ECONOMIA

BY Edoardo

FORMULE NASTASI

$PMG = \frac{d f(x)}{x_i}$ = produttività marginale

$PME = \frac{f(x)}{x_i}$ = produttività media

$STS = \left| \frac{PMG_i}{PMG_{i'}} \right|$ = saggio marginale tecnico di sostituzione (tra i e i') $= \frac{w_1}{w_2}$ (prezzi)

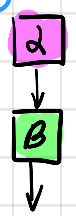
$P \cdot PMG_1 = w_1$

$CME = \frac{C(q)}{q}$ = costo medio $= \frac{F}{q} + \frac{cv(q)}{q}$ = costo fisso medio + costo variabile medio

$CMG = c'(q)$ = derivata = costo marginale

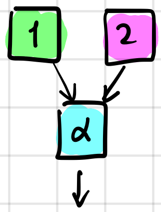
Relazione Verticale

①



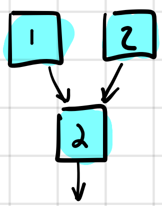
① $\max_{P_\beta} \pi_\beta$
② $\max \pi_\alpha$
③ q, P_α, P_β

② normale



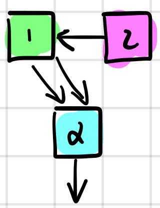
① $\begin{cases} STS = P_1/P_2 \\ \text{produzione} \end{cases}$
② $\max \pi_\alpha$ (se ricavi non costanti, se no sostituzione)
③ x_1, x_2, q, P_α, P_1

② integrato



① $\begin{cases} STS = CMG_1 / CMG_2 \\ \text{produzione} \end{cases}$
② $\max \pi_{INT}$
③ q_{INT}, x^1_{INT}, x^2_{INT}, P_{INT}

② vendita collegata



① $\begin{cases} P_1/P_2 = CMG_1 / CMG_2 \\ P_{INT} \cdot q_{INT} - P_1 x^1_{INT} - P_2 x^2_{INT} \; (\pi_{INT}) = 0 \end{cases}$
② $\begin{cases} STS = P_1/P_2 \text{ (trovati al passaggio 1)} \\ \text{produzione (sostituire } q = q_{INT}) \end{cases}$
③ x_1, x_2 ecc

Tariffa in due parti $= T(x_1) = \pi_\alpha + c_1 x_1$

MICROECONOMIA: si analizzano i comportamenti dei singoli soggetti decisori e si cerca di ricavare l'andamento del sistema

MACROECONOMIA: si fa riferimento a variabili aggregate ovvero insiemi più grandi

MICRO EC. DELLA PRODUZIONE

Produzione di beni (tangibili e non) economici. La produzione fa riferimento ad una trasformazione

INPUT → OUTPUT

Essa può essere TECNICA (es. cotone → maglietta), nello SPAZIO ovvero il trasporto (es. mela albero → mela mercato), nel TEMPO ovvero la conservazione della merce.

INPUT: anche detti fattori produttivi si distinguono tra RISORSE PRIMARIE e MEZZI PRODUTTIVI

I mezzi di produzione sono elaborati di precedenti produzioni

Gli INPUT devono essere misurati riferendosi ad un certo periodo di tempo (giorni, settimane ecc)

Si misurano in ore-macchina, ore-lavoro ecc.

OUTPUT: si dividono in BENI DI CONSUMO (DUREVOLI e non) e MEZZI DI PRODUZIONE

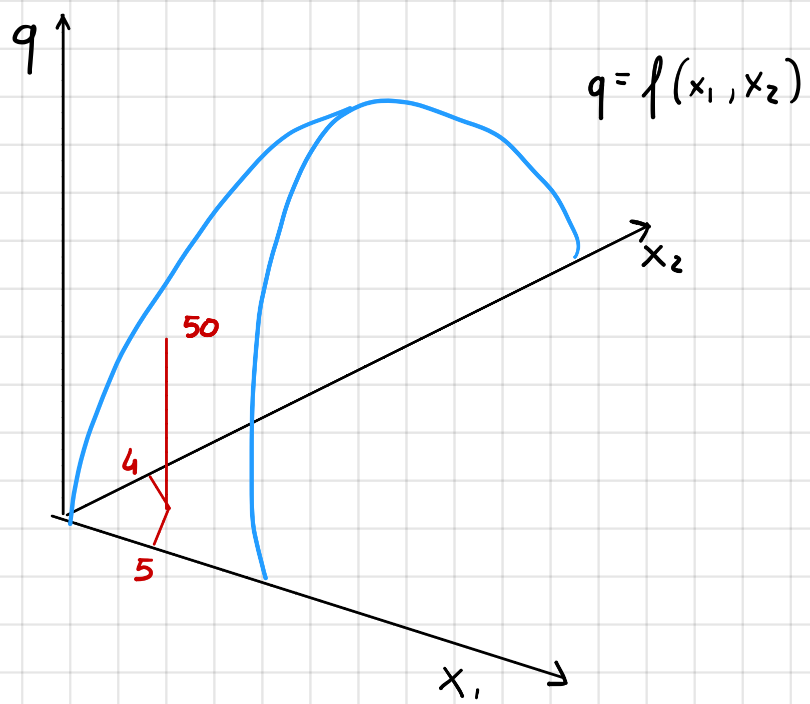
L'IMPRESA è il soggetto economico che si occupa del processo produttivo: acquista input e vende output. E' vincolata dal punto di vista tecnologico ovvero la tecnologia necessaria per la produzione, dal punto di vista di mercato ovvero è vincolata dalle scelte delle altre imprese sul mercato (es. prezzo output). Il criterio di scelta nella maggior parte dei casi è la massimizzazione del profitto (e non minimizzare i costi)

VINCOLI DI TIPO TECNOLOGICO

$x = (x_1, x_2 \ldots x_n)$ input → $q = (q_1, q_2 \ldots q_m)$ output

$q = f(x)$ FUNZIONE DI PRODUZIONE = massimo livello di output in funzione dell'input

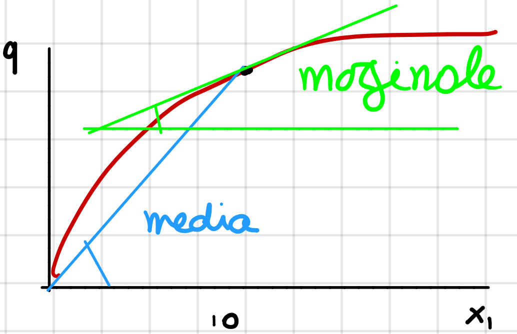
(q, x) INSIEME DI PRODUZIONE = tutte le coppie output/input tecnicamente realizzabili



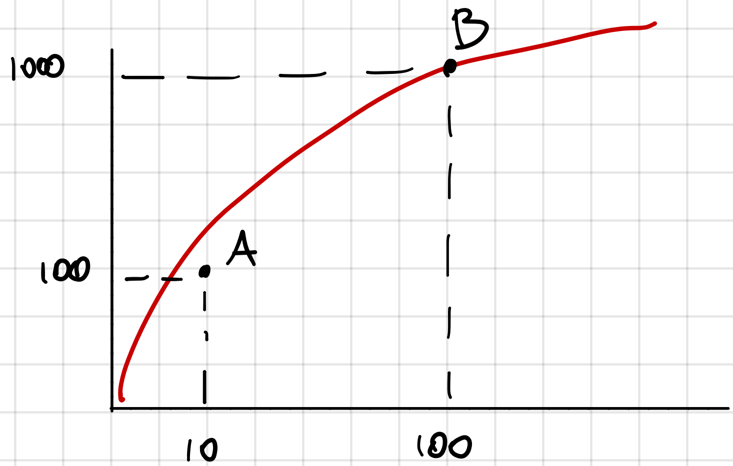
PRODUTTIVITA'

MEDIA e MARGINALE. la produttività marginale equivale alla variazione di output incrementando un solo input (fissando n-1 input): $\frac{df()}{dx_1}$

la produttività media è il rapporto tra ouput e input $\frac{f()}{x_1}$



	q	x	PME
1)	100	10	10 → migliore
2)	1000	109	<10

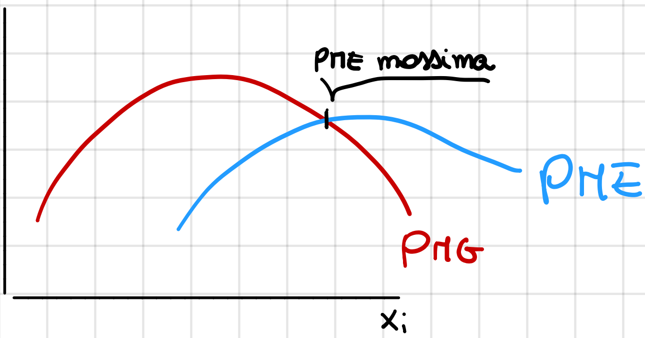


A ha una PME maggiore, ma meno efficiente di B

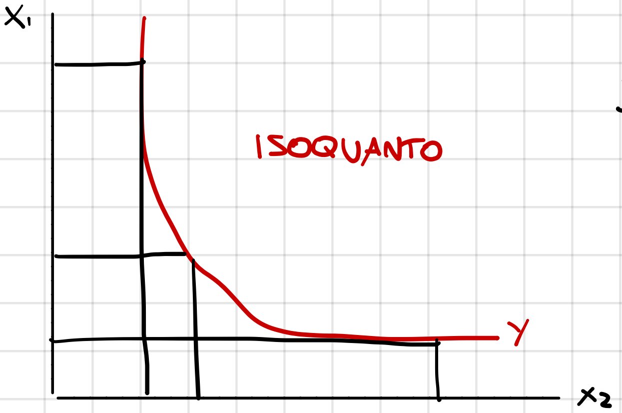
Per essere efficiente è necessario stare sulla linea della funzione (o la superficie della cupola nel caso di più input)

$$PME_i = \frac{f(x_i)}{x_i} \Rightarrow \frac{d f(x_i)}{dx_i} = \frac{f(x_i)}{x_i} - \frac{f(x_i)}{x_i^2}$$

$$\frac{d PME_i}{dx_i} \gtrless 0 \quad \text{se} \quad f(x_i) = PMG_i \gtrless \frac{f(x_i)}{x_i} = PME_i$$



Vedendo la campana dall'alto e tagliandola a quota $q = y$



Indica tutte le combinazioni che danno l'output $= y$ tecnicamente efficienti

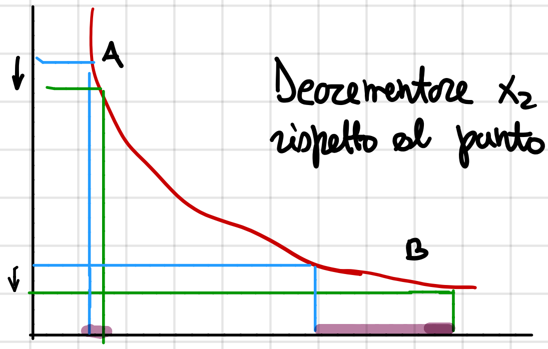
Man mano che vado verso l'interno ho altri isoquanti per valori di output maggiori

$$q = f(x_1, x_2) \Rightarrow dq = \frac{\partial f()}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f()}{\partial x_2} dx_2 = \phi$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial f()}{\partial x_1}}{\frac{\partial f()}{\partial x_2}} = -\frac{PMG_1}{PMG_2} = STS$$

SAGGIO MARGINALE TECNICO DI SOSTITUZIONE

indica il grado di sostituibilità di un input rispetto ad un altro



Decrementare x_2 nel punto A ho effetto diverso su x_2 rispetto al punto B

$$q = A\, x_1^{\alpha}\, x_2^{\beta}$$

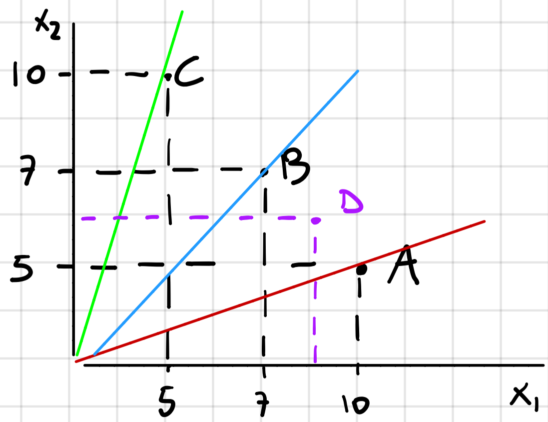
una forma standard di funzione di produzione **COBB DOUGLAS**

Se $\alpha + \beta = 1$ la funzione è omogenea di primo grado

Non è obbligatorio usare un singolo processo produttivo

	x_1	x_2	q
A	10	5	100
B	7	7	100
C	5	10	100

	x_1	x_2	q
1/2 A	5	2,5	50
1/2 B	3,5	3,5	50
D	8,5	6	100



FUNZIONI DI PRODUZIONE

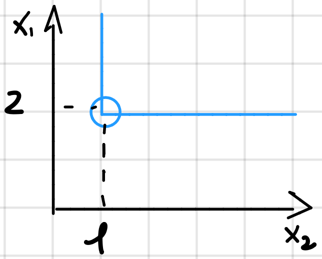
$q = A\ x_1^{\alpha}\ x_2^{\beta}$ (COBB DOUGLAS)

$q = (a x_1 + b x_2)^{\alpha}$ (quasi inutile)

$q = \min(a x_1, b x_2)$ (coefficienti fissi o LEONTIEF)

ES.

$q = \min(10 x_1, 5 x_2)$



Tale funzione indica che l'output aumenta solo se ad aumentare sono entrambi gli input mantenendo le proporzioni. In caso contrario è solo uno spreco di risorse

RENDIMENTI DI SCALA

Cosa succede all'output se incremento equamente tutti gli input

$f(\alpha x)$ per $\alpha > 1$

$= \alpha f(x) = \alpha q$ rendimenti di scala costanti

$> \alpha f(x) = \alpha q$ rendimenti di scala crescenti

$< \alpha f(x) = \alpha q$ rendimenti di scala decrescenti

ES.

$q = k\ x_1^{\alpha}\ x_2^{\beta}\ x_3^{\gamma}$ $\qquad t > 1$

$f(t x_1, t x_2, t x_3) =$

$(t x_1)^{\alpha} \cdot (t x_2)^{\beta} \cdot (t x_3)^{\gamma} = t^{\alpha} x_1^{\alpha} \cdot t^{\beta} x_2^{\beta} \cdot t^{\gamma} x_3^{\gamma} = t^{(\alpha+\beta+\gamma)} \cdot x_1^{\alpha} \cdot x_2^{\beta} \cdot x_3^{\gamma} = t^{(\alpha+\beta+\gamma)} \cdot q$

se $\alpha+\beta+\gamma > 1$ crescenti

$\alpha+\beta+\gamma =$ costanti

$\alpha+\beta+\gamma < 1$ decrescenti

$q = (x_i, x_{-i})$ $\quad x_i = (x_1 .. x_i .. x_n)$ $\quad x_{-i} = (x_1 \dots x_n)$ (senza x_i)

$\bar{p}$ = prezzo output
w_i = prezzo input i

$\bar{p} \cdot q$ = ricavi $\qquad \pi$ = PROFITTO = ricavi − costi

$\sum_i w_i x_i$ = costi $\qquad = \bar{p} \, f(x_i, x_{-i}) - \sum_i w_i x_i$

Supponiamo di poter variare solo l'input i $\Rightarrow \bar{x}_{-i}$ $\quad$ ES $i = 1$

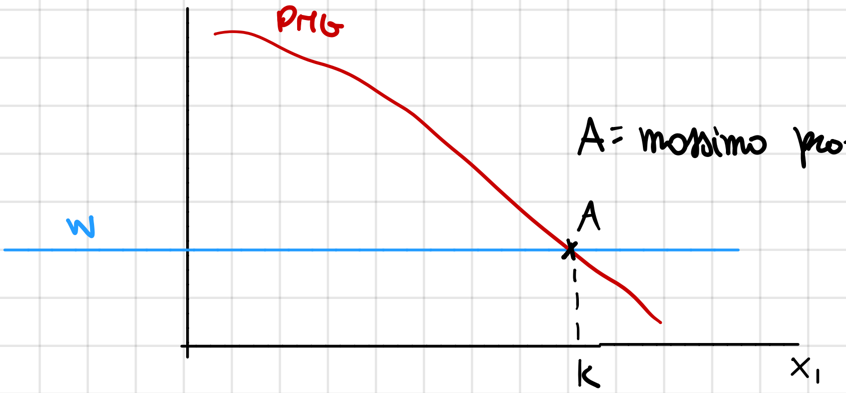
$$\Rightarrow \underbrace{\bar{p} \cdot f(x_1, \bar{x}_{-1})}_{R} - \underbrace{\bar{w}_1 x_1 - \sum_{2}^{n} \bar{w}_i \bar{x}_i}_{C}$$

unico modificabile per aumentare il profitto

Obiettivo $\Rightarrow \max \pi$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \frac{\partial f}{\partial x_1} - w_1 = \emptyset$$

$= p \cdot PMG_1 = w_1 \Rightarrow$ In questo caso il profitto è massimizzato



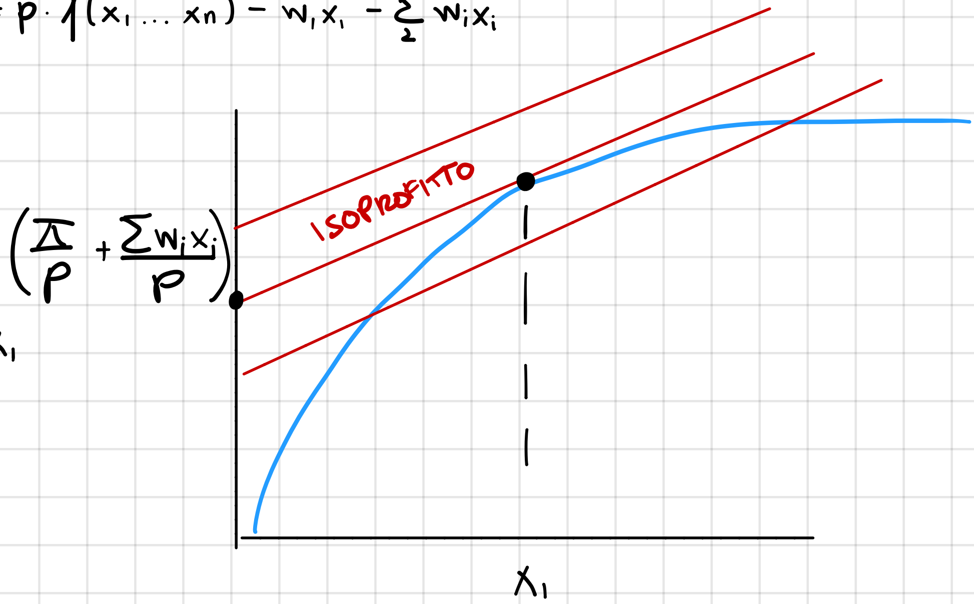
A = massimo profitto per $x_1 = K$

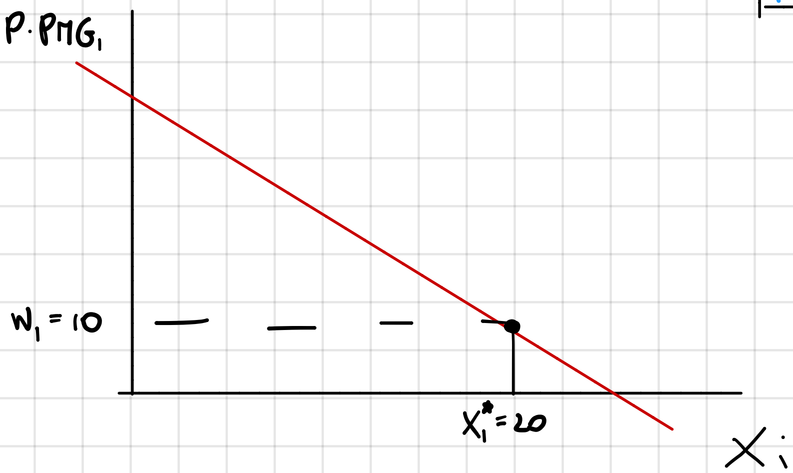
$$\pi = p \cdot q - w_1 x_1 - \sum_2^n w_i x_i = p \cdot f(x_1 \dots x_n) - w_1 x_1 - \sum_2^n w_i x_i$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \cdot \frac{\partial f}{\partial x_1} - w_1 = \emptyset$$

$$p \cdot PMG_1 = w_1$$

$$q = \frac{\pi}{p} + \frac{\sum w_i x_i}{p} + \frac{w_1}{p} \cdot x_1$$





$w_1 = 10$
$p = 5$

x_1	q	PMG_1	$p \cdot PMG_1$
0	0		
1	10	10	50
2	20	10	50
3	29	9	5
4	37	8	40
20	...	2	10 ottimale profitto max

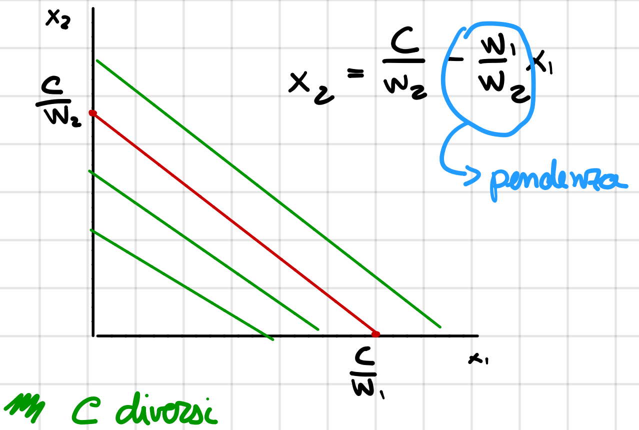
$$\max_{x_1 \dots x_n} \pi \quad \begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \frac{\partial f}{\partial x_1} - w_1 = 0 & p\,PMG_1 = w_1 \\ \dots & \\ \frac{\partial \pi}{\partial x_i} = p \frac{\partial f}{\partial x_i} - w_i = 0 & p\,PMG_i = w_i \\ \dots & \\ \frac{\partial \pi}{\partial x_n} = p \frac{\partial f}{\partial x_n} - w_n = 0 & p\,PMG_n = w_n \end{cases}$$

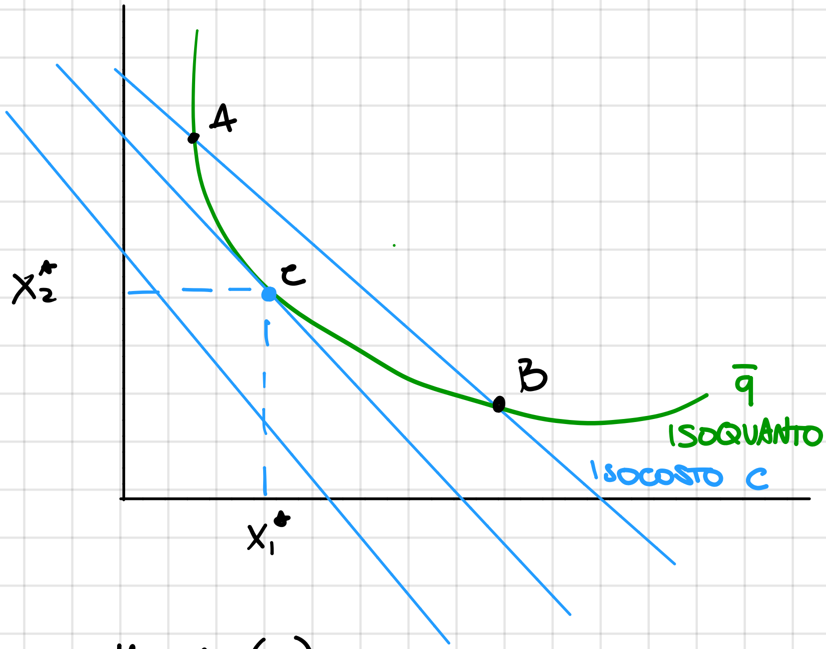
Per massimizzare un profitto con più input è necessario trovare x_i^* per ogni i (come fatto sopra)

$$(x_1^*, x_2^* \dots x_i^* \dots x_n^*)$$

$\bar{q} = f'(x_1, x_2)$

$C = \sum_i w_i x_i = w_1 x_1 + w_2 x_2$ ISOCOSTO tutte le combinazioni per un dato c





Se l'isocosto è tangente il livello $x_1 x_2$ è ottimale (c)

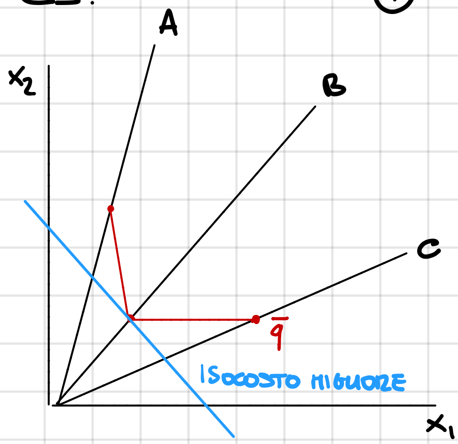
Se l'isocosto è secante trovo le combinazioni (x_1, x_2) necessarie, ma non ottimali

NB. A quantità fissata $\bar{q}$ il problema diventa $\min[w_1 x_1 + w_2 x_2]$

$$-\frac{W_1}{W_2} = STS_{21} = -\frac{PMG_1}{PMG_2} \Rightarrow \frac{PMG_1}{W_1} = \frac{PMG_2}{W_2}$$

ES.

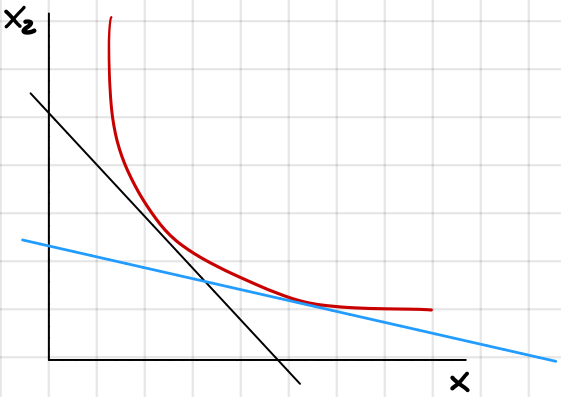
① ②



(3 processi produttivi)

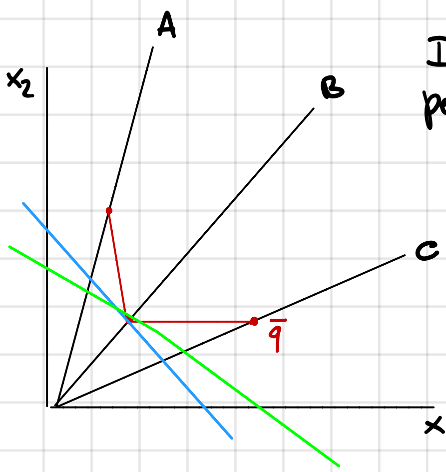
Cosa succede se cambiano i prezzi degli input?

caso ②



es. aumenta il prezzo di x_2

caso ①



In questo caso il cambiamento deve essere molto più marcato per modificare la combinazione migliore

Problema di minimo vincolato

$$L = w_1 x_1 + w_2 x_2 - \lambda[f(x_1, x_2) - q]$$

① $\frac{\partial L}{\partial x_1} = w_1 - \lambda \frac{\partial f}{\partial x_1} = 0$

② $\frac{\partial L}{\partial x_2} = w_2 - \lambda \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0$

③ $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(x_1, x_2) - q = \emptyset$

Esercizio

$q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2} = 40$ $\quad w_1 = w_2 = 4$

Calcolare la combinazione ottimale di input.

