# Лабораторная работа № 1 Представление данных. Системы счисления

**Цель работы:**ознакомиться с позиционными системами счисления, способами перевода данных из одной системы счисления в в другую, организацией арифметических операций над данными в позициионных системах.

**Краткие теоретические сведения:**

**Основные понятия и определения**

Система счисления − это способ представления чисел с помощью некоторого набора символов, называемых цифрами, а также совокупность приемов и правил, позволяющих однозначно представлять числовую информацию.

Все системы счисления можно разделить на позиционные и непозиционные.

В непозиционных системах счисления вес цифры (т. е. тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа. Примером непозиционной системы счисления является римская система. В этой системе в качестве цифр используются латинские буквы:

I V X L C D M и т.д. − римские цифры

1 5 10 50 100 500 1000 - десятичные эквиваленты римским цифрам.

Величина числа определяется суммой или разностью цифр в числе. Если меньшая цифра стоит слева от большей, то она вычитается, если справа — прибавляется. Например:

LXVI = L + X + V + I = 50 + 10 + 5 + 1 = 56

DCVL = D + C + (X – V) =500 + 100 + (50–5) = 645

СDХLIX = (D - С)+(L-X) + (X - I) = (500-100) + (50-10) + (10-1) = 449

К недостаткам таких систем относятся наличие большого количества знаков и сложность выполнения арифметических операций.

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. Количественная оценка записанного числа в такой системе счисления определяется как сумма произведений значения цифр, составляющих запись числа, умноженных на вес позиции, в которой располагается цифра.

Примером позиционной системы счисления является широко используемая десятичная система счисления. Например, количественная оценка десятичного числа 777 определяется как

7⋅100 + 7⋅10 + 7,

где 100, 10, 1 - соответственно веса третьего, второго и первого разрядов записи оцениваемого числа.

Любая позиционная система счисления характеризуется своим основанием. Основание позиционной системы счисления — это количество различных цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления. В десятичной системе используются десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Основанием этой системы является число десять.

За основание системы счисления можно принять любое натуральное число − два, три, четыре и т.д. Следовательно, возможно бесчисленное множество позиционных систем: двоичная, троичная, четверичная и т.д.

Для записи чисел в позиционной системе с основанием *q*необходимо иметь алфавит из *n* цифр. В качестве цифр используются обозначение соответствующих цифр десятичной системы счисления 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, а в случае, когда десятичных цифр «не хватает» (для систем счисления с основанием *q*, большим чем 10), для цифр, превышающих 9, вводятся дополнительные обозначения, например, для *q* =16 добавляют буквы *А, В, C, D, E, F*, которые соответствуют шестнадцатеричным цифрам, десятичные эквиваленты которых равны соответственно 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Чтобы указать основание системы, к которой относится число, необходимо приписать нижний индекс к числу. Например:

101011012, 12213, 7478, 3BE516

Запись чисел в каждой из систем счисления с основанием *q*означает сокращенную запись выражения

*an-1 qn-1 + an-2 qn-2 + ... + a1 q1 + a0 q0 + a-1 q-1 + ... + a-m q-m*,(1)

где *ai*− цифры системы счисления; *n* и *m*− число целых и дробных разрядов, соответственно.

Такая форма записи числа называется развернутой или расширенной. Пользуясь этой формулой можно легко перевести число из системы счисления с любым основанием в десятеричную.

Пример:

**1011012**= 1⋅25 + 0⋅.24 + 1⋅23 + 1⋅22 + 0⋅21 + 1⋅20=

= 1⋅32 + 0 + 1⋅8 + 1⋅4 + 0 + 1⋅1= 4510;

**7038**= 7⋅82 + 0⋅81 + 3⋅80 = 7⋅64 + 0 + 3⋅1 = 45110;

**B2E416** = 11⋅163 + 2⋅162 + 14⋅161 + 4⋅160 =

=11⋅4096 + 2⋅256 + 14⋅6 + 4⋅1 = 4579610.

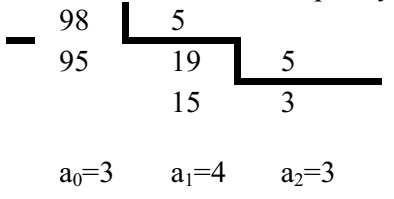
**Перевод целых десятичных чисел  
в другие системы счисления**

Перевод целых десятичных чисел в другие системы счисления осуществляется на основании следующего алгоритма:

* основание новой системы счисления необходимо выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;
* последовательно выполнять деление заданного числа и получаемых неполных частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится неполное частное, меньшее основания новой системы счисления;
* полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, необходимо привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
* составить число в новой системе счисления, записывая его начиная с последнего остатка.

