

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П. О. СУХОГО**

**Факультет автоматизированных и информационных систем**

**Кафедра «Информатика»**

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 7  
по дисциплине «Математическое моделирование сложных систем»**

**на тему: «Создание и исследование моделей в виде интегро-  
дифференциальных и дифференциальных уравнений.  
Построение иерархических моделей.»**

**Выполнил: студент гр. ИП-32  
Коваленко А.И.**

**Принял: доцент  
Трохова Т.А.**

**Цель:** получение навыков создания пользовательских моделей для визуального моделирования систем, описываемых дифференциальными уравнениями.

### **Задание 1:**

#### ***Реализация модели гидравлического демпфера в пакете Xcos системы Scilab***

Математическая модель гидравлического демпфера описывается дифференциальным уравнением второго порядка вида:

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + py = 0$$

Для решения дифференциального уравнения его нужно привести к дифференциальному уравнению вида:

$$\ddot{y} = -2n\dot{y} - py$$

Решив это уравнение, мы найдем две функции  $y(t)$  и  $y'(t)$ .

Порядок составления схемы, следующий:

1. Перед моделированием нужно разместить в память константные значения вида:  
     $n=1.51$   
     $p=17.3$
2. Смоделируем правые части уравнений, оставив незаполненными входы для  $y$  и  $y'$ .
3. Так как правая часть уравнений равна второй производной соответствующей функции, то для получения значений первой производной и самой функции вторую производную нужно проинтегрировать два раза, поэтому в схему добавляем два блока интегратора, на выходе которых мы получим функции  $y$  и  $y'$ .
4. Соединим выходы блоков интегрирования со входами для  $y$  и  $y'$ , которые оставались незаполненными.
5. Зададим начальное перемещение демпфера на втором интеграторе, оно равно 0.05
6. Выведем результаты моделирования на регистраторы.
7. Зададим время моделирования 4с.
8. Зададим параметры для блока CLOCK:  
    - период и время инициализации – 0.001.
10. Промасштабируем блок осциллографов:  
     $Y_{min}=-0.04$ ,  $Y_{max}=0.06$
11. Запускаем модель на выполнение, получаем график функций  $y(t)$  перемещения демпфера

