corrente. Il picco per la corrente di ingresso si ha per $V_i = V_{DD}/2$ che provoca dissipazione di potenza nel cross durante il funzionamento dinamico.

La componente più significativa è però quella associata alla corrente nel cross quando è collegato ad una capacità di carico $C \rightarrow P_D = \text{potenza dissipata} = f C V_{DD}^2$ con $f = \text{frequenza commutazione inverter}$



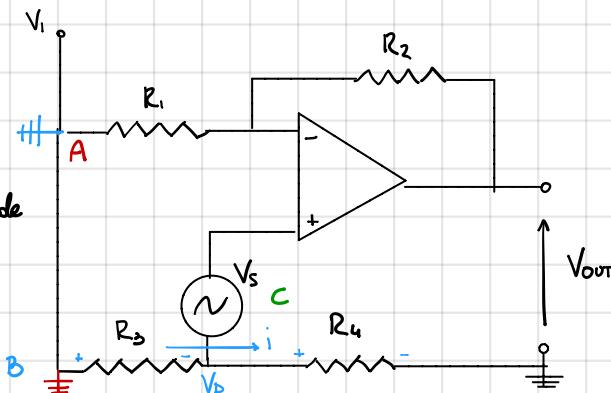
ESAMI

22 gennaio 2018

1) Determinare la tensione V_{out} con $V_s = 0$.

2) Tracciare l'andamento temporale di V_{out} quando V_s è un segnale sinusoidale con ampiezza picco-picco pari a 1V, valor medio nullo e frequenza 1 kHz.

$$V_i = 5V \quad R_1 = 2 \quad R_2 = 6 \quad R_3 = 2 \quad R_4 = 8 \quad \text{omp. op} = 12V$$



Per il primo punto utilizziamo il principio di sovrapposizione degli effetti considerando V_i applicato non su entrambe R_1 e R_3 , ma una alla volta con l'altra a molla. (caso A e caso B)

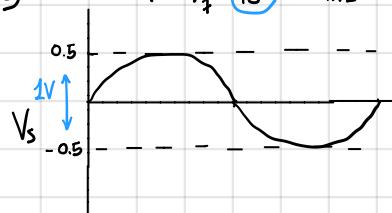
A: $V_{OA} = V_i \left(-\frac{R_2}{R_1} \right)$ contributo sul terminale INVERTENTE

B: V_i sul punto B causa una corrente sul ramo di R_3 e R_4 , che non scorre sul ramo del generatore V_s poiché collegato all'ingresso dell'operazionale che è a corrente nulla. Avremo quindi una corrente che scorre su R_3 e R_4 $i = \frac{V_i}{R_3 + R_4}$.

Tale corrente genera una tensione su R_4 uguale a $V_b = iR_4$. Tale tensione è applicata anche sul ramo di V_s , ma avendo V_s nullo è applicata all'operazionale ovvero il suo terminale non invertente è sotto quindi amplificata per lo componente non invertente dell'operazionale $V_{OB} = V_b \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

$$\rightarrow V_{OA} + V_{OB} = -15 + 16 = 1V = V_{out}$$

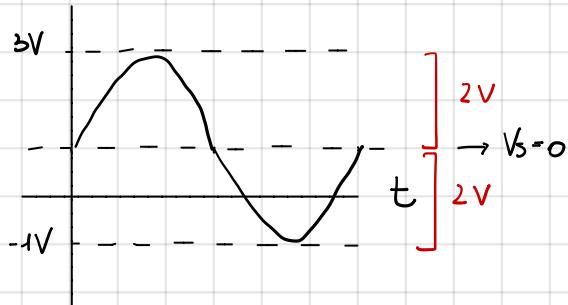
2) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^3} = 1 \text{ ms}$



$$\rightarrow V_s = 0.5 \sin 2\pi 10^3 t$$

Questa è la "forma" del nuovo V_s

Ora lo "applichiamo" al circuito: V_s è applicato al terminale non invertente $\rightarrow V_{oc} = V_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 4V_s = 2V \sin 2\pi 10^3 t$

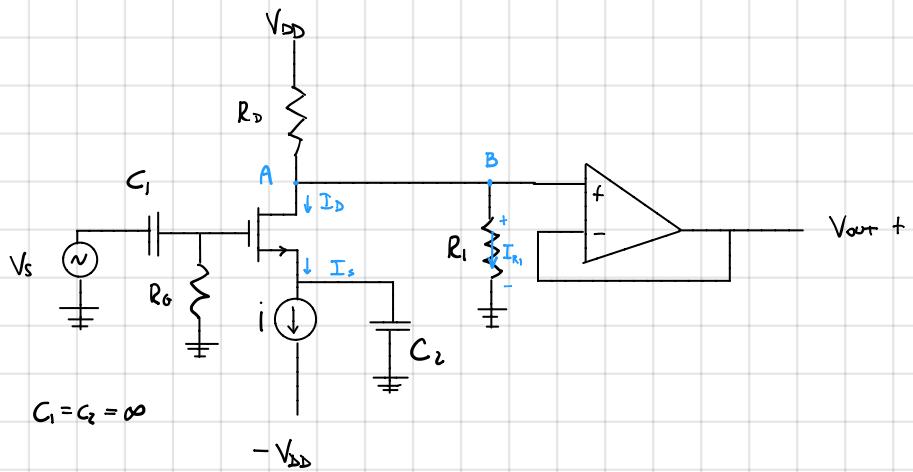


Le tensioni massime (3V) e minime (-1V) rientrano nei limiti dell'operazionale, non eccedono i limiti di saturazione e l'onda non viene distorsa.

16 ottobre 2017

1) Calcolare la tensione d'uscita in continua.

2) Guadagno di tensione per piccoli segnali



$$R_L = 2 \quad R_D = 3 \quad V_{DD} = 5V \quad i = 2 \quad V_T = 2 \quad C_1 = C_2 = \infty \quad K = 0.5$$

Il circuito è composto da due stadi: un NMOS con ingresso in gate e uscita in drain (source comune) e un operazionale in configurazione inseguitore di tensione.

Per il primo punto, in continua, i condensatori sono considerati circuiti aperti.

Sul nodo di C_2 (aperto) si crea una corrente di source I_S uguale alla corrente di drain I_D .

Sul nodo A avremo una tensione V_D (tensione di drain) diversa dalla tensione su R_D su cui scorre I_D .

Le tensioni sui nodi A e B sono uguali $\rightarrow I_{R_1} = \frac{V_D}{R_1}$

L'equazione ai nodi sul nodo A mostra $\frac{I_{R_1} + I_S}{I_{R_2}} = I_{R_2} \Rightarrow \frac{V_D}{R_1} + i = \frac{V_{DD} - V_D}{R_2} \rightarrow V_D = -0.4V$

Tale V_D come detto prima è uguale anche su B.

Poiché l'amplificazione sul terminale non invertente dell'inseguitore di tensione è unitaria $\rightarrow V_{out} = -0.4V$

Con questa V_{out} studiamo lo stato del mosfet. Condizione di saturazione: $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \rightarrow V_D - V_S \geq V_G - V_T$

$\rightarrow V_D - V_G > -V_T \rightarrow -0.4 > -2$ ~~saturazione~~

Questo ci permette di rispondere allo secondo domanda usando il modello per piccoli segnali di saturazione.

Poiché $C_1 = C_2 = \infty$ li considero cortocircuiti

$$A_{TOT} = A_{mosfet} \cdot A_{op.} = A_1 \cdot A_2 = -g_{m1} \cdot R_{comico} \cdot \frac{1}{2} = 2k(V_{GS} - V_T) \cdot (R_D // R_1)$$

Lo R_{comico} è la resistenza vista dal drain

$$\text{In saturazione } I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow i = k(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow V_{GS} = 4 \quad \text{che inserisco in } g_m$$

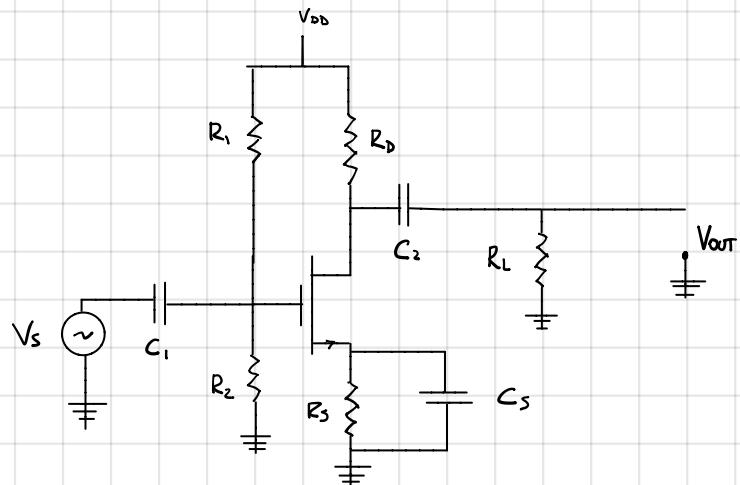
$$R_{comico} = \frac{R_D R_1}{R_D + R_1} = 1.2$$

$$A_{TOT} = -2 \cdot 1.2 = -2.4$$

9 luglio 2008

1) Dimensionare R_s e R_D per avere una $i_D = 2 \text{ mA}$ e $A_v = -2$

$$V_{DD} = 10 \text{ V} \quad R_L = 6 \text{ k}\Omega \quad R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega \quad V_T = 1 \text{ V} \quad K = 0.5$$



Supponiamo l'NMOS in saturazione: $i_D = K(V_{GS} - V_T)^2$

$$V_G = V_{GS} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ V} \quad \text{poiché lo tensione di gate è "postizionato" su } R_1 \text{ e } R_2 \text{ e vero il mos non scorre corrente}$$

$$V_S = R_S i_S = R_S i_D \quad \xrightarrow{\text{combiniamo}} 2 = 0.5(5 - R_S \cdot 2 - 1)^2 \rightarrow \begin{cases} R_S = 3 \text{ k}\Omega \\ R_S = 1 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

La prima soluzione porta a $V_S = 6 \text{ V} \rightarrow V_{GS} = -1 \text{ V}$ incompatibile con l'ipotesi di saturazione $V_{GS} > V_T$

$$R_S = 1 \text{ k}\Omega \rightarrow V_S = 2 \text{ V} \rightarrow V_{GS} = 3 \text{ V}$$

$A_v = \text{amplificazione NMOS source comune} = -g_m R_{\text{cascode}} = -g_m (R_D // R_L)$

$$\rightarrow -2 = -2K(V_{GS} - V_T)(R_D // 6 \text{ k}\Omega) \rightarrow R_D = 1.2 \text{ k}\Omega$$

Verifichiamo la seconda condizione della saturazione: $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T$

$$V_D = V_{DD} - R_D i_D = 7.6 \text{ V} \rightarrow V_{DS} = 5.6 \text{ V} \quad \text{compatibile con l'ipotesi}$$

16 settembre 2011

Calcolo il guadagno di tensione per piccoli segnali

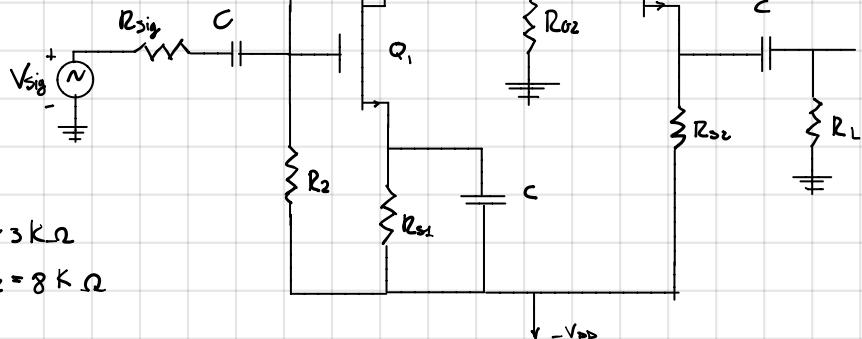
$$A_V = \frac{V_{out}}{V_s}$$

$$Q_1 \left\{ \begin{array}{l} V_T = 1V \\ k_1 = 0.5 \end{array} \right. \quad Q_2 \left\{ \begin{array}{l} V_T = 1V \\ k_2 = 0.5 \end{array} \right.$$

$$V_{DD} = 5V - V_{DD} = -5V$$

$$R_{sig} = 50\Omega \quad R_1 = 20k\Omega \quad R_2 = 30k\Omega \quad R_L = 3k\Omega$$

$$R_{D1} = 2k\Omega \quad R_{S1} = 1.5k\Omega \quad R_{S2} = 6k\Omega \quad R_{G2} = 8k\Omega$$



Inizio con l'analisi statico del circuito "sostituendo" i condensatori con circuiti aperti