$PMG_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}}$ $\quad PMG_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2 - 2}}$

$SMTS = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{x_2 - 2}{x_1}$

$40 = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2}$

$\frac{x_2 - 2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} = 1 \Rightarrow$ ISOCOSTO $\boxed{x_2 - 2 = x_1} \Rightarrow$ sostituisco $x_2 - 2 \Rightarrow 40 = 2\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_1}$

$[x_1^* = 20 \quad x_2^* = 22]$

Esercizio

$q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2}$

$w_1 = w_2 = 4 \quad x_2 = 6$

Trovare x_1.

$q = 2\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{6 - 2} = 4\sqrt{x_1}$

$p \cdot PMG_1 = w_1 = 4$ $\quad PMG_1 = 2x_1^{-1/2}$

In funzione di $p \Rightarrow p\,2x^{-1/2} = 4 \Rightarrow \frac{2p}{\sqrt{x}} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2p}{4} \Rightarrow x_1 = 1/4\, p^2$

oppure $\Rightarrow$ $\pi = \underbrace{p \cdot 4\sqrt{x_1}}_{\text{ricavi}} - \underbrace{24 - 4x_1}_{\text{costi}}$ $\quad \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \cdot 2x^{-1/2} - 4 = \emptyset$

Costo $C = c(q)$ funzione di costo in funzione della quantità q di output

Se i prezzi di input sono fissati (azienda Price Taker) il costo dipende esclusivamente dal livello di output

Lo retta che unisce tutti i punti (x_1, x_2) delle combinazioni ottimali per tutti gli isoquanti è detta sentiero di espansione della produzione

$$CME = \text{COSTO MEDIO / UNITARIO} = \frac{c(q)}{q}$$

$CMG = \text{COSTO MARGINALE} = c'(q) =$ derivata della funzione di costo totale e indica l'incremento marginale del costo generato dall'incremento unitario della produzione

$$\frac{dCME}{dq} = \frac{c'(q)}{q} - \frac{c(q)}{q^2} = \frac{CMG - CME}{q} \gtreqless 0 \quad \text{se } CMG \gtreqless CME$$

Nel breve periodo:

$$C = c(q) = F + cv(q)$$

F = costo fisso $CV(q)$ = costo variabile

NB. Nel lungo periodo è trascurabile

Dei costi fissi si distinguono i costi irrecuperabili / affondati perché specifici (es. pubblicità)

$CMG = c'(q) = cv'(q)$ perché F costante

$$CME = \frac{F}{q} + \frac{cv(q)}{q}$$

Costo Fisso medio

Costo Variabile medio

Se il costo medio diminuisce all'aumentare di q parliamo di economia di scala reale / pecuniaria

ECONOMIA DI DIVERSIFICAZIONE (o VARIETÀ)

Supponiamo si producono m tipi di output. $(q_1 \dots q_m) = q$

$q = f(x) \quad x = (x_1 \dots x_n)$

↳ funzione di produzione MULTI PRODOTTO

$C = c(q_1 \dots q_m)$

$C_n(q_1, q_2) \gtrless c_1(q_1) + c_2(q_2)$

Se < economia di varietà
Se > diseconomia di varietà

CONCORRENZA PERFETTA

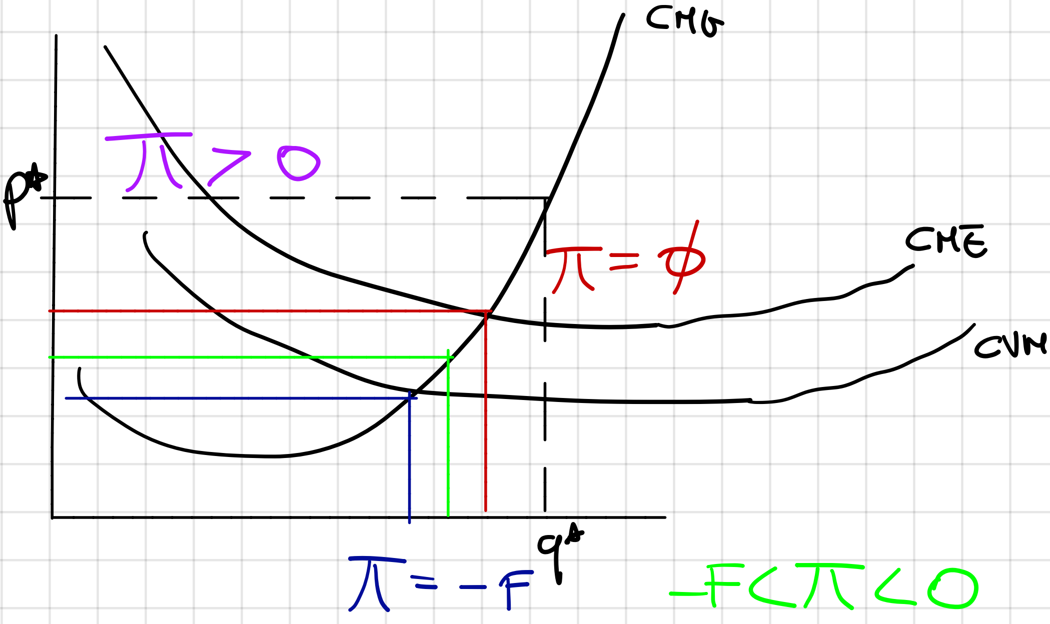
Tante entità nel mercato vendono lo stesso prodotto (prodotto omogeneo)
Libertà di entrata

Se il prezzo è dato → Price Taker $\bar{p}$

π = profitto = Ricavi − Costi $= \bar{p} \cdot q - c(q)$

$$\frac{\partial \pi()}{\partial q} = \bar{p} - c'(q) = 0 \qquad RT = \bar{p} \cdot q$$

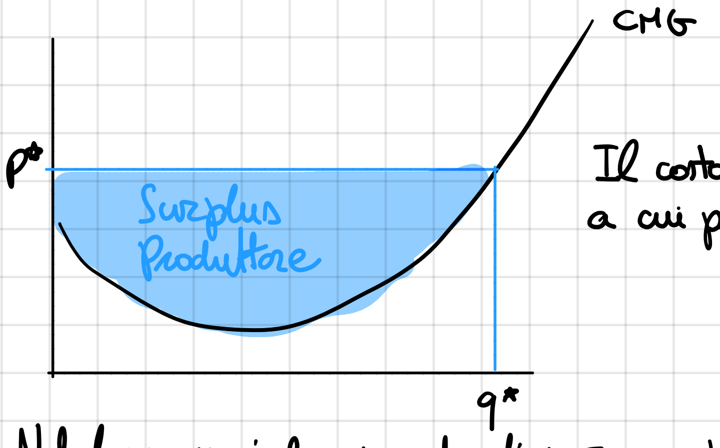
$$\text{Ricavo Marginale} = \frac{\partial RT}{\partial q} = \bar{p} \qquad RMG = CMG = \bar{p}$$



Quando $\pi < -F$ non è più possibile rimanere sul mercato
Negli altri casi anche se il profitto è < 0 riesco a coprire i costi variabili e parte di quelli fissi

Surplus Produttore $= pq - cv(q)$
Differenza tra il prezzo che il produttore percepisce per ogni unità di prodotto venduta e il prezzo più basso al quale sarebbe disposto a venderle

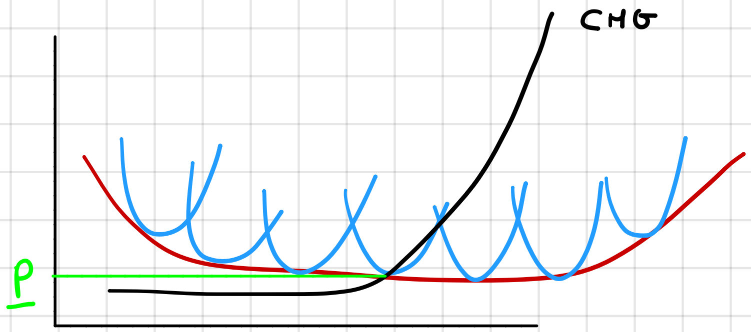
$$p^* \cdot q^* - \int_0^{q^*} c'(q)\,dq = p^* \cdot q^* - [cv(q^*) - cv(\phi)] = p^* q^* - cv(q^*)$$



Il costo marginale per ogni q indica il prezzo minimo a cui può essere venduto la quantità q di prodotto

Nel lungo periodo i costi fissi F non hanno influenza

$C(q, K(q))$



p = minimo prezzo

K(q) dimensione impianto produttivo

∪ = brevi periodi

Esercizio

$q = x_2^{1/2} x^{1/2}$ breve periodo

$x_1 = 4$ Trovare il livello ottimale da produrre e la chiusura dell'azienda

$\pi = p \cdot q - w_1 4 - w_2 x_2 \Rightarrow \max \pi$

$q = 2 \cdot x_2^{1/2} \Rightarrow x_2 = 1/4\, q^2$

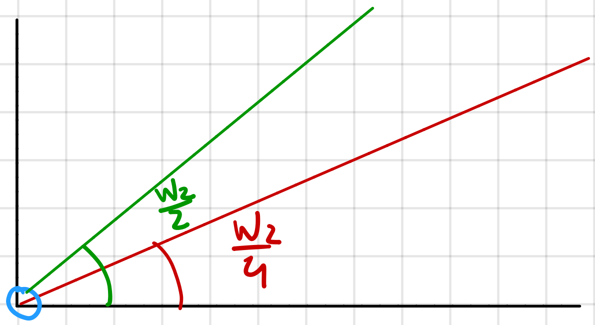
$\pi = p \cdot q - \underbrace{w_1 4}_{F} - \underbrace{\frac{w_2}{4} q^2}_{CV}$ $\quad \frac{\partial \pi}{\partial q} = p - 1/2\, w_2 q = \phi \Rightarrow q = \frac{2}{w_2} p$

↳ ottimale quando $p = CMG = 1/2\, w_2 q$

Condizione chiusura = si ha quando il prezzo è uguale al punto minimo del costo variabile medio

$CVME = CV/q = \frac{w_2}{4} q$

$CMG = \frac{w_2}{2} q$



$p > 0$ condizione di chiusura

La funzione di offerta DELL'IMPRESA si calcola uguagliando il prezzo al CMG

$p = CMG = \frac{w_2}{2} q \Rightarrow q = s(p) = \frac{2}{w_2} p$ (per il caso precedente)

Elasticità

$$\frac{\Delta q}{q} \Big/ \frac{\Delta p}{p} = \frac{\partial q}{q} \Big/ \frac{\partial p}{p} = \frac{\partial q}{\partial p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{2}{w_2} \cdot \frac{p}{\frac{2}{w_2} \cdot p} = 1$$

È il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo del bene

OFFERTA DELL'INDUSTRIA

Ogni IMPRESA dato un prezzo produce una data quantità di prodotto $\Rightarrow$ funzio offerta impresa $S(p)$

L'offertà dell'industria $S(p) = \sum_i s_i(p)$

Esercizio
costo impianto = 1 100 000
$q = 20\sqrt{x}$
anni:

1°	$p = 10000$	$w = 20000$	Dopo il terzo anno l'impianto non è piu utilizzabile
2°	$p = 10000$	$w = 20000$	
3°	$p = 6000$	$w = 20000$	

$r = 10\%$ tasso interesse

É conveniente acquistare l'impianto ?

$PMG = \frac{1}{2} 20 x^{-1/2} = 10 x^{-1/2}$

$p \cdot PMG = 10000 \cdot 10 x^{-1/2} = 100000\, x^{-1/2}$

$\Rightarrow 100000\, x^{-1/2} = 20000 \Rightarrow x^* = 25$ per primo e secondo anno

$q^* = 20\sqrt{25} = 100$

$\pi_{1,2} = 10000 \cdot 100 - 20000 \cdot 25 = 500000$

Per il terzo anno cambia $p \Rightarrow x^* = 9 \quad q^* = 60$

$\pi_3 = 180\,000$

Calcolo il valore attuale dei profitti

$$\frac{500\,000}{1+0{,}10} + \frac{500\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{180\,000}{(1+0{,}1)^3} = 1.003.005 = \pi_{att.}$$

$\pi_{att} <$ costo impianto $\Rightarrow$ non è conveniente comprare l'impianto

Esercizio

$C(q) = F - cq^2$

a) Si dimostri che nel caso di N impianti uguali la produzione complessiva Q risulti equiripartita su tutti gli impianti per qualsiasi Q

b) Trovare il minimo di Q per il quale serve un nuovo impianto.

$C(Q) = NF + cq_1^2 + cq_2^2 + \dots + cq_n^2 \qquad q_1 + q_2 \dots + q_n = Q$

$L = NF + cq_1^2 \dots + cq_n^2 + \lambda(Q - q_1 - q_2 - \dots - q_n)$

$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 2cq_i - \lambda = 0 \qquad$ a) $q_i = \frac{\lambda}{2c}$ $\rightarrow$ tutti uguali

b) $q_i = \frac{Q}{N}$

$C(Q) = NF + Nc\frac{Q^2}{N^2} = NF + c\frac{Q^2}{N}$ costo con N impianti

$C_1(Q) = (N+1)F + (N+1)c\frac{Q^2}{(N+1)^2} = NF + F + c\frac{Q^2}{(N+1)}$ costo con N+1 impianti

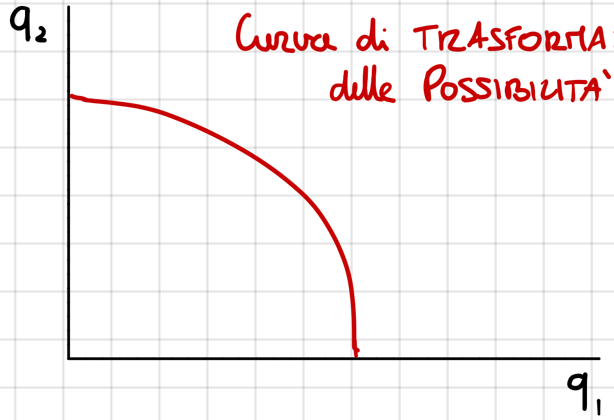
Se $NF + c\frac{Q^2}{N} > NF + F + c\frac{Q^2}{(N+1)}$ conviene comprare un nuovo impianto

Per $Q \geq \sqrt{\frac{FN(N+1)}{c}}$

$\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n)$ input dati
$\bar{W} = (\bar{w}_1, \bar{w}_2 \dots \bar{w}_n)$ prezzi input dati

q_1 e q_2 output

Data una quantità di input il grafico indica tutte le coppie (q_1, q_2) di output possibili da produrre



Curva di TRASFORMAZIONE o delle POSSIBILITA' PRODUTTIVE

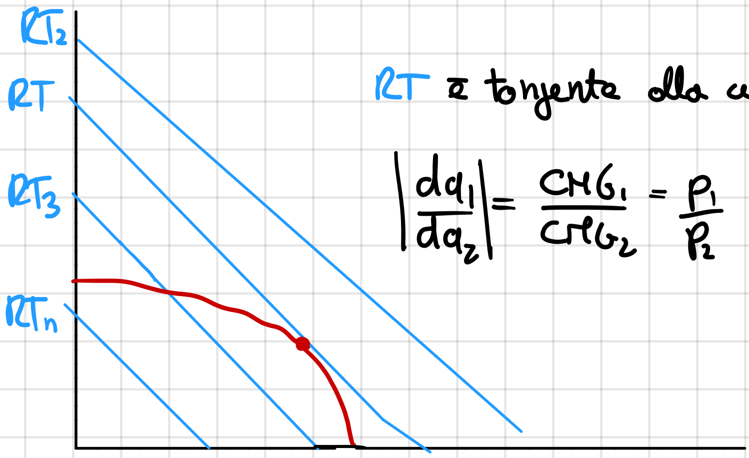
$$dc = \frac{\partial c}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial c}{\partial q_2} dq_2 = \phi \quad \Rightarrow \quad \frac{dq_2}{dq_1} = -\frac{CMG_1}{CMG_2}$$

Saggio marginale di trasformazione = pendenza della curva sopra

---

$$RT = P_1 q_1 + P_2 q_2 \quad \Rightarrow \quad q_2 = \frac{RT}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} q_1$$

Dato RT questa funzione indica le quantità di q_1 e q_2 per avere tale ricavo = ISORICAVO

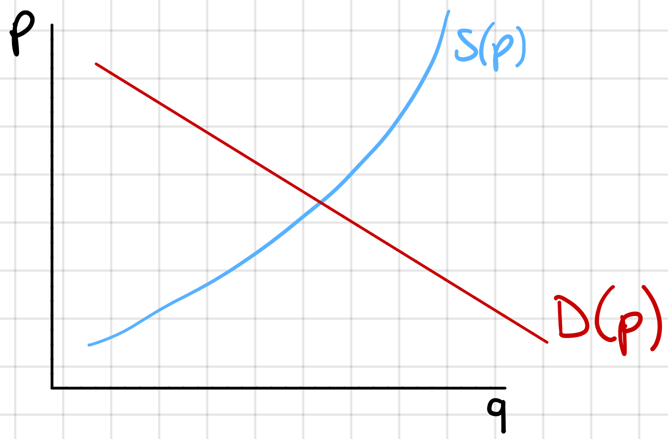


RT = tangente alla curva di trasformazione ⇒ massimo ricavo

$$\left|\frac{dq_1}{dq_2}\right| = \frac{CMG_1}{CMG_2} = \frac{P_1}{P_2}$$

NB. Quando il costo = dato (input e prezzi dati), massimizzare il profitto corrisponde a massimizzare i ricavi

CURVA DI DOMANDA



$S(p) = \sum_i s_i(p)$ = offerta industria

$D(p)$ = domanda

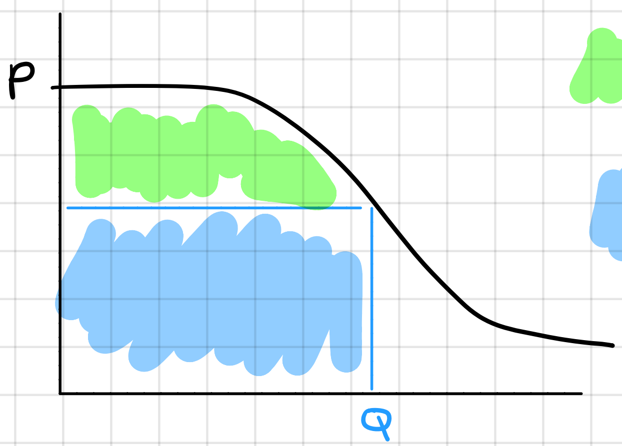
$q_{D_i} = D(p_i, p_1 \dots p_{i+1}, p_n, Y)$ la domanda del prodotto i dipendono anche dai prezzi degli altri prodotti e da Y = reddito

$D(p)$ è in funzione solo del prezzo p_i lasciando invariati gli altri campi

$$e_i = \frac{\Delta D_i}{D_i} \Big/ \frac{\Delta p_i}{p_i} = \frac{\text{domanda}}{\text{prezzo}} = \text{elasticità della domanda} = \frac{\Delta D_i()}{\Delta p_i} \cdot \frac{p_i}{D_i()} = \frac{\partial D_i()}{\partial p_i} \cdot \frac{p}{D_i()}$$

$$e_{ij} \quad i \neq j = \frac{\partial D_i()}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{D_i}$$

>0 beni sostituti
$=0$ indipendenti
<0 complementari



surplus consumatore

surplus produttore

SP + SC = WELFARE

Esercizi Esame

1) 2 gruppi di imprese in concorrenza perfetta nel breve periodo

   a) 400 imprese $C_1(q) = 50 + 2q + 2q^2$

   b) 200 imprese $C_2(q) = 36 + q + q^2$

Sia $Q = 100 - 50p$ (domanda)

Determinare l'equilibrio.

- Determino la curva di offerta di ogni gruppo

$CMG_1 = C_1'(q) = 2 + 4q$

$CVME_1 = 2 + 2q = \frac{CV(q)}{q} = \frac{2q + 2q^2}{q}$

$CMG_2 = 1 + 2q$

$CVME_2 = 1 + q$

$Q = 100 - 50p \longrightarrow p = 2 - \frac{1}{50}Q$ funzione di domanda aggregata

per prezzi ≥ 2 non c'è domanda quindi il gruppo 1 è fuori mercato $CMG_1 = 2 + 4q$

$p = 1 + 2q \qquad p \geq 1$

$q = \frac{1}{2}p - \frac{1}{2} = S_i(p)$

$S_i(p) = 100p - 100$ curva offerta aggregata

$S_i(p) \cdot 200 \longrightarrow 100p - 100$

$Q = S_i(p) \longrightarrow p^* = 1{,}33$

$Q^* = 33.33 \longrightarrow q_i^* = \frac{33.33}{200} = 0.167$ Punto equilibrio $P(p^*, q^*)$

$\underset{p^* \cdot q^*}{\pi_i = 1.33 \cdot 0.167} - 36 - 0.167 - 0.167^2 = -35.97 > \underset{-F}{-36}$

2) Due gruppi di imprese nel lungo periodo

a) $C_1(q) = 50q^2 + 200q + 200$ 100 imprese

b) $C_2(q) = 50q^2 + 100q + F$ N imprese

F costo quasi-fisso per chi entra nel mercato

$p = 1000 - Q$

- Determinare Fmax per un equilibrio dell'industria escludendo il primo gruppo.
- Se F=50 trovare Nmin per l'equilibrio escludendo il primo gruppo

$CMG_1 = 100q + 200$

$CME_1 = 50q + 200 + 200/q$

$\frac{\partial CME}{\partial q} = 50 - \frac{200}{q^2} = 0 \qquad \bar{q}_1 = \sqrt{\frac{200}{50}} = 2$

$CME^1_{min} = 50 \cdot 2 + 200 + \frac{200}{2} = 400$

$p = 100q + 200 \rightarrow q = 1/100\, p - 2 \qquad \boxed{p \geq 400}$

$CMG_2 = 100q + 100$

$CME_2 = 50q + 100 + F/q$

$\frac{\partial CME_2}{\partial q} = 50 - F/q^2 = 0 \qquad \bar{q}_2 = \sqrt{F/50}$

$CME^2_{min} = 50 \cdot \sqrt{F/50} + 100 + F/\sqrt{F/50} = 100 + 2\sqrt{50F}$

$p = 100q + 100 \rightarrow q = 1/100\, p - 1 \qquad \boxed{p \geq 100 + 2\sqrt{50F}}$

$\Rightarrow \min CME_2 \leq \min CME_1 \Rightarrow 100 + 2\sqrt{50F} \leq 400 \Rightarrow F \leq 450 \Rightarrow F_{max} = 450$

$F = 50 \qquad \bar{q}_2 = 1 = \sqrt{F/50} \qquad \min CME_2 = 100 + 2\sqrt{50 \cdot 50} = 200$

$p = 100q + 100 \qquad q = 1/100\, p - 1 \qquad p \geq 200$

$N(1/100\, p - 1)$ = offerta aggregata $= 1000 - p =$ domanda aggregata $\rightarrow \frac{N}{100}p - N = 1000 - p$

$p\left(\frac{100 + N}{100}\right) = 1000 + N \rightarrow p = \frac{100000 + 100N}{100 + N}$

$\frac{100000 + 10N}{100} < 400 \rightarrow N > 200$

3) Costo fisso 1600
costo per ora 15 max 1600 ore
$Q = 32016 - p$

• Trovare l'equilibrio dell'industria in una situazione di concorrenza perfetta nel lungo periodo

$$C(q) = 1600 + 15q \qquad q \leq 1600$$

$$CME(q) = \frac{1600}{q} + 15$$

$$\min CME = \frac{1600}{\max q} + 15 = \frac{1600}{1600} + 15 = 16$$

$$q_i = \begin{cases} 1600 & p \geq 16 \\ \varnothing & p < 16 \end{cases}$$

$$Q = \begin{cases} 1600 \cdot N & p \geq 16 \\ \varnothing & p < 16 \end{cases}$$

$$\pi = \varnothing \qquad p^* = 16$$

$$Q^* = 32016 - 16 = 32000$$

$$N^* = \frac{32000}{16000} = 20$$

Si assuma che ci siano solo 20 taxi e sia consentita la compravendita delle licenze e la domanda diventa $Q = 32020 - p$

• Determinare il prezzo massimo di vendita di una licenza

$$Q = 32020 - p = 32000 \qquad \bar{p} = 20$$

$$\pi = 20 \cdot 1600 - 1600 - 15 \cdot 1600 = 6400$$ prezzo massimo licenza

4) 50 imprese divise in 5 gruppi uguali
Ogni impresa ha un costo di produzione c_i e un massimo output q_i

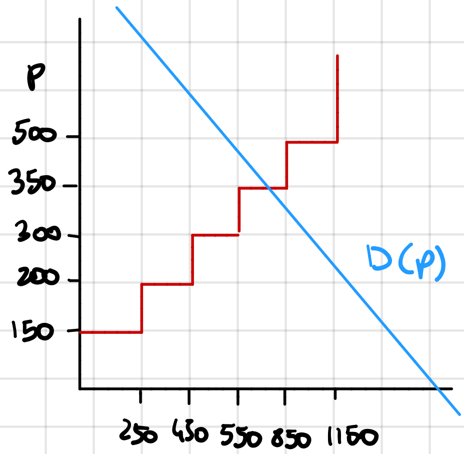
GRUPPO i	c	q
1	500	30
2	200	20
3	300	10
4	150	25
5	350	30

$p = 1000 - Q$ domanda inversa

- Determinare la curva di offerta nel breve periodo
- Determinare il punto di equilibrio nel breve periodo

$$q_i = \begin{cases} \emptyset & p < c_i \\ \leq q_i & p \geq c_i \end{cases}$$

$$Q = \begin{cases} \emptyset & p < 150 \\ \leq 25 \cdot 10 & 150 \leq p < 200 \\ \leq 450 & 200 \leq p < 300 \\ \leq 550 & 300 \leq p < 350 \\ \leq 850 & 350 \leq p < 500 \\ \leq 1150 & 500 \leq p \end{cases}$$



$p = 1000 - Q$

$350 = 1000 - (550 + q_5)$

$q_5 = 100 \quad q_i^5 = 10 = q_5 / 10$

$p^* = 350 \quad Q^* = 650$

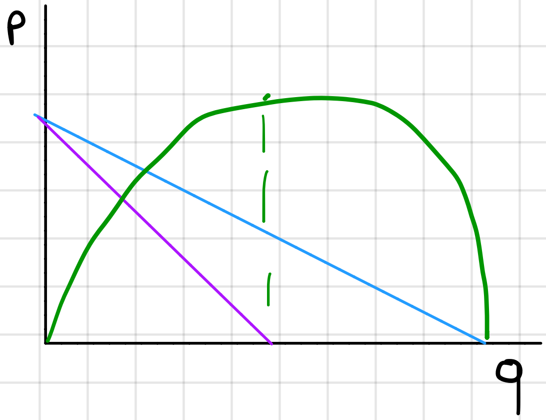
GRUPPO i	$\pi_i = (p - c_i) q_i$
5	$\emptyset$
3	$50 \cdot q_3 = 500$
2	$150 \cdot q_2 = 3000$
4	$200 \cdot q_4 = 5000$
1	escluso dal mercato perchè $500 > 350$