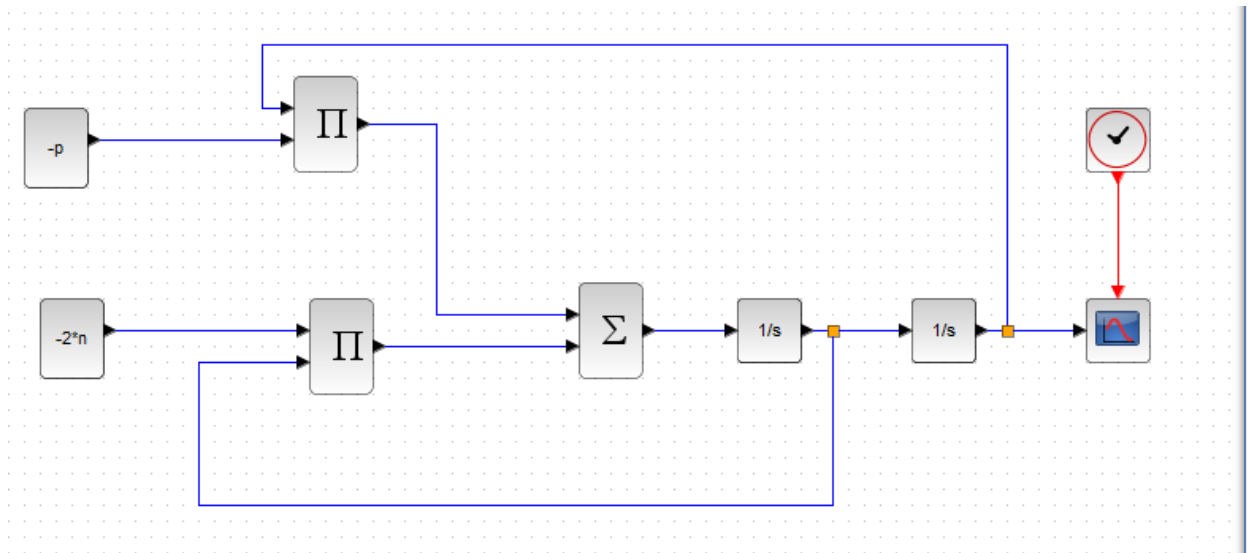


Рисунок 1 – Реализация схемы в пакете Xcos системы Scilab

### Результат выполнения задания 1:

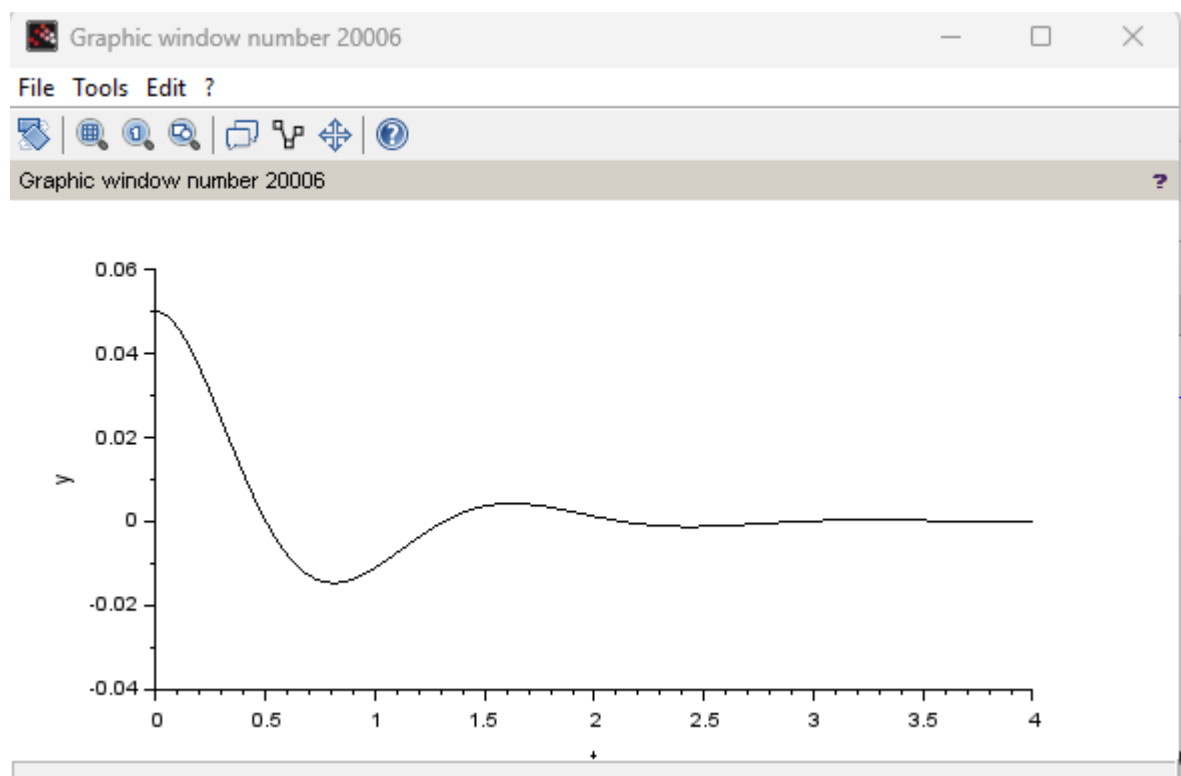


Рисунок 2 – График функций  $y(t)$  перемещения демпфера

### Задание 2:

#### Решение интегро-дифференциальных уравнений в Xcos

В качестве примера рассмотрим модель системы, показанной на рисунке 1.

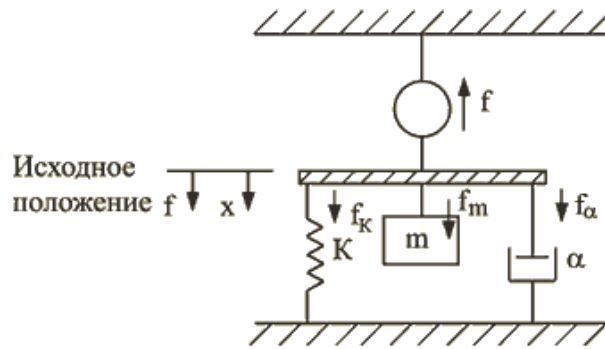


Рисунок 3 – Вид механической системы

Подобная схема описывается следующим интегро-дифференциальным уравнением.