Con lo formula del portatore di tensione mi calcolo $V_{G1} = \frac{V_{DD} - (-V_{DD})}{R_2 + R_2} = 6V$ → poiché tutte le mosse sono a V_{DD} devo normalizzare le tensioni rispetto alla monsa → $V_{G1} = 6 - 5 = 1V$

Ipotizzo Q_1 in saturazione: $I_{D1} = k(V_{GS} - V_T)^2$ 5/1.5 No: non rispetta la condizione di saturazione $V_{GS} > V_T$

$$I_{D1} = I_{S1} = \frac{V_S - (-V_{DD})}{R_{S1}} \rightarrow \frac{V_S + V_{DD}}{R_{S1}} = k(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow V_S = \xrightarrow{-2} -2 \text{ si} \rightarrow I_{D1} = 2$$

$$V_{D1} = V_{DD} - I_{D1} \cdot R_{D1} = 1V$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = 1 + 2 = 3V \rightarrow \text{soddisfa } V_{GS} > V_{SS} - V_T$$

$$g_{m1} = 2k(V_{GS} - V_T) = 2$$

Pec Q_2 in saturazione:

$$V_{G2} = 0 \quad V_{D2} = V_{DD} = 5V \quad \text{perché non ho coazi tra } V_{DD} \text{ e l'entata del mosfet}$$

$$\text{Come prima } I_{D2} - I_{S2} = \frac{V_{S2} + V_{DD}}{R_{S2}} = k_2(-V_{S2} - V_{T2})^2 \rightarrow V_{S2} = 1/3 \text{ NO} \quad \text{e } V_{S2} = -2 \text{ SI} \quad (\text{condizione } V_{GS} > V_T)$$

$$V_{DS} = 5 - (-2) = 7V \rightarrow \text{soddisfa } V_{GS} > V_{SS} - V_T$$

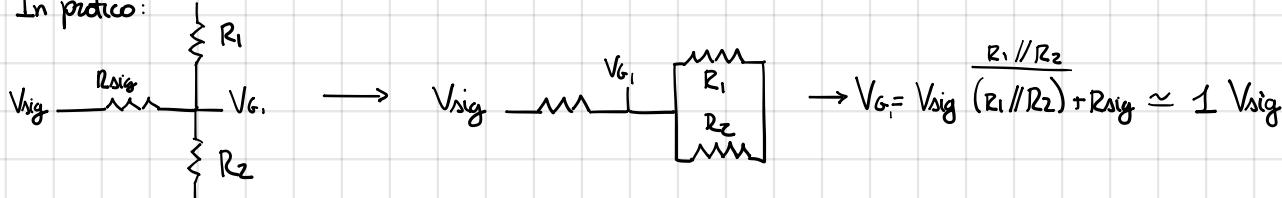
$$g_{m2} = 2k_2(V_{GS} - V_T) = 1$$

Analisi per piccoli segnali: i condensatori diventano conto acciunti, i gen. di corrente circuiti aperti e gen. di tensione cortocircuitati

$$V_{out1} = V_{out} \text{ di } Q_1 = V_{GS1} \cdot (-g_{m1} \cdot R_{conico1}) \quad V_{GS1} = V_G - V_S, \quad R_{conico1} = R_{D1} // R_{G2}$$

Pec calcolare V_G , utilizzo lo formula del portatore di tensione: $V_{in} - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} V_{out} = V_{in} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$
con $V_{in} = V_{sig}$ $Z_1 = R_{sig}$ $Z_2 = R_1 // R_2$ $V_{out} = V_G$,

In pratica:



$$V_S = 0 \quad \text{perché non ci sono gen. di tensione} \rightarrow V_{GS1} = V_G = 1V_{sig} \rightarrow V_{out1} = -2 \cdot \frac{(8 \cdot 2)}{(8+2)} \cdot 1V_{sig} = -3.2V_{sig}$$

$$V_{out2} = V_{GS2} \cdot (g_{m2} R_{conico2}) - V_{GS2} \cdot g_m \cdot (R_L // R_{S2}) \quad (\text{non negativo perché esce da S e non da D})$$

$$V_S = V_{out2} \quad \text{perché l'uscita finale è su } V_S$$

$$V_G = V_{out1} \quad \text{perché l'uscita di } Q_1 \text{ entra in } Q_2$$

$$\rightarrow V_{out2} = 1 \cdot 2 \cdot V_{GS2} = 2(V_G - V_{S2}) = 2(V_G - V_{out1}) \rightarrow V_{out2} = \frac{2}{3} V_G = -2.13 V_{sig}$$

$$\Rightarrow A_V = \frac{V_{out}}{V_{sig}} = -2.13$$

14 gennaio 2004

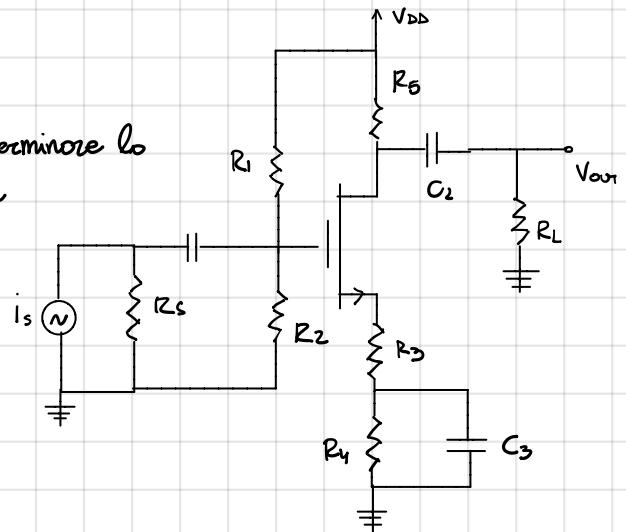
Dato il circuito in rotolazione ($i_D = 0.446 \text{ mA}$, $V_{DS} = 6.66 \text{ V}$) determinare lo transresistora $R_H = V_{out}/i_S$ per piccoli segnali di medio banda

$$V_{DD} = 10 \text{ V} \quad K = 0.3 \text{ mA/V}^2 \quad V_T = 1 \text{ V} \quad \lambda = 0$$

$$R_1 = 40 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 20 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega \quad R_4 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 = 5 \text{ k}\Omega \quad R_L = 15 \text{ k}\Omega \quad R_S = 80 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 1 \mu\text{F} = C_2 = C_3$$



Trionmo g_m do mettere poi nello formula dello V_{out}

$$V_G = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{potitizze di tensione}) = \frac{10}{3} \text{ V}$$

$$V_S = I_S (R_3 + R_4) = I_D (R_3 + R_4) = 0.446 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot (2.5 \cdot 10^3 \Omega) = 1.115 \text{ V}$$

$$V_{GS} = \frac{10}{3} - 1.115 = 2.218 \text{ V}$$

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T) = 2 \cdot 0.3 \cdot 10^{-3} (2.218 - 1) = 0.73 \cdot 10^{-3}$$

Analisi per piccoli segnali

\rightarrow diversa dello precedente!

$$V_{out} = -g_m \cdot R_{corico} \cdot V_{os} \quad R_{corico} = R_5 // R_L = 3.75 \text{ k}\Omega$$

$$V_G = i_S \cdot R_p \quad \text{con} \quad R_p = R_S // (R_1 // R_2) = 4.42 \text{ k}\Omega$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = i_S \cdot R_p - g_m V_{os} R_3 \quad \rightarrow \quad V_{GS} = \left(\frac{i_S \cdot R_p}{1 + g_m R_3} \right) = i_S \cdot 8.4 \text{ k}\Omega$$

$$V_{out} = -g_m V_{GS} R_{corico} = -22.99 \cdot i_S$$

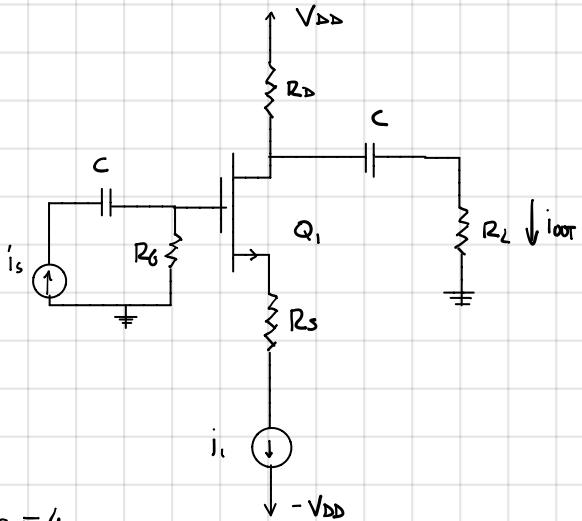
$$\rightarrow R_H = V_{out}/i_S = -22.99$$

21 luglio 2016

Calcolare lo stato di polarizzazione di Q_1 (V_{GS} , V_{DS} , i_D) e l'ampificazione di corrente $A_v = i_{out} / i_s$ per piccoli segnali

$$V_T = 2V \quad K = 0.5 \quad \lambda = 0 \quad i_s = 2mA \quad V_{DD} = 10V \quad C = \infty$$

$$R_G = 10k\Omega \quad R_D = 5k\Omega \quad R_S = 1k\Omega \quad R_L = 5k\Omega$$



Analisi statica

$$I_D = i_s. \text{ Suppongo il transistore in saturazione: } I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow V_{GS} = 4$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - V_S \rightarrow V_S = -4$$

$$V_D = V_{DD} - I_D \cdot R_D = 10 - (2 \cdot 5) = 0$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = 0 - (-4) = 4$$

$$g_m = 2.05(4-2) = 2$$

Analisi per piccoli segnali

$$V_{out} = -g_m V_{GS} \quad R_D // R_L$$

$$V_G = i_s \cdot R_G$$

$V_S = 0$ perché i_s diventa circuito operando e poiché R_S è attaccata ad un catodo di nulla la corrente (e quindi la tensione) è nulla

$$V_{GS} = V_G - 10i_s$$

$$V_{out} = -2 \cdot 10i_s \cdot R_D // R_L = -20 \cdot \frac{2.5}{10} = -50i_s$$

$$i_{out} = V_{out} / R_L = -10i_s$$

$$A_v = i_{out} / i_s = -10$$

18 giugno 2018

Dato in un piccolo segnale determinare R_s e R_i
per avere:

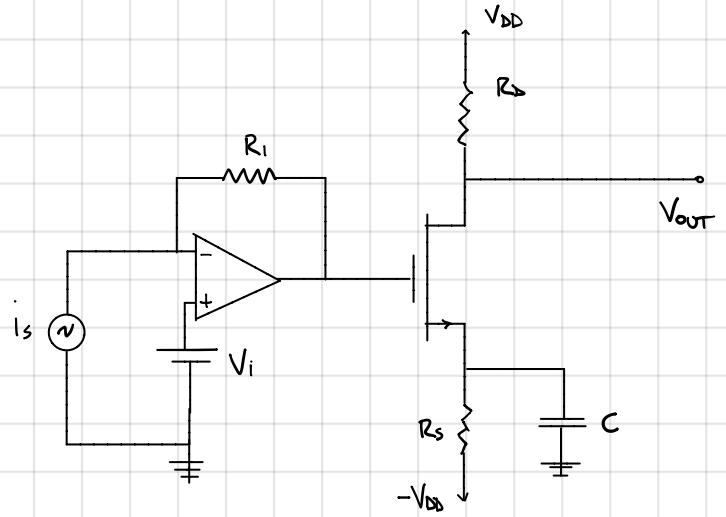
$$1) V_{out} = 6V$$

2) amplificazione di transresistenza per piccoli segnali

$$R_m = V_{out} / i_s = 9 \text{ k}\Omega$$

$$V_T = 1V \quad K = 0.5 \text{ mA/V}^2 \quad \lambda = 0$$

$$V_i = 1V \quad V_{DD} = 12V \quad C = \infty \quad R_D = 3\text{k}\Omega$$



Studio l'operazionale.