MONOPOLIO

$$\pi = \text{Ricavi} - \text{Costi}$$
$$= p(q)\cdot q - c(q)$$

La differenza con la situazione price taker (Concorrenza perfetta) è che il prezzo NON è un dato, ma è scelto dall'azienda (monopolista)

Se $p = a - bq$ $\quad RT = p\cdot q = aq - bq^2 \rightarrow RMG = a - 2bq$



$$RMG = \frac{dp}{dq}\cdot q + p(q) = p\left[1 + \frac{dp}{dq}\cdot\frac{q}{p}\right] =$$
$$= p\left[1 + \frac{1}{e}\right] = p\left[1 - \frac{1}{|e|}\right] =$$
$$= CMG = c'(q)$$
$$\Rightarrow p\left(1 - \frac{1}{|e|}\right) = c'(q) \longrightarrow p - c'(q) = p\frac{1}{|e|}$$
$$\Rightarrow \frac{p - c'(q)}{p} = \frac{1}{|e|}$$

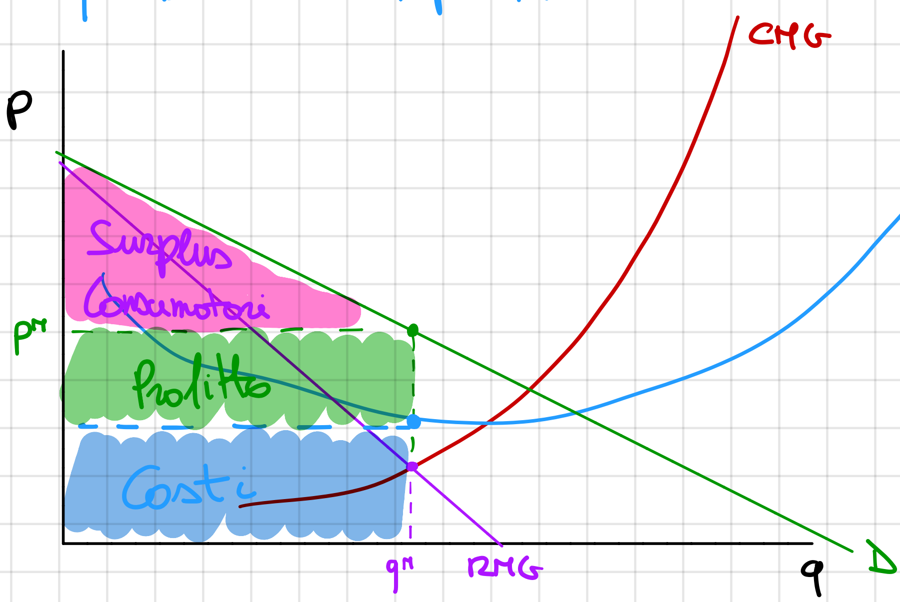
MarkUp

Il markup indica il rincaro del monopolista, indica il "grado" di monopolio

$p\left(1 - \frac{1}{|e|}\right) \geq 0$ se $\frac{1}{|e|} \leq 1 \Rightarrow |e| \geq 1$

$$\pi(p) = \underbrace{D(p)}_{q}\cdot p - c(\underbrace{D(p)}_{q})$$

Equilibrio Del Monopolista



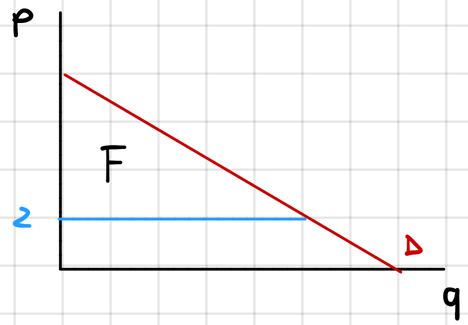
Il monopolio crea una perdita netta di monopolio sul mercato rispetto alla concorrenza perfetta

Discriminazione di Prezzo

— 1° tipo (Perfetto): situazione in cui il monopolista riesce a vendere il prodotto a tutti i consumatori al maggior prezzo che ciascuno sarebbe disposto a pagare
In questo caso il welfare = surplus C + Surplus P = Welfare Concorrenza Perfetta.

— 2° tipo: prezzi diversi a secondo della quantità di bene acquistato (es elettricità)
Tariffa $(q) = F + pq$ Tariffa in 2 parti (fissa e variabile)
Un altro esempio è lo sconto di quantità (es 2x1)

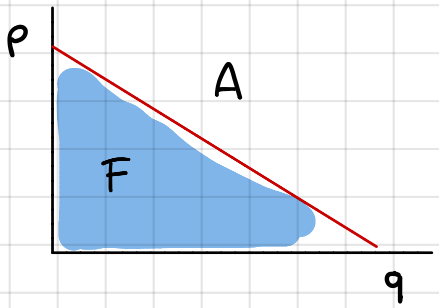
ES.

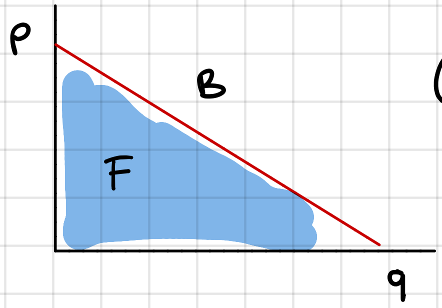


Costo Totale = $2q$

$T(q) = F + cq$

— 3° tipo: prezzi diversi per gruppi diversi di clienti



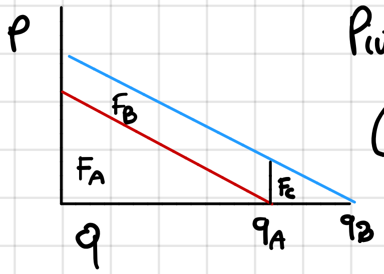


(F_A, q_A) e (F_B, q_B)

+

incasso

ES.



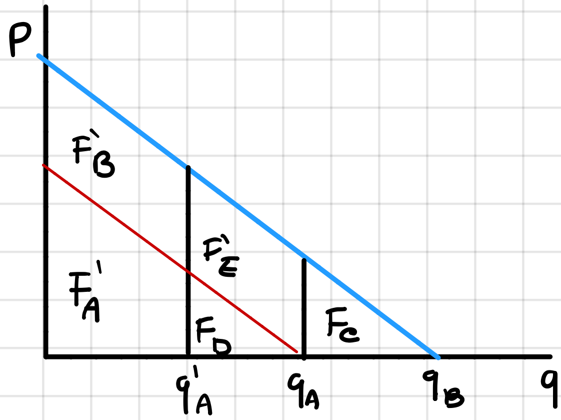
Più acquirenti (più domande) sullo stesso mercato

① (F_A, q_A) e ② $(F_A + F_B + F_C, q_B)$

Se B "acquista" F_A ho un surplus uguale a F_B invece di zero nel caso in cui acquisti $F_A + F_B + F_C$
Il produttore quindi otterrà due volte F_A (poiché B sceglierà F_A) → $2F_A$
la seconda opzione non è usata → Va cambiata! → 2bis $(F_A + F_C - \mathcal{E}, q_B)$ con surplus $= F_B + \mathcal{E}$
$F_B + \mathcal{E} > F_B$ → B sceglierà l'opzione 2bis

$F_A + F_A + F_C - \mathcal{E}$ = ricavo produttore

ES



$(F'_A \,,\, q'_A)$ ①

$(F'_A + F_c + F'_D + F_c - \varepsilon \,,\, q_B)$ ②

$SC^A_{q'_A} = \emptyset \qquad SC^B_{q_B} = F'_B + \varepsilon$

Ricavi $= F'_A + F'_A + F_c + F'_D + F'_E$ se $F'_E > F'_D$

Esercizio

Monopolio in due mercati con domanda $Q_i = a_i - b_i p_i \quad i = 1,2$
Costo nullo. Determinare le condizioni di a_i e b_i per cui non si opera nessuna discriminazione di prezzo.

- P_1 deve essere uguale a P_2

$$\pi_i = p_i \underbrace{(a_i - b_i p_i)}_{q} = a_i p_i - b_i p_i^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_i} = a_i - 2b_i p_i = 0 \rightarrow p_i = \frac{a_i}{2b_i}$$ prezzo per massimizzare il profitto

$$p_1 = \frac{a_1}{2b_1} \qquad p_2 = \frac{a_2}{2b_2} \longrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \longrightarrow p_1 = p_2$$

Esercizio

$CMG = c$ Si mostri che dato la domanda $Q = a - p$ il monopolista non trasferisce interamente un eventuale incremento del costo marginale sul prezzo finale

$p = a - Q \quad RMG = a - 2Q = c = CMG$

$q^* = \frac{a-c}{2} \quad p^* = \frac{a+c}{2}$

Ora $CMG = c + \Delta c \qquad \Delta c = $ incremento CMG

$p' = \frac{a+c+\Delta c}{2} \quad = p^* - p' = \frac{\Delta c}{2}$ la differenza non è uguale all'intero incremento

Se la domanda è $Q = p^{-k}$ si dimostri che il monopolista trasferisce sul prezzo finale un ammontare maggiore di Δc $(k>1)$

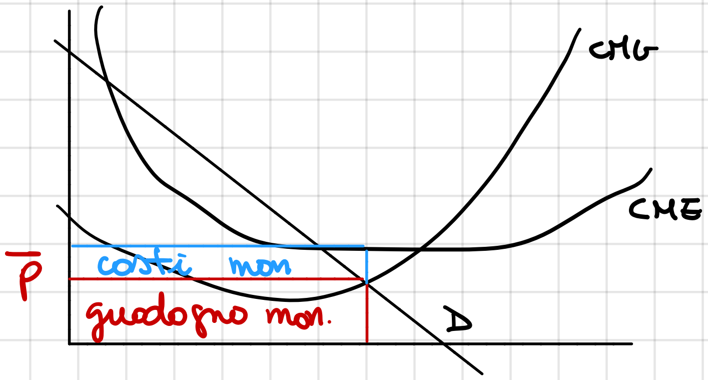
$e = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -k \cdot p^{k-1} \cdot \frac{p}{p^{-k}} = -k \qquad \underbrace{\boxed{p\left(1 - \frac{1}{k}\right)}}_{RMG} = CMG = c$

$p^* = \frac{c}{1 - \frac{1}{k}} = \frac{k}{k-1} c \qquad p' = \frac{k}{k-1}(c + \Delta c)$

$p^* - p' = \frac{k}{k-1} \Delta c$ maggiore di Δc

Monopolio Naturale situazione in cui il monopolio è quasi obbligato es. le ferrovie = è impossibile che qualcuno ricostruisca tutte le vie ferroviarie rimanendo concorrenziale con i prezzi

Il regolatore "decide" i prezzi massimi per i prodotti. Nel caso di monopolio se $\bar{p}$ = CMG il monopolio va in perdita



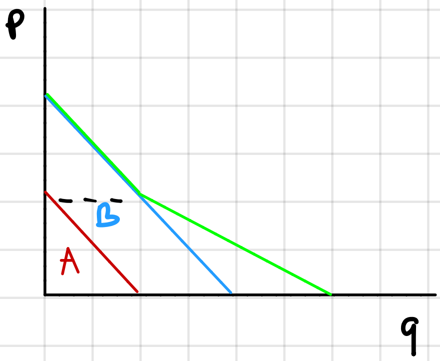
Tale perdita deve essere finanziata (sussidiare il monopolista)

Se il prezzo $\bar{p}$ è fissato uguale al CME, non è più necessario finanziare la perdita poiché nulla → ma nessun profitto.

Esercizio (DA ESAME)

Monopolio. CMG = c $F = \emptyset$ Due curve di domanda $D_A = 4 - q_A$
$D_B = 2 - q_B$

– Determinare il comportamento ottimale in funzione di c senza discriminazione di prezzo



$$p = \begin{cases} 4 - q & q \leq 2 & p \geq 2 \\ 3 - \frac{1}{2}q & q > 2 & p < 2 \end{cases}$$

$$q = q_A + q_B = 4 - p + 2 - p = 6 - 2p$$

$$RMG = \begin{cases} 4 - 2q & q \leq 2 & p \geq 2 \\ 3 - q & q > 2 & p < 2 \end{cases}$$

$4 - 2q = c$ $q^* = 2 - \frac{1}{2}c$ $q^* \leq 2 \rightarrow c > 0$
$p^* = 2 + \frac{1}{2}c < 4$

$\pi = \frac{1}{4}c^2 - 2c + 4$
$(0 < c < 4)$

$3 - q = c$ $q^* = 3 - c$ $q^* > 2 \rightarrow c < 1$
$p^* = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}c < 2$

$\pi^* = \frac{1}{2}c^2 - 3c + \frac{9}{2}$
$(0 < c < 1)$

Con $c<1$ posso vendere anche al solo gruppo A se $\pi^* < \pi$
Tale disuguaglianza è vera se $c > 0.58$
Se $0 < c < 0.58$ conviene vendere a entrambi i gruppi (π^*)

— Caso di discriminazione di prezzo

$$p = \begin{cases} 4 - q_A \longrightarrow q_A = 4 - p \quad RMG = c = 4 - 2q_A \quad q_A^* = 2 - \frac{1}{2}c \quad p_A^* = 2 + \frac{1}{2}c \quad \pi = 4 - 2c + \frac{1}{4}c^2 \quad (c<4) \\ 2 - q_B \longrightarrow q_B = 2 - p \quad RMG = c = 2 - 2q_B \quad q_B^* = 1 - \frac{1}{2}c \quad p_B^* = 1 + \frac{1}{2}c \quad \pi^* = 1 - c + \frac{1}{4}c^2 \quad (c<2) \end{cases}$$

IMPRESA INDIVIDUALE: un solo capo (imprenditore) che possiede i mezzi di produzione e l'attività. Non c'è distinzione tra i beni dell'imprenditore e i beni che sono utilizzati nell'impresa. I creditori dell'impresa/del imprenditore possono rivolgersi sia sui beni dell'impresa che dell'imprenditore TOTALE ASSENZA DI AUTONOMIA PATRIMONIALE
l'imprenditore è illimitatamente responsabile delle obbligazioni assunte dall'impresa (es. pagare i fornitori)

SOCIETÀ: contratto tra due o più persone che conferiscono beni/servizi per esercitare un'attività in comune.
1) Società di persone } a scopo di
2) Società di capitali } lucro
3) Società cooperative

1) Almeno un socio deve essere illimitatamente e personalmente responsabile e non ha una personalità giuridica (diritti e doveri fanno capo ai soci)
Almeno un socio ha la responsabilità delle obbligazioni (responsabilità illimitata)
AUTONOMIA PATRIMONIALE IMPERFETTA: i creditori della società possono rifarsi sui beni dei soci, mentre i creditori di un socio possono al massimo chiedere la liquidazione della quota del socio.
Per cedere le quote ad un altro è necessario il consenso unanime dei soci.
- Società Semplice (S.S.)
- Società in Nome Collettivo (S.N.C)
- Società in Accomandita Semplice (S.A.S.)

S.S. = Responsabilità illimitata
Responsabilità Solidale: i creditori possono scegliere a propria indiscrezione il socio sul quale rivolgersi
Responsabilità Diretta: i creditori possono rifarsi direttamente sui soci tuttavia i soci posso richiedere di "usare" il patrimonio della società

SNC = Responsabilità illimitata
Responsabilità solidale
Responsabilità Sussidiaria: i creditori sono obbligati ad usare prima il patrimonio della società e poi su quello dei soci.
Patto di NON concorrenza: i soci non possono far parte di altre attività concorrenti

S.A.S. = due categorie di soci: accomandatari e accomandanti. I primi rispondono ill.mente e solidalmente (anche in via sussidiaria) delle obbligazioni sociali. I secondi rispondono solo della loro quota. I soci accomandatari hanno la gestione della società.

2) Hanno personalità giuridica e responsabilità limitata (salvo eccezioni) ovvero i soci rischiano solo il denaro e i beni investiti nella società, solo il patrimonio sociale risponde delle obbligazioni sociali.
AUTONOMIA PATRIMONIALE PERFETTA: i creditori dei soci possono rivolgersi solo sui soci e quelli della società solo sulla società
Amministratore e socio sono qualità distinte
la qualità di socio è liberamente trasferibile.
- Società Responsabilità Limitata (S.R.L)
- Società in Accomandita per Azioni (S.A.P.A)
- Società Per Azioni (S.P.A)

S.P.A = Solo il patrimonio sociale (min 120000) risponde delle obbligazioni. Le quote di partecipazione dei soci sono rappresentate da azioni (frazioni del capitale sociale) che possono essere ordinarie, privilegiate e di risparmio.
ORDINARIE: nominative, conferiscono diritto di voto nelle assemblee, diritto al dividendo (guadagno della società), diritto alla quota di liquidazione, diritto di opzione sottoscrivere l'aumento di capitale in proporzione della percentuale posseduta.

Caratterizzata da patti parasociali ovvero patti tra più soci che hanno lo scopo di regolarne il comportamento. SINDACATO DI VOTO: più soci si obbligano reciprocamente ad esercitare il diritto di voto in modo concordato
SINDACATO DI BLOCCO: patto tra più soci per limitare il trasferimento delle azioni
I patti sono stipulati principalmente per accordarsi sul controllo maggioritario della società.
Assemblea dei soci: funzioni deliberative Amministratori: funzioni di gestione
Collegio sindacale: funzioni di controllo

Società Controllate:
- Controllo interno di diritto: maggioranza detenuta da un altra società
- Controllo interno di fatto: quota sufficiente per esercitare un'influenza dominante detenuta da un'altra società
- Controllo esterno contrattuale: un altra società controlla la società in questione tramite vincoli contrattuali con essa.

Società Collegate
Sono le società sulle quali un'altra società esercita una notevole influenza (almeno un quinto dei voti, un decimo se quotata in borsa)

Holding
Società che controlla altre società. Pura se si limita a controllare, mista se svolge anche attività produttiva.

3) Società a capitale variabile a scopo mutualistico.

SCOPO MUTUALISTICO: condizioni di lavoro più vantaggiose di quelle sul mercato (es. sgravi fiscali)

CAPITALE VARIABILE: capitale sociale mai prestabilito poiché può cambiare continuamente a seguito del variare del numero dei soci

RELAZIONI VERTICALE

Gli input di un'impresa provengono da un'altra. Spesso prima di arrivare al consumatore il prodotto passa tra più imprese.

Modello Spengler

$$\xrightarrow{c} \boxed{A} \xrightarrow[p_w]{} \boxed{B} \xrightarrow{p} \quad q = D(p)$$

A produce a costo c in condizioni di monopolio e vende a B a prezzo p_w.
Acquistando da A, B consegue il monopolio di una tecnologia di trasformazione. (la trasformazione non comporta costi) di una unità di input di A in una unità di output di B

Essendo in monopolio entrambe le imprese fanno markup sul prezzo

$p_w > c$ e $p > p_w$ $\Rightarrow$ Doppia marginalizzazione

$$A: \max_{p_w} (p_w - c) D(p) \qquad B: \max_{p} (p - p_w) \cdot D(p)$$

Il "problema" fondamentale è che il profitto di A dipende dalle scelte di mercato di B (se cambia la domanda di B cambia anche per A) Esternalità verticale

Per studiare l'esternalità si considerano due situazioni: imprese indipendenti o due unità produttive della stessa impresa.

1) Caso visto prima

2) A e B fanno parte della stessa impresa $\max_{p} = (p - c) \cdot D(p)$

1)
$q = D(p) = 1 - p$ $\quad c < 1$ $\quad \max_p \pi_B = (p - p_w)(1 - p)$ $\quad p = \frac{1 + p_w}{2}$ $\quad q = \frac{1 - p_w}{2}$ $\quad \pi = \left(\frac{1 - p_w}{2}\right)^2$

$\max_{p_w} \pi_A = (p_w - c)\, q = (p_w - c)\left(\frac{1 - p_w}{2}\right)$ $\quad p_w = \frac{1 + c}{2}$ $\quad q = \frac{1 - p_w}{2} = \frac{1 - c}{4}$ $\quad p = \frac{1 + p_w}{2} = \frac{3 + c}{4}$

$\pi_A = \frac{(1-c)^2}{8} \quad \pi_B = \frac{(1-c)^2}{16}$

2) $\max_p \pi = (p-c)\,D(p) = (p-c)(1-p)$ $\qquad \pi = \frac{(1-c)^2}{4}$ $\qquad p = \frac{1+c}{2}$

IND.		INTEGRATA
$\pi_A + \pi_B$	$<$	π
p_{IND}	$>$	p_{INT}

L'assenza di coordinamento fra imprese indipendenti genera inefficienza poiché:
- ognuna massimizza il suo profitto
- ogni impresa fissa un prezzo troppo elevato rispetto a quello ottimo (di sistema)

L'inefficienza si risolve con modelli cooperativi dove imprese indipendenti si accordano per garantire il massimo benessere "collettivo".
Oppure con modelli conflittuali in cui l'impresa dominante rimuove le conseguenze negative
- integrando verticalmente
- o tramite restrizioni contrattuali garantisce gli stessi benefici dell'integrazione. Restrizioni Verticali

Alcuni esempi di restrizioni verticali sono: prezzo imposto, quantità imposta o tariffa in due parti. (restrizioni verticali sufficienti)

> NB. le ipotesi per le restrizioni verticali sufficienti sono:
> - ambiente deterministico (es. q reale = q dei calcoli)
> - informazione completa: l'impresa a monte conosce tutti i dettagli di quella a valle

Es.
Impresa α e β. α vende a β a prezzo p_α. Entrambe in monopolio
Domanda β $\quad q = 60 - p$
$C_\alpha = 3q$ (costo unitario $c=3$)
$C_\beta = (p_\alpha + 2)q$

Trovare il profitto senza integrazione e con.

1

$\pi_B = (p - p_\alpha - 2)(60-p)$

$\max_p \pi_B \Rightarrow \frac{\partial \pi_B}{\partial p} = 0 \qquad p = \frac{1}{2}p_\alpha + 31 \qquad q = 60 - p = 29 - \frac{1}{2}p_\alpha$

$\pi_\alpha = (p_\alpha - 3)(29 - \frac{1}{2}p_\alpha)$

$\max_{p_\alpha} \pi_\alpha \Rightarrow \frac{\partial \pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 0 \qquad p_\alpha = 30.5 \qquad q = 29 - \frac{1}{2}p_\alpha = 13.75 \qquad p = 46.25$

Sostituisco questi valori ai profitti $\rightarrow \pi_\alpha = 378.125 \quad \pi_B = 189.0625$

2 $C_{INT} = 3q + 2q = 5q$

$\pi_{INT} = (p-5)(60-p)$

$\max_p \pi_{INT} = \frac{\partial \pi_{INT}}{\partial p} = 0 \qquad p_{INT} = 32.5 \qquad q = 27.5 \qquad \pi_{INT} = 756.25$

Tariffa in due parti: A impone a B la tariffa $T(q) = F + p_w q$. A deve determinare F e p_w affinché il profitto sia pari a quello della struttura integrata.

Prendo l'esempio precedente:

$p_\alpha = 3 = c$ $\quad \pi_\beta = (p-5)(60-p) - F$ $\quad$ F non influenza sulle decisioni di prezzo per massimizzare π_β

Il prezzo che massimizza il profitto è uguale a quello della struttura integrata.
(ovviamente minore è F meglio è per β)
F è necessario a α per riprendere i profitti.

$T(q) = 756.25 + 3q$
$\pi_\alpha = 756.25 - \pi_{INT} = F$
$\pi_\beta = \phi$

Prezzo (o quantità) imposto: α impone a β il prezzo di vendita
$\bar{p} = p_{INT}$ $(= 32.5 \quad q_{INT} = 27.5)$
Il caso della quantità è uguale (stessa funzione (p,q))

Es.
Impresa α vende a prezzo p_α all'impresa β. Funzioni di costo: $C_\alpha = 3q$ e $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$
Due gruppi di acquirenti di β: $q_1 = 60 - p_1$ $\quad q_2 = 50 - 2p_2$. β può applicare una discriminazione di terzo grado.
Determinare il profitto di entrambe senza e con integrazione verticale.

1
$\pi_\beta^1 = (p_1 - p_\alpha - 2)(60 - p_1) \longrightarrow \max_{p_1} \pi_\beta^1 \longrightarrow p_1 = \frac{1}{2} p_\alpha + 31 \quad q_1 = 29 - \frac{1}{2} p_\alpha$

$\pi_\beta^2 = (p_2 - p_\alpha - 2)(50 - 2p_2) \longrightarrow \max_{p_2} \pi_\beta^2 \longrightarrow p_2 = \frac{1}{2} p_\alpha + 13.5 \quad q_2 = 23 - p_\alpha$

$q = q_1 + q_2 = 52 - \frac{3}{2} p_\alpha$

$\pi_\alpha = (p_\alpha - 3)(52 - \frac{3}{2} p_\alpha) \longrightarrow \max_{p_\alpha} \pi_\alpha \longrightarrow p_\alpha = 18.833 \quad p_1 = 40.4166 \quad q_1 = 19.5833 \quad q = 23.75$
$p_2 = 22.9166 \quad q_2 = 4.166$

$\boxed{\pi_\alpha = 376.04 \quad \pi_\beta = 392.1772}$

2
$\pi_{INT}^1 = (p_1 - 5)(60 - p_1) \quad p_{INT}^1 = 32.5 \quad q_{INT}^1 = 27.5 \quad \pi_{INT}^1 = 756.25$
$\pi_{INT}^2 = (p_2 - 5)(50 - 2p_2) \quad p_{INT}^2 = 15 \quad q_{INT}^2 = 20 \quad \pi_{INT}^2 = 200$

$\boxed{\pi_{INT} = 956.25}$

Determinare la tariffa in due parti.

$$T(q) = F + P_\alpha q = F + 3q = \pi_{INT} + 3q = 956.25 + 3q$$

Es.

Stessa situazione di prima. $q = 58 - P_\beta$. $C_\alpha = 4q$ e $C_\beta = (P_\alpha + 2)q$.
Determinare P_α e P_β che permettono ad α di avere un profitto pari alla struttura integrata con α che impone il prezzo di vendita a β.

Dati:

$P_\alpha = 30$ $\quad \pi_\alpha = 338$ $\quad \pi_{INT} = (p-6)(58-p) = 676$ $\quad P_{INT} = 32$ $\quad q_{INT} = 26$

$P_\beta = 45$ $\quad \pi_\beta = 169$

$q = 13$

$\boxed{\bar{P}_\beta = P_{INT} = 32}$ $\quad \Rightarrow C_\beta = RT_\beta \rightarrow \boxed{P_\alpha = 30}$

$RT_\beta = P_\beta \cdot q = 32 \cdot 26$

Ipotizziamo $C_\beta = (P_\alpha + 2)q + K$. Perché α dovrebbe pagare a β una somma pari a K se volesse applicare una restrizione di prezzo imposto?