$$f = m \frac{dv}{dt} + \alpha v + K \int v dt$$

Для построения визуализированной схемы *Simulink* преобразуем его к нормализованному виду, чтобы производная  $\frac{dv}{dt}$  была в левой части уравнения:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{f(t)}{m} - \frac{\alpha}{m} v(t) - \frac{K}{m} \int v(t) dt$$

Порядок составления схемы, следующий:

2. Правая часть интегро-дифференциального уравнения, описывающего схему, включает две составляющие, которые моделируются отдельно: одна – содержит источник нагружающей силы  $\frac{f(t)}{m}$ , другая моделирует остальные элементы механической системы  $-\frac{\alpha}{m} v(t) - \frac{K}{m} \int v(t) dt$ .
3. Смоделируем первую составляющую в виде источника синусоидального сигнала с параметрами: амплитуда – 50, частота – 5. Умножим ее на  $1/m$ , где  $m$  можно задать числовым значением непосредственно в блоке, а можно поместить в область рабочей памяти в командном режиме перед запуском модели на выполнение, например,  $>>m=10$

Смоделируем вторую составляющую в виде суперблока с одним входом и одним выходом. Для этого включим в модель суперблок раскроем его и смоделируем два слагаемых, причем для моделирования интеграла используется блок интегрирования.

4. Для того, чтобы найти значение  $v(t)$ , нужно сложить две составляющие и проинтегрировать полученный сигнал. Следует заметить, что результат интегрирования  $v(t)$  является входным сигналом для подсистемы.

5. Задать в командном режиме для модели следующие параметры:  
 $m=10$   
 $\alpha=2.5$   
 $K=50$
6. Задать время моделирования, равное 30с.
7. Запустить модель на обработку, получить график функции скорости  $v(t)$ .  
Добавить в модель блок интегрирования для получения функции перемещения массы. Построить график функции перемещения.

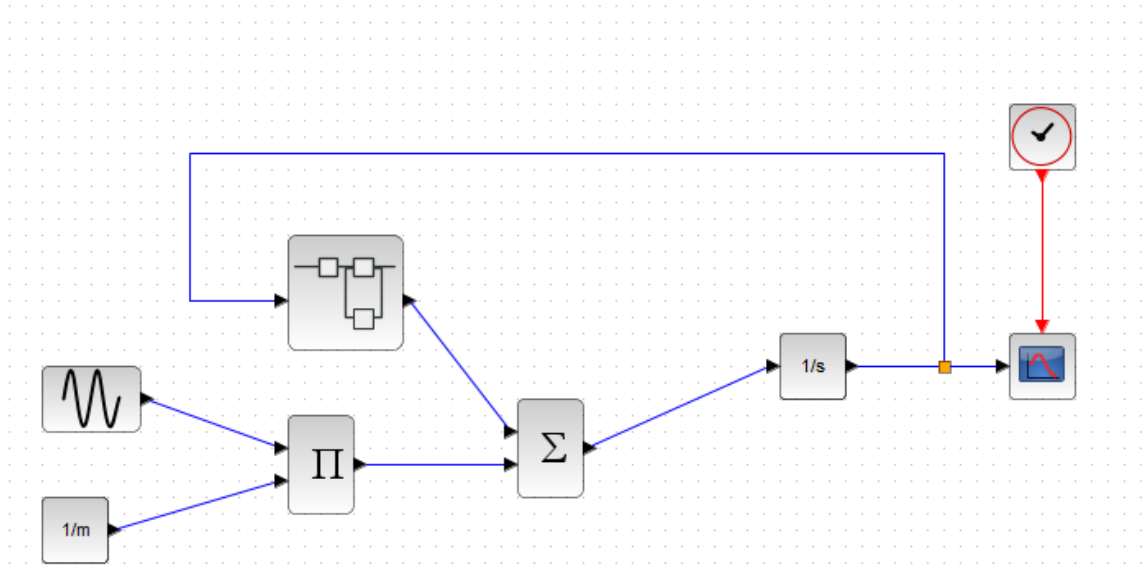


Рисунок 4 – Реализация схемы в пакете Xcos системы Scilab