V_i sul terminale + posso anche sul terminale -

Poiché in questo studio annulliamo i_s , su R_i non scorre corrente e la tensione ai suoi capi è lo stesso

V_i sul morsetto positivo è lo stesso sul morsetto negativo $\rightarrow V_G = V_i = 1$

Studio il mosfet in saturazione

$$I_D = V_D / R_D = V_{out} / R_D = 2$$

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow V_S = \pm 2 \rightarrow \text{prendo } -2 \text{ perché soddisfa } V_{GS} > V_T$$

$$I_D = I_s = \frac{V_S - (-V_{DD})}{R_s} \rightarrow R_s = \frac{-2 + 12}{2} = 5$$

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T) = 2$$

Analisi per piccoli segnali

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_G - 0 = i_s \cdot R_i$$

$$V_{out} = -g_m V_{GS} R_D = -6 i_s R_i \rightarrow R_m = \frac{-6 i_s / R_i}{i_s} = 9 \rightarrow R_i = -\frac{3}{2}$$

15 settembre 2017

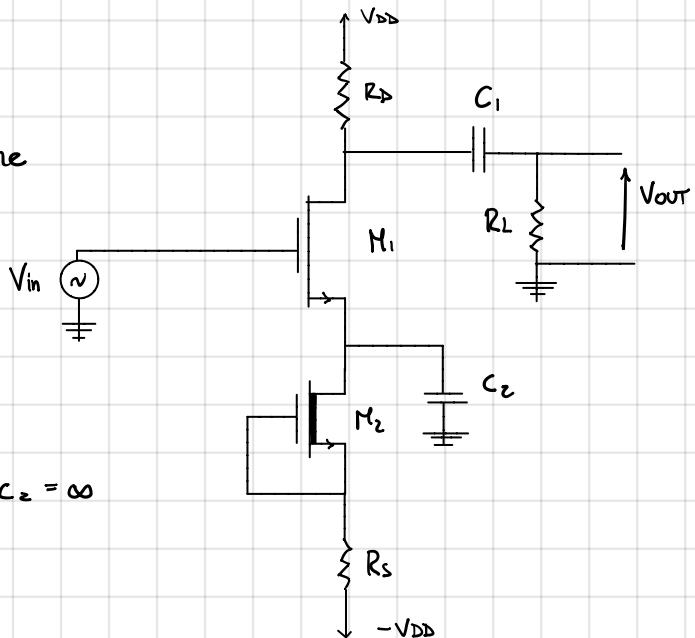
Dato il circuito e V_{in} un piccolo segnale determinare

- 1) il punto di lavoro dei mosfet
- 2) il valore di V_{out} in continua
- 3) il guadagno di tensione V_{out}/V_{in} a centro banda

$$M_1 \left\{ K_1 = 1 \quad V_{T1} = 2V \quad \lambda = 0 \right\}$$

$$M_2 \left\{ K_2 = 0.25 \quad V_{T2} = -2V \quad \lambda = 0 \right\}$$

$$V_{DD} = 10V \quad R_S = 2k\Omega \quad R_D = 5k\Omega \quad R_L = 5k\Omega \quad C_1 = C_2 = \infty$$



Analisi statica

M_2 ha gate e source comuni tra loro $\rightarrow V_{GS2} = 0$

e di conseguenza eroga una corrente $I_S = K_2 (-V_T)^2 = 0.25 \cdot 4 = 1A$

$$V_S = I_S R_S - V_{DD} = -8V$$

$$V_{GS1} = 0 \text{ e ho ipotizzato in saturazione} \rightarrow I_D = I_S = 1 = K(V_{GS1} - V_T)^2 = (-V_S - 2)^2 \rightarrow V_S^2 + 4V_S + 3 = 0$$

$$V_{S1} = -1 \vee V_{S1} = -3 \rightarrow \text{prendo } V_{S1} = -3 \text{ perché soddisfa } V_{GS} \geq V_T$$

$$V_{DS1} = V_{DD} - R_D I_S - V_{S1} = 10 - 5 + 3 = 8 \quad V_{GS} > V_{GS} - V_T \rightarrow \text{saturazione } M_1 \text{ confermata}$$

$$g_{m1} = 2(V_{GS} - V_T) = 2 \quad g_{m2} = 2 \cdot 0.25 (0 - V_T) = 1$$

Per M_2 : $V_{DS2} > V_{GS2} - V_{T2}$ e $V_{GS2} > V_{T2} \rightarrow$ saturazione

Analisi in continua: gen. piccoli segnali cancellati, condensatori scambiati \rightarrow circuito aperto

In questo caso poiché C_1 diventa un circuito aperto V_{out} in continua è uguale a zero

Analisi piccoli segnali

$$V_{out} = -g_{m1} V_{GS1} \quad R_D \parallel R_L$$

$$V_{GS} = V_{in} \rightarrow A_v = \frac{-g_m V_{in} | R_D \parallel R_L}{V_{in}} = -5$$

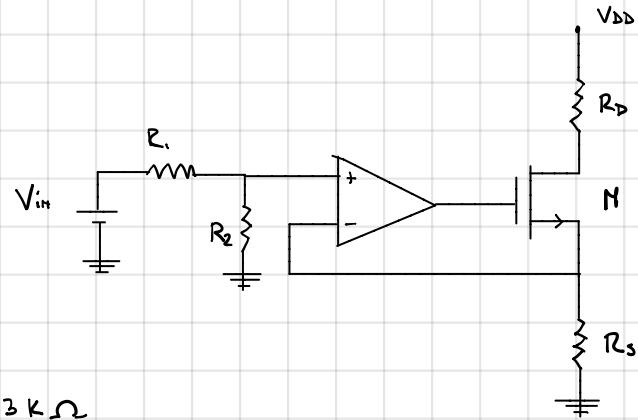
16 luglio 2018

Determinare il punto di lavoro di M (i_D, V_{GS}, V_{DS}) per:

- 1) $V_{IN} = 0V$
- 2) $V_{IN} = 3.33V$
- 3) $V_{IN} = 5V$

$$V_T = 1V \quad K = 0.5 \quad \lambda = 0$$

$$V_{DD} = 10V \quad R_D = 2K\Omega \quad R_S = 1K\Omega \quad R_1 = 2K\Omega \quad R_2 = 3K\Omega$$



$$\textcircled{1} \quad V_+ = V_- = 0V \quad V_{out} = V_G = 0$$

Per trovare i_D uso l'equazione della moglia sul "zono verticale": $V_{DD} - i_D R_D - i_D R_S = 0 \rightarrow i_D = 3.33V$

$$V_S = i_D R_S = 3.33V \quad \text{NB. } V_S \text{ non è uguale a } V_- \text{ perché } V_- \text{ non è da considerare come un generatore!}$$

$$V_{GS} = 0 - 3.33 = -3.33 < V_T \rightarrow \text{interdotto}$$

$$\textcircled{2} \quad V_+ = V_{IN} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{potenziatore di tensione}) = 2 - V_-$$

In questo caso $V_- \neq 0 \rightarrow$ lo considero come un generatore di tensione $\rightarrow V_S = V_-$

$$I_S = V_S / R_S = 2 = i_D$$

$$\text{Ipotesi in saturazione: } i_D = K(V_{GS} - V_T)^2, \quad V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \quad V_{GS} \geq V_T$$

$$2 = 0.5(V_{GS} - 1)^2 \rightarrow V_{GS} = 3 \vee V_{GS} = -1 \rightarrow \text{prendo } V_{GS} = 3 \text{ che soddisfa } V_{GS} \geq V_T$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} - R_D i_D - V_S = 10 - 4 - 2 = 4V \rightarrow V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \rightarrow \text{saturazione confermata}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{Stesso procedimento: } V_+ = V_- = V_{IN} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3V = V_S \rightarrow i_D = \frac{V_S}{R_S} = 3V$$

Ipotizzandolo in saturazione l'ipotesi verrebbe violata

$$\text{Verifico allora che sia interdotto: } i_D = K[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2], \quad V_{GS} > V_T, \quad V_{DS} < V_{GS} - V_T$$

$$V_{DS} = V_{DD} - R_D i_D - i_D R_S = 1V$$

$$\rightarrow 1 = 0.5[2(V_{GS} - 1)(1 - 1^2)] \rightarrow 1 = 2(V_{GS} - 1) - 1 \rightarrow V_{GS} = 4.5V \quad \text{OK}$$

$$V_{DS} < V_{GS} - V_T \rightarrow \text{tridotto confermato}$$

Esercizio N° 3 anno 2015

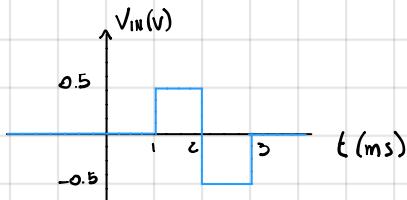
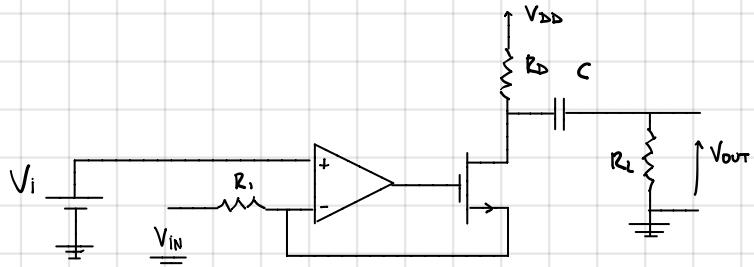
Determinare:

- i) la polarizzazione del mosfet
- ii) l'andamento nel tempo di V_{out} con V_{in}

$$V_T = 1V \quad K = 0.5 \quad \lambda = 0$$

$$C = 10nF \quad V_{DD} = 10V \quad V_i = 2V$$

$$R_s = 1k\Omega \quad R_D = 2k\Omega \quad R_L = 2k\Omega$$



$$\bullet t < 1 \rightarrow V_{IN} = 0V$$

$$V_+ = V_- = V_i = 2V = V_S$$

$$I_D = I_S = \frac{V_S}{R_s} = 2mA$$

Lo ipotizzo in saturazione: $I_D = K(V_{GS} - V_T)^2$, $V_{GS} \geq V_T$, $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T$

$$2 = 0.5(V_{GS} - 1)^2 \rightarrow 0 = V_{GS}^2 - 2V_{GS} - 3 \rightarrow V_{GS} = -1 \vee V_{GS} = 3$$

$$V_D = V_{DD} - I_D R_D = 10 - 4 = 6V \rightarrow \text{saturazione}$$

$$\bullet 1 < t < 2 \rightarrow V_{IN} = 0.5$$

$$V_+ = V_- = V_i = V_S = 2V$$

$$I_D = \frac{V_S - V_{IN}}{R_s} = 1.5mA$$

$$V_D = 10 - 3 = 7 \rightarrow V_{DS} = 5V$$

Lo ipotizzo in saturazione

$$1.5 = 0.5(V_{GS} - 1)^2 \rightarrow V_{GS} = 1 - \sqrt{3} \vee V_{GS} = 1 + \sqrt{3} \rightarrow \text{saturazione}$$

$$\bullet 2 < t < 3 \rightarrow V_{IN} = -0.5$$

$$V_S = 2 \quad I_D = \frac{2 + 0.5}{1} = 2.5mA$$

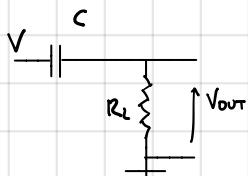
$$V_D = 10 - 5 = 5V \rightarrow V_{DS} = 3V$$

Ipotizzo in saturazione

$$2.5 = 0.5(V_{GS} - 1)^2 \rightarrow V_{GS} = 1 - \sqrt{5} \vee V_{GS} = 1 + \sqrt{5} \rightarrow \text{saturazione}$$

$$\bullet t > 3 \text{ come } t < 1$$

Calcolo V_{out}



A quanto pone lo porto finale del circuito è un **filtro passa-alto** lo cui formula è:

$$V_{out} = \frac{R_L}{j\omega C + R_L} \cdot V \quad \text{con } V = V_D$$

22 gennaio 2016

Determinare l'andamento temporale di V_{out} considerando C scarico

$$V_T = 1V \quad K = 0.5 \quad \lambda = 0 \quad L^+ = L^- = 5V$$

$$V_{DD} = 1V \quad R_s = 1k\Omega \quad R_D = 2k\Omega \quad R_L = 1k\Omega \quad C = 2\mu F$$

$t < 1$

$$V_{IN} = V_G = 0 \rightarrow V_{GS} = 0 - V_S = -V_S \quad (I_D R_S)$$

$$V_{DS} - I_D R_D - I_D R_S = 0 \rightarrow I_D = \frac{V_{DD}}{R_D + R_S} = \frac{10}{3}$$

$$\rightarrow V_S = 3.33 \rightarrow V_{GS} < V_T \rightarrow \text{interdotto} \rightarrow V_S = 0$$

$t > 1$

$$V_{IN} = V_G = 5V$$

$$V_{GS} = 5 - I_D R_S \quad V_D = V_{DD} - I_D R_D$$

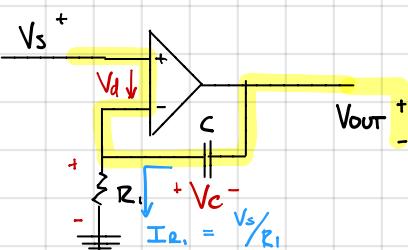
Suppongo in saturazione

$$I_D = K(5 - I_D R_S)^2 \rightarrow I_D = 8 \quad \boxed{I_D = 2} \rightarrow V_{GS} > V_T$$

$$V_S = 2V \quad V_D = 10 - 4 = 6V$$

$$V_{DS} = 6 - 2 - 4 \geq 3 - 1 \rightarrow \text{saturazione}$$

Studiamo V_{out}



Utilizziamo lo schema evidenziato partendo da $V_{out} (-)$ sommando tutte le tensioni che incontriamo con il segno negativo per primo, sottraendo altrimenti.