Poiché in questo caso $\pi_\beta = -K$ $\quad \pi_\alpha = 676$
Quindi α si impegna a pagare K a $\beta \rightarrow \pi_\beta = 0$ e $\pi_\alpha = 676 - K$ $\quad (\pi_{INT})$

Ripartizione del rischio: nel caso di prezzo imposto il rischio è tutto su α. Nel caso di tariffa in due parti invece il rischio è tutto su β

Tariffa in due parti $= 676 + 4q$

Si ipotizzi $C_{INT} = (6+K)q$. Determinare i valori di K in corrispondenza dei quali il "prezzo finale" della struttura integrata è minore di quello della struttura non integrata. ($P_{INT} < 45$)

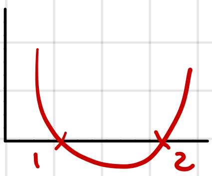
$$\pi_{INT} = (p-6-K)(58-p) \rightarrow \max_p \pi_{INT} \rightarrow p^* = 32 + \tfrac{1}{2}K \qquad q^* = 26 - \tfrac{1}{2}K \qquad \pi_{INT} = 676 + \tfrac{1}{4}K^2 - 26K$$

$$\Rightarrow 32 + \tfrac{1}{2}K < 45 \rightarrow \boxed{K < 26}$$

Determinare i valori di K per cui il $\pi_{INT} > \pi_\alpha + \pi_\beta = 338 + 169$

$$676 + \tfrac{1}{4}K^2 - 26K > 507$$

$K <$ 6.967 (1), 97.03 (2)



$q = 26 - \frac{1}{2}K$ $<$ ① POSITIVO $\rightarrow$ OK $\rightarrow$ $K < 6.967$; ② NEGATIVO $\rightarrow$ NO

Se un'impresa a monte ha più imprese a valle che operano in modo concorrenziale viene eliminata la marginalizzazione: l'impresa a monte ha profitto uguale al caso in cui vengono integrate tutte le n imprese
Non sono necessarie restrizioni verticali
La cosa cambia se la domanda non dipende solo dal prezzo per esempio anche da s = sforzo promozionale $\rightarrow q = D(p, s)$

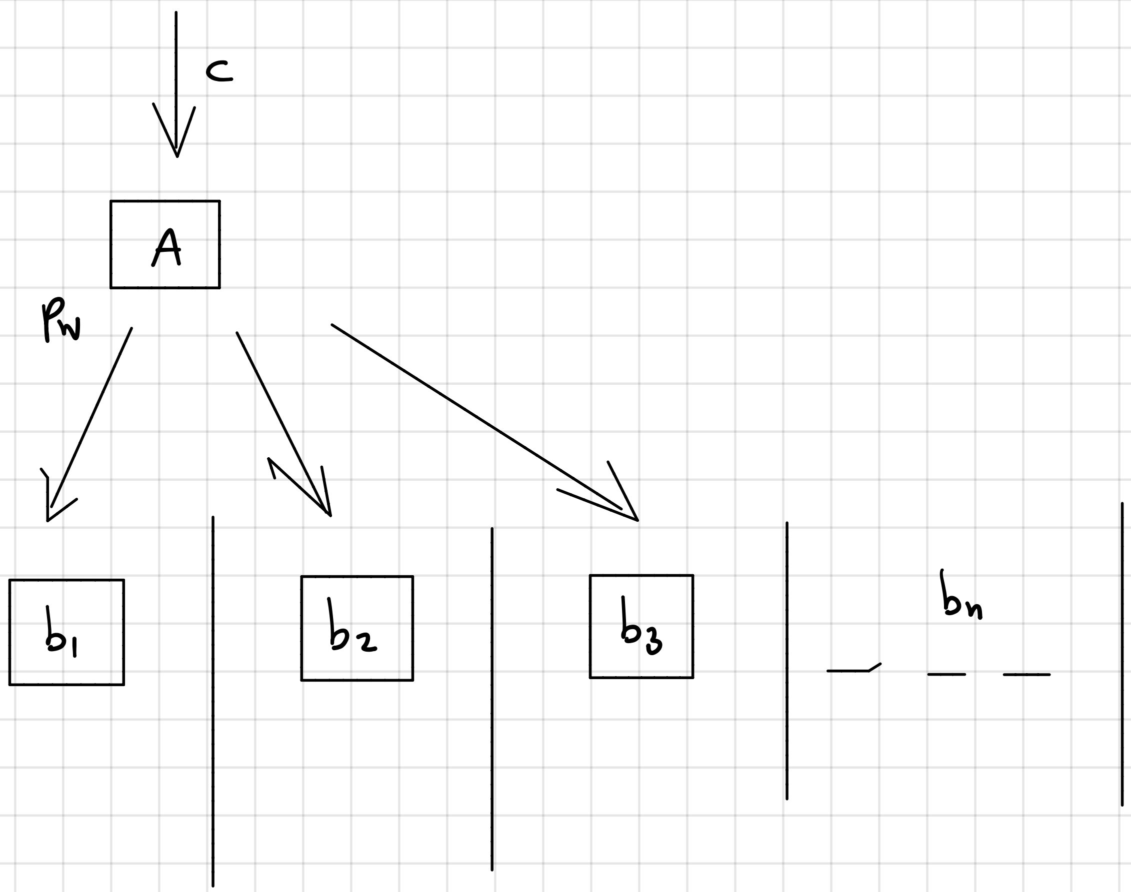
α a monte desidera che le imprese a valle promuovono il prodotto per aumentare la domanda, mentre loro non sono incentivate a farlo!

I servizi promozionali sono "bene pubblico": una volta erogati ne beneficiano tutte le imprese
In questo caso si ha esternalità orizzontale

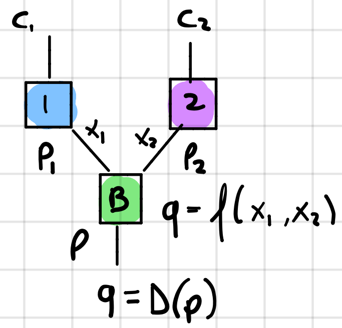
es.
b_1 eroga la promozione $\rightarrow c_1 = p_\alpha + \phi(s)$ dove $\phi(s)$ = costo per fornire il livello s per unità di prodotto
mentre le altre n-1 imprese: $c_i = p_\alpha$ $\quad i = 2 \dots n$ free riding

b_1 esce dal mercato perchè non sostiene i costi!

Per tale motivo anche in caso di concorrenza perfetta α deve imporre restrizioni alle imprese a valle se la quantità venduta dipende anche dallo sforzo promozionale.
Tale restrizioni hanno lo scopo di eliminare la concorrenza tra le imprese a valle
es. esclusiva territoriale



Solitamente si applica esclusiva territoriale e tariffa in due parti per eliminare esternalità orizzontale e distorsione di prezzo



1 è in monopolio, 2 in concorrenza

INDIPENDENTI:

1: $\max\limits_{x_1} (p_1 - c_1) x_1$

2: $\max\limits_{x_2} (p_2 - c_2) x_2$

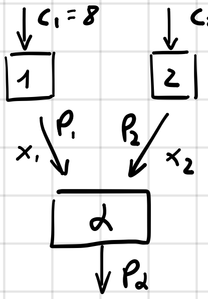
B: $\max\limits_{x_1 x_2} P(f(x_1, x_2)) \cdot f(x_1, x_2) - p_1 x_1 - p_2 x_2$

INTEGRATE

$$\max_{x_1, x_2} \pi_{INT} = P(f(x_1, x_2)) \cdot f(x_1, x_2) - c_1 x_1 - c_2 x_2$$

NB. Basta anche integrare 1 e B

Es.



- $q = 39 - P_\alpha \rightarrow P_\alpha = 39 - q$
- $C_\alpha = 200 + P_1 x_1 + P_2 x_2$
- $q = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$

1 in monopolio
2 in concorrenza perfetta

a) Determinare i profitti senza integrazione se $p_1 = 27$.
$P_1 = 27$ $P_2 = 2$ perché "price-taker".

$PMG_1 = \frac{1}{3} x_1^{-2/3} x_2^{2/3}$ $PMG_2 = \frac{2}{3} x_1^{1/3} x_2^{-1/3}$

$$\rightarrow \begin{cases} STS = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{27}{2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 27 x_1 & \rightarrow x_2 = 3q \\ q = x^{1/3}(27x_1)^{2/3} = 9x_1 & \rightarrow x_1 = \frac{1}{9} q \end{cases}$$

$C_\alpha = 200 + 27 \frac{1}{9} q + 2 \cdot 3q = 200 + 9q \rightarrow CMG = 9$

$CMG = RMG = 39 - 2q$ $q^* = 15$ $p^* = 24$ $x_1^* = 1.667$ $x_2^* = 45$

$Ricavo = P_\alpha \cdot q = (39 - q) q = 39q - q^2 \Rightarrow RMG =$ derivata RT

$\pi_1^* = (27 - 8) 1.667 = 31,673$ $\pi_2^* = \emptyset$
$\pi_\alpha^* = 24 \cdot 15 - 27 \cdot 1.667 - 2 \cdot 45 - 200 = 360 - 45 - 90 - 200 = 25$

b) Determinare il profitto nel caso di struttura integrata

$$\begin{cases} STS = \frac{8}{2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases}$$ (p_1 e p_2 non esistono più) $$\begin{cases} x_2 = 8x_1 & \rightarrow x_2 = 2q \\ q = x_1^{1/3}(8x_1)^{2/3} = 4x_1 & \rightarrow x_1 = \frac{1}{4} q \end{cases}$$

$C_{INT} = 200 + 8x_1 + 2x_2 = 200 + 8 \cdot \frac{1}{4} q + 2 \cdot 2q = 200 + 6q \rightarrow CMG_{INT} = 6$

$CMG_{INT} = RMG_{INT} = 39 - 2q$ $q_{INT} = 16.5$ $P_{INT} = 22.5$ $x_1^{INT} = 4,125$ $x_2^{INT} = 33$

$\pi_{INT} = 22.5 \cdot 16.5 - 200 - 6 \cdot 16.5 = 72.25$

Vendita Collegata con Prezzo Imposto: 1 costringe α a comprare entrambi i motociclì da 1, impone il prezzo finale e deve determinare p_1, p_2 e p per avere un profitto pari a quello della struttura integrata. 1 compra x_2 da 2 per poi venderlo ad α

Es (precedente)

p_α imposto $= 22.5$

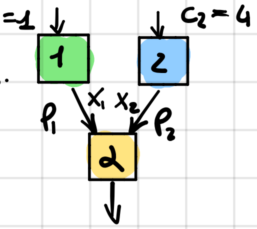
$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{8}{2} & \rightarrow p_1 = 4p_2 & \rightarrow p_1 = 13.838 \\ p_1 x_1^{INT} + p_2 x_2^{INT} + 200 = p_{INT}\, q_{INT} & \rightarrow 4p_2 \cdot 4.125 + p_2 \cdot 33 + 200 = 22.5 \cdot 16.5 & \rightarrow p_2 = 3.4595 \end{cases}$$

$$\begin{cases} STS = \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{13.838}{3.4595} & \rightarrow x_2 = 8x_1 & \rightarrow x_2 = 33 \\ 16.5 = x_1^{1/3}\, x_2^{2/3} & \rightarrow x_1 = 4.125 \end{cases}$$

$\pi_\alpha = 22.5 \cdot 16.5 - 13.838 \cdot 4.125 - 3.4595 \cdot 33 - 200 = \phi$

$\pi_1 = (p_1 - c_1)\,x_1 + (p_2 - c_2)\,x_2 = (13.838 - 8)\,4.125 + (3.4595 - 2)\,33 = 72.25$

Es.



$q = \sqrt{x_1 x_2} = f(q)$

$C_\alpha = P_1 x_2 + P_1 x_2$

1 in monopolio, 2 in concorrenza perfetta

$q = \begin{cases} \frac{1000}{p} & p \le 10 \\ \phi & p > 10 \end{cases}$ Domanda di α

NB. la domanda mostra che il prezzo massimo deve essere ≤ 10

a) Determinare il profitto senza integrazione verticale

$RT = p \cdot q = p \cdot \frac{1000}{p} = 1000$ (costante) $\quad \forall p \le 10 \rightarrow$

$\pi = 1000 - c \quad \forall p \le 10$
↳ devo minimizzare i costi
↳ produrre meno possibile
↳ $P = 10$

$P = 10 \quad q = 1000$

$\begin{cases} STS = \frac{x_2}{x_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{4} \\ 100 = q = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases}$ $\quad P_2 = CMG_2 = 4$ perché in concorrenza

$x_1 = \frac{200}{\sqrt{P_1}} \qquad x_2 = 50\sqrt{P_1}$

$C_\alpha = P_1 \frac{200}{\sqrt{P_1}} + 4 \cdot 50\sqrt{P_1} = 400\sqrt{P_1} =$ costi $= 1000 \rightarrow P_1 = 6{,}25 \quad x_1 = 80 \quad x_2 = 125$

$\pi_\alpha = 0 \quad \pi_2 = 0 \quad \pi_1 = (6.25 - 1)\,80 = 420$

b) Determinare il profitto con integrazione verticale

$\left.\begin{cases} STS = \frac{x_1}{x_2} = 1/4 \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases}\right\} \quad x_1^{INT} = 200 \quad x_2^{INT} = 50$

$\left.\begin{array}{l} C_{INT} = 1 \cdot 200 + 4 \cdot 50 = 400 \\ RT_{INT} = 1000 \text{ (costante come prima)} \end{array}\right\} \pi_{INT} = 1000 - 400 = 600$

c) Si ipotizzi di avere restrizioni su α e non struttura integrata. Illustrare le restrizioni sufficienti per avere le stesse condizione del caso integrato (quantità x_1 e x_2 e π_1)

① $T(x_1) = \underbrace{600}_{F} + \underbrace{x_1}_{P_1 x_1}$ [Tariffa in due parti]

② $\begin{cases} \frac{P_1}{P_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4} \\ P_1 \cdot 200 + P_2 \cdot 50 = 1000 \end{cases}$ [Vendita Collegata]

$P_2 = 10 \quad P_1 = 2.5$

$\left.\begin{cases} STS = \frac{x_2}{x_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{2{,}5}{10} = 1/4 \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases}\right\}$ STESSE CONDIZIONI DELLA STRUTTURA INTEGRATA $\quad x_1 = 200 \quad x_2 = 50$

$\pi_1 = (2{,}5 - 1)\,200 + (10 - 4)\,50 = 600$

$\pi_\alpha = 1000 - 2{,}5 \cdot 200 - 10 \cdot 50 = \phi$

α può scegliere un'alternativa
ALT: $\pi_\alpha = 200$ producendo x_1 e x_2 in proprio

Calcolare i profitti tenendo conto dell'alternativa

$x_1 = \frac{200}{\sqrt{P_1}}$ $\quad x_2 = 50\sqrt{P_1}$ $\quad \pi_\alpha = RT_\alpha - C_\alpha = 1000 - 400\sqrt{P_1} = 200 \Rightarrow P_1 = 4\ (=P_2) \quad x_1 = x_2 = 100$

$\pi_1 = (P_1 - c_1)x_1 = (4-1)100 = 300$
$\pi_\alpha = 1000 - 800 = 200$

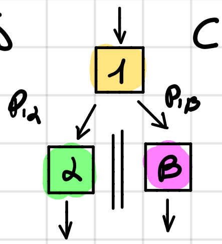
Con struttura integrata:
$x_1^{INT} = 200 \quad x_2^{INT} = 50 \quad C_{INT} = 400 \quad \pi_{INT} = 600$

$T(x_1) = (\pi_{INT} - 200) + x_1 = 600 - 200 + x_1$ (Tariffa in due parti)

$$\begin{cases} P_1/P_2 = \frac{c_1}{c_2} = 1/4 \\ \underbrace{P_1 \cdot 200 + P_2 \cdot 50}_{C_\alpha} = \underbrace{1000}_{RT_\alpha} - \underbrace{200}_{\pi_\alpha^{ALT}} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{matrix} P_1 = 2 \\ P_2 = 8 \end{matrix}$$

$\pi_1 = (P_1 - c_1)x_1 + (P_2 - c_2)x_2 = (2-1)200 + (8-4)50 = 400$
$\pi_\alpha = 1000 - 2 \cdot 200 - 8 \cdot 50 = 200$

Es



$C = F + 4q$ $\quad q_\alpha = 60 - P_\alpha$

$$q_\beta = \begin{cases} \frac{100}{P_\beta} & P_\beta \le 20 \\ \phi & P_\beta > 20 \end{cases}$$

Tutte in monopolio, α e β in due mercati diversi

$C_\alpha = P_{1\alpha} q_\alpha \quad C_\beta = P_{1\beta} q_\beta$

1 impone ad α una tariffa in due parti

Trovare F t.c. $\pi_1 > 0$

$T(q) = A + 4q$

$\pi_\alpha = (P_\alpha - 4)(60 - P_\alpha) - A \rightarrow \max_{P_\alpha} \pi_\alpha \rightarrow P_\alpha = 32 \quad q_\alpha = 60 - 32 = 28 \quad \pi_\alpha = (32-4)28 - A$
$= 784 - A$

$\Rightarrow A = 784$

$\pi_\beta = (20 - P_{1\beta}) \cdot \frac{100}{20} = 0$ (Stesso procedimento dell'esercizio precedente per ricavare P_β)
$q_\beta = 5 \quad P_\beta = 20$

$P_{1\beta} = 20$

$\pi_1^\alpha = A = 784$

$\pi_1^\beta = (20-4)5 = 80 = (P_{1\beta} - 4) q_\beta$

$\pi_1 = 784 + 80 - F > 0 \rightarrow \boxed{F < 864}$

Per produrre x in proprio α e β devono installare un'impianto. (= integrazione)
Determinare F per cui non risulta conveniente ad α e β fare l'impianto

$\pi_{INT}^\alpha = 784 - F \quad \rightarrow F > 784$

$\pi_{INT}^\beta = 80 - F \quad \rightarrow F > 80$

TEORIA DEI GIOCHI

Contesto di scelta strategico: le decisioni di un agente dipendono dalle sue azioni e da quelle compiute dagli altri

gioco: contesto di scelta strategica
gioco **cooperativo**: i giocatori possono stipulare accordi tra loro e comunicare
gioco **NON cooperativo**: le strategie del singolo sono indipendenti da quelle degli altri

La **descrizione di un gioco** può essere:
NORMALE / STRATEGICA:
- N = insieme giocatori
- insieme di strategie pure S_i a disposizione di ogni giocatore $i \in N$
- funzione payoff $U_i : S \to \mathbb{R}$ per ciascun giocatore $i \in N$
  ↳ $U_i(s)$ = payoff del giocatore i se i giocatori usano una combinazione di strategie $s = (s_1, s_2 \ldots s_n)$

gioco **statico** = ogni giocatore decide la strategia senza sapere quelle degli altri (ONE SHOT)
ad **informazione completa**: ogni giocatore conosce le caratteristiche del gioco (non le scelte degli altri)

EQUILIBRIO DI NASH

Una combinazione di strategie $s^* = (s_i^*, s_{-i}^*)$ è un equilibrio di Nash se $u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$
(NB. S_{-i}^* = tutte le strategie tranne quella di i)

ES.

① \ ②	T	C
T	-1, -1	-9, 0
C	0, -9	-6, -6

(C, C) = equilibrio di Nash

Possono esistere più equilibri o anche nessuno

Teorema di Nash: ogni gioco finito ammette almeno un equilibrio di Nash (eventualmente in strategie miste)
Un gioco è finito se il numero dei giocatori e delle strategie pure è finito

Teorema.
Se un gioco ha N finito, S_i è un insieme chiuso e U_i è continua allora il gioco ammette almeno un equilibrio di Nash
Se inoltre U_i è una funzione quasi concava in s_i $\forall i \in N$ allora ammette almeno un equilibrio di Nash in strategie pure

MODELLO COURNOT

- I = insieme imprese
- prodotti omogenei
- domanda $Q = D(p)$ con $D' < 0$ $D'' \le 0$ $\exists\, \bar{p} > 0 : D(p) = 0$ per $p \ge \bar{p}$

  domanda inversa $p = P(Q)$
- funzione di costo $C_i = c_i(q_i)$
- le imprese decidono simultaneamente le q_i (variabile strategica)
- conoscenza comune: tutti sanno i dati del "gioco"
- Il mercato fissa il prezzo in modo che domanda = offerta

$$\text{Payoff}_i : \pi_i = P(Q)\cdot q_i - C_i(q_i) \quad \text{con} \quad Q = \textstyle\sum_i q_i$$

poiché il profitto è una funzione concava (= quasi concava) $\longrightarrow$ $\exists$ equilibrio di Nash - Cournot

$$\Rightarrow \max_{q_i} \pi_i = P(Q)\cdot q_i - C_i(q_i)$$

MODELLO DI BERTRAND

- Variabile strategica = prezzo

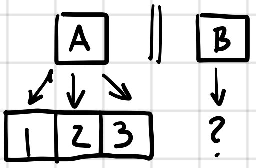
- $D_1(p_1, p_2) = \begin{cases} D(p_1) & \text{se } p_1 < p_2 \\ D(p_1)\cdot \frac{1}{2} & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > p_2 \end{cases}$ simmetrico per p_2

- $C_i(q_i) = \begin{cases} F + c q_i & \text{se } 0 \le q_i \le k_i \\ \infty & \text{se } q_i > k_i \end{cases}$ $\qquad k_i$ = capacità produttiva di i

- $\boxed{k_i \ge D(c)}$ $\qquad D(c)$ = domanda al prezzo di costo

MARKET FORECLOSURE

Un monopolista crea delle "barriere" per l'entrata sul mercato di altre imprese cercando di imporsi su tutte le imprese a valle: la nuova impresa così non avrà distributori



Lo stesso principio si può applicare a valle: una quarta impresa non può entrare nel mercato a valle poiché A (da contratto) può vendere solo a 1, 2 e 3.

Es. $p = 20 - Q \quad Q = q_1 + q_2 \quad C_i = 8q_i \quad i = 1,2$

$$\max_{q_1} \pi_1 = \max (20 - q_1 - q_2) q_1 - 8q_1 \rightarrow q_1 = 6 - \frac{1}{2} q_2 \quad R_1(q_2)$$
$$\max_{q_2} \pi_2 = \max (20 - q_1 - q_2) q_2 - 8q_2 \rightarrow q_2 = 6 - \frac{1}{2} q_1 \quad R_2(q_1)$$

risposte ottime rispetto a q_1 e q_2

Equilibrio di Nash (Cournot) $\rightarrow q_1 = q_2 = 4 \quad p = 20 - (4+4) = 12 \quad \pi_1 = \pi_2 = 16$

PROFITTO

$$\pi_i = P_i \cdot D_i(P_i, P_J) - F - c \cdot D_i(P_i, P_J) = (P_i - c) \cdot D_i(P_i, P_J) - F$$

4 casi $(F = 0)$

- $P_i = P_J > c$

$\pi_i = (P_i - c) \cdot \frac{1}{2} D(P_i)$ ($\frac{1}{2}$ poiché si spartisce la domanda)
$\pi_i' = (P_J - \varepsilon - c) \cdot D(P_J - \varepsilon)$ se i fissa $P_i = P_J - \varepsilon$
$\Rightarrow \pi_i' > \pi_i$
$P_i = R_i(P_J) = P_J - \varepsilon$ strategia undercutting

- $P_i > P_J > c$

$\pi_i = 0$
$\pi_i' = (P_J - \varepsilon - c) D(P_J - \varepsilon)$ se $P_i = P_J - \varepsilon$

- $P_i > P_J = c$

$\pi_J = 0$
$\pi_J' = (P_i - \varepsilon - c) D(P_i - \varepsilon)$ se $P_J = P_i - \varepsilon > \pi_J$

- $P_i = P_J = c$

Equilibrio di Bertrand (Nash): le imprese hanno profitti nulli, se uno riduce il prezzo ottiene l'intera domanda, ma ha profitti negativi, se lo alza esce dal mercato

$$P_i^* = P_J^* = c \quad \pi_i(P_i^*, P_J^*) > \pi_i(P_i, P_J^*) \quad i = 1,2 \quad \forall P_i \in [c, \bar{p}]$$

$$\max_{P_i} \pi_i (P_i, P_J^*)$$

Es. $C_i = 8q_i + 10$ $\quad P_1 = P_2 = 10$ $\quad Q = 10$ $\quad q_1 = q_2 = 5$

$\pi_i = 0$

NON è un equilibrio di Nash!

Se $P_1 = 9.5 \rightarrow \pi_1 = 9.5 \times (20 - 9.5) - 8(20 - 9.5) - 10 = 5.75$

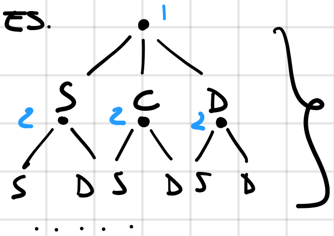
$\Rightarrow$ Continuando così si arriva a $P_1 = P_2 = 8$ Equilibrio di Nash

gioco dinamico: le scelte sono prese in sequenza (non più al buio)

FORMA ESTESA

Oltre agli elementi della forma normale, la forma estesa presenta l'ordine delle mosse.

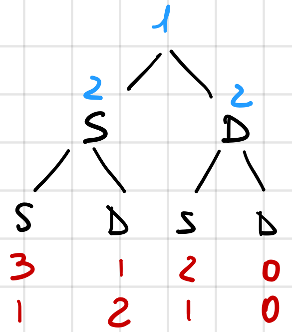
Es.



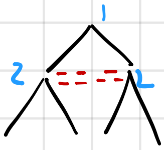
Albero del gioco

Una strategia di un giocatore è un piano completo d'azione: un'azione per ogni situazione che può accadere

Es.



	Sempre S		Imita		Contrario		Sempre D	
S	3	1	3	1	1	2	1	2
D	2	1	0	0	2	1	0	0



Le linee tratteggiate significano che alla sua prima scelta il giocatore 2 non sa cosa ha scelto 1 $\rightarrow$ scelta simultanea

Indicano un' insieme di informazione

Un gioco è caratterizzato da informazione perfetta se ogni insieme di informazione è composto da un solo nodo, imperfetta se almeno 1 ha più nodi.

Un sottinsieme di un albero è detto sottogioco e non può spezzare nessun insieme informativo

Un equilibrio di Nash è perfetto nei sottogiochi se le strategie dei giocatori costituiscono un equilibrio di Nash in ogni sottogioco.

MODELLO DI STACKELBERG

Ipotesi uguali al modello di Cournot con l'unica differenza che il gioco è sequenziale
la prima impresa sceglie q_L in t_0, in t_1 la seconda impresa sceglie q_F dopo aver osservato q_L (leader → Follower)

$$Q = q_L + q_F$$

Es. $P = 20 - Q \quad C_i(q_i) = 8q_i$ (le imprese sono identiche)

Problema decisionale del Follower $\max\limits_{q_F} \pi_F$

$$\pi_F = (20 - q_L - q_F) \cdot q_F - 8q_F = 20q_F - q_L q_F - q_F^2 - 8q_F = -q_F^2 + q_F(12 - q_L)$$

$$\max \pi_F \rightarrow q_F = 6 - \tfrac{1}{2} q_L$$

Nel modello di Cournot ciascuna impresa risolve il suo problema di massimo nello stesso momento $\rightarrow \underbrace{q_L = q_F = 4}_{R_L(q_F) = R_F(q_L) = 4}$ $\quad P = 12 \quad \pi_F = \pi_L = 16$

Nel modello di stackelberg parto dal follower e come sopra $q_F = R_F(q_L) = 6 - \tfrac{1}{2} q_L$

$$\pi_L = \left(20 - q_L - \left(6 - \tfrac{1}{2} q_L\right)\right) \cdot q_L - 8q_L \longrightarrow \max \pi_L \longrightarrow \begin{array}{ll} q_L = 6 & q_F = 3 \\ \pi_L = 18 & \pi_F = 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow \pi_L > \pi_C > \pi_F$$

Es.