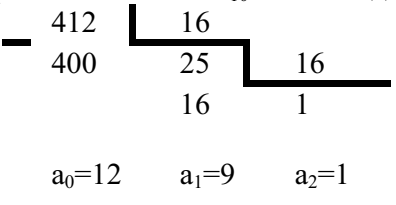
Пример:

а) перевести число 9810 в пятеричную систему



Таким образом: 9810 = 3435

б)перевести число 41210 в шестнадцатеричную систему



Таким образом: 41210 = 19C16. Напомним, что 1210 = С16.

**Системы счисления, используемые в цифровых компьютерах (с основанием 2n)**

В аппаратной основе вычислительных систем лежат двухпозиционные элементы, которые могут находиться только в двух состояниях; одно из них обозначается 0, а другое − 1. Поэтому основной системой счисления применяемой в цифровых компьютерах является двоичная система, которая обладает рядом преимуществ перед другими системами:

* для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями (есть −ток нет тока, намагничен −не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, − как в десятичной;
* представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;
* возможно применение аппарата булевой алгебры для выполнения логических преобразований информации;
* двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.

Перевод чисел из десятичной системы в двоичную и наоборот выполняет вычислительная машина. Однако, чтобы профессионально использовать компьютер, следует научиться понимать слово машины. Для этого и разработаны восьмеричная и шестнадцатеричная системы. Числа в этих системах читаются почти так же легко, как десятичные, требуют соответственно в три (восьмеричная) и в четыре (шестнадцатеричная) раза меньше разрядов, чем в двоичной системе (ведь числа 8 и 16 — соответственно, третья и четвертая степени числа 2).

Для того чтобы целое двоичное число записать в системе с основанием *q=2n* (4, 8, 16 и т.д.), необходимо:

* заданное двоичное число разбить справа налево на группы по n цифр в каждой;
* если в последней левой группе окажется меньше n разрядов, то ее надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов;
* рассмотреть каждую группу как n-разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием *q=2n*.

Для того чтобы произвольное число, записанное в системе счисления с основанием *q=2n*, перевести в двоичную систему счисления, нужно каждую цифру этого числа заменить ее *n-*разрядным эквивалентом в двоичной системе счисления. Для перевода двоичного числа в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления число разбивается на группы в 3 и 4 разряда соответственно. Для перевода удобно пользоваться двоично-восьмеричной (таблица 1) и двоично-шестнадцатеричной таблицами (таблица 2).

*Таблица 1−Двоично-восьмеричная*

|  |  |
| --- | --- |
| **8** | **2** |
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |

*Таблица 2−Двоично-шестнадцатеричная*

|  |  |
| --- | --- |
| **16** | **2** |
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |
| A | 1010 |
| B | 1011 |
| C | 1100 |
| D | 1101 |
| E | 1110 |
| F | 1111 |

**Пример:**

1. Перевести число 5A2B16 двоичную систему.

Для перевода воспользуемся таблицей 2 и заменим каждую цифру в шестнадцатеричном числе на соответствующую ей в таблице четверку двоичных знаков. Получается:

0101 1010 0010 1011.

Лишние нули слева отбрасываются, так как они не влияют на значения целого числа. Таким образом:

5A2B16 = 1011010001010112.

1. Перевести двоичное число 110110111011001012 в шестнадцатеричную систему.

Разделим заданное число на группы по четыре цифры, начиная справа. Левую группу дополняем нулями.

0001 1011 0111 0110 0101

На основании данных из таблицы 4, заменяем каждую двоичную группу на соответствую шестнадцатеричную цифру (1 B 7 6 5). Следовательно: 110110111011001012 = 1B76516

1. Перевести двоичное число 10111011001012 в восьмеричную систему.

Разделим заданное число на группы по три цифры, начиная справа. Левую группу дополняем нулями.

001 011101 100 101

На основании данных из таблицы 3, заменяем каждую двоичную группу на соответствующую восьмеричную цифру (1 3 5 4 5). Следовательно: 10111011001012 = 135458.

**Арифметические операции в позиционных  
системах счисления**

Любая позиционная система счисления определяется основанием системы, алфавитом и правилами выполнения арифметических операций. Правила выполнения арифметических операций в десятичной системе счисления применимы и к другим позиционным системам счисления. Однако при выполнении операций сложения и умножения необходимо пользоваться таблицами сложения и умножения для конкретной системы счисления.

Например, правила выполнения операций сложения и умножения в пятеричной системе счисления задаются в виде таблицы 3.

*Таблица 5 Сложение и умножение в пятеричной системе счисления*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Сложение | | |  |  |  | Умножение | | |  |
| **+** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **\*** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **2** | 2 | 3 | 4 | 10 | 11 | **2** | 0 | 2 | 4 | 11 | 13 |
| **3** | 3 | 4 | 10 | 11 | 12 | **3** | 0 | 3 | 11 | 14 | 22 |
| **4** | 4 | 10 | 11 | 12 | 13 | **4** | 0 | 4 | 13 | 22 | 31 |

Таблицы сложения и умножения легко составить, используя правило счета.

Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе.

**Задания к лабораторной работе:**

**Задание 1**. Необходимо написать программу, которая на входе получает две строки из ASCII-символов. В первой строке указывается основание системы счисления, во второй число. На выходе должно выводиться десятичное число, соответствующее введенному. В программе предусмотреть проверку соответствия цифр введенного числа алфавиту заданной системы счисления.

Основание системы счисления выбирается согласно порядковому номеру студента в журнале + 3. Вводимое число соответствует четырем первым цифрам зачетной книжки.

**Задание 2**. Необходимо написать программу, которая на входе получает две строки из ASCII-символов. В первой строке задается десятичное число, во второй указывается основание системы счисления, в которую необходимо перевести заданное число. На выходе должно выводиться число в новой системе счисления в виде строки из ASCII-символов.

Основание системы счисления выбирается согласно порядковому номеру студента в журнале + 3. Вводимое число соответствует четырем первым цифрам зачетной книжки.

**Задание 3.1.**Необходимо написать программу, которая на входе получает строку из ASCII-символов, состоящую из 0 и 1, соответствующей записи заданного двоичного числа. На выходе должно выводиться 2 строки ASCII-символов, соответствующие шестнадцатеричному и двоичному представлению введенного числа. В программе предусмотреть проверку ввода некорректных данных.

Вводимое число соответствует четырем первым цифрам зачетной книжки, переведенное в двоичное число с помощью калькулятора.

**Задание 3.2.**Необходимо написать программу, которая на входе получает строку из ASCII-символов, соответствующей записи числа в заданной системе счисления (для нечетных вариантов – восьмеричная, для четных – шестнадцатеричная). На выходе должна выводиться строка ASCII-символов, состоящую из 0 и 1, соответствующая записи эквивалентного двоичного числа. В программе предусмотреть проверку ввода некорректных данных.

Вводимое число соответствует четырем первым цифрам зачетной книжки, переведенное в заданную систему счисления с помощью калькулятора.

**Задание 4.1**Написать программу, осуществляющую сложение и вычитание чисел в заданной системе счисления. В программе предусмотреть проверку ввода некорректных данных.

Основание системы счисления выбирается согласно порядковому номеру студента в журнале + 3.

**Задание 4.2.**Написать программу, осуществляющую умножение и деление чисел в заданной системе счисления. В программе предусмотреть проверку ввода некорректных данных.

Основание системы счисления выбирается согласно порядковому номеру студента в журнале + 3.

**Требование по содержанию отчета:**

В отчете должны быть отображены следующие пункты:

1. Задания.

2. Теория (при необходимости).

3. Таблица соответствия переменных.

4. Схема алгоритма.

5. Листинг программы.

6. Тесты.

7. Результат выполнения программы.

8. Выводы

**Контрольные вопросы для защиты:**

1. Какое количество обозначает цифра 8 в десятичных числах 4587, 8652, 178, 894?
2. Выпишите алфавиты в 5-ричной, 7-ричной, 12-ричной системах счисления.
3. Запишите в развернутой форме числа: 341210, 34125, 34128, 341212.
4. Запишите в десятичной системе счисления числа: 4215, 4217, 4219, 42116.
5. Представить двоичные числа 1110101, 1001011, 10101011 в десятеричной системе счисления.
6. Представить восьмеричные числа 572, 765, 1274 в десятеричной системе счисления.
7. Представить десятичные числа 194 и 751 в пятеричной системе счисления.
8. Представить десятичные числа 241 и 967 в семеричной системе счисления.
9. Представить шестнадцатеричные числа 5A2, FE5, D2E41 в десятеричной системе счисления.
10. Перевести двоичные числа 10011101110, 1011011101 в восьмеричную систему счисления.
11. Перевести двоичные числа 10011101110, 1011011101 в шестнадцатеричную систему счисления.
12. Перевести двоичные числа 10110101110, 1011110101 в шестнадцатеричную систему счисления.
13. Перевести восьмеричные числа 472, 1435 в двоичную систему счисления.
14. Перевести шестнадцатеричные числа 4B7A, C43F в двоичную систему счисления.
15. Перевести шестнадцатеричные числа D719, 3EF6 в двоичную систему счисления.
16. Составьте таблицы сложения и умножения в троичной системе счисления и выполните вычисление 12+22, 212-12, 21 ⋅11, 130:2.
17. Вычислить выражение 101112 х 1102.
18. Вычислить выражение AFF116 – 19D16.
19. В какой системе счисления выполнено умножение 213 х 3 = 1144?