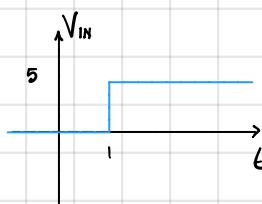
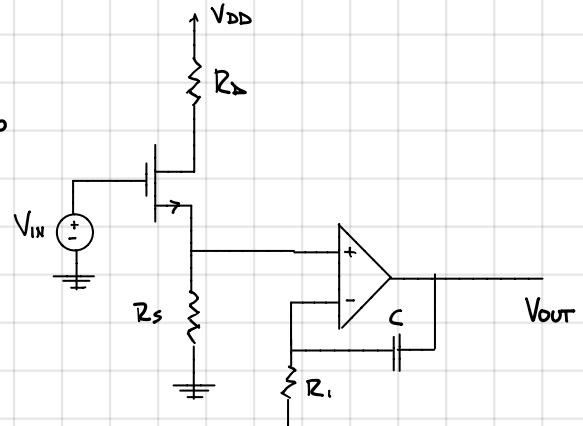
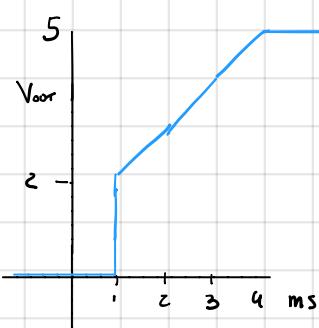
$$t < 1 : \quad \begin{matrix} 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

A questo punto $I_R = 2mA$ può provenire soltanto da C

Lo scarica/scarica di un condensatore $\Delta V = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{\Delta t \cdot I(t)}{C} \rightarrow \text{costante } 2mA$

Secondo i segni che abbiamo messo $\frac{+}{-} \parallel \frac{-}{+}$ poiché lo corrente scorre a sinistra sotto la curva sinistro invertendo i segni $\rightarrow \frac{-}{+} \parallel \frac{+}{-}$

segno a $L^+ - 5$



17 settembre 2018

Dato il circuito con V_{IN} generatore di piccolo segnale determinare:

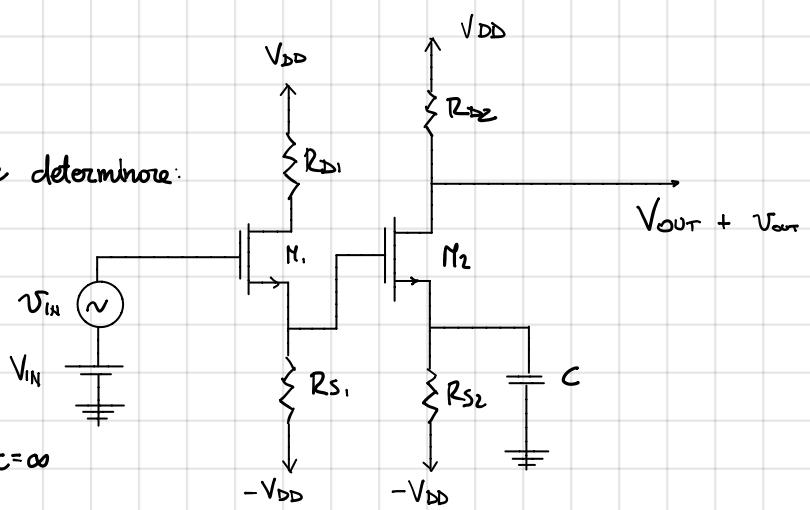
a) R_{S1} e R_{D1} per avere $g_{m1} = 2$ e $V_{DS1} = 4V$

b) la tensione in uscita V_{OUT}

c) il guadagno V_{OUT}/V_{IN}

$$V_T = 1V \quad K = 0.5 \quad \lambda = 0$$

$$V_{DD} = 5V \quad V_{IN} = 2V \quad R_{D2} = 2.5k\Omega \quad R_{S2} = 0.5k\Omega \quad C = \infty$$



$$V_{G1} = V_{IN} = 2V$$

$$g_{m1} = 2 = 2K(V_G - V_S - V_T) = 1 - V_S \rightarrow V_S = -1V$$

$$V_{DS1} = 4 = V_D - V_S = V_D + 1 \rightarrow V_D = 3$$

$$V_{GS} > V_T \quad e \quad V_{DS} > V_{GS} - V_T \rightarrow \text{saturazione} \rightarrow I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 = 0.5(3 - 1)^2 = 2$$

$$\frac{V_{DD} - V_D}{R_{D1}} = I_D \rightarrow R_{D1} = \frac{5 - 3}{2} = 1k\Omega \quad \frac{V_S - (-V_{DD})}{R_{S1}} = I_D \rightarrow R_{S1} = \frac{-1 + 5}{2} = 2k\Omega$$

$$V_{G2} = V_{S1} = -1V$$

$$\text{Ipotizzo in saturazione: } I_{D2} = 0.5(-1 - V_{S2} - V_T)^2 = 0.5(-I_{D2}R_{S2} + V_{DD} - 2)^2 = 0.5(-0.5I_{D2} + 3)^2$$

$$2I_{D2} - \frac{1}{4}I_{D2}^2 + 9 - 3I_{D2} \rightarrow \frac{1}{4}I_{D2}^2 - 5I_{D2} + 9 = 0 \rightarrow I_{D2} = 18 \quad v \quad I_{D2} = 2 \rightarrow V_{S2} = -4 \quad \text{aggiusta } V_{GS} > V_T$$

$$\frac{V_{DD} - V_D}{R_{D2}} = I_{D2} \rightarrow V_{D2} = V_{DD} - I_{D2}R_{D2} = 0V \rightarrow V_{DS} = 4 > V_{GS} - V_T \rightarrow \text{saturazione}$$

$$V_{out} = V_D = 0$$

$$g_{m1} = 2 \quad g_{m2} = 2K(V_{GS2} - V_T) = 2$$

Analisi piccoli segnali

$$V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} - V_{IN} - g_{m1}V_{GS1}R_{S1} \rightarrow V_{GS1} = \frac{V_{IN}}{1+4} = V_{IN}/5$$

Poiché non è connesse a massa

$$V_{S1} = g_{m1}V_{GS1}R_{S1} = \frac{4}{5}V_{IN}$$

$$V_{G2} = V_{S1} = \frac{4}{5}V_{IN} \quad \boxed{V_{GS2} = \frac{4}{5}V_{IN}} \rightarrow V_{out} = -g_{m2}V_{GS2}R_{D2} = -2 \cdot \frac{4}{5}V_{IN} \cdot 2.5 = -4V$$

$$A = \frac{V_{out}}{V_{IN}} = -4$$

Esercizio n° 7 anno 2014

Dato il circuito, determinare R_L per avere $V_o = 3V$

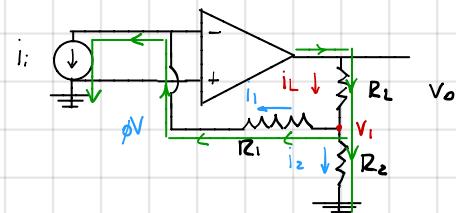
$$i_i = 1 \text{ mA} \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 5 \text{ k}\Omega \quad L^+ = |L^-| = 10 \text{ V}$$

$$\frac{V_o - V_1}{R_L} = i_L \quad \text{Vedi flusso corrente}$$

$$V_1 = R_1 \cdot i_1 = R_1 \cdot i_i = 1 \text{ V}$$

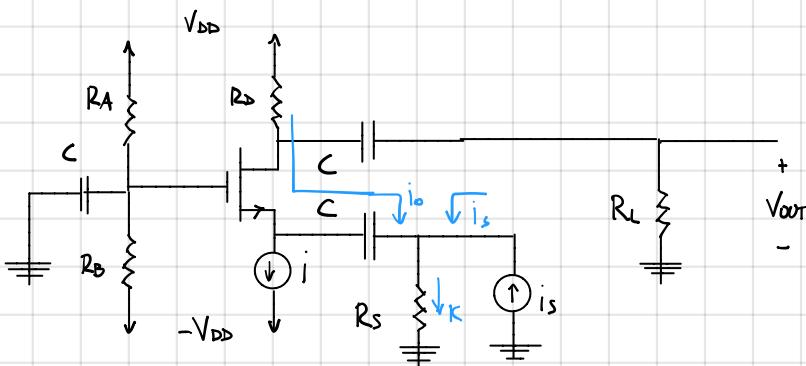
$$i_L = i_1 + i_2 = i_i + \frac{V_1}{R_2} = 1 + \frac{1}{5} = 1.2$$

$$R_L = \frac{2}{1.2} = 1.66$$



Esercizio N° 3 anno 2013

Calcolare il guadagno di transresistenza V_{out}/i_s per piccoli segnali.



$$\begin{aligned} i &= 2 \text{ mA} & V_{DD} &= 5 \text{ V} \\ V_T &= 2 \text{ V} & K &= 0.5 \quad \lambda = 0 \\ R_A &= 2 \text{ k}\Omega & R_B &= 8 \text{ k}\Omega \quad R_D = 1 \text{ k}\Omega \\ R_L &= 3 \text{ k}\Omega & R_S &= 100 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Analisi statica

Suppongo il mos in saturazione $i = K (V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow z = 0.5 (V_{GS} - z)^2 \rightarrow V_{GS} = 0 \quad \boxed{V_{GS} = 4}$

Per trovare V_G applico la sovrapposizione degli effetti $z + e - V_{DD}$

$$V_{G1} (-V_{GS} \text{ staccato}) = V_{DD} \left(\frac{R_D}{R_A + R_B} \right) = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} V_G = 4 - 1 = 3 \\ V_{GS} = 3 - 4 = -1 \text{ V} \end{array} \right.$$

$$V_{G2} (V_{GS} \text{ staccato}) = -V_{DD} \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} \right) = -1$$

$$i_D = i \rightarrow \frac{V_{DD} - V_D}{R_D} = i \rightarrow V_D = V_{DD} - i R_D = 5 - 2 = 3 \rightarrow V_{DS} = 4 > V_{GS} - V_T = 2 \quad \text{OK}$$

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T) = 2$$

Analisi piccoli segnali

$$V_{out} = -g_m V_{GS} (R_D // R_L)$$

$$V_G = 0 \text{ V}$$

A differenza dei soliti così i_s è su S.

$$I_K = i_s + i_o \quad (\text{i sesta non quella del generatore}) \quad \left[\begin{array}{l} V_s / R_S = i_s + i_o \rightarrow V_s = (i_s + i_o) R_S \\ V_S = I_K \cdot R_S \rightarrow I_K = V_s / R_S \end{array} \right]$$

$$i_o = g_m V_{GS} \quad (\text{da } V_{out}) = -g_m V_s \quad (V_G = 0)$$

$$\rightarrow i_o = -(i_s + i_o) R_S \cdot g_m \Rightarrow i_o = -i_s R_S g_m - i_o R_S g_m \rightarrow i_o + i_o R_S g_m = -i_s R_S g_m \rightarrow i_o = -i_s \cdot \frac{R_S g_m}{1 + R_S g_m}$$

$$V_{out} = -i_o (R_D // R_L) = i_s \cdot \frac{R_S g_m}{1 + R_S g_m} \cdot \frac{R_D \cdot R_L}{R_D + R_L} = i_s \cdot \frac{200}{201} \cdot \frac{3}{4} \sim 0.7 i_s$$

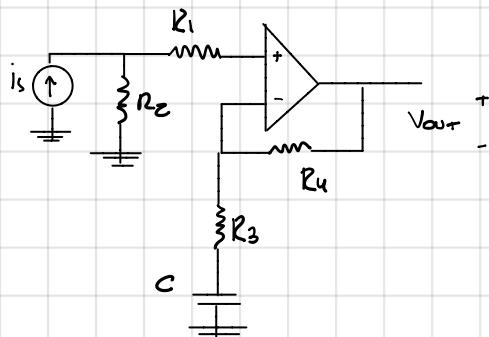
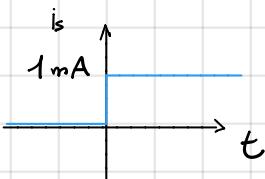
$$A = \frac{V_{out}}{i_s} \sim 0.75$$