$P = 22 - q_1 - q_2$

$C_1 = 4q_1 \quad C_2 = 6q_2$

3, 6, 9 le possibili quantità

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 = (P - 4) q_1 \\ \pi_2 = (P - 6) q_2 \end{array}\right\}$$

① \\ ②	3	6	9
3	36 / 30	27 / 42	18 / 36
6	54 / 21	36 / 24	18 / 9
9	54 / 12	27 / 6	0 / −18

(profitti)

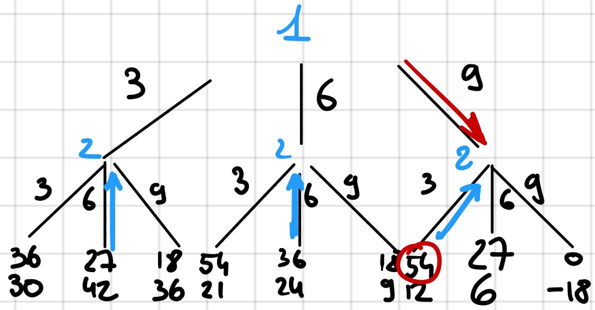
Ho due soluzioni possibili:

$$\left.\begin{array}{lllll} ① & q_1 = 6 & q_2 = 6 & \pi_1 = 36 & \pi_2 = 24 \\ ② & q_1 = 9 & q_2 = 3 & \pi_1 = 54 & \pi_2 = 12 \end{array}\right\} \text{Equilibri di Cournot (Nash)}$$

$P = 22 - 9 - 3 = 10$

$P = 22 - 6 - 6 = 10$

Se 2 sceglie dopo 1 $\longrightarrow$ metodo sequenziale



Dal basso scelgo le scelte migliori per 2 (6, 6, 3)
Tenendo in considerazione tali scelte trovo le scelte di 1: tra 27, 36 e 54 il migliore è 54 $\longrightarrow q_1 = 9 \quad q_2 = 3$

Risolvere non avendo limiti sulle quantità.

$$\pi_1 = (22 - q_1 - q_2)q_1 - 4q_1 \longrightarrow \max \pi_1 \longrightarrow q_1 = 9 - \tfrac{1}{2} q_2 \longrightarrow q_1 = \tfrac{20}{3}$$
$$\pi_2 = (22 - q_1 - q_2)q_2 - 6q_2 \longrightarrow \max \pi_2 \longrightarrow q_2 = 8 - \tfrac{1}{2} q_1 \longrightarrow q_2 = \tfrac{14}{3}$$

$$\boxed{q_1 = \tfrac{20}{3} \quad q_2 = \tfrac{14}{3} \quad p = \tfrac{32}{3}}$$

$\left\{\pi_1 = \frac{400}{9} \quad \pi_2 = \frac{196}{9}\right\} \leftarrow$ Equilibrio Cournot

Metodo sequenziale ($1 \rightarrow 2$) (Stackelberg)

$$\max \pi_2 \longrightarrow q_2 = 8 - \tfrac{1}{2} q_1$$
$$\Longrightarrow \pi_1 = (22 - q_1 - 8 + \tfrac{1}{2} q_1) q_1 - 4q_1 \longrightarrow \max_{q_1} \pi_1 \longrightarrow q_1 = 10 \quad q_2 = 3$$

$\pi_1 = 50 \quad \pi_2 = 9$

Esercizio 1

Un'impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2}$, dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego dei fattori produttivi 1 e 2.

a) Determinare la combinazione ottima di fattori quando il livello di produzione viene fissato pari a 40 e i prezzi di entrambi i fattori sono pari a 4.

Si assuma ora che l'impresa sia libera di scegliere il livello di produzione q, ma sia vincolata ad un livello di impiego del fattore 2 pari a x_2=6 (i prezzi di entrambi i fattori sono ancora pari a 4).

b) Determinare il livello di impiego ottimale del fattore 1 in funzione del prezzo dell'output p.

$q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2-2} = 40$

$w_1 = w_2 = 4$

$\boxed{\frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{w_1}{w_2}} = \frac{4}{4} = 1 \longrightarrow$ concorrenza perfetta

$PMG_1 = \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{\sqrt{x_2-2}}{\sqrt{x_1}}$ $\qquad PMG_2 = \frac{\partial q}{\partial x_2} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2-2}}$

$\frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{x_2-2}{x_1} = 1 \Rightarrow x_1 = x_2 - 2 \Rightarrow$ sostituisco x_1 in $q \Rightarrow 40 = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_1} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x_1 = 20 \\ x_2 = 22 \end{matrix}}$ a

$x_2 = 6 \Rightarrow q = 2\sqrt{x}\sqrt{6-2} = 4\sqrt{x_1}$

$\boxed{p \cdot PMG = w} \rightarrow$ condizione profitto massimo (metodo 1)

$\hookrightarrow PMG_1 = 2/\sqrt{x_1} \qquad \frac{2p}{\sqrt{x_1}} = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{p^2}{4}$

b

$\boxed{\max_{x_1} \pi = \frac{\partial \pi}{\partial x_1}}$ (metodo 2)

$\hookrightarrow \pi = p \cdot 4\sqrt{x_1} - 6 \cdot 4 - 4 \cdot x_1 \Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial x_1} = \frac{2p}{\sqrt{x_1}} - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{p^2}{4}$

Esercizio 2

Si consideri un'impresa che dispone della tecnologia descritta dalla seguente funzione di produzione:

$$q = 2\,x_1 + 4\,x_2,$$

dove q indica la quantità del bene prodotto dall'impresa, mentre x_1 e x_2 indicano le quantità impiegate dei fattori della produzione. Siano $w_1 = 4$ e $w_2 = 2$ i prezzi unitari dei fattori produttivi. Nel breve periodo, l'impresa dispone di una dotazione fissa del secondo fattore, pari a $x_2 = 1$.

Determinare:

a) la curva di offerta di breve periodo del bene prodotto dall'impresa;

b) la curva di domanda del fattore di produzione variabile, in funzione del prezzo del bene finale.

$q = 2x_1 + 4 \longrightarrow x_1 = q/2 - 2$

$C(q) = 4(q/2 - 2) + 2 = 2q - 8 + 2 = 2q - 6$

$CMG = 2 = p =$ offerta a

$p \cdot PMG_1 = w_1 \rightarrow PMG_1 = 4/p \rightarrow \dfrac{d f(x_1 x_2)}{d x_1} = 4/p$ b

Esercizio 3

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando due impianti caratterizzati da tecnologie produttive distinte, rispettivamente descritte dalle seguenti funzioni di costo:

$$C_1(q_1) = c_1 q_1 \; ; \qquad\qquad C_2(q_2) = c_2 q_2,$$

dove $c_1 > 0$, $c_2 > 0$. Si assuma che il primo impianto sia soggetto ad un vincolo di capacità, a seguito del quale il massimo livello di *output* che può essere prodotto con tale impianto è pari a $\bar{q}$.

Si determini la funzione di costo totale dell'impresa.

$C_2 < C_1 \qquad C(q) = c_2(q)$

$C_1 < C_2 \qquad C(q) = c_1(\bar{q}) + c_2(Q - \bar{q})$

Esercizio 4

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando una tecnologia descritta dalla funzione di costo totale $C(q) = F + cq^2$.

a) Si dimostri che, nel caso in cui l'impresa possieda N impianti caratterizzati dalla medesima tecnologia, la produzione complessiva dell'impresa Q risulta equiripartita tra gli N impianti, per qualsiasi valore di Q.

b) Si determini il valore minimo di Q per il quale l'impresa decide di acquistare un impianto aggiuntivo, nel caso in cui ne possieda già N.

$C(q) = NF + cq_1^2 + cq_2^2 + \dots + cq_n^2$ $\qquad Q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$

$L = NF + cq_1^2 + \dots + cq_n^2 + \lambda(Q - q_1 - q_2 - \dots - q_n)$

$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 2cq_i - \lambda = 0 \Rightarrow \boxed{q_i = \frac{\lambda}{2c}}$ a

$q_i = \frac{Q}{N}$ perchè tutte uguali

$C_1(Q) = NF + Nc\frac{Q^2}{N^2} = NF + \frac{cQ^2}{N}$ costo con N impianti

$C_2(Q) = NF + F + \frac{cQ^2}{N+1}$ costo con N+1

Se $C_1(Q) > C_2(Q)$ conviene comprare un nuovo impianto

$NF + \frac{cQ^2}{N} > NF + F + \frac{cQ^2}{N+1} \Rightarrow \boxed{Q > \sqrt{\frac{FN(N+1)}{c}}}$ b

Esercizio 5

Un'impresa deve decidere circa l'acquisto di un impianto del costo iniziale di 3.000.000, con costi annui di manutenzione pari a 50.000 ed una vita utile di 10 anni, con valore di recupero nullo. Acquistando l'impianto si ottiene la seguente funzione di produzione: $q = 60\, x^{2/3}$, dove q indica il livello di output e x il livello di impiego di un input variabile. Il costo unitario del fattore x è pari a $w = 12.000$. Si assuma inoltre che l'impresa sia *price taker* e che il prezzo del prodotto sia pari a $p = 1.500$.

a) Determinare il livello di impiego ottimo dell'input variabile, il corrispondente livello di produzione ed il profitto annuo dell'impresa.

b) Valutare se l'acquisto dell'impianto con le caratteristiche descritte sia conveniente o meno, assumendo che p e w rimangano costanti per tutta la vita utile dell'impianto, e il costo opportunità del capitale sia pari al 10%.

Si assuma ora che l'impresa possa decidere di dotare l'impianto di un sistema di monitoraggio sostenendo un costo pari a C. Il sistema di monitoraggio, caratterizzato una vita utile di 10 anni ed un valore di recupero nullo, non cambierebbe la funzione di produzione dell'impianto, ma permetterebbe un risparmio di 30.000 sui costi di manutenzione annui.

c) Individuare i valori di C in corrispondenza dei quali risulta conveniente dotare l'impianto del sistema di monitoraggio.

$p = 1500 \quad w = 12000$

$PMG = 40\, x^{-1/3} \longrightarrow p \cdot PMG = 60000\, x^{-1/3}$

$60000\, x^{-1/3} = 12000 \longrightarrow x = 125 \longrightarrow q = 1500$

$\pi = 1500 \cdot 1500 - 12000 \cdot 125 = 2250000 - 1500000 = 750000 - 50000 = 700000$ a

$\pi_{att} = 7000000 \left(\frac{(1.1)^{10} - 1}{0{,}1 (1.1)^{10}} \right) = 700000 \cdot \frac{1.59}{0.25} = 4452000 > 3000000$ b

$\pi_c = 730000 \longrightarrow \pi^{c}_{att} = 730000 \cdot \frac{1.59}{0.25} = 4642800$

$4642800 - C > 4452000 \rightarrow C < 190800$ c

Esercizio 6

Si consideri un mercato perfettamente concorrenziale in cui operano due gruppi di imprese. Il primo gruppo è costituito da 400 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo: $C_1(q) = 50 + 2q + 2q^2$

Il secondo gruppo è costituito da 200 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo: $C_2(q) = 36 + q + q^2$

Sia $Q = 100 - 50\,p$ la curva di domanda di mercato del bene prodotto dalle imprese.

Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità prodotte, livello dei profitti).

$CMG_1 = C_1'(q) = 4q + 2$

$CMG_2 = 2q + 1$

$Q = 100 - 50p \rightarrow P = 2 - \frac{Q}{50}$

Per $p \geq 2$ la domanda è nulla quindi il primo gruppo di imprese è fuori mercato ($CMG_1 = 2 + 4q$)

$S_i(p)$ = offerta impresa $i \Rightarrow CMG_2 = P = 2q + 1 \rightarrow q = \frac{1}{2}P - \frac{1}{2}$

$S_i(p) \cdot 200$ = offerta aggregata $= 100p - 100$

$Q = S(p) \Rightarrow 100 - 50p = 100p - 100 \Rightarrow p = 1{,}33$

Sostituisco p in $Q \Rightarrow 33{,}33 \Rightarrow q_i = \frac{33{,}33}{200} = 0{,}167$

$\pi = p \cdot q - c(q) = 1{,}33 \cdot 0{,}167 - 36 + 0{,}167 + 0{,}167^2 = -35.97 > -F = -36$

Esercizio 7

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operi inizialmente un primo gruppo costituito da 100 imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo:

$$C_1(q) = 50\,q^2 + 200\,q + 200,$$

dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Si assuma ora che un secondo gruppo costituito da N imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo:

$$C_2(q) = 50\,q^2 + 100\,q + F,$$

sia intenzionato ad entrare nell'industria (si noti che F è un costo quasi-fisso, cioè è un costo evitabile da parte di imprese che rinuncino all'entrata). Sia inoltre $p = 1000 - Q$ la curva di domanda inversa di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene.

a) Si determini il valore massimo F_{max} del costo quasi-fisso sostenuto dalle imprese del gruppo 2 compatibile con un equilibrio dell'industria in cui risultino escluse le imprese del gruppo 1.

b) Si assuma ora $F = 50$. Si determini il numero minimo N_{min} di imprese del gruppo 2 necessario affinché all'equilibrio dell'industria risultino escluse le imprese del gruppo 1.

Trovo il valore di q per cui i costi sono minimizzati

$$CME_1 = C_1(q)/q = 50q + 200 + \frac{200}{q}$$

$$\frac{\partial CME_1}{\partial q} = 50 - \frac{200}{q^2} = 0 \longrightarrow q_1 = \sqrt{\frac{200}{50}} = 2$$

(In alternativa si poteva eguagliare CME con CMG, poiché la loro intersezione è il punto minimo)

$$CME^1_{min} = 50 \cdot 2 + 200 + \frac{200}{2} = 400$$ (p dovrà essere ≥ 400)

$$CME_2 = 50q + 100 + F/q$$

$$\frac{\partial CME_2}{\partial q} = 50 + F/q^2 = 0 \longrightarrow q_2 = \sqrt{\frac{F}{50}}$$

$$CME^2_{min} = 50\sqrt{F/50} + 100 + F/\sqrt{F/50} = 100 + 2\sqrt{50F}$$

$$\Rightarrow CME^1_{min} \geq CME^2_{min} \Rightarrow 400 \geq 100 + 2\sqrt{50F} \Rightarrow F \leq 450 \Rightarrow \boxed{F_{max} = 450}$$ a

$$F = 50 \rightarrow q_2 = \sqrt{\frac{50}{50}} = 1 \longrightarrow CME^2_{min} = 200$$

Essendo in concorrenza $P = CMG$:

$$CMG_2 = 100q + 100 = p \longrightarrow q = P/100 - 1$$

$$\text{offerta} = \text{domanda} \Rightarrow N \cdot q = 1000 - p \Rightarrow p = \frac{100000 + 100N}{100 + N}$$

P deve essere minore di 400 $\Rightarrow N > 200$ b

Esercizio 8

Si consideri l'industria costituita dal servizio di taxi in una città. I potenziali conducenti di taxi sono caratterizzati dagli stessi costi, che includono:

- un costo fisso annuo (spese di assicurazione, bollo ecc.) pari a 1600;
- un costo per ora di viaggio (spese per carburante, manutenzione, costo opportunità del tempo) pari a 15.

Ciascun conducente di taxi può effettuare nell'arco di un anno un numero massimo di ore di viaggio pari a 1600. Sia $Q = 32016 - p$ la curva di domanda di mercato, dove Q è la quantità complessivamente scambiata, espressa in termini di ore annue di viaggio, e p indica la tariffa oraria.

a) Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità, numero di taxi), nell'ipotesi che tale industria possa essere considerata perfettamente concorrenziale.

Si assuma ora che venga assegnato un numero di licenze per la conduzione di taxi pari a quello individuato al punto a) e che sia consentita la compravendita di tali licenze. Si assuma inoltre che la curva di domanda di mercato divenga $Q = 32020 - p$.

b) Si determini il prezzo massimo al quale può essere venduta (acquistata) ciascuna licenza.

$C(q) = 1600 + 15q \qquad q \leq 1600$

$CME = \frac{1600}{q} + 15 \to \frac{1600}{1600} + 15 = 16$ massimizzando le ore

$q_i \begin{cases} 1600 & \text{se } p \geq 16 \\ \emptyset & \text{se } p < 16 \end{cases} \qquad Q \begin{cases} N \cdot 1600 & \text{se } p \geq 16 \\ \emptyset & \text{se } p < 16 \end{cases}$

$\boxed{p^* = 16 \quad Q^* = 32016 - P = 32000 \quad N^* = \frac{32000}{1600} = 20}$ a

$Q = 32020 - p = 32000 \Rightarrow \bar{p} = 20$

$\pi = 20 \cdot 1600 - 1600 - 15 \cdot 1600 = \boxed{6400}$ b

Esercizio 9

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano imprese caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo $C(q) = 2\,q$, dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Sia $Q = 100 - 25\,p$ la curva di domanda di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente offerta nel mercato e p il prezzo del bene offerto. Si assuma inoltre che ciascuna impresa sia soggetta ad un vincolo di capacità che definisce un livello massimo di *output* ammissibile $\bar{q} = 1$. Si determini:

a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel lungo periodo;

b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte dalle singole imprese, numero di imprese n presenti nell'industria).

Si assuma ora che lo Stato limiti la libertà di entrata delle imprese dall'industria, fissando il numero delle imprese attive a 25. Si determini:

c) la curva di offerta dell'industria e la nuova configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese), nell'ipotesi di esistenza dei vincoli di capacità precedentemente definiti;

d) il valore monetario massimo ammissibile di una licenza venduta dallo Stato a ciascuna delle 25 imprese al fine di consentire il loro ingresso nell'industria considerata.

$S_i(p) = q = 1$ $\qquad$ $S(p) = N \cdot q = N$ $\quad$ a

$S(p) = Q \Rightarrow N = 100 - 25p \Rightarrow p = \frac{100 - N}{25} = 2$

$N = 100 - 25p = 50$ $\quad$ b

$N = 25 \Rightarrow S(p) = 25$

$S(p) = Q \Rightarrow 25 = 100 - 25 \cdot p \Rightarrow p = 3$ $\qquad$ $Q = 25$ $\quad$ c

$\pi = p \cdot q - 2q = 3 - 2 = 1$ $\quad$ d

lo Stato farà pagare la licenza 1 per annullare il profitto

Esercizio 10

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano nel breve periodo 50 imprese, uniformemente distribuite in cinque gruppi distinti. Le imprese di ciascun gruppo i (i= 1, …, 5) sono caratterizzate da un costo unitario di produzione costante c_i e sono soggette ad un vincolo di capacità produttiva che definisce un livello massimo di *output* ammissibile $\bar{q}_i$. Tali costi e vincoli di capacità assumono i valori riportati nella tabella seguente:

GRUPPO i	c_i	$\bar{q}_i$
1	500	30
2	200	20
3	300	10
4	150	25
5	350	30

Sia $p = 1000 – Q$ la curva di domanda inversa, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene. Si determinino:

a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel breve periodo;
b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese).

La curva di offerta di ogni impresa è $q_i \begin{cases} \emptyset & \text{se } p < c_i \\ \leq \bar{q}_i & \text{se } p \geq c_i \end{cases}$

Se il prezzo è minore del costo la produzione non ha senso poiché genererebbe perdite, ma se è uguale al costo la produzione è massimo $= \bar{q}_i$

La curva dell'industria è data dalla somma delle offerte delle singole industrie

$$Q \begin{cases} \emptyset & \text{se } p < 150 \\ \leq 25 \cdot 10 & \text{se } 150 \leq p < 200 \\ \leq 450 & \text{se } 200 \leq p < 300 \\ \leq 550 & \text{se } 300 \leq p < 350 \\ \leq 850 & \text{se } 350 \leq p < 500 \\ \leq 1150 & \text{se } 500 \leq p \end{cases}$$

NB. moltiplico per 10 poiché ogni gruppo è composto da 10 imprese

a

Equilibrio: domanda = offerta

$350 = 1000 - (550 + q_5) \rightarrow q_5 = 100$ $\quad p^* = 350$ (gruppo 1 escluso)

$q^* = 1000 - 350 = 650$

$\pi_i = (p - c_i) q_i$

Esercizio 11

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $p(Q) = 10 - Q$, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa massimizza il profitto producendo la quantità $Q^* = 4$.

a) Determinare il costo marginale e l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della quantità Q^*.

b) Determinare la perdita di benessere sociale causata dal monopolio ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel punto precedente.

$RT = P \cdot q = 10q - q^2 \quad RMG = 10 - 2q = 2 = CMG \qquad P = 6 \quad q = 4$

$e = \frac{P}{q} \frac{\partial Q}{\partial P} = -1 \cdot \frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$ a

Il benessere sociale è massimo in concorrenza perfetta
Per calcolare la perdita di benessere bisogna calcolare la differenza tra surplus consumatore e produttore in concorrenza perfetta e monopolio

1) Concorrenza $P = CMG = 2 \rightarrow q = 8$

S.P. nullo poiché profitto nullo

$S.C.: \frac{1}{2} \cdot q \cdot (P_{max} - P_e) = \frac{1}{2} 8 \cdot (10 - 2) = 32$

2) Monopolio $P = 6 \quad q = 4$

$S.P = \pi = Pq - c \cdot q = 24 - 8 = 16$

$S.C = \frac{1}{2} \cdot 4(10 - 6) = 8$

Surplus Conc. $= 0 + 32 = 32$

Surplus Monop. $= 16 + 8 = 24$

Perdita benessere $= 32 - 24 = 8$

Esercizio 12

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $p(Q)=100-Q$, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa può produrre il bene utilizzando due impianti produttivi caratterizzati, rispettivamente, dalle seguenti funzioni di costo:

$$c_1 = 10 + q_1^2, \qquad c_2 = 10 + 2q_2^2.$$

Valutare se all'impresa conviene utilizzare esclusivamente l'impianto 1 o utilizzare entrambi gli impianti. Individuare inoltre il massimo profitto conseguibile dall'impresa.

Profitto con 1 impianto:

$\pi = P \cdot q - C(q) = 100q - q^2 - 10 - q^2 = 100q - 2q^2 - 10$

$\partial\pi = 100 - 4q = 0 \rightarrow q = 25$

$\pi = 1240$

Profitto con 2 impianti

$Q = q_1 + q_2 \rightarrow P = 100 - q_1 - q_2 \qquad C(Q) = 20 + q_1^2 + q_2^2$

$\pi' = (100 - q_1 - q_2)(q_1 + q_2) - 20 - q_1^2 - q_2^2 =$

$= 100q_1 + 100q_2 - q_1^2 - q_1q_2 - q_1q_2 - q_2^2 - 20 - q_1^2 - q_2^2 = 100q_1 + 100q_2 - 2q_1q_2 - 2q_1^2 - 2q_2^2 - 20$

$\frac{\partial\pi}{\partial q_1} = 100 - 2q_2 - 4q_1 \rightarrow q_1 = \frac{100 - 2q_2}{4} \qquad \rightarrow q_1 = 20$

$\frac{\partial\pi}{\partial q_2} = 100 - 2q_1 - 4q_2 \rightarrow 100 - \frac{100 - 2q_2}{2} - 4q_2 = 0 \rightarrow \frac{200-100}{10} = q_2 = 10$

$\pi' = 70 \cdot 30 - 20 - 100 - 400 = 1580$

Conviene usare due impianti

Esercizio 13

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c.

a) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato $Q = a - p$, il monopolista non trasferisce interamente un eventuale incremento del costo marginale sul prezzo finale del bene prodotto.

b) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato $Q = p^{-\varepsilon}$ ($\varepsilon > 1$), il monopolista trasferisce sul prezzo finale un ammontare superiore all'incremento del costo marginale.

$$RT = ap - p^2 \longrightarrow RMG = a - 2p = c = CMG \longrightarrow p = \frac{a-c}{2}$$

$$\Rightarrow CMG = c + \Delta c \longrightarrow p^* = \frac{a - c - \Delta c}{2}$$

$$p - p^* = \frac{a - c - a + c + \Delta c}{2} = \frac{\Delta c}{2}$$

non tutto l'incremento ma solo la metà

a

$$e = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -\varepsilon p^{-1-\varepsilon} \cdot \frac{p}{p^{-\varepsilon}} = -\varepsilon$$

$$RMG = p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)$$

$$p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = c \longrightarrow p = \frac{c}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} = \frac{c\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$

$$\Rightarrow CMG = c + \Delta c \longrightarrow p^* = \frac{c\varepsilon + \Delta c\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$

b

$$p^* - p = \frac{c\varepsilon + \Delta c\varepsilon - c\varepsilon}{\varepsilon - 1} = \Delta c \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \longrightarrow > 1$$

i prezzi aumentano di un fattore maggiore rispetto l'incremento del costo marginale.

Esercizio 14

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio in due mercati, ciascuno dei quali è caratterizzato dalla curva di domanda $Q_i = a_i - b_i p_i$, $i=1, 2$. Per semplicità, si supponga che il bene offerto dal monopolista possa essere prodotto a costi totali nulli.

Si determinino le condizioni relative ai parametri a_i e b_i per cui il monopolista non opera alcuna discriminazione di prezzo nei due mercati.

La condizione è che i prezzi dei due mercati siano uguali

$$RT = p \cdot q = p a_i - b_i p^2$$

$$RMG = a_i - 2b_i p = 0 \Rightarrow p = \frac{a}{2b_i}$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{a_1}{2b_1} = \frac{a_2}{2b_2} \Rightarrow \boxed{\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}}$$

Esercizio 15

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio. La funzione di costo totale dell'impresa è $C = 14/3\ q$. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa:

$$p_A = 20 - q_A \qquad\qquad p_B = 30 - 2\,q_B$$

a) Si determinino i livelli di prezzo e quantità scelti dal monopolista nel caso in cui fronteggi la domanda complessiva dei consumatori senza distinguere i due gruppi.

b) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di primo grado. Si determini la quantità prodotta dall'impresa ed il profitto che ne consegue.

c) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado. Si determinino i livelli dei prezzi e le quantità prodotte dall'impresa nei due segmenti di mercato ed il profitto che ne consegue. Si verifichi la relazione tra prezzi ed elasticità.

Senza discriminazioni di prezzo

$$P_a(0) = 20 < P_b(0) = 30 \longrightarrow P_b = 20 = 30 - 2q_b \longrightarrow q_b = 5$$

$$Q = q_a + q_b = 20 - P_a + 15 - \frac{P_b}{2} \Rightarrow P_a = P_b = P \Rightarrow P = \frac{70}{3} - \frac{2}{3}Q$$

$$P(Q) = \begin{cases} 30 - 2q & \text{se } q \le 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{2}{3}q & \text{se } q > 5 \end{cases}$$

$$RT = P(Q)\cdot q = \begin{cases} 30q - 2q^2 & \text{se } q \le 5 \\ \frac{70q}{3} - \frac{2}{3}q^2 & \text{se } q > 5 \end{cases}$$

$$RMG = CMG = \frac{14}{3} \Rightarrow \begin{cases} 30 - 4q = \frac{14}{3} & \rightarrow q = 6.\cancel{33} \quad >5 \text{ deve essere } \le 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{4}{3}q = \frac{14}{3} & \rightarrow q = 14 \ \checkmark \quad >5 \end{cases}$$

$$q = 14 \rightarrow P = \frac{70}{3} - \frac{2}{3}\cdot 14 = 14$$ a

Discriminazione primo tipo

$CMG = \frac{14}{3} \longrightarrow$ Funzione di domanda aggregata $= \frac{70}{3} - \frac{20}{3}Q = CMG = \frac{14}{3} \rightarrow Q_1 = 28 \rightarrow \frac{14}{3} < P_1 < 30$

$$\Pi_1 = \text{ricavi} - \text{costi} = \int_0^5 (30 - 2q)\,dq + \int_5^{28} \left(\frac{70}{3} - \frac{2}{3}q\right)dq - \frac{14}{3}\cdot 28 = 278$$ b

Discriminazione di terzo tipo

$$RMG_1 = 20 - 2q_1 = CMG = 14/3 \rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{46}{6} = 7.67 \\ p_1 = 20 - q_1 = 12.34 \end{cases}$$

$$RMG_2 = 30 - 4q_2 = CMG = 14/3 \rightarrow \begin{cases} q_2 = \frac{76}{12} = 6.34 \\ p_2 = 30 - 2q_2 = 17.34 \end{cases}$$

$$\pi^2 = p_1 q_1 + p_2 q_2 - \frac{14}{3}(q_1 + q_2) = 139$$

c

$$\varepsilon_1 = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -1 \cdot \frac{p_1}{20 - p_1} = -1.61$$

$$\longrightarrow |\varepsilon_1| > |\varepsilon_2| \rightarrow p_1 < p_2$$

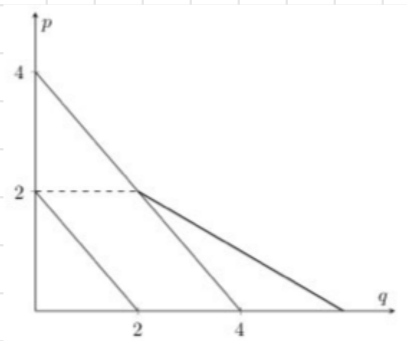
$$\varepsilon_2 = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -1/2 \cdot \frac{p_2}{15 - p_2} = -1.37$$

Esercizio 16 Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c e costi fissi nulli. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa:

$$p_A = 4 - q_A \qquad p_B = 2 - q_B$$

a) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che non sia possibile attuare alcuna strategia di discriminazione di prezzo.

b) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che sia possibile attuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.



$$q = q_A + q_B = 6 - 2p \longrightarrow p = 3 - q/2$$

$$p = \begin{cases} 4 - q & p \geq 2 \quad q \leq 2 \\ 3 - q/2 & p < 2 \quad q > 2 \end{cases}$$

$$RT = \begin{cases} 4q - q^2 & p \geq 2 \\ 3q - q^2/2 & p < 2 \end{cases} \qquad RMG = \begin{cases} 4 - 2q & p \geq 2 \\ 3 - q & p < 2 \end{cases}$$

$\boxed{p \geq 2}$

$$RMG = CMG \qquad 4 - 2q = c \longrightarrow \begin{cases} q^* = 2 - c/2 \\ p^* = 4 - q^* = 4 - 2 + c/2 = 2 + c/2 \end{cases}$$

Vale se $p \geq 2$ e $p \leq 4$

$$\begin{cases} p \geq 2 \\ p \leq 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 + c/2 > 2 \\ 2 + c/2 < 4 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 4 + c > 4 \\ 4 + c < 8 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} c > 0 \\ c < 4 \end{cases} \longrightarrow 0 < c < 4$$

$$\pi_A = \left(2 + \frac{c}{2}\right)\left(2 - \frac{c}{2}\right) - c\left(2 - \frac{c}{2}\right) = \frac{c^2}{4} - 2c + 4$$

$\boxed{p < 2}$

$$RMG = CMG, \quad 3 - q = c \longrightarrow \begin{cases} q^* = 3 - c \\ p^* = 3 - \frac{3 - c}{2} = \frac{3}{2} + \frac{c}{2} \end{cases}$$

Vale se $p < 2$

$$p < 2 \rightarrow \frac{3}{2} + \frac{c}{2} < 2 \longrightarrow 3 + c < 4 \longrightarrow c < 1$$

$$\pi_{A+B} = \left(\frac{3}{2} + \frac{c}{2}\right)(3 - c) - c(3 - c) = \frac{c^2}{2} - 3c + 9/2$$

Per verificare a chi conviene vendere: $\pi_{A+B} > \pi_A \longrightarrow c < 0.58$ e $c > 3.41$

- $c < 0.58 \rightarrow$ Vendo a entrambe
- $0.58 < c < 4$ Vendo solo ad A

a

L'impresa opera nei due mercati separati A e B.

[A] $RMG = CMG$ — $\begin{cases} q_A^* = 2 - c/2 \\ \pi_A^* = c^2/4 - 2c + 4 \end{cases}$ $p_A^* = 2 + c/2$ $c < 4$

$4 - 2q_A = c$

[B] $RMG = CMG \longrightarrow \begin{cases} q_B^* = 1 - c/2 \\ \pi_B^* = c^2/4 - c + 1 \end{cases}$ $p_B^* = 1 + c/2$ $c < 2$

$2 - 2q_B = c$

Esercizio 17

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q=60-p$, dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa β. Sia $C_\alpha=3q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta=(p_\alpha+2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β. Determinare:

a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;

b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti all'impresa β. Determinare:

c) la tariffa in due parti;

d) la tariffa in due parti nel caso in cui l'impresa β possa attuare una discriminazione del prezzo di primo grado.

$$\pi_\beta = (p-p_\alpha-2)(60-p) = 60p-p^2-60p_\alpha+pp_\alpha-120+2p = -p^2-120+p(62+p_\alpha)$$

$$\max_p \pi_\beta - \frac{\partial \pi_\beta}{\partial p} = -2p+62+p_\alpha \Rightarrow p = 31+{}^{p_\alpha}/_2 \qquad q = 60-31-{}^{p_\alpha}/_2 = 29-{}^{p_\alpha}/_2$$

$$\pi_\alpha = (p_\alpha-3)q = (p_\alpha-3)(29-{}^{p_\alpha}/_2) = 29p_\alpha-87-{}^{p_\alpha^2}/_2+\frac{3p_\alpha}{2}$$

$$\max_{p_\alpha} \pi_\alpha - \frac{\partial \pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 29+{}^3/_2-p_\alpha = \frac{61}{2}-p_\alpha \Rightarrow p_\alpha = 30{,}5$$

$$\Rightarrow q = 13{,}75 \qquad p = 46{,}25$$

$\pi_\beta = 189.0625$ a

$\pi_\alpha = 378.125$

$$C_{INT} = (3+2)q = 5q$$

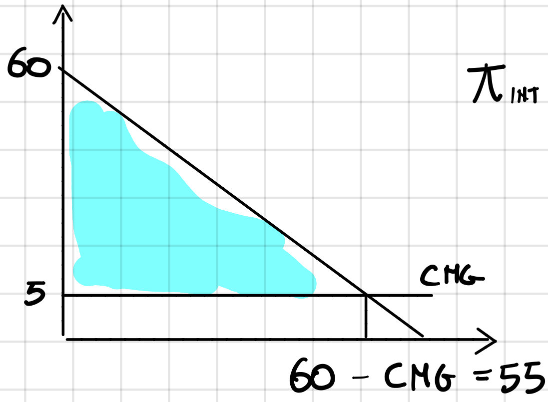
$$\pi_{INT} = p \cdot q - 5q = (60-q)q-5q = 60q-5q-q^2 = 55q-q^2$$

$$\max \pi_{INT} = 55-2q = 0 \Rightarrow q = \frac{55}{2} = 27{,}5 \qquad p = 60-27{,}5 = 32{,}5$$

$\pi_{INT} = 1512{,}5-756{,}25 = 756{,}25$ b

α deve annullare il profitto di β per avere le stesse condizioni di una struttura verticale integrale

$\Rightarrow T(q) = \pi_{INT} + 3q = 756{,}25 + 3q$ c



π_{INT} (discriminazione 1° grado) $= \underset{Y}{(60-5)} \cdot \underset{X}{(55)}/2 = 1512.5$

$T(q) = 1512.5 + 3q$ d

Esercizio 18

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. Sia $C_\alpha = 3q$ la funzione di costo totale dell'impresa α.

L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$.

Gli acquirenti del bene prodotto dall'impresa β possono essere divisi in due gruppi (gruppo 1 e gruppo 2) caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda:

$$q_1 = 60 - p_1 \qquad\qquad q_2 = 50 - 2p_2$$

Si assuma che l'impresa β sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado. Determinare:

a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;

b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa α conosca le funzioni di domanda che caratterizzano i due gruppi di acquirenti e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti all'impresa β.

c) Determinare la tariffa in due parti.

$$\pi_B^1 = (P_1 - P_\alpha - 2)(60 - P_1) = 60P_1 - P_1^2 - 60P_\alpha + P_1P_\alpha - 120 + 2P_1 =$$
$$= -P_1^2 + P_1(62 + P_\alpha) - 60P_\alpha - 120$$
$$\max \pi_B^1 = -2P_1 + 62 + P_\alpha \Rightarrow P_1 = 31 + \tfrac{1}{2}P_\alpha \qquad q_1 = 29 - \tfrac{1}{2}P_\alpha$$

$$\pi_B^2 = (P_2 - P_\alpha - 2)(50 - 2P_2) = 50P_2 - 2P_2^2 - 50P_\alpha + 2P_2P_\alpha - 100 + 4P_2 =$$
$$= -2P_2^2 + P_2(54 + 2P_\alpha) - 50P_\alpha - 100$$
$$\max \pi_B^2 = -4P_2 + 54 + 2P_\alpha \Rightarrow P_2 = \frac{54 + 2P_\alpha}{4} = 13.5 + \tfrac{1}{2}P_\alpha \qquad q_2 = 23 - P_\alpha$$

$$q = q_1 + q_2 = 52 - \tfrac{3}{2}P_\alpha$$

$$\pi_\alpha = (P - 3)(52 - \tfrac{3}{2}P) = 52P - \tfrac{3}{2}P^2 - 156 + \tfrac{9}{2}P$$
$$\max \pi_\alpha = -3P + 56.5 \Rightarrow P = 18.83 \qquad P_1 = 40.41 \qquad q_1 = 19.58$$
$$q = 23.75 \qquad P_2 = 22.91 \qquad q_2 = 4.17$$

$$\pi_\alpha = 376.04 \qquad \pi_B = 392.22$$ a

$$\pi_{INT}^1 = (P_1 - 5)(60 - P_1) = 60P_1 - P_1^2 - 300 + 5P_1$$
$$\max \pi_{INT}^1 = -2P + 65 \qquad P_{INT}^1 = 32.5$$

$$\pi_{INT}^2 = (P_2 - 5)(50 - 2P_2) = 50P_2 - 2P_2^2 - 250 + 10P_2$$
$$\max \pi_{INT}^2 = -4P_2 + 60 \qquad P_{INT}^2 = 15$$

$$\pi_{INT} = 27.5 \cdot 27.5 + 10 \cdot 20 = 956.25$$ b

$$T(q) = 956.25 + 3q$$ c

Esercizio 19

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q=58-p_\beta$, dove q indica la quantità e p_β il prezzo del bene prodotto dall'impresa β. Sia $C_\alpha=4q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta=(p_\alpha+2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β.

a) Determinare il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Si ipotizzi ora che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che l'impresa α imponga all'impresa β il prezzo di vendita "finale" p_β.

b) Determinare i prezzi p_α e p_β che permettono all'impresa α di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Si ipotizzi ora che la funzione di costo totale dell'impresa β sia pari a: $C_\beta=(p_\alpha+2)q+k$.

c) Spiegare il motivo per cui l'impresa α dovrebbe pagare all'impresa β una somma pari a k qualora volesse applicare la restrizione del prezzo imposto all'impresa β.

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che il prezzo imposto sia calcolato sulla base del livello atteso della domanda.

d) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese.

Si consideri ora nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che l'impresa α (invece del prezzo di vendita "finale" p_β) imponga una tariffa in due parti all'impresa β.

e) Determinare la tariffa in due parti.

f) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese nel caso in cui il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.

$\pi_\beta = (P_\beta - P_\alpha - 2)(58 - P_\beta) = 58P_\beta - 58P_\alpha - 116 - P_\beta^2 + P_\beta P_\alpha + 2P_\beta = -P_\beta^2 + P_\beta(60 + P_\alpha) - 58P_\alpha - 116$

$\max \pi_\beta = -2P_\beta + 60 + P_\alpha \Rightarrow P_\beta = 30 + \frac{1}{2}P_\alpha \qquad q = 58 - 30 - \frac{1}{2}P_\alpha = 28 - \frac{1}{2}P_\alpha$

$\pi_\alpha = (P_\alpha - 4)(28 - \frac{1}{2}P_\alpha) = 28P_\alpha - \frac{1}{2}P_\alpha^2 - 112 + 2P_\alpha = -\frac{1}{2}P_\alpha^2 + 30P_\alpha - 112$

$\max \pi_\alpha = -P_\alpha + 30 \Rightarrow P_\alpha = 30 \qquad q = 13 \quad P_\beta = 45$

$\pi_\beta = 169 \qquad \pi_\alpha = 338$ a

$\pi_{INT} = (P - 6)(58 - P) = 58P - P^2 - 348 + 6P \quad \max \pi_{INT} = -2P + 64 \Rightarrow P_{INT} = 32 \quad q_{INT} = 26$

$P_\beta = P_{INT} = 32 \Rightarrow \underline{C_\beta = RT_\beta} \Rightarrow (P_\alpha + 2)26 = 32 \cdot 26 \Rightarrow P_\alpha = 30$ b

β deve fare profitto nullo

$\pi_{INT} = 676$

Se $C_\beta = (P_\alpha + 2)q + K$ il profitto di β diventerà $-K$. Di conseguenza α deve far sì che $\pi_\beta = 0$ pagando a β una somma uguale a K c

Il rischio nel caso di prezzo imposto è tutto su α poiché $\pi_\beta = 0$ comunque.
Nel caso di tariffa in due parti invece il rischio è tutto su β poiché la parte fissa della rata sarà il profitto di α. d - f

$T = 676 + 4q$ e

Esercizio 20

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da: $q=58-p_\beta$, dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa β. Sia $C_\alpha = 4q$ la funzione di costo totale dell'impresa α e $C_\beta = (p_\alpha + 2)q$ la funzione di costo totale dell'impresa β. Determinare:

a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;

b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa α conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga all'impresa β il prezzo di vendita "finale" p_β.

c) Determinare i prezzi p_α e p_β che permettono all'impresa α di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Si ipotizzi ora che l'impresa α, invece di imporre il prezzo di vendita "finale" p_β, imponga una tariffa in due parti all'impresa β.

d) Determinare la tariffa in due parti.

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.

e) Individuare la ripartizione del rischio fra le imprese e motivare la risposta.

Si consideri nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che la funzione di costo totale della struttura integrata sia pari a $C_{int} = (6+k)q$ (in altri termini, la "fusione verticale" fra le due imprese implica un incremento di costo unitario pari a k). Determinare:

f) i valori di k in corrispondenza dei quali il "prezzo finale" nella struttura integrata è minore del "prezzo finale" nella struttura non integrata;

g) i valori di k in corrispondenza dei quali l'integrazione verticale risulta profittevole (e cioè il profitto della struttura integrata è maggiore della somma dei profitti conseguiti dalle due imprese nel caso di struttura non integrata).

I punti da a a e sono identici all'esercizio precedente

$\pi_{INT} = (p-6-k)(58-p) = 58p - 348 - 58k - p^2 + 6p + kp = -p^2 + p(64+k) - 58k - 348$

$\max \pi_{INT} = -2p + 64 + k \Rightarrow p = 32 + k/2$

$32 - k/2 < 45 \Rightarrow k < 26$ f

$$\pi_{INT} = -\left(32+\frac{K}{2}\right)^2 + \left(32+\frac{K}{2}\right)(64+K) - 58K - 348 =$$

$$-1024 - \frac{K^2}{4} - 32K + 2048 + 32K + \frac{K^2}{2} + 32K - 58K - 348 =$$

$$\left(\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right) - 26K + 676 = \frac{K^2}{4} - 26K + 676$$

$$\pi_{INT} > 338 + 169 = 507$$

$$\frac{K^2}{4} - 26K + 169 > 0 \Rightarrow K = \frac{26 \pm \sqrt{676-169}}{1/2} = \begin{cases} 97.03 \longrightarrow q = 58 - p = 26 - \frac{1}{2}K = -22{,}5 \times \\ 6.9 \longrightarrow q = 22{,}5 \checkmark \end{cases}$$

$$K = 6.9$$

Esercizio 21

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di produzione è data da $q = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$, dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego degli input 1 e 2.

L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_1 = 8x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 2x_2$.

Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = 200 + p_1x_1 + p_2x_2$, dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese 1 e 2.

La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α è data da: $q = 39 - p_\alpha$.

Determinare:

a) il profitto delle 3 imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale quando l'impresa 1 fornisce l'input 1 al prezzo $p_1 = 27$;

b) il profitto nel caso di integrazione verticale (struttura verticale integrata caratterizzata dal controllo decisionale delle 3 imprese completamente centralizzato).

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale dell'impresa 2 e dell'impresa α e la funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa 1 imponga una vendita collegata con prezzo imposto all'impresa α.

c) Determinare il livello di p_1 e p_2;

d) verificare che i livelli di impiego degli input 1 e 2 da parte dell'impresa α sono uguali a quelli che si verificano nel caso di integrazione verticale;

e) verificare che il profitto conseguito dall'impresa 1 è pari a quello conseguito dalla struttura verticale integrata.

Si ipotizzi che l'impresa 1, invece di una vendita collegata con prezzo imposto, imponga una tariffa in due parti all'impresa α.

f) Determinare la tariffa in due parti.

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.

g) Individuare la ripartizione del rischio fra le tre imprese.

$PMG_1 = 1/3 X_1^{-2/3} X^{2/3}$ $\quad PMG_2 = 2/3 X_1^{1/3} X_2^{-1/3}$

$$\boxed{\begin{cases} STS = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases}} \Rightarrow \begin{cases} 1/2 \frac{x_2}{x_1} = \frac{27}{2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1/9\, q \quad x_2 = 3q$$

$C_\alpha = 200 + 3q + 6q = 200 + 9q$

$CMG = RMG \Rightarrow RT = P \cdot q = (39 - q)q = 39q - q^2 \rightarrow RMG = 39 - 2q = CMG = 9 \Rightarrow q = 15$

$x_1 = 1.66 \quad x_2 = 45 \quad P_\alpha = 39 - 15 = 24$

$\pi_1 = (27-8)1.66 = 31.54$

$\pi_2 = \phi$ a

$\pi_\alpha = 24 \cdot 15 - 200 - 135 = 25$

$$\boxed{\begin{cases} 1/2 \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{2} = \frac{CMG_1}{CMG_2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases}} \quad \begin{cases} x_2 = 2q \\ x_1 = 1/4\, q \end{cases}$$

$C_{INT} = 200 + 2q + 4q = 200 + 6q \rightarrow CMG_{INT} = 6$

$CMG = RMG \Rightarrow 6 = 39 - 2q \Rightarrow q_{INT} = 16{,}5 \quad x^1_{INT} = 4.12 \quad x^2_{INT} = 33 \quad P_{INT} = 22.5$

$\pi_{INT} = 16.5 \cdot 22{,}5 - 200 - 99 = 72.25$ b

$$\boxed{\begin{cases} \frac{P_1}{P_2} = \frac{8}{2} \\ C_\alpha = RT_{INT} \end{cases}} \quad \begin{cases} P_1 = 4P_2 \\ 4.12P_1 + 33P_2 + 200 = 371.25 \end{cases} \begin{matrix} \rightarrow P_1 = 13.83 \\ \rightarrow P_2 = 3.45 \end{matrix}$$ c

$$\begin{cases} STS = \frac{P_1}{P_2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \begin{cases} 1/2 \frac{x_2}{x_1} = \frac{13.83}{3.45} \\ 16.5 = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 4.12 \\ x_2 = 33 \end{cases}$$ d

$\pi_1 = (P_1 - 8)x_1 + (P_2 - 2)x_2 = (13.83 - 8)4.12 + (3.45 - 2)33 = 24.01 + 47.85 = \sim 72.25$ e

$T(q) = 72.25 + 8x_1$ f

Il rischio è tutto su α poiché l'impresa 1 trae profitto dalla tariffa in due parti g

Esercizio 22

Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di produzione è data da $q = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$, dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego degli input *1* e *2*.

L'input *1* viene fornito dall'impresa *1* che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_1 = x_1$. L'input *2* viene fornito dall'impresa *2* che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 4x_2$.

Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = p_1x_1 + p_2x_2$, dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese *1* e *2*.

La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α è data da: $q = \begin{cases} 1000/p & p \le 10 \\ 0 & p > 10 \end{cases}$

Si ipotizzi che l'impresa *1* conosca le funzioni di costo totale dell'impresa *2* e dell'impresa α e la funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α.

Determinare:

a) il profitto conseguito da ciascuna delle 3 imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;

b) il profitto nel caso di integrazione verticale (struttura verticale integrata caratterizzata dal controllo decisionale delle 3 imprese completamente centralizzato).

Si ipotizzi ora che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa *1* scelga di imporre restrizioni verticali sufficienti all'impresa α.

c) Illustrare le restrizioni verticali sufficienti verificando che i livelli di impiego degli input *1* e *2* da parte dell'impresa α sono uguali a quelli che si hanno nel caso di integrazione verticale e che il profitto conseguito dall'impresa *1* è pari a quello conseguito dalla struttura verticale integrata.

$RT = p \cdot q = p \cdot \frac{1000}{p} = 1000 \rightarrow$ Essendo il ricavo costante l'impresa α cercherà di minimizzare i costi producendo il meno possibile $\rightarrow q = \frac{1000}{10} = 100 \quad p = 10$

$PMG_1 = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} \qquad PMG_2 = \frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2} \qquad \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} \cdot 2\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{x_2}{x_1}$

$\begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{4} \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{200}{\sqrt{p_1}} \\ x_2 = 50\sqrt{p_1} \end{cases}$

$C_\alpha = p_1 \frac{200}{\sqrt{p_1}} + 200\sqrt{p_1} = RT = 1000 \rightarrow p_1 = 6.25 \qquad x_1 = 80 \quad x_2 = 125$

$\pi_\alpha = \phi \quad \pi_2 = 0 \quad \pi_1 = (6.25 - 1)80 = 420$ a

$$\begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = 1/4 \\ 100 - \sqrt{x_1 x_2} \end{cases} \quad \begin{cases} x^1_{INT} = 200 \\ x^2_{INT} = 50 \end{cases} \qquad \pi_{INT} = \underbrace{1000}_{RT} - \underbrace{400 = 600,}_{C} \quad b$$

① Tariffa in due parti

$T = 600 + x_1$

② Vendita Collegata

$$\begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{4} \\ p_1 \cdot 200 + p_2 \cdot 50 = 1000 \end{cases} \qquad \begin{cases} p_1 = 10 \\ p_2 = 2.5 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{2.5} = 1/4 \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases}\right\}$$ Sono le stesse condizioni della struttura integrata $\quad c$

$x_1 = 200 \quad x_2 = 50$

L'impresa α può scegliere fra le seguenti due alternative.

Alternativa 1) L'impresa α "produce in proprio" gli input x_1 e x_2 e consegue un profitto pari a 200.

Alternativa 2) L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_1 = x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 4x_2$. Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = p_1x_1 + p_2x_2$, dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese 1 e 2. L'impresa 1 conosce la funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α, le funzioni di costo totale dell'impresa 2 e dell'impresa α, il profitto che l'impresa α conseguirebbe se scegliesse l'alternativa 1.

Determinare:

h) il valore massimo del profitto che l'impresa 1 può conseguire in assenza di qualsiasi restrizione verticale;

i) il valore massimo del profitto che l'impresa 1 può conseguire imponendo restrizioni verticali sufficienti all'impresa α (verificando che i livelli di impiego degli input 1 e 2 da parte dell'impresa α sono uguali a quelli che si avrebbero nel caso di integrazione verticale).

L'alternativa 2 è quella dell'esercizio precedente.

$x_1 = \frac{200}{\sqrt{p_1}} \quad x_2 = 50\sqrt{p_1} \;\rightarrow \pi_\alpha = 1000 - \frac{200}{\sqrt{p_1}} - 200\sqrt{p_1} = 200 \rightarrow p_1 = 4 = p_2 \quad x_1 = 100 \quad x_2 = 100$

$\pi_1 = (4-1)100 = 300 \quad h$

$T = (\pi_{INT} - 200) + x_1 = 600 - 200 + x_1 = 400 + x_1 \qquad \pi_1 = 600 - 200 = 400$

$$\begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = 1/4 \\ C_\alpha - RT_{INT} - 200 \end{cases} \quad \begin{cases} p_1 = 2 \\ p_2 = 8 \end{cases} \quad \pi_1 = (2-1)x^1_{INT} + (8-4)x^2_{INT} = 400 \quad i$$

Esercizio 24

Si assuma che l'impresa 1 operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende a due imprese "a valle", impresa α e impresa β. L'impresa α acquista il bene al prezzo $p_{1\alpha}$; l'impresa β acquista il bene al prezzo $p_{1\beta}$.

Le due imprese "a valle" operano anch'esse in condizioni di monopolio in due mercati distinti e separati. L'impresa α rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda $q_\alpha = 60 - p_\alpha$, dove q_α indica la quantità e p_α il prezzo fissato dall'impresa α; l'impresa β rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda:

$$q_\beta = \begin{cases} 100/p_\beta & p_\beta \le 20 \\ 0 & p_\beta > 20 \end{cases}$$

, dove q_β indica la quantità e p_β il prezzo fissato dall'impresa β.

Sia $C=F+4q$ la funzione di costo totale dell'impresa 1; $C_\alpha = p_{1\alpha}\, q_\alpha$ la funzione di costo totale dell'impresa α; $C_\beta = p_{1\beta}\, q_\beta$ la funzione di costo totale dell'impresa β.

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale delle due imprese "a valle" e le funzioni di domanda che caratterizzano i mercati in cui operano le due imprese. Si ipotizzi, inoltre, che l'impresa 1 imponga una tariffa in due parti all'impresa α.

a) Determinare i valori di F in corrispondenza dei quali il profitto conseguito dall'impresa 1 risulta positivo.

Si ipotizzi ora che ciascuna delle imprese α e β stia valutando la possibilità di realizzare in proprio la produzione del bene intermedio (invece di accettare la situazione descritta in precedenza). Per produrre il bene intermedio ciascuna impresa dovrebbe installare un impianto caratterizzato esattamente dalla stessa funzione di costo che caratterizza l'impresa 1.

b) Determinare i valori di F in corrispondenza dei quali non risulta mai conveniente, rispettivamente, per l'impresa α e per l'impresa β realizzare in proprio la produzione del bene intermedio.

c) Alla luce dei risultati conseguiti nel punto b), commentare la seguente affermazione: "in genere le imprese dovrebbero produrre, anziché acquistare, per evitare di pagare un margine di profitto ad altre imprese indipendenti".