12 luglio 2010

Determinare V_{out} nel tempo e disegnare il grafico

$$R_1 = 2 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 2 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_4 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$C = 1 \text{ }\mu\text{F} \quad L^+ = |L^-| = 12 \text{ V}$$



- $t < 0 \rightarrow i_s = 0 \rightarrow V_{out} = 0$

- $t = 0 \rightarrow i_s = 2 \text{ mA}$

$$V_+ = i_s \cdot R_2 = 2 \text{ V} \quad (R_1 \text{ viene "esclusa" perché essendo connessa all'amp non crea caduta di tensione})$$

$$V_{out} = V_+ \cdot A = V_+ \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 2 \cdot 5 = 10 \text{ V} \quad (\text{a condensatore scarico})$$

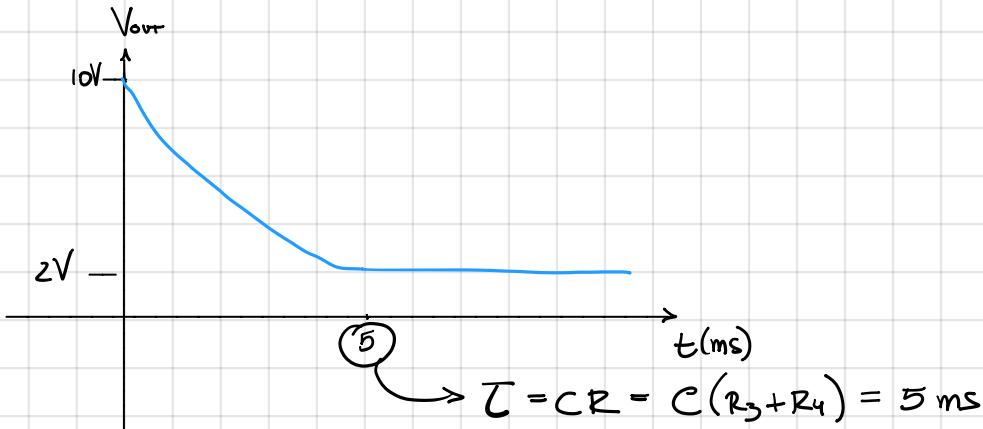
guadagno conf. non invertente

- $t > 0 \rightarrow C \text{ si è caricato con } V_c = V_- = V_+ = 2 \text{ V} \quad (R_3 \text{ esclusa come } R_1 \text{ prima})$

$$V_{out} = V_{R4} + V_+$$

$$V_{R4} = I_{R4} R_4 \quad \text{ma} \quad I_{R4} - I_{R3} = \frac{V_- - V_c}{R_3} = 0 \quad \text{perciò} \quad V_- = V_c$$

$$\rightarrow V_{out} = V_+ = 2 \text{ V}$$



27 ottobre 2018

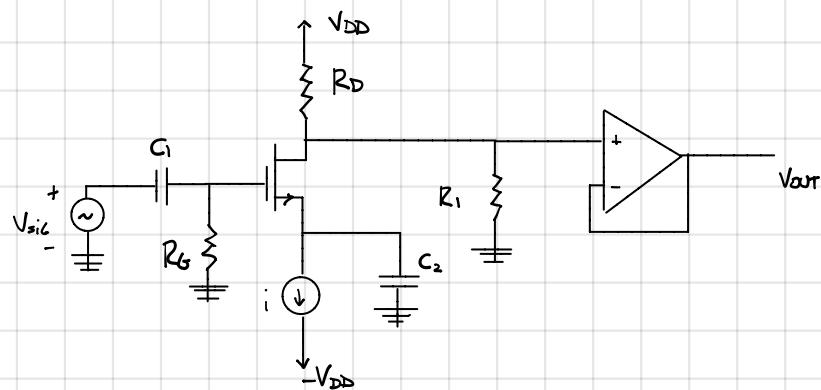
Calcolare R_D e R_I per avere

- $V_{out} = 0V$
- $A_v = V_{out}/V_{sig} = -4$

$$V_{DD} = 12V \quad i = 2mA$$

$$R_G = 10k\Omega \quad C = \infty$$

$$V_T = 2V \quad K = 0.5$$



Analisi statica

$$V_G = 0$$

Suppongo il mosfet in saturazione $\rightarrow i = z = 0.5(-V_S - z)^2 \rightarrow 4 = V_S^2 + 4 + 4V_S \rightarrow V_S(V_S + 4) = 0$
 $\rightarrow V_S = 0 \quad \checkmark \quad V_S = -4 \rightarrow V_{GS} = 4 > V_T \quad \text{OK}$

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T) = 2$$

$$\frac{V_{DD} - V_D}{R_D} = i \rightarrow V_D = 12 - 2R_D$$

$$V_D = V_+ = V_- = 12 - 2R_D = 0 \rightarrow \boxed{R_D = 6k\Omega} \quad V_{DS} = +4 > V_{GS} - V_T \quad \text{OK}$$

Analisi piccoli segnali

$$V_G = V_{sig} \quad V_S = 0$$

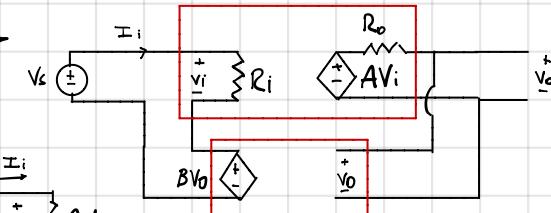
$$A_v = -V_{GS} \cdot g_m \left(\frac{R_D}{R_D + R_I} \right) = \frac{-2V_{sig}(R_D/R_I)}{V_{sig}} = -4 \rightarrow \boxed{R_I = 3k\Omega}$$

DOMANDE

AMPLIFICATORI

1) Quale dei 4 tipi fondamentali di controreazione è utilizzato nella progettazione di amplificatori di tensione? Come si modifichino i valori delle impedenze d'ingresso e d'uscita dell'amplificatore controrezionato?

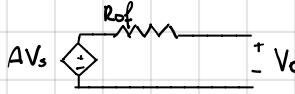
Si utilizza lo controreazione SERIE - PARALLELO →
in cui, come in tutti i circuiti con controreazione ideale, il
guadagno ad anello chiuso è $A_f = \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1+AB}$



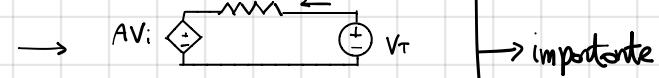
Usando la rappresentazione equivalente:
troviamo R_{if}

$$R_{if} = \frac{V_s}{I_i} = R_i \left(\frac{V_s}{V_i} \right) = R_i \left(\frac{V_i + ABV_i}{V_i} \right) = R_i (1 + AB) \rightarrow \text{aumenta resistenza d'ingresso}$$

Usando la rappresentazione equivalente



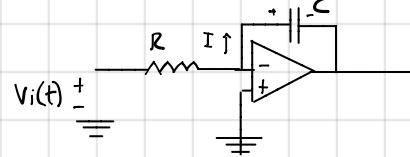
azzeriamo V_s e inseriamo un generatore di tensione V_T in uscita



→ importante

$$R_{of} = \frac{V_T}{I} = R_o \left(\frac{V_T}{V_T - A V_i} \right) = R_o \left(\frac{V_T}{V_T + AB V_T} \right) = R_o \left(\frac{1}{1+AB} \right) \rightarrow \text{diminuisce resistenza uscita}$$

2) Circuito e funzionamento dell'integratore invertente con amplificatore operazionale.



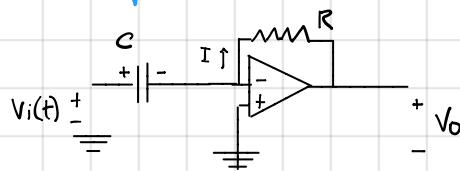
Il ccv. impone $V_- = V_+ = 0V$ e quindi su R avremo una tensione pari a quella di ingresso.

Lo corrente che scorre sul condensatore è $I(t) = \frac{V_i(t)}{R}$.

All'istante t , partendo da 0, le curva di C sono $\int_0^t I(t) dt$ con tensione $V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt$ a cui sommiamo la tensione iniziale V_0 → $V_c(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt$

In uscita abbiamo $-V_c(t)$ → $V_o = -V_0 - \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt = -V_0 - \frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt$

3) Circuito e funzionamento del derivatore con amplificatore operazionale



Per il ccv ci copia di C abbiamo la tensione $V_i(t)$
e quindi lo corrente che scorre su R sarà $I(t) = C \frac{dV_i(t)}{dt}$
 $V_o = -V_R = -RC \frac{dV_i(t)}{dt}$

4) Quale delle due configurazioni dell'amplificatore operazionale (invertente e non) è più adatta per un amplificatore di tensione? Perché?

Per quanto riguarda il guadagno la retta è ininfluente:

$$A_V = \text{guadagno conf. invertente} = -\frac{R_2}{R_1} \quad A_{V_N} = \text{guadagno conf. non invertente} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

→ si regolano le resistenze per avere il guadagno desiderato

Per un amplificatore di tensione richiederebbe anche una resistenza di ingresso idealmente infinita.

Nella conf. invertente quindi la resistenza di ingresso è R_1 e per avere poi un guadagno elevato R_2 deve essere ancora più grande → impossibile.

Nella conf. non invertente invece la resistenza d'ingresso è quella del amplificatore (idealmente infinita) che non incide sul guadagno.

Quindi si usa la configurazione non invertente.

5) Spiegare perché si definisce "corto circuito virtuale" l'ingresso di un amplificatore operazionale e descrivere i limiti di validità.

In un amp. operazionale il guadagno di tensione è infinito.

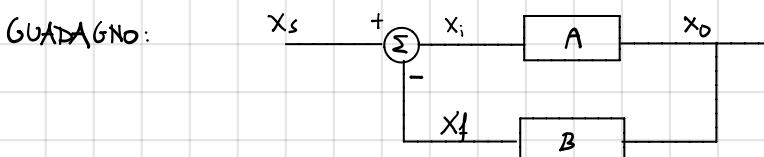
La tensione d'uscita è data dal prodotto del guadagno per la tensione differenziale.

Poiché la tensione d'uscita è limitata (non può essere infinita!) → $V_d = V^+ - V^- = 0 \rightarrow V^+ - V^-$

Tutto questo è valido solo se l'amplificatore è in linea.

6) Dimostrare che il prodotto bondo-guadagno di un amplificatore con retroazione è costante.

$$\text{BANDA: } A(s) = \frac{A}{1+s/w} \rightarrow A_f(s) = \frac{A(s)}{1+A(s)B} = \frac{A/1+AB}{1+s/w(1+AB)} \rightarrow w_f$$



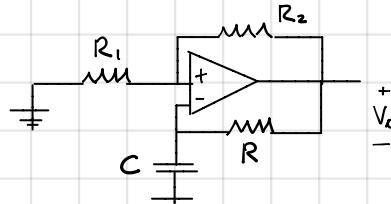
$$X_i = X_s - X_f = X_s - BX_o = X_s - ABX_i \rightarrow X_s = X_i(1+AB)$$

$$A_f = \frac{X_o}{X_s} = \frac{AX_i}{X_i(1+AB)} = \frac{A}{1+AB}$$

$$\Rightarrow A_f \cdot w_f = \frac{A}{1+AB} \cdot w(1+AB) = A \cdot w \rightarrow \text{costante!}$$

CONTROREAZIONE POSITIVA

1) Schema e funzionamento del multivibratore ostabile

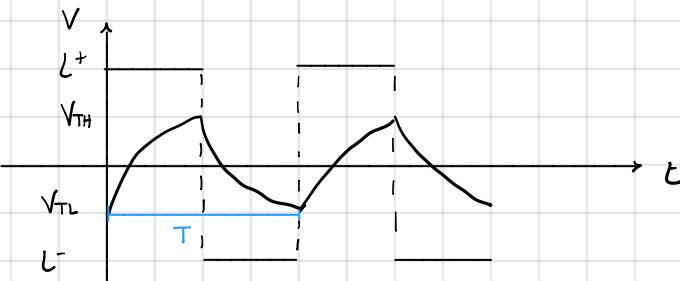


Se l'uscita è L^+ allora C si carica, attraverso R , esponenzialmente con curva $T = RC$. Intanto $V_+ = \beta L^+$.

Quando la tensione di C raggiunge V_{TH} , il multivibratore commuterà modificando $V_0 = L^-$ e $V_+ = \beta L^-$.

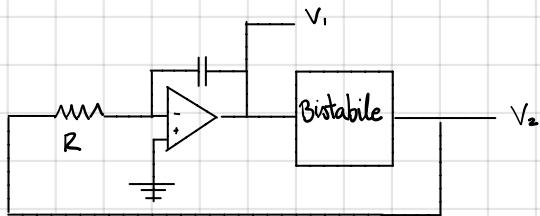
Ora il condensatore inizierà a scaricarsi fino a V_{TL} . A quel punto il multivibratore commuta ancora tornando al punto di partenza.

Dal grafico della tensione questo circuito prende il nome di generatore di onda quadra



$$T = 2T \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

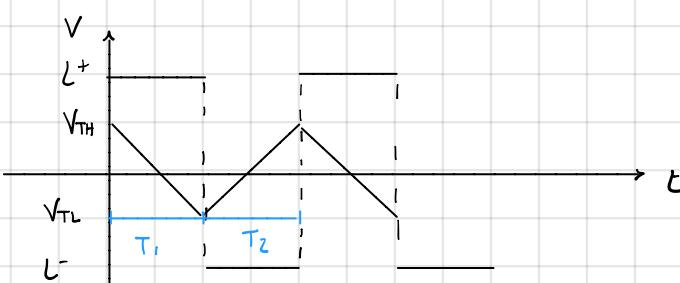
2) Disegnare e descrivere il funzionamento di un multivibratore ostabile per la generazione di onde triangolari



Il circuito funziona perché il bistabile controllato genera un onda quadrata, che ha come valori $V_2 = L^+$ o $V_2 = L^-$, che viene riportata come ingresso inverso dell'integratore lo cui uscita è un'onda triangolare.

Quando $V_2 = L^+$ si avrà una corrente $i = L^+/R$ che scorre su R e attraverso C fa decrescere V_1 linearmente con pendenza $\tau = -L^+/RC$

Quando V_1 raggiunge V_{TL} il bistabile commuta $V_2 = L^-$. La corrente sarà ora $i = |L^-|/R$ e farà aumentare V_1 linearmente con pendenza $\tau = |L^-|/RC$ fino a V_{TH} , ovvero quando il bistabile commuta di nuovo ritornando al suo iniziale.



$$T_1 = RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{L^+}$$

$$T_2 = RC \frac{V_{TL} - V_{TH}}{|L^-|}$$

3) Schema e funzionamento del trigger di Schmitt

Supponiamo $V_0 = L^+$. Allora $V_+ = L^+ \frac{R_1}{R_1 + R_2} = BL^+$.

Finché $V_+ > V_- = V_i$ non succede nulla.

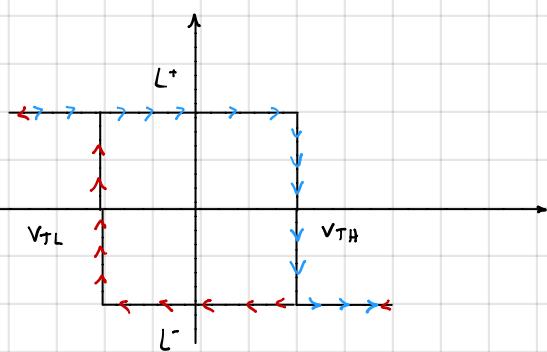
Se V_i supera V_+ si viene a creare una tensione negativa tra:

due morsetti, che viene amplificata e riflessa in uscita portando l'amplificatore in saturazione negativa (V_{TH}) con $V_0 = L^-$ e $V_+ = BL^-$. Ulteriori aumenti di V_i non producono nessun effetto.

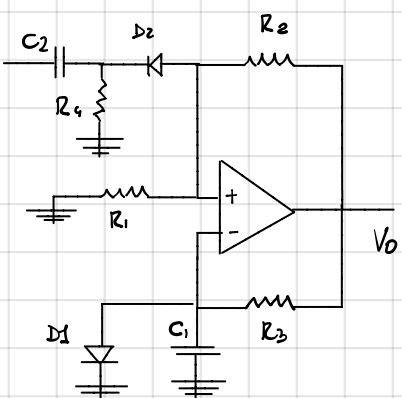
Se, in seguito, V_i scende sotto V_+ , si genera una tensione positiva sui morsetti che viene amplificata e riflessa in uscita portando l'amplificatore in saturazione positiva (V_{TH}) con $V_0 = L^+$ e $V_+ = BL^+$. V_i è detto TRIGGER.

Il cambio di stato a seconda del aumento o diminuzione del trigger è detto ISTERESI.

L'uscita dipende anche dello stato attuale chiamato ELENTO DI RICORDO



4) Schema circuitale e funzionamento di un generatore di impulsi realizzato tramite un multivibratore monostabile



Il multivibratore monostabile ha uno stato stabile in cui rimane indefinitivamente e uno quasi stabile in cui si porta in seguito ad un trigger e in cui resta per un tempo predeterminato.

Nello stato stabile $V_0 = L^+$ e D_1 , in conduzione grazie R_3 , rende $V_- = V_{D1}$

Per costruzione $R_4 \gg R_1$, e quindi lo corrente su D_2 sarà molto piccola e questo permette di calcolare $V_+ = BL^+$

Il circuito rimane così finché $V_+ > V_-$.

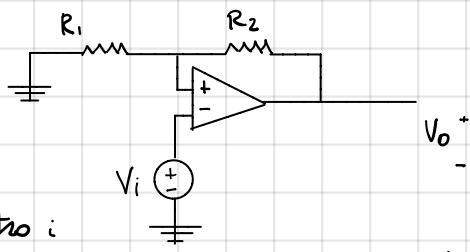
Un impulso negativo attraverso C_2 e D_2 provoca un abbassamento di V_+ .

Se l'abbassamento è tale da rendere $V_+ < V_-$ si cambia stato.

V_0 diventerà L^- , $V_+ = BL^-$ e D_2 sarà interdetto.

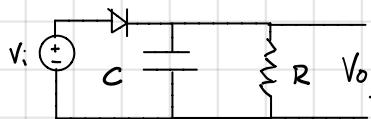
Questo stato rimarrà finché V_+ non supera di nuovo V_- .

D_1 reso interdetto dalla tensione negativa di uscita fa scaricare C_1 verso L^- fino a quando V_+ sarà di nuovo maggiore di V_- ($= V_{C1}$) facendo così commutare l'amplificatore: $V_0 = L^+$, $V_+ = BL^+$ e C_1 si carica fino ad accendere D_1 portando il tutto allo stato stabile.

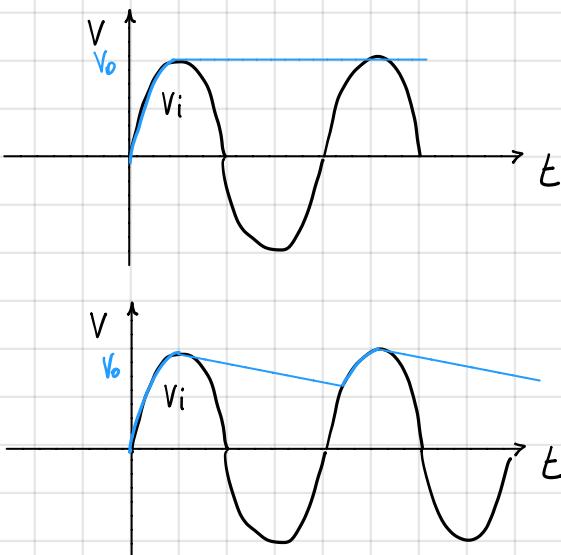


RADDIZZATORI E FILTRI

1) Disegnare il circuito di un raddrizzatore con filtro capacitivo e spiegarne il funzionamento



Per spiegarne il funzionamento studiamo per ora il circuito privo di R.
Se V_i è una sinusode con picco V_p oppena diventa positiva il diodo conduce e carica C fino a $V_o = V_c = V_i = V_p$. A questo punto V_i decresce, ma V_o rimane costante perché C non può scaricarsi (manca R).



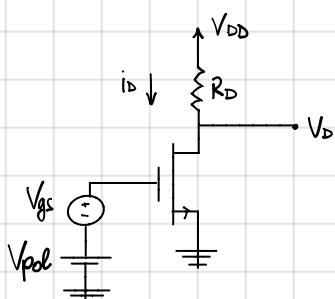
Se invece inseriamo anche R, C si scarica finché V_i non torna positiva ricominciando il ciclo. Per evitare che C si scarichi troppo in fretta si sceglie una costante di tempo $T = RC \gg T = \text{periodo sinusode}$
Al termine dello scarico $V_o = V_p - V_R$
con $V_R = \text{tensione di Ripple} = V_p \frac{T}{f \cdot R \cdot C}$

2) Dimensionare la capacità del filtro capacitivo per avere un ripple minore del 5% quando $V_i = 10V$, $f = 50Hz$
 $R = 10k\Omega$.

$$\begin{aligned} \cdot V_R &= 5\% (V_p) = \frac{5}{100} \cdot 10 = \frac{1}{2} \\ \cdot V_R &= V_p \cdot \frac{T}{fCR} = \frac{10}{50 \cdot 10 \cdot C} \quad (T=1) \end{aligned} \rightarrow C = \frac{2}{50} = 0.04 \mu F$$

TRANSISTOR

1) Cosa si intende per "condizione di piccolo segnale" in un amplificatore mos?



V_{GS} è composta da una tensione continua di polarizzazione V_{POL} e una di segnale V_{GS} . In saturazione $i_D = k(V_{GS} - V_T)^2$

$$\begin{aligned} \rightarrow i_D &= k(V_{POL} + V_{GS} - V_T)^2 = k(V_{POL}^2 + V_{GS}^2 + 2V_{POL}V_{GS} + V_T^2 - 2V_TV_{POL} - 2V_TV_{GS}) \\ &= kV_{GS}^2 + 2kV_{GS}(V_{POL} - V_T) + (V_{POL} - V_T)^2 \end{aligned}$$

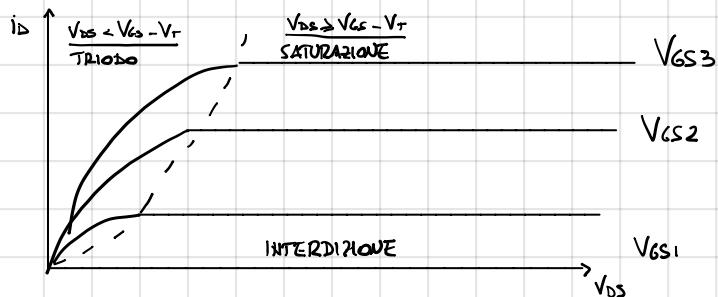
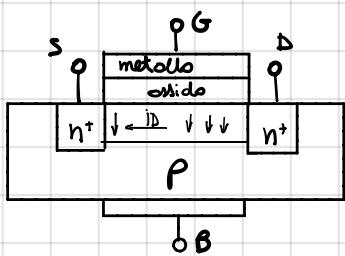
kV_{GS}^2 va eliminata perché è una componente non lineare. Per renderla trascurabile facciamo in modo che $kV_{GS} \ll 2k(V_{POL} - V_T)V_{GS}$ avendo $V_{GS} \ll 2(V_{POL} - V_T)$ → condizione di piccolo segnale.

2) Ricavare l'espressione del parametro di transconduttanza per piccoli segnali (g_m) del transistor mos a partire dal modello per grandi segnali.

Quando la condizione di piccolo segnale è rispettata, la parte non lineare è trascurabile e $i_D = k(V_{POL} - V_T)^2 + 2k(V_{POL} - V_T)V_{GS}$

Il parametro che mette in relazione i_D con V_{GS} è $2k(V_{POL} - V_T) = g_m$

3) Illustrare lo struttura e il principio di funzionamento di un transistor mos applicando le relazioni corrente-tensione nelle differenti zone di funzionamento



Applicando una V_{GS} positiva si viene a creare un condole composto da cariche negative tra S e D.

Quando $V_{GS} \geq V_T$, nel condole scorre una corrente, che per valori piccoli di V_{DS} , dipenderà dalla larghezza del condole stesso e quindi sarà proporzionale a $V_{GS} - V_T$.

Aumentando V_{DS} il condole si estingue a ridosso del drain fino a sottrarsi (pinch-off) quando $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T$: in questo caso il mosfet è in saturazione e la corrente è costante $\rightarrow i_D = k(V_{GS} - V_T)^2$

Se $V_{DS} < V_{GS} - V_T$ il mosfet è in triodo e la corrente sarà $i_D = k[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$

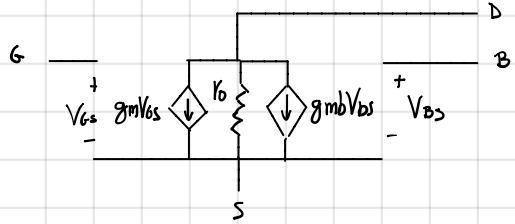
Se $V_{GS} < V_T$ il mosfet è in interdizione e non conduce corrente.

4) Cosa è l' "effetto body" in un transistor MOS e come si modifica il circuito equivalente per piccoli segnali?