$T(q) = A + 4q$

$\pi_\alpha = (P_\alpha - 4)(60 - P_\alpha) - A \rightarrow \max\limits_{P_\alpha} \pi_\alpha \rightarrow P_\alpha = 32 \quad q_\alpha = 60-32=28 \rightarrow A = 784$

Per lo stesso principio di prima $P_\beta = 20 \quad q_\beta = 5$

$\pi_\beta = (20 - P_1^\beta)\,5 \rightarrow P_1^\beta = 20$

$$\pi_1 = \pi_1^{\alpha} + \pi_1^{\beta} - F = A + (p_1^{\beta} - 4)5 - F = 784 + 80 - F$$

$$\pi_1 > 0 \rightarrow F < 864 \quad a$$

$$\pi_{\alpha} = 784 - F \rightarrow F > 784$$
$$\pi_{\beta} = (p_1^{\beta} - 4)5 - F \rightarrow F > 80 \quad b$$

I profitti sono calcolati come se ci fosse integrazione verticale: nel primo caso è uguale alla componente fissa della tariffa in due parti meno il costo F dell'impianto poiché la tariffa in due parti "simula" l'integrazione verticale, nel secondo caso invece poiché $p_{\beta} = p_1^{\beta}$ il profitto può essere eguagliato a $\pi_1^{\beta} - F$.

Esercizio 25

Si assuma che l'impresa 1 operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende a due imprese "a valle", impresa α e impresa β. L'impresa α acquista il bene al prezzo $p_{1\alpha}$; l'impresa β acquista il bene al prezzo $p_{1\beta}$.

Le due imprese "a valle" operano anch'esse in condizioni di monopolio in due mercati distinti e separati. L'impresa α rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda $q_{\alpha} = 60 - p_{\alpha}$, dove q_{α} indica la quantità e p_{α} il prezzo fissato dall'impresa α; l'impresa β rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda:

$$q_{\beta} = \begin{cases} 100/p_{\beta} & p_{\beta} \leq K \\ 0 & p_{\beta} > K \end{cases}$$

, dove q_{β} indica la quantità e p_{β} il prezzo fissato dall'impresa β.

Sia $C=F+4q$ la funzione di costo totale dell'impresa 1, dove $0 \leq F \leq 100$; $C_{\alpha} = p_{1\alpha}\, q_{\alpha}$ la funzione di costo totale dell'impresa α; $C_{\beta} = p_{1\beta}\, q_{\beta}$ la funzione di costo totale dell'impresa β.

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale delle due imprese "a valle" e le funzioni di domanda che caratterizzano i mercati in cui operano le due imprese.

a) Determinare il profitto conseguito da ciascuna delle 3 imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

b) Determinare i valori di K in corrispondenza dei quali risulta conveniente all'impresa 1 vendere il bene intermedio all'impresa β.

Si ipotizzi ora che l'impresa β stia valutando la possibilità di realizzare in proprio la produzione del bene intermedio (invece di acquistare il bene stesso dall'impresa 1). Per produrre il bene intermedio dovrebbe installare un impianto caratterizzato esattamente dalla stessa funzione di costo che caratterizza l'impresa 1.

c) Determinare i valori di F in corrispondenza dei quali risulta conveniente per l'impresa β realizzare in proprio la produzione del bene intermedio.

$$\pi_\alpha = (60-q_\alpha)q_\alpha - P_{1\alpha} q_\alpha = 60q_\alpha - q_\alpha^2 - P_{1\alpha} q_\alpha = (60 - P_{1\alpha})q_\alpha - q_\alpha^2 \rightarrow \boxed{30 - \frac{P_{1\alpha}}{2} = q_\alpha}$$

$$\boxed{P_\alpha} = 60 - 30 - \frac{P_{1\alpha}}{2} = \boxed{30 + \frac{P_{1\alpha}}{2}}$$

$$\pi_\beta = 100 - P_{1\beta} q_\beta = 100 - P_{1\beta} \frac{100}{K} \qquad P_\beta = K \quad q_\beta = \frac{100}{K}$$

$$\pi_1^\alpha = (P_{1\alpha} - 4)\left(30 - \frac{P_{1\alpha}}{2}\right) \longrightarrow 30 - \frac{P_{1\alpha}}{2} - \frac{P_{1\alpha}}{2} + 2 \longrightarrow \boxed{P_{1\alpha} = 32} \qquad P_\alpha = 46 \quad q_\alpha = 14$$

$$\pi_1^\alpha = (32-4)14 = 392$$

$$\pi_\alpha = 392 - 196 = 196$$

$$\pi_1^\beta = (K-4)\left(\frac{100}{K}\right)$$

$$\pi_1 = 196 + (K-4)\left(\frac{100}{K}\right) - F = 296 - \frac{400}{K} - F \qquad a$$

$$(K-4)\left(\frac{100}{K}\right) > 0 \longrightarrow 100 - \frac{400}{K} > 0 \longrightarrow K > 4 \qquad b$$

$$100 > F + \frac{400}{K} \rightarrow F < \frac{100K - 400}{K} \qquad c$$

FORMULE MOREA

$F = (P + Pi)$ = prestito semplice $(n=1)$
$F = P(1+in)$ = prestito semplice (n generico)
$F = P(1+i)^n$ = prestito interesse composto $\quad i_c = F - P = P[(1+i)^n - 1]$

T.A.N. = $i \cdot$ periodi di calcolo (es. mensile = x12)
$i_{eff,l} = (1 + r/m)^{lm} - 1$ = tasso effettivo nell'intervallo l
r = tasso nominale annuo $(i \cdot m)$ $\quad lm$ = # periodi di capitalizzazione nell'intervallo di tempo l

T.A.N. (dato i_{eff}) $= \ln(\sqrt[m]{1+i} - 1)$
Fattore Capitalizzazione Composta $= P(F/P,i,n) \Rightarrow F = P(1+i)^n$
Fattore Attualizzazione Composta $= F(P/F,i,n) \Rightarrow P = F(1+i)^{-n}$
} Singola Rata

Prestazioni Multiple (più rate)

Fattore Capitalizzazione Composta $\Rightarrow F = A[((1+i)^n - 1)/i] = A(F/A,i,n)$
Fattore Ammortamento $\Rightarrow A = Fi\,/[(1+i)^n - 1] = F(A/F,i,n)$
Fattore Attualizzazione $\Rightarrow P = A\,\dfrac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)n} = A(P/A,i,n)$

Fattore Recupero $\Rightarrow A = P\,\dfrac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(A/P,i,n)$

Interpolazione lineare

$(P/A,i,n)$ ricavare i

$y' = \frac{P}{A}$ A tentativi trovo sulla tavola finanziaria due interessi i_a e i_b tali che il loro rapporti P/A siano $P/A_b < P/A < P/A_a$

$$\left[i = i_a + (i_b - i_a)\,\frac{P/A - P/A_a}{P/A_b - P/A_a} \right]$$

Obbligazioni

Valore Attuale (no cedole) = $VN\,(P/F,i,n) = VN \cdot (1+i)^{-n}$
Valore Attuale (con cedole) = $VN\,(P/F,i,n) + C(P/A,i,n) = VN\,(1+i)^{-n} + C\left(\dfrac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right.$
Cedola $(c) = VN \cdot (r/m)$
Rendimento alla scadenza = i
Rendimento corrente $(i_c) = (c \cdot m)/P$ $\quad P$ = prezzo di mercato dell'obbligazione (di acquisto)

Investimenti

V.A.N. = $PW(i)$ = valore attuale netto $= \sum_0^n F_t\,(1+i)^{-t} = -I + A\,(P/A,i,n)$
$AE(i)$ = equivalente annuo $= PW(i)[i(1+i)^n/(1+i)^n - 1] = PW(i)\,(A/P,i,n)$
$FW(i)$ = valore futuro $= \sum_0^n F_t\,(1+i)^{n-t} = PW(i)\,(F/P,i,n)$
T.I.R. = tasso interno di rendimento $\Rightarrow 0 = PW(i) = \sum_0^n F_t\,(1+i)^{-t}$

Benefici / costi

R_A = rapporto Eckestein $= \frac{B}{C} = \frac{\text{valore attuale entrate}}{\text{valore attuale uscite}} = \frac{B}{I+C'} = \frac{B}{\text{investimenti + costi}} = \frac{\sum_0^n B_t (1+i)^{-t}}{\sum_0^n C_t (1+i)^{-t}}$

Accettazione: $R_A > 1$

R_N = rapporto al netto $= \frac{B-C'}{I}$ = indice di profittabilità

Accettazione: $R_N > 1$

R_{LS} = rapporto Lorie-Savage $= \frac{B-C}{I} = \frac{B-C'}{I} - 1 = R_N - 1$

Accettazione: $R_{LS} > 0$

Project Financing

$NPV(i) = \sum_0^n F_t (1+i)^{-t}$ = Net Present Value $= \sum_0^n F_t (P/F, WACC, t)$ $(= V.A.N(wacc))$

IRR = interesse che azzera l'NPV $\Rightarrow NPV(IRR) = \sum_0^n F_t (1+IRR)^{-t} = 0$ $(= T.I.R)$

Progetto redditivo se:

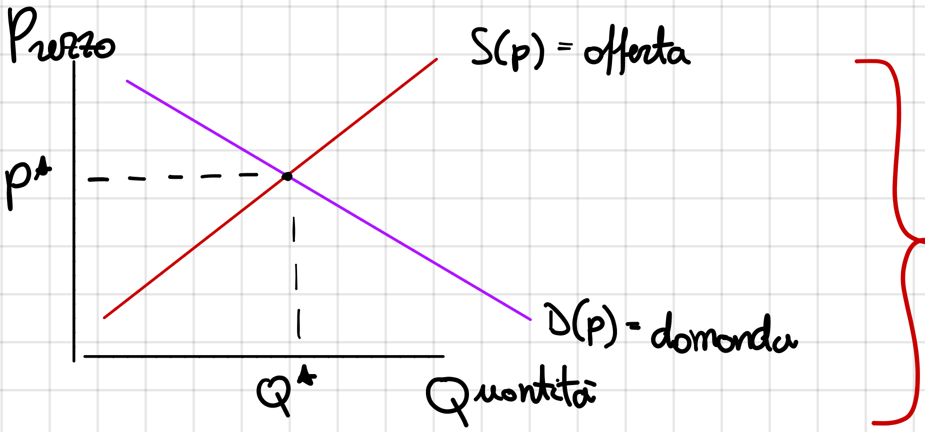
- $NPV(WACC) > 0$
- $IRR > WACC$

Progetto bancabile se:

- $DSCR = \frac{F}{A} > 1 \Rightarrow \forall t \; DSCR_t = \frac{F_t}{A_t} > 1$
- $LLCR = \frac{\sum F_k (1+WACC)^{-k}}{\sum A_k (1+WACC)^{-k}} \Rightarrow \forall k$ dot a n $LLCR_t > 1$

TIR > MARR

MATEMATICA FINANZIARIA



Economia: disciplina che studia come viene risolto il problema della scarsità (di risorse)
- Come produrre?
- cosa produrre?
- A chi?

Economia di Mercato: ogni produttore prende decisione autonome per la produzione e i prezzi a differenza dell'economia pianificata in cui viene deciso a priori la quantità necessaria di ogni prodotto

Ragionare in funzione del costo di qualcosa dipende sia dalle spese necessarie sia dal costo di opportunità ovvero ciò a cui rinuncio per produrlo.

INTERESSE E TASSI D'INTERESSE
Compenso a chi presta soldi

Matematica Finanziaria: studia le applicazioni pratiche e teoriche che si presentano nelle operazioni finanziarie; le modalità di prestiti e rimborsi del capitale

Progetto d'investimento: la parte economico-finanziaria di un progetto. La sua qualità dipende dal diagramma dei flussi di cassa (entrate / uscite)

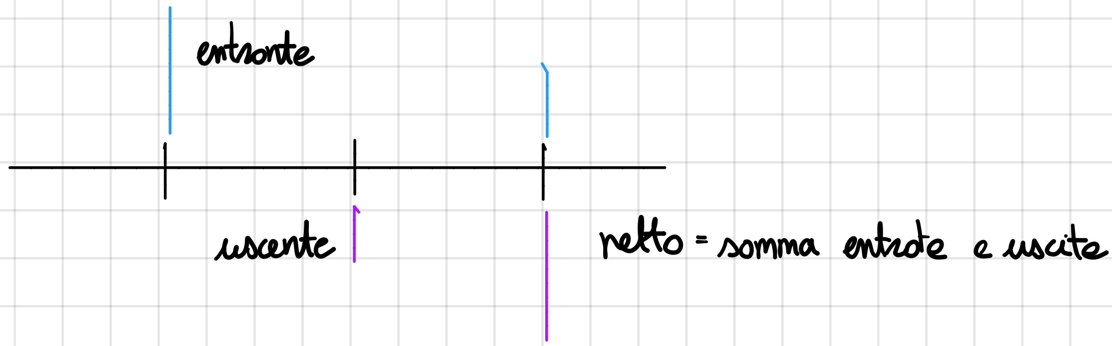
Nel caso di investitore pubblico si parla di ANALISI COSTI-BENEFICI ovvero scegliere il progetto con più ritorno sociale

COSTI: Iniziali e di Funzionamento
FISSI, VARIABILI, REVERSIBILI e IRREVERSIBILI
Il costo opportunità corrisponde al valore della migliore alternativa tralasciata per il progetto.

PRESTITO

Il creditore presta dei soldi al debitore per una certa durata di tempo. Il debitore dovrà restituire il capitale P e un interesse I: $P + I = F$ capitale dovuto

DIAGRAMMA FLUSSI DI CASSA



Per n=durata generica $\Rightarrow F = P(1+in)$ i = tasso d'interesse

Nel caso di prestito in regime di capitalizzazione composta:

anno 1: $F_1 = P(1+i)$

anno n: $F_n = P(1+i)^n$

Interesse composto $I_c = (F-P) = P[(1+i)^n - 1]$

T.A.N. tasso interesse nominale: determinato moltiplicando il tasso reale tante volte quanti sono i periodi di calcolo degli interessi.

ES. tasso mensile = 1.5% $\Rightarrow$ TAN = 1,5% · 12 = 18%

T.A.E.G. = tasso annuale effettivo comprensivo di tutte le spese extra (globale)

INTERESSE EFFETTIVO

$$I_{eff,l} = (1 + r/m)^{lm} - 1$$ CONVERSIONE DA NOMINALE

r = T.A.N

m = periodi di capitalizzazione

lm = numeri di periodi di capitalizzazione nel periodo l

Se $m=1$ il tasso nominale e il tasso effettivo coincidono: $i_{ef,1} = r$

Se $lm=1$ $i_{ef,1} = r/m$ (interesse composto una sola volta nel periodo l)

Esercizio:

$P = 100\$$
i = tasso interesse annuo = 5% = 0,05 (effettivo se non specificato)
n = orizzonte del piano d'investimento = 3

Trovo F nel caso semplice e composto.

1) $P(1+in) = 100 \cdot (1+0{,}05 \cdot 3) = 115\$$
$\boxed{is} = Pin = F - P = 15\$$

2) $F_c = P(i+1)^n = 100\$\,(1+0{,}05)^3 = 115{,}67\$$

$\boxed{ic} = F - P = 15{,}67\$$

Esercizio 2

$F = 398\$$
$i = 9\%$
$n = 8$

P nel caso composto $= F(1+i)^{-n} = 398\,(1+0{,}09)^{-8} = 200\$$

Esercizio 3

Prestito 2000 \$
Calcolare il capitale da restituire se
a) interesse annuale 10%
b) interesse trimestrale 2,5%

a) $i_{eff,1} = r = 10\% \Rightarrow I = 200 \quad F = 2200$
b) $m = 4$, $r = 2{,}5\% \times m = 10\%$
$i_{eff,1} = 10.38\%$

$I = 2000 \times 0{,}1038 = 207.6 \qquad F = P + I = 2000 + 207{,}60$

$$\begin{cases} F_c = P(1+i)^n \rightarrow \text{ANATOCISMO} \\ I_s = nP_i \\ F_s = P + nP_i = P(1+ni) \end{cases}$$ = PRESTAZIONE SINGOLA

Esercizio
Calcolare il montante F di 10000 \$ con interesse semplice del 15% dopo 4 anni.

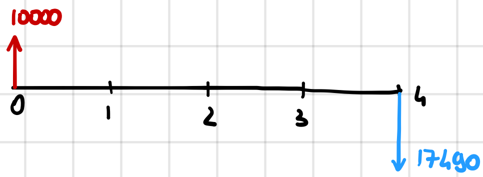
$F = P + I \qquad P = 10000\,\$$

$I_s = nP_i = 10000 \cdot 0.15 \cdot 4 = 6000 \qquad F_s = 10000 + 6000 = 16000$

Regime di capitalizzazione composta:

$F_c = P(1+i)^n = 10000\,(1+0{,}15)^4 = 17.490$

Flusso di cassa (composto)



EQUIVALENZA FINANZIARIA
① con un solo fattore ⟶ calcolo interessi capitalizzazione composta
② con più fattori ⟶ pagamento periodico A

A = pagamento singolo di una serie pagato alla scadenza di ogni periodo d'interesse
↳ PRESTAZIONE MULTIPLA

• FATTORE DI CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA di una serie di pagamenti uguali:

$F = f(A, i, n)$ Devo trovare il valore di ogni rata capitalizzata al tempo n

$$F = \underbrace{A}_{\text{ultima}} + \underbrace{A(1+i)^1}_{\text{penultima}} + A(1+i)^2 + \underbrace{\ldots}_{\ldots} + \underbrace{A(1+i)^{n-1}}_{\text{prima}}$$

$\Rightarrow F = A[((1+i)^n - 1)/i] = A(F/A, i, n)$ ⟶ usare tavole finanziarie

• FATTORE DI AMMORTAMENTO di una serie di pagamenti uguali

$A = f(F, i, n)$ inversa della precedente

$A = F(A/F, i, n)$ ⟶ tavole finanziarie

• FATTORE DI ATTUALIZZAZIONE di una serie di pagamenti uguali

$P = f(A,n,i) = A(P/A,i,n) \rightarrow$ tavole finanziarie

$$P = A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

• FATTORE DI RECUPERO DEL CAPITALE

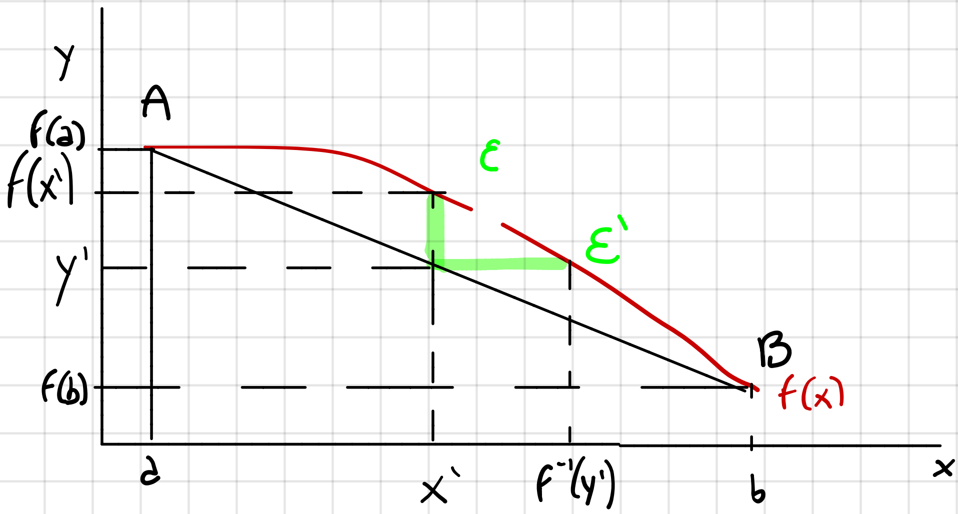
$A = P \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ Calcolare il valore della rata dato il valore attuale P

$A = P(A/P,i,n) \rightarrow$ tavole finanziarie

INTERPOLAZIONE LINEARE

Si usa quando la funzione non è nota o complessa la sua esplicitazione rispetto ad una variabile es. esplicitare $i \rightarrow i = F(F,A,n)$

Poiché per gradi della funzione elevati risolverla è complesso si approssima commettendo un errore (minore possibile)



Dato x' si vuole trovare il valore approssimato di f(x'). Per fare ciò necessitiamo dei punti A e B per trovare l'equazione della retta passante tra i due e ottenere y'

$\varepsilon = f(x') - y'$ è l'errore

$$y' = f(a) + [f(b) - f(a)] \cdot (x' - a)/(b - a)$$

Dato y' bisogna ricavare x' = valore approssimato di $f^{-1}(y')$ poiché $\varepsilon' = f^{-1}(y') - x'$

$$x' = a + (b-a) \cdot \frac{y' - f(a)}{f(b) - f(a)}$$

PRINCIPI DI EQUIVALENZA

Es 1

Qual è il valore futuro di una rendita annua di 1200 \$ per una durata di 15 anni e che si capitalizza al tasso effettivo annuo del 12%.

$A = 1200 \$ \quad n = 15$
$F = ? \quad i = 12\%$

$$i_{eff,L} = \left(1 + r/m\right)^{Lm} - 1$$

$$m = 1 \quad L = 1 \Rightarrow i_{eff,L} = 1 + r - 1 = r = 12\%$$

$$F = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) = 1200\left(\frac{(1+0{,}12)^{15} - 1}{0{,}12}\right) = 1200\left(F/A, i, n\right) = 44.736 \$$$

Es 2

Qual è il pagamento annuale richiesto per rimborsare un premio di 2500% in tre anni, se il tasso d'interesse è dell' 8% composto annualmente?

$P = 2500 \$ \quad n = 3 \quad i = 8\%$

$$A = P\left(A/P, i, n\right) = 2500\left(A/P, 8\%, 3\right) = 970 \$ \quad \text{(vedi tavole finanziarie)}$$

Es 3

Una macchina costa 15000\$ e deve essere pagata in 48 rate mensile da 395\$.
Quale tasso d'interesse annuale nominale deve essere pagato se l'interesse è composto mensilmente?

$P = 15000 \$ \quad A_{mese} = 395 \$ \quad n = 48 \text{ mesi} \qquad T.A.N. = r = ?$

$$P = A\left(P/A, i, n\right) \Rightarrow 15000 = 395\left(P/A, i, 48\right) \qquad i_{eff} = i/12$$

devo ricavare i $\rightarrow$ interpolazione lineare perché il grado è elevato

Es 4

10 pagamenti annuali di 7500 \$ sono equivalente a 3 pagamenti annuali alla fine degli anni 6, 10 e 15 al tasso d'interesse 15% composto annualmente. A quanto ammontano i 3 pagamenti?

$A_1 = 7500\$$ $\quad A_2 = ?$ $\quad i = 15\%$

$n_1 = 10$ $\quad n_2 = 3$

prestazione multipla $\quad$ 3 prestazioni singole

anno base = 10

$$F_{10} = 7500\left(F/A, 15\%, 10\right) = A_2\left(F/A_2, 15\%, 4\right) + A_2 + A_2\left(A_2/F, 15, 5\right)$$

TITOLI OBBLIGAZIONI

Certificati che l'impresa emette sul mercato acquistati poi dall'utente esterno. Con i ricavi delle vendite l'impresa esegue un progetto al termine del quale vengono restituiti i soldi agli acquirenti con una maggiorazione (cedola)

MUTUO

È un contratto tra due o più soggetti che precede delle condizioni. Tra le parti si decidono:

- somma fornita
- modalità di restituzione
- garanzie
- altro (recesso ecc)

Il mutuo è come un prestito con maggiori garanzie

↳ ADD ON

Per calcolare la rata del mutuo add on si prende l'interesse calcolato in anticipo e lo si somma al denaro da restituire e divido il tutto per il numero dei periodi di restituzione

ES. Somma dovuta: $300\$ + 0.2 \cdot 300\$ = 360\$$

$\#$ periodi $= 12$

rata $= \frac{360\$}{12} = 30\$$

↳ IPOTECARIO

Quando il prestito ha come garanzia l'IPOTECA, cioè un vincolo che il finanziatore mette su un determinato bene di proprietà del debitore

MUTUO A TASSO FISSO: il tasso non cambia mai di conseguenza è più "sicuro" perché la rata non può cambiare, ma gli interessi sono più alti

MUTUO A TASSO VARIABILE: la rata cambia in funzione dell'andamento del mercato

RECESSO

1) Saldo residuo $= U_t =$ equivalente dei pagamenti non ancora effettuati calcolato al tempo t in cui l'importo restante deve essere pagato

$U_t = A(^{P/A,i,n-t})$

2) $U_t =$ equivalente del debito calcolato al tempo t a cui va sottratto l'equivalente dei pagamenti già effettuati calcolato al tempo t

$U_t = P(^{F/P,i,t}) - A(^{F/A,i,t})$

↳ TASSO VARIABILE

Si può usare solo il primo metodo poiché le tasse possono variare

Composizione Rata

$A = B + i =$ riduzione debito + interessi

$B_t = A - i_t = A(^{P/F,i,n-t+1})$

$i_t = A(^{P/A,i,n-t+1}) \cdot i = U_{t-1} \cdot i$

INFLAZIONE

E' un fenomeno legato all'aumento del valore di un bene. La DEFLAZIONE è il processo inverso. Con l'inflazione aumentano i prezzi e anche i tassi d'interesse fino ad una certa percentuale, dopodiché ricominciano a scendere.

ANALISI INVESTIMENTI

E' necessario fare ipotesi sui ricavi futuri ⟶ STIMA dei flussi di cassa
Metodologia Contabile: Risultato Operativo / Capitale investito (valutazione anno solare)
Metodologia Finanziaria: valutazione sull'intero flusso di cassa (oltre l'anno solare)
La seconda è la più importante: investimento $\leq$ somma flussi di cassa attualizzati

Valore Attuale Netto (V.A.N): differenza tra valore attuale dei flussi annui al tasso minimo e il valore dell'investimento
Esprime il contributo netto dell'investimento all'azienda.

$$VAN = PW(i\text{-tasso valutazione}) = \sum_{t=0}^{n} F_t (1+i)^{-t} = F_0 + F_1(1+i)^{-1} \dots$$

Se ogni flusso è uguale all'altro ⟶ $F_1 = F_2 \dots = F$ ⟶ $VAN = F_0 + F(P/F, i, n)$

VALORE FUTURO (FW): Quanto vale il profitto in n. $FW(i) = \sum_{t=0}^{n} F_t (1-i)^{n-t}$

Tasso Interno Rendimento (T.I.R): è il tasso d'interesse che rende il $\underline{V.A.N = 0}$
$0 = PW(i^*)$

PayBack Period: # anni per recuperare l'investimento. $\sum_{t=0}^{n^*} F_t (1+i)^{-t} \geq 0$

Il Progetto è un'insieme di attività (finanziarie e non) per avere un profitto futuro

⟹ Investire in un progetto se TIR > costo capitale (TIR > i) o se TIR > MARR

Es.