L'effetto body rappresenta un aumento della tensione di soglia del transistor dovuto alla tensione di polarizzazione inversa tra S e B che si viene a valore quando S e B non sono allo stesso potenziale.

L'aumento di V_T implica un aumento di i_D anche se V_{GS} rimane invariata.

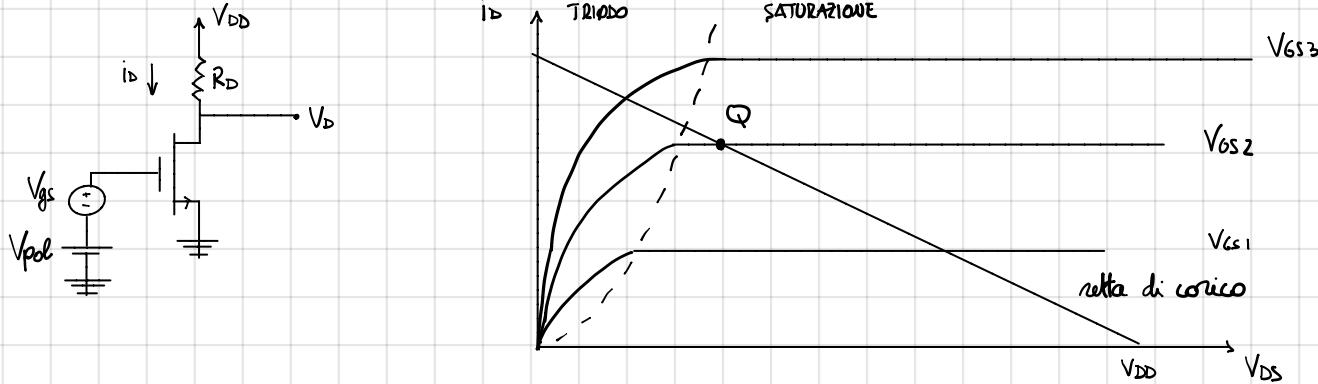
V_{BS} produce una componente della corrente di drain $g_{mb}V_{BS}$ con $g_{mb} = \chi g_m$ ($0.1 < \chi < 0.3$)



5) Disegnare e commentare la funzione di trasferimento di un amplificatore NMOS ad orizzontamento

Q è il punto di lavoro e sarà sempre sulla curva corrispondente al valore corrente di V_{GS} .

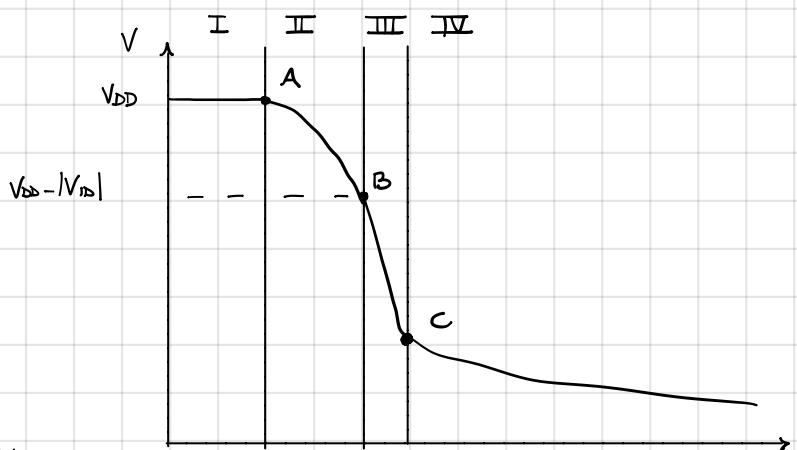
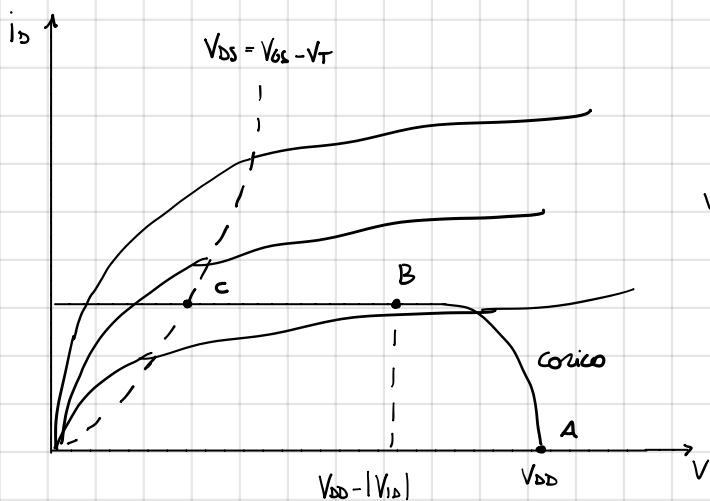
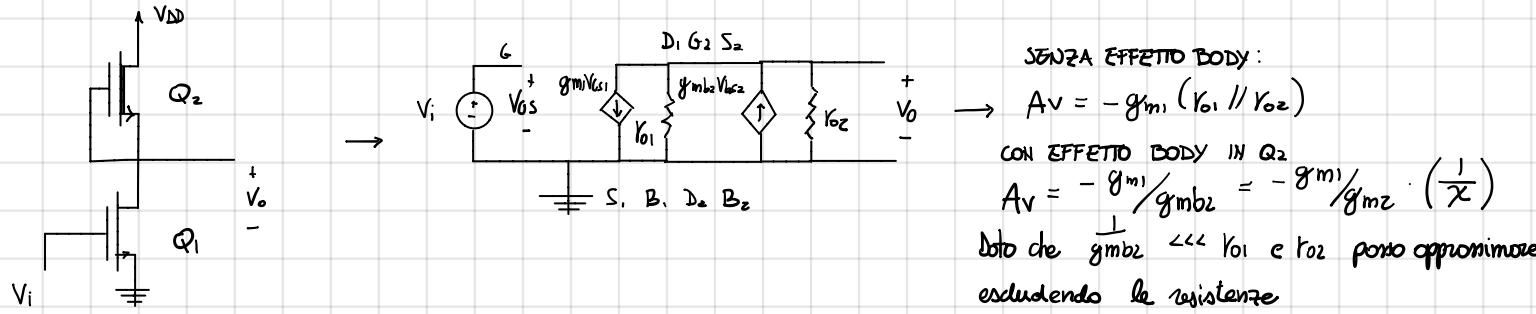
La sua posizione è data dall'intersezione con la retta di corico $i_D = \frac{V_{DD}}{R_D} - \frac{V_{GS}}{R_D}$ con pendenza $-1/R_D$



In funzione del segnale in ingresso, Q si sposterà lungo lo retta di corico poiché $V_{GS} = V_{pd} + V_{gs}$. e di conseguenza cambieranno i valori di i_D e V_{ds} .

Per ottenere una amplificazione lineare, tuttavia, è necessario mantenere Q nello zono di saturazione.

6) Calcolare il guadagno di tensione per piccoli segnali di un amplificatore NMOS con carico a suonoamento espliutandone le relazioni corrente-tensione



I $\begin{cases} Q_1 \text{ interdetto} \\ Q_2 \text{ triodo} \end{cases}$

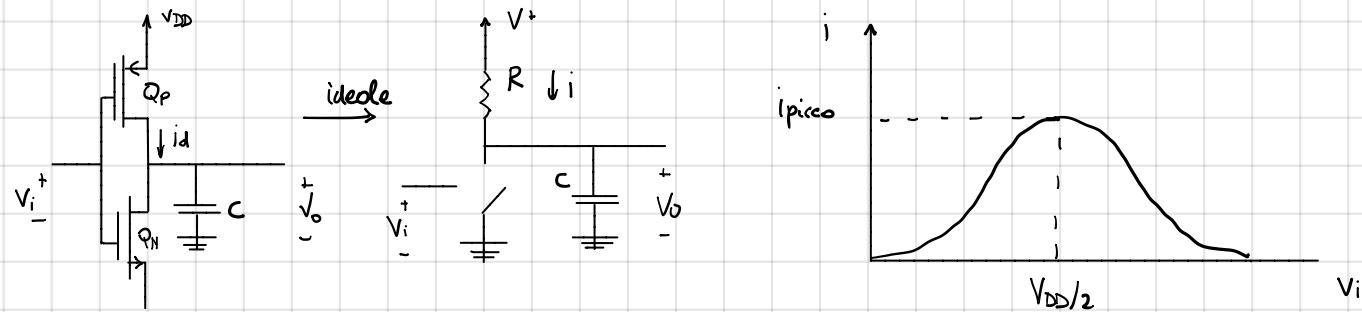
II $\begin{cases} Q_1 \text{ saturazione} \\ Q_2 \text{ triodo} \end{cases}$

III $\begin{cases} Q_1 \text{ saturazione} \\ Q_2 \text{ saturazione} \end{cases}$

IV $\begin{cases} Q_1 \text{ triodo} \\ Q_2 \text{ saturazione} \end{cases}$

INVERTER

1) Consumo di potenza in un inverter cmos (dinamico e statico)



Supponiamo a $t=0$ l'interruttore chiuso e ingresso alto per avere C inizialmente scarico.

A $t>0$ facciamo scattare V_i al valore basso: l'interruttore si apre e V_o cresce verso V^+

La corrente di scarica scorre su R_L producendo dissipazione.

$E = \int V^+ i dt = V^+ \int i dt = V^+ Q = CV^+ =$ energia d'alimentazione. Dato che l'energia iniziale del condensatore era nulla e ora è $\frac{1}{2}CV^2$ si conclude che l'energia dissipata è $\frac{1}{2}CV^2$.

Quando nella fase successiva V_i sarà alto, l'interruttore si chiude e il condensatore si scarica dissipando lo stesso energia accumulata in precedenza. In un ciclo completo quindi la potenza dissipata DINAMICA TOTALE è $P_D = CV^2 f$ → frequenza = # cicli

Quando l'uscita è alta la potenza statica è nulla, mentre quando l'uscita è bassa la potenza statica è V^2/R . Se si assume che mediamente ci si trova per metà del tempo in uno dei due stati, la potenza media dissipata statica sarà $V^2/2R$

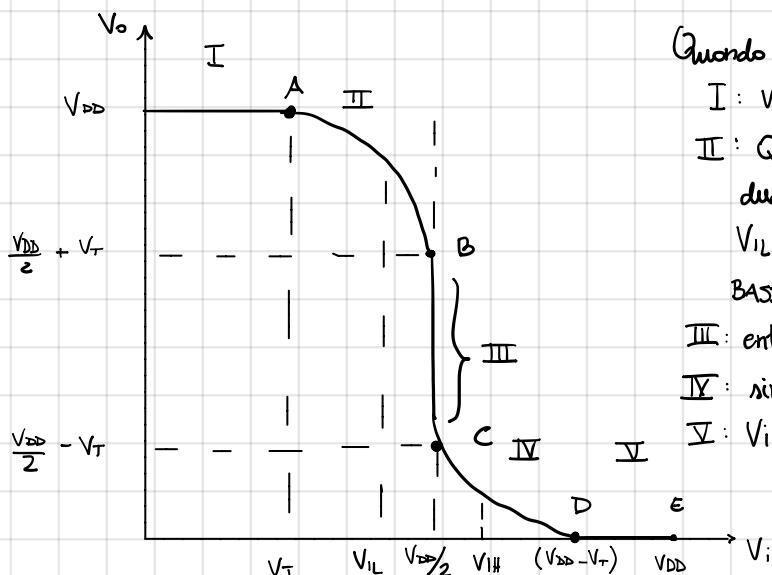
2) Commentare il dimensionamento geometrico dei due transistori

Poiché si vuole un comportamento simmetrico, si impone $K_N(\frac{W}{L})_N = K_P(\frac{W}{L})_P$

Di norma $\mu_n = 2.5 \mu_p$ e poiché $W_P/W_N = \mu_N/\mu_P \rightarrow W_P = 2.5 W_N$.

Tale geometria fa sì che la corrente in pull-up sia pari a quella in pull-down

3) Disegnare e commentare la transcurvettistica dell'inverter cmos



Quando Q_N e Q_P sono bilanciati la transcurvettistica è così formata

I: V_i inferiore a V_T , Q_N interdetto, Q_P conduce e $V_o = V_{DD}$

II: Q_N comincia a condurre e l'uscita è un'intersezione delle due caratteristiche con Q_N in saturazione e Q_P in triodo.

V_{IL} corrisponde al massimo valore di V_i corrispondente al BASSO LOGICO

III: entrambi i nos sono in saturazione

IV: simmetrico alla II con Q_P in saturazione e Q_N in triodo

V: $V_i > V_T$ e quindi Q_P è interdetto

4) Spieghere perché il prodotto potenza dissipata per tempo di ritardo (prodotto ritardo-potenza) è un fattore di merito di un inverter logico

Il prodotto ritardo-potenza rappresenta l'energia consumata per effettuare una operazione logica. È utilizzato per confrontare le prestazioni delle differenti configurazioni logiche.

Minore è meglio è .

$$PDP = P \cdot t_p \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{per diminuire } P \text{ aumento } R \\ \text{per diminuire } t_p \text{ diminuisco } R \end{array} \right.$$

5) Calcolare i margini di rumore di un inverter logico CMOS

$$NM_H = V_{OH} - V_{IH} = V_{DD} - V_{IH}$$

$$NM_L = V_{IL} - V_{OL} = V_{IL} - 0$$

V_{IH} si trova nella zona IV della transcurroteristica con Q_N in triodo e $i_{DN} = k_N [2(V_i - V_{TN})V_o - V_o^2]$ e con Q_P in saturazione e $i_{DP} = k_P (V_{DD} - V_i - |V_{TP}|)^2$

Considerando simmetrico il funzionamento, eguagliamo le due correnti e deriviamo entrambi per V_i :

- $2(V_i - V_T)V_o - V_o^2 = (V_{DD} - V_i - V_T)^2$
- $2(V_i - V_T) \frac{dV_o}{dV_i} + 2V_o = -2V_o \frac{dV_o}{dV_i}$

derivata di un prodotto considera V_o una funzione in $V_i \rightarrow n$ -base · derivata base

$$V_i = V_{IH} \text{ e } \frac{dV_o}{dV_i} = -1 \rightarrow V_o = V_{IH} - \frac{V_{DD}}{2}$$

$$\text{Sostituendo } V_o \text{ nella prima equazione con } V_i = V_{IH} \rightarrow V_{IH} = \frac{1}{8}(5V_{DD} - 2V_T)$$

$$\text{Per simmetria troviamo } V_{IL}: \quad V_{IH} - \frac{V_{DD}}{2} = \frac{V_{DD}}{2} - V_{IL} \rightarrow V_{IL} = \frac{1}{8}(3V_{DD} + 2V_T)$$

$$NM_L = \frac{1}{8}(3V_{DD} + 2V_T)$$

$$NM_H = V_{DD} - \frac{1}{8}(5V_{DD} - 2V_T) = \frac{1}{8}(3V_{DD} + 2V_T)$$

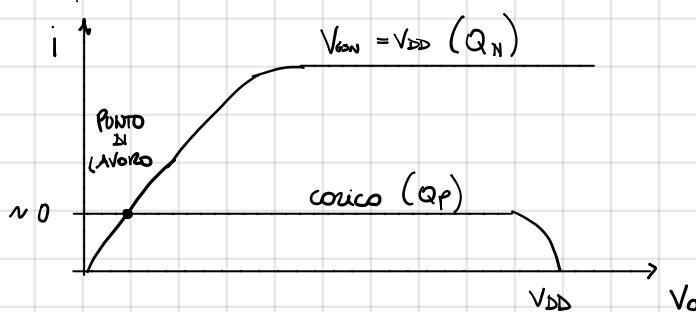
→ stessi margini di rumore

6) Disegnare come si muove il punto di lavoro di un inverter CMOS durante le due commutazioni.

Ci sono due casi di lavoro, 1 logico e 0 logico.

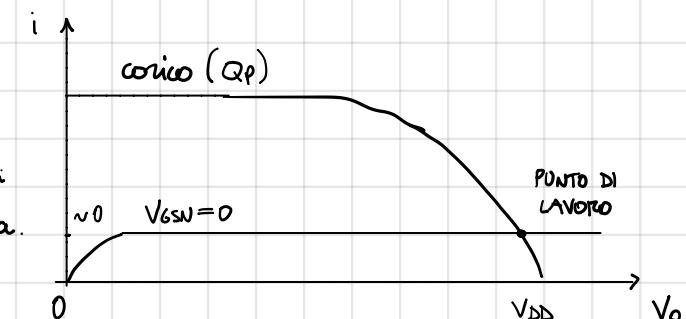
V_{GP} è considerato come casco, ma per simmetria potremmo fare anche il contrario.

- $V_i = V_{DD} \rightarrow 1$ logico



$V_{GP} = 0 < |V_T|$ e quindi lo casco è una retta a corrente quasi nulla.

Il punto di lavoro è l'intersezione tra le due curve con corrente quasi nulla e tensione prossima a 0 e questo implica una dissipazione di potenza molto piccola.



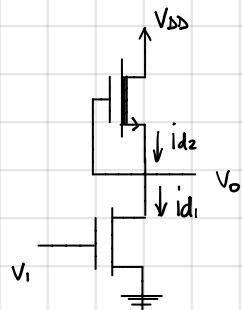
- $V_i = 0 \rightarrow 0$ logico

La curva di Q_N è una retta a corrente quasi nulla.

Nel punto di lavoro la tensione è V_{DD} con corrente quasi nulla e quindi la dissipazione di potenza è molto contenuta.

In conclusione l'inverter CMOS si comporta come un elemento logico ideale: la tensione d'uscita è 0 o V_{DD} e la dissipazione è nulla.

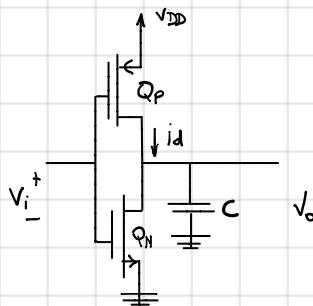
7) Disegnare il circuito di un inverter NMOS con casco a svuotamento e commentare il suo consumo di potenza statica e dinamica.



$P_{dinamica} =$ energia fornita dall'alimentazione che coniuga le capacità parassite
 $= V_{DD}^2 C$

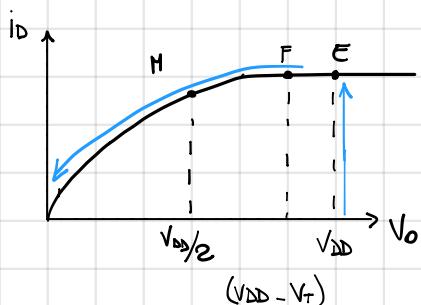
$$\begin{aligned} P_{statica} &= \left\{ \begin{array}{l} V_o = V_{DD} \rightarrow P_s = 0 \\ V_o = V_{OL} \rightarrow V_{DD} id = V_{DD} [k_2 (V_{GS2} - |V_{T2}|)^2] \end{array} \right. \\ &= \frac{1}{2} (P_s(1) + P_s(0)) = \frac{1}{2} V_{DD} k_2 |V_{T2}|^2 \end{aligned}$$

8) Struttura e funzionamento dinamico di un inverter CMOS, confrontare tra loro i tempi di ritardo H-L e L-H utilizzando il luogo dei punti di lavoro nelle due commutazioni.



A differenza del NMOS i tempi di solita e discesa sono uguali.

Consideriamo il CMOS in figura con un impulso in ingresso con tempi di solita e discesa nulli. Essendo i due transistor simmetrici, i tempi di solita e discesa saranno uguali e basta quindi studiare una sola commutazione. (accensione)



Il punto di lavoro segue la freccia blu

- $t = 0^-$: $V_o = V_{DD}$ e il condensatore è vicino a tale valore
- $t = 0^+$: $V_i = V_{DD}$ immediatamente, Q_p interdetto
- $t = 0^+(e)$: Q_n in saturazione. Quando C si ricarica la corrente su Q_n è costante fino a $V_o = V_{DD} - V_T(F)$ $\frac{C[V_{DD} - (V_o - V_T)]}{K_N(V_{DD} - V_o)^2} = \frac{C V_T}{K_N (V_{DD} - V_o)^2}$

Oltre F Q_N è interdetto ($V_o < V_{DD} - V_T$) : $i_d = k_2(v_i - V_T)V_o - V_o^2$ e $i_d \cdot dt = -C \cdot dV_o$

$$\rightarrow 2k_2[(V_{DD} - V_T)V_o - \frac{1}{2}V_o^2]dt = -C \cdot dV_o$$

$$\rightarrow -\frac{k_2}{C}dt = \frac{\frac{dV_o}{V_o}}{-2(V_{DD} - V_T)V_o + V_o^2} = \frac{1}{2(V_{DD} - V_T)} \cdot \frac{dV_o}{\frac{V_o^2}{2(V_{DD} - V_T)} - V_o}$$

A noi interessa arrivare nel punto in cui $V_o - \frac{V_{DD}}{2}$ perciò integreremo nell'intervallo fra $V_{DD} - V_T$ e $V_{DD}/2$

$$-\frac{k_2}{C}t_{PHL2} = \frac{1}{2(V_{DD} - V_T)} \int_{V_o=V_{DD}-V_T}^{V_o=\frac{V_{DD}}{2}} \frac{dV_o}{\frac{V_o^2}{2(V_{DD} - V_T)} - V_o}$$

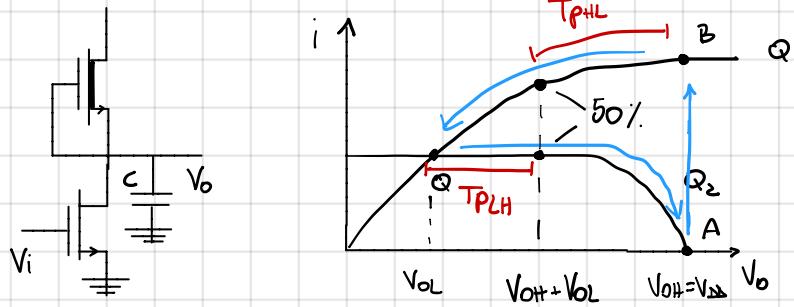
$$\text{Sopondo che } \int \frac{dx}{ax^2 - x} = \ln(1 - \frac{1}{ax}) \text{ ottieniamo: } t_{PHL2} = \frac{C}{2k_2(V_{DD} - V_T)} \ln\left(\frac{3V_{DD} - 4V_T}{V_{DD}}\right)$$

$$t_{PHL2} = t_{PHL1} + t_{PIL2} = \frac{C}{k_2(V_{DD} - V_T)} \left[\frac{V_T}{(V_{DD} - V_T)} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{3V_{DD} - 4V_T}{V_{DD}}\right) \right]$$

$$V_T \sim 0.2 \rightarrow t_{PHL} = \frac{0.8C}{kV_{DD}} \quad (k = k_N)$$

L'analisi del processo di spegnimento porta ad un t_{PIL} uguale ma con $k = k_P$

Q) Tempi di ritardo di un inverter NMOS con corico a suono utilizzando il luogo dei punti di lavoro nelle due commutazioni.



Inizialmente $V_i = V_{OL}$ e $V_o = V_{OH}$.

Quando $V_i = V_{OH}$ Q_1 conduce e il punto di lavoro passa da A a B istantaneamente per poi passare a Q quando $V_o = V_{OL}$.

Quando $V_i = V_{OL}$ il punto di lavoro passa da Q ad A.

Un inverter NMOS non risponde istantaneamente alle variazioni in ingresso, ma ha un ritardo dato dalla media tra il tempo di impiego dell'ingresso a passare dal valore iniziale al 50% del uscita e il tempo per passare dal 50% al valore finale.

T_{PHL} è il tempo necessario a scaricare il condensatore da V_{DD} a $\frac{V_{DD} + V_{OL}}{2}$

$$T_{PHL} = C \cdot \frac{V_{DD} - \frac{V_{DD} + V_{OL}}{2}}{K_1 (V_{DD} - V_{T1})^2} = \frac{C (V_{DD} - V_{OL})}{2 K_1 (V_{DD} - V_{T1})^2} \quad \begin{cases} Q_1 \text{ sat.} \\ Q_2 \text{ triodo} \end{cases}$$

T_{PLH} è il tempo necessario a caricare il condensatore da V_{OL} a $\frac{V_{DD} + V_{OL}}{2}$

$$T_{PLH} = \frac{C (\frac{V_{DD} + V_{OL}}{2} - V_{OL})}{2 K_2 V_{T2}^2} = \frac{C (V_{DD} - V_{OL})}{2 K_2 V_{T2}^2} \quad \begin{cases} Q_1 \text{ int.} \\ Q_2 \text{ sat.} \end{cases}$$

$$\frac{T_{PLH}}{T_{PHL}} = \frac{\frac{C (V_{DD} - V_{OL})}{2 K_2 V_{T2}^2}}{\frac{C (V_{DD} - V_{OL})}{2 K_1 (V_{DD} - V_{T1})^2}} = \frac{K_1 (V_{DD} - V_{T1})^2}{K_2 V_{T2}^2} > \frac{K_1}{K_2} \rightarrow T_{PLH} < T_{PHL} \rightarrow t_p = \frac{1}{2} T_{PLH}$$