Alternativa più conveniente. $i = 10\%$. 5 anni

	costo iniziale	manutenzione annuale	valore recupero
A	2000	350	400
B	1800	400	350
	$t=0$	$t=1-5$	$t=5$

Valore recupero = valore dopo 5 anni

$$PW_1 = \sum_0^n F_t (1+i)^{-t} = F_0 + F_1 (1+i)^{-1} + F_2 (1+i)^{-2} \dots = \underbrace{F_0 + A\left(P/A, i, n\right)}_{\text{perchè "rate" uguali}} =$$

$$= \underset{t=0}{-2000} - \underset{t=1-4}{350 \left(P/A, 10, 4\right)} + \underset{t=5}{\underbrace{(400-350)}_{\text{differenza spesa - valore recupero}}} \left(P/F, 10, 5\right) = -3078 \$$$

$PW_2 = -3099 \$$

La prima alternativa è la "migliore".

Utilizzando AE = Equivalente Annuo = profitto su base annua

$AE_1 = PW_1(10\%) \left(A/P, 10, 5\right) = -812 \$$

$AE_2 = PW_2(10\%) \left(A/P, 10, 5\right) = -817 \$$

Utilizzando FW

$FW_1(10\%) = PW(10\%) \left(F/P, 10, 5\right) = -4958 \$$

$FW_2(10\%) = PW(10\%) \left(F/P, 10, 5\right) = -4992 \$$

Es

	$t=0$	$t=1$	$t=2$
A	-1300	800	900
B	-1300	600	1000
C	-900	500	800

Scelgo in base al TIR = tasso interno rendimento

$$PW_A(i_A^*) = -1300 + \frac{800}{(1+i_A^*)} + \frac{900}{(1+i_A^*)^2} \qquad \frac{1}{(1+i_A^*)} = x_A \Rightarrow 9x_A^2 + 8x_A - 13 = 0$$

$x_A = 0.837$ (solo soluzione positiva)

$$i_A^* = TIR_A = \frac{1}{x_A} - 1 = 0{,}195 = 19\%$$

$TIR_B = 13.7\%$ l'alternativa migliore è C

$TIR_C = 26\%$

Quando i flussi di cassa sono costanti è possibile confrontare i TIR senza calcolarli
ES.

$$\left(P/A, TIR_A, 4\right) = 2 \qquad \left(P/A, TIR_B, 4\right) = 1.84$$

$$2 > 1.84 \Rightarrow TIR_A < TIR_B$$ A parità di n con flussi di cassa costanti

Il payback può essere calcolato con o senza interessi

$$CON = \sum_{0}^{n} F_t (1-i)^{-t} \qquad SENZA = \sum_{0}^{n} F_t$$

$$Payback_{CON} \leq Payback_{SENZA}$$

INVESTIMENTI PUBBLICI

Diversi da quelli privati poiché gli obbiettivi sono più generali di quelli di un'impresa: migliorare il benessere della comunità e non fare profitto.

Miglioramento Paretiano: migliorare le condizioni di un individuo senza peggiorare gli altri producendo un aumento dell'efficienza complessiva del sistema fino al punto massimo detto **ottimo paretiano**.

Si dice miglioramento paretiano **potenziale** se l'aumento dei benefici della parte avvantaggiata è superiore alla diminuzione di beneficio della parte svantaggiata. Diventa un miglioramento paretiano se vengono applicati dei compensi per gli individui "danneggiati".

Il ricavo nel pubblico è chiamato beneficio sociale e i costi costi-opportunità ovvero la perdita di valori sociali.

$$\pi = \text{benefici sociali} - \text{costi-opportunità}$$

Le attività pubbliche sono finanziate da Imposte, Debito pubblico e Tariffazione

ANALISI BENEFICI - COSTI

$\boxed{B/C}$ Benefici calcolati al netto degli svantaggi

I costi sono calcolati al netto dei risparmi del promotore

1) Rapporto Aggregato (Eckestein)
2) Rapporto Netto (Semplice)
3) Rapporto Lorie - Savage

Il rapporto è in termini di Equivalenti Annui $AE(i)$ di solito

$$C = I \text{ (spesa iniziale)} + C' \text{ (costi annuali dei periodi successivi)}$$

$$I = \sum_{0}^{m} C_n (1+i)^{-n} \qquad m = \text{durata investimento iniziale}$$

$$C' = \sum_{m+1}^{N} C_n (1+i)^{-n}$$

1) $R_A = \frac{B}{C} = \frac{B}{I+C'}$ con $I + C' > 0$ se $R_A > 1 \Rightarrow$ Accettabile

2) $R_N = \frac{B-C'}{I}$ con $I > 0$ se $R_N > 1 \Rightarrow$ Accettabile

3) $R_{LS} = \frac{B-C}{I} = \frac{B-C'}{I} - 1 = R_N - 1$ se $R_{LS} > 0 \Rightarrow$ Accettabile

ANALISI COSTO - EFFICACIA

Valutazione economica di sistemi legati alla difesa e alle attività spaziali

I progetti da analizzare devono avere:

- mete e obbiettivi
- mezzi alternativi per lo scopo
- possibilità di delimitare il problema

Metodo del Costo Fisso: confronto fra le alternative in base all'efficacia

Metodo della Efficacia Fissa: confronto di alternative dello stesso servizio in base al costo

PROJECT FINANCING

A differenza del finanziamento d'impresa, il finanziamento di progetto si focalizza su un solo progetto e non sull'andamento della stessa in funzione di tutti i suoi investimenti.
Il rimborso viene garantito dal progetto (e non magari dai soci): i flussi di cassa devono ricoprire i costi e il finanziamento (stima)
Per "iniziare" il progetto l'azienda crea una società veicolo che diventa la figura giuridica a cui intestarlo (SPV)

EQUITY = quota del finanziamento data dalla stessa società (minore possibile)

PPP: partnership pubblico - privato

Schema Build - operate - transfer: il privato costruisce e gestisce fino a coprire i costi e poi cede la costruzione all'amministrazione pubblica
Schema Build - operate - own: dopo aver ricoperto i costi, il privato tiene l'opera

L'analisi economico - finanziaria serve per stimare i flussi di cassa del progetto

Es.

Per la costruzione di un centro commerciale, si è deciso di ricorrere al Project Financing. I flussi di cassa stimati del progetto sono quelli riportati nella tabella seguente.

t = 0	F_0 = - 1 000.000 $
t = 1	F_1 = 300 000 $
t = 2	F_2 = 400 000 $
t = 3	F_3 = 450 000 $
t = 4	F_4 = 500 000 $

Considerando un WACC = 5% ed ipotizzando che il debito venga restituito con quattro rate annuali uguali, (1) stabilire se il progetto è redditizio nonché finanziabile (bancabile) - utilizzando il VAN, il TIR, i $DSCR_t$, i $LLCR_t$ - e (2) commentare i risultati ottenuti.

Equity = ∅
Debito = 1 000 000

Redditività: V.A.N e T.I.R.

$$\begin{cases} VAN(WACC) > 0 \\ TIR > WACC \end{cases}$$

$$VAN(WACC) = \sum_0^4 f(t)\cdot(1+wacc)^{-t} = F_0 + F_1 \underbrace{(P/F,5,1)}_{(1+0,05)^{-1}} + F_2 \underbrace{(P/F,5,2)}_{(1+0,05)^{-2}} + F_3 \underbrace{(P/F,5,3)}_{(1+0,05)^{-3}} + F_4 \underbrace{(P/F,5,4)}_{(1+0,05)^{-4}} = 446000 > 0 \quad \boxed{OK}$$

$$VAN(TIR) = \sum_0^4 f(t)(1+TIR)^{-t} = 0 \Rightarrow \text{INTERPOLAZIONE LINEARE } (a = 20\%,\ b = 25\%) \Rightarrow TIR = 21.36\% > 0 \quad \boxed{OK}$$

Bancabilità: DSCR e LLCR

$$DSCR_t = \frac{F_t}{A_t}$$

$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A$ perché rate uguali

$$A = P(A/P,5,4) = 280000$$

$DSCR_1 = F_1/A = 1,07 > 1$ $\boxed{OK}$

...

$DSCR_4 = F_4/A = 1,79 > 1$ $\boxed{OK}$

$$\left.\begin{aligned}
LLCR_1 &= \frac{\sum_{1}^{4} F_t (1+WACC)^{-t}}{1000\ 000} = 1{,}45 \\
LLCR_2 &= \frac{\sum_{2}^{4} F_t (1+WACC)^{-t}}{A(P/A,5,3)(P/F,5,1)} \\
LLCR_3 &= \frac{\sum_{3}^{4} F_t (1+WACC)^{-t}}{A(P/A,5,2)(P/F,5,2)} \\
LLCR_4 &= DSCR_4
\end{aligned}\right\} > 1 \Rightarrow \text{Bancabile}$$

NB. Se uno sarà <1 fare la media e vedere se è >1

$$LLCR_t = \frac{\sum_{k=t}^{n} F_k (1+WACC)^{-k}}{\sum_{k=t}^{n} A_k (1+WACC)^{-k}}$$

BILANCIO E TASSAZIONE

Documento con il quale la società comunica all'esterno informazioni sulla situazione economica della società stessa
Determina il profitto dell'impresa sul quale si calcolano le tasse ed è composto da stato patrimoniale e conto economico

STATO PATRIMONIALE: situazione patrimoniale della società. Attività e passività

CONTO ECONOMICO: evidenzia il risultato economico della società.

A = valore della produzione

B = costo della produzione

U_C = utile civile $= A - B \ (+/-) \ C \ (+/-) \ D \ (+/-) \ E$ (C, D, E altre spese/entrate)

VA = variazioni in aumento

VD = variazioni in diminuzione

U_F = utile fiscale $= U_C + V_A - V_D$

U = utile/reddito $= U_F$ − tassa societaria

IRPEF: imposta sui redditi delle persone fisiche. Colpisce il reddito complessivo.

Reddito complessivo – deduzioni tradizionali = Reddito imponibile
Reddito imponibile → applicazione scala aliquote → imposta lorda
Imposta lorda – Detrazioni = imposta netta
Imposta netta – ritenute alla fonte a titolo d'acconto = IMPOSTA DA VERSARE AL FISCO

Il reddito va scomposto nei vari scaglioni di imposta

Es. $20000€ \rightarrow \underbrace{15000}_{\text{soglia scaglione 1}} \cdot (\text{quota scaglione 1}) + 5000 \cdot (\text{quota scaglione 2})$

Deducibile = sottraibile dal reddito complessivo
Detraibile = sottraibile dalla tassa lorda

IVA: tassa sull'incremento di valore realizzato in un determinato stadio, il valore aggiunto
Valore Aggiunto = Ricavi vendite – Costi acquisti   metodo base da base
L'imposta (IVA) si applica sul valore aggiunto $\rightarrow T = t(V - A)$ (t = aliquota IVA)
oppure su ciascun acquisto e ciascuna vendita $\rightarrow T = t_1 V - t_2 A$ metodo imposta da imposta

Es.
Debiti fornitori 550
Impianti 600
Capitale sociale 1000
Materie prime 50
cassa e banca c/c 700
perdita d'esercizio −200

TA = totale attivo = 600 + 700 + 50 = 1350
TPN = totale patrimonio netto = 1000 − 200 = 800
TP = totale passivo = 550

Es
Vendite = 7000
Rimanenze iniziali = 800
Rimanenze finali = 1000
Interessi passivi = 100
Materie prime = 5000
Ammortamento macchinari = 1200

UC = utile civile = 7000 − 800 + 1000 − 100 − 5000 − 1200 = 900
RI = reddito fiscale (con interessi passivi deducibili al 50%) = 900 + 0,5 · 100 = 950
Imposta societaria = IRES = aliquota 24% = 950 · 0.24 = 228
U = reddito d'esercizio = 950 − 228 = 722

Es

RI = 5000
RD = reddito da lavoro dipendente) = 20000
RC = reddito da capitale = 10000
V_1 = rendita 1^ casa = 2000 V_2 = rendita 2^ casa = 1000
S = spese sanitarie = 100
D = donazioni 500
Totale deducibilità prima casa, RC con irpef del 50% del loro valore, totale deducibilità di D e detrazione del 10% su S.

RT = reddito complessivo = 5000 + 20000 + 10000 + 2000 + 1000 = 38000
RIM = reddito imponibile = RT − deduzioni = 38000 − 2000 − 500 − (0.5 · 10000) = 30500
T = imposta = imposta lorda − detrazioni = (15000 · 0.23) + [(28000 − 15000) · 0.27] + [(30500 − 28000) · 0.38] − 10 = 7900
i = aliquota media = T/RT = $\frac{7900}{38000}$ = 20.79%

Es

$V_x = V_y$ = 1000 + IVA
X compra all'ingrosso e rivende pane, Y produce pane e lo vende
Costi X:
A_x = spesa pane = 700 + IVA
L_x = stipendi = 200

Costi Y:
A_y = spesa farina = 100 + IVA
L_y = stipendi = 600

VA_x = valore aggiunto = ricavi − spese = 1000 − 700 = 300
VA_y = 1000 − 100 = 900

Ipotizzando che l'aliquota dell'IVA sia 10% sulla farina e 20% sul pane, calcolare l'IVA con metodo imposta da imposta e base da base ipotizzando le aliquote siano uguali

① $IVA_x = (0.20 \cdot V_x) - (0.20 \cdot A_x) = 200 - 140 = 60$
$IVA_y = (0.20 \cdot V_y) - (0.10 \cdot A_y) = 100 - 20 = 190$

② $IVA_x = 0.2\,(VA_x) = 60$
$IVA_y = 0.2\,(VA_y) = 180$

SIMULAZIONE ESAME MOREA

$$F = 5000\left(\frac{(1+i)^5 - 1}{i}\right) = \frac{5000\cdot[(1,04)^5 - 1]}{0,04} = 27081$$

$$27081 = A + A(1+i)^{-1} = A + A/1+i$$

$$27081 = A\left(1 + \frac{1}{1,04}\right) \Rightarrow A = \frac{27081}{1,96} = 13816$$

$$VAN = -150000 + \frac{100000}{1,04} + \frac{130000}{(1,04)^2} = -150000 + 96.153 + 120192 = 66345$$

$$VAN_2 = -180000 + \frac{120000}{1,04} + \frac{160000}{(1,04)^2} = -180000 + 115384 + 147.928 = 83312$$

$$FW = 66345 \cdot (1,04)^2 = 71758$$

$$FW_2 = 83312 \cdot (1,04)^2 = 90110$$

$$AE = 66345 \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 66345 \cdot \frac{0,043264}{0.0816} = 35175$$

$$AE_2 = 83312 \cdot \frac{0,043264}{0.0816} = 44171$$

Il secondo progetto è l'alternativa migliore

$$VAN = -10000000 + \frac{7500000}{1+i} + \frac{7500000}{(1+i)^2} = -10000000 + 7142857 + 6802721 = 3945578$$

$$VAN(TIR) = 0$$

$$x = 1/1+i \Rightarrow 7,5x^2 + 7,5x - 10 \Rightarrow x = \frac{-7,5 \pm \sqrt{56.25 + 300}}{15} = \frac{-7,5 + 18.87}{15} = 0,758$$

$$i = \frac{1}{x} - 1 = 0,32$$

Redditizio perchè VAN > 0 e TIR > WACC

$$A = 10000000 \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 10000000 \cdot \frac{0,055125}{0,1025} = 5000000$$

$$DSCR_t = \frac{7500000}{5000000} = 1,5$$

$$LLCR_1 = \frac{\frac{7500000}{1,05} + \frac{7500000}{1,1025}}{\frac{5000000}{1,05} + \frac{5000000}{1,1025}} = \frac{7142857 + 6802721}{4761904 + 4535147} = \frac{13945578}{9297051} = 1,5$$

$$LLCR_2 = \frac{6802721}{4535147} = 1,5$$

Bancabile perchè $DSCR_t > 1$ e $LLCR_1$ e $LLCR_2 > 1$

Esame 4 luglio 2016

1)

$\pi_1 = (100 - q_1) q_1 - 10 - 10q_1^2 \rightarrow \max \pi_1 = 100q_1 - 11q_1^2 - 10 \rightarrow q = \frac{100}{22} = 4.54 \quad p = 95.46$

$\pi_{12} = (100 - q_1 - q_2)(q_1 + q_2) - 10 - 10q_1^2 - 10 - 2q_2^2 = 100q_1 + 100q_2 - q_1^2 - q_1q_2 - q_1q_2 - q_2^2 - 20 - 10q_1^2 - 2q_2^2$

$= -11q_1^2 - 3q_2^2 + 100q_1 + 100q_2 - 2q_1q_2$

$$\begin{cases} \max\limits_{q_1} \pi_{12} = -22q_1 + 100 - 2q_2 \Rightarrow q_1 = \frac{100 - 2q_2}{22} \Rightarrow q_1 = 3.4 \\ \max\limits_{q_2} \pi_2 = -6q_2 + 100 - 2q_1 \Rightarrow q_2 = \frac{100 - 2q_1}{6} \Rightarrow q_2 = 4.23 \end{cases}$$

$\pi_{12} = 704.78 - 20 - 115.6 - 35.78 = 533.4$

$\pi_1 = 433.38 - 10 - 206.11 = 217.26$

$\pi_{12} > \pi_1$ Conviene utilizzare due impianti

2) $C(q) = 1600 + 15q \qquad CME = \frac{1600}{q} + 15 = 16 = p$

$q_i \begin{cases} 1600 & \text{se } p \geq 16 \\ \emptyset & \text{se } p < 16 \end{cases} \Rightarrow Q \begin{cases} N \cdot 1600 \\ \emptyset \end{cases}$

$p = 19216 - N \cdot 1600 \longrightarrow N = 12 \qquad Q = 19200$ a

$Q = 19218 - p \Rightarrow 19200 = 19218 - p \Rightarrow p = 18$

$\pi = 1600 \cdot 18 - 1600 - 15 \cdot 1600 = 28800 - 1600 - 24000 = 3200$ b

NB. Nel lungo periodo $p = CME$, nel breve periodo $p = CMG$

3) Massimizzando π_b e poi π_a vediamo che $\pi_b > R = 144$ scartando così l'alternativa $R = 144$

$C_\alpha = 4q \qquad C_\beta = (P_\alpha + 2)q$

$\pi_\beta = p \cdot q = (P_\beta - P_\alpha - 2)q = 58q - q^2 - P_\alpha q - 2q \Rightarrow -q^2 + q(56 - P_\alpha)$

$\max\limits_q \pi_\beta = -2q + 56 - P_\alpha \rightarrow q = \frac{56 - P_\alpha}{2}$

$\pi_\beta = R \rightarrow -\frac{(56 - P_\alpha)^2}{4} + \frac{(56 - P_\alpha)^2}{2} = R \rightarrow (56 - P_\alpha)^2 = 4R \Rightarrow P_\alpha = 56 - 2\sqrt{R}$

$R = 225 \quad P_\alpha = 26 \quad \pi_\alpha = 15 \cdot 26 - 60 = 330$ a

$\pi_b = 225$

Prezzo imposto = P_{INT}

$\pi_{INT}\,(p-6)(58-p) \longrightarrow \max \pi_{INT} \longrightarrow P_{INT}=32 \quad q_{INT}=26 \quad \pi_{INT}=676$

$P_\beta = 32$

$\pi_\beta = (32-P_\alpha-2)\,26 = 225 \longrightarrow P_\alpha = 21.34 \quad \pi_\alpha = 451$ b

$C_{INT} = (6+k)q$

$P_{INT} = 32 + k/2 \quad q_{INT} = 26 - k/2 \quad \pi_{INT} = \left(26-\frac{k}{2}\right)^2 > 451$

$\boxed{k < 9.5 \checkmark} \wedge \quad k > 94.5 \times$ c

Esame 1 giugno 2017

1) $CME_1 = q + 20 + 16/q \rightarrow \partial CME_1 = 1 - 16/q^2 \rightarrow q = 4$

$CME^1_{min} = 28$

$CME_2 = q + 10 + F/q \rightarrow \partial CME_2 = 1 - F/q^2 \rightarrow q = \sqrt{F}$

$CME^2_{min} = \sqrt{F} + 10 + \frac{\cancel{F}}{\cancel{\sqrt{F}}} \cdot \frac{\sqrt{F}}{\cancel{\sqrt{F}}} = 2\sqrt{F} + 10$

$CME^1_{min} > CME^2_{min} \rightarrow 28 > 2\sqrt{F} + 10 \rightarrow F < 81$ a

$P = CMG = 2q + 10 \rightarrow q = \frac{P-10}{2}$

$N \cdot \frac{P-10}{2} = 118 - P \rightarrow NP - 10N = 236 - 2P \rightarrow P(N+2) = 236 + 10N$

$P = \frac{236 + 10N}{N+2} < 28 \rightarrow 236 + 10N < 28N + 56 \rightarrow N > 10$ b

2) $RMG = CMG \Rightarrow a - 2p = c$

$p = \frac{a-c}{2} \rightarrow CMG = c + \Delta c \rightarrow p^* = \frac{a - c - \Delta c}{2}$

$|p - p^*| = \frac{\Delta c}{2}$ a

$RMG = p\left(1 - \frac{1}{|e|}\right) \qquad e = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{q} = -\varepsilon p^{-1-\varepsilon} \cdot \frac{p}{p^{-\varepsilon}} = -\varepsilon$

$p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = c \rightarrow p = \frac{c}{\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)}$

$p^* = \frac{c + \Delta c}{\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)}$

$|p - p^*| = \frac{c - c - \Delta c}{\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)} = \frac{\Delta c}{\varepsilon - 1} \cdot \varepsilon$ > 1 b

3) $STS = \frac{x_2}{2x_1}$

$\begin{cases} \frac{x_2}{2x_1} = \frac{64}{2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{ll} x_2 = 64x_1 & x_2 = 49 \\ q = x_1 \, 16 \rightarrow & x_1 = 9/16 \end{array}$

$\pi_2 = 0$

$\pi_a = q(28 - q) - 50 - 4q - 8q = 16q - q^2 - 50 \rightarrow \partial \pi_a = 16 - 2q \rightarrow q = 8$

$\pi_a = 14 \quad \pi_1 = \frac{1}{2} \cdot (64 - 8) = 28$ a

$$\begin{cases} \frac{x_2}{2x_1} = \frac{8}{2} \\ q = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x_2 = 8x_1 & x_2 = 2q \\ q = x_1 4 \rightarrow & x_1 = q/4 \end{matrix}$$

$$\pi_{INT} = q(28-q) - 50 - 2q - 4q = 22q - q^2 - 50 \rightarrow \partial\pi_{INT} = 22 - 2q \rightarrow q_{INT} = 11$$

$x^1_{INT} = 11/4 \quad x^2_{INT} = 22$

$$\begin{cases} \frac{P_1}{P_2} = \frac{8}{2} \rightarrow P_1 = 4P_2 & \rightarrow P_1 = 16 \\ 11(28-11) - 50 - P_1 \cdot 11/4 - P_2 \cdot 22 = 5 & \rightarrow \frac{132}{33} = P_2 = 4 \end{cases}$$

b

$$\begin{cases} \frac{x_2}{2x_1} = \frac{16}{4} \rightarrow x_2 = 8x_1 & x_2 = 22 \\ 11 = x_1^{1/3} x_2^{2/3} \quad 11 = x_1 4 & \rightarrow x_1 = 11/4 \end{cases}$$

c

$\pi_{INT} = 71 \quad \pi_1 = 11/4\,(16-8) + 22(4-2) = 22 + 44 = 66$

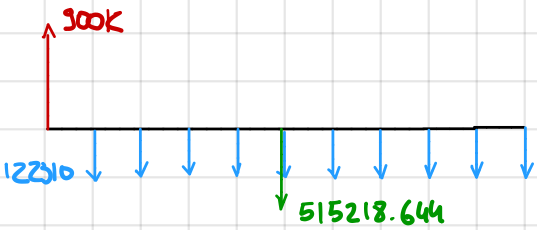
$\pi_{INT} - \pi_1 = 5$ d

$T(x_1) = 71 + 8x_1$ e

MOREA

1) $A = P(A/P, 6, 10) = P \frac{i(i+1)^{10}}{(i+1)^{10} - 1} = 900000 \cdot 0.1359 = 122310$ a

$U_5 = A(P/A, 6, 5) = A \frac{(i+1)^5 - 1}{i(i+1)^5} = 122310 \cdot 4.2124 = 515218.644$ b



c

2) $VAN = -10KK + \frac{5KK}{(1+i)} + \frac{5KK}{(i+1)^2} + \frac{5KK}{(i+1)^3} = 3616240.147 > 0$

$$\left.\begin{matrix} (P/A, TIR, 3) = 2 \\ (P/A, 5, 3) = 2.72 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2 < 2.72 \rightarrow TIR > 5\% = WACC$$

Il progetto è redditivo

$DSCR_t = \frac{F_t}{A} = 5KK / P(A/P, 5, 3) = 5KK / 3.672\,KK = 1.36 > 1$

$$LLCR_1 = \frac{\frac{5KK}{(1.05)} + \frac{5KK}{(1.05)^2} + \frac{5KK}{(1.05)^3}}{\frac{3.672KK}{1.05} + \frac{3.672KK}{(1.05)^2} + \frac{3.672KK}{(1.05)^3}} = \frac{13616240.147}{3497142.857 + 3330612.245 + 3172011.662} = \frac{13616240.147}{9999766.764} = 1.36$$

$LLCR_2 = \frac{8854335.378}{6502623.907} = 1.36 \quad LLCR_3 = \frac{4319187.993}{3172011.662} = 1.36$ Il progetto è finanziabile

3) $RI = 50000 - 1000 = 49000$ a
$TL = (49000 - 25000) \cdot 0.25 = 6000$ b
$T = 6000 - 6000 = \emptyset$ c

Esame 8 settembre 2016

Es 3

a Tariffa in due parti $T(x_1) = \pi_{INT} + c_1 x_1$ oppure la vendita collegata con prezzo imposto $P_\alpha = P_{INT}$

b α non può "inventarsi" le proporzioni di x_1 e x_2: le restrizioni possono essere la tariffa in due parti o il prezzo / quantità imposta

c a. P_α non deve essere per forza uguale a P_{INT} poiché non fa markup ma non posso imporre la tariffa in due parti poiché $\pi_\alpha = 0$

b. Non ci sono restrizioni verticali

aprile 2017

Es 3

$T(x_1) = x_1 + F$

$\boxed{K=0}$

$p = 6 \quad q = 15$

$$\begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{3} = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{x_2}{3x_1} \\ 15 = x_1^{1/4} x_2^{3/4} \end{cases} \qquad x_2 = x_1 = 15$$

$C_\alpha = 15 + 3 \cdot 15 + K = 60$

$\pi_{\alpha \, K=0} = 90 - 60 - F = 30 - F$

$\boxed{K=3}$

$p = 9 \quad q = 10$

$$\begin{cases} 1/3 \frac{x_2}{x_1} = 1/3 \\ 10 = x_1^{1/4} x_2^{3/4} \end{cases} \qquad x_1 = x_2 = 10$$

$C_\alpha = 10 + 3 \cdot 10 + 3 = 43$

$\pi_{\alpha \, K=3} = 90 - 43 - F \quad 47 - F$

$\pi_\alpha \geq 0$ se $K = 3$ per F compreso tra 30 e 47

$\pi_\alpha < 0$ se $K \neq 0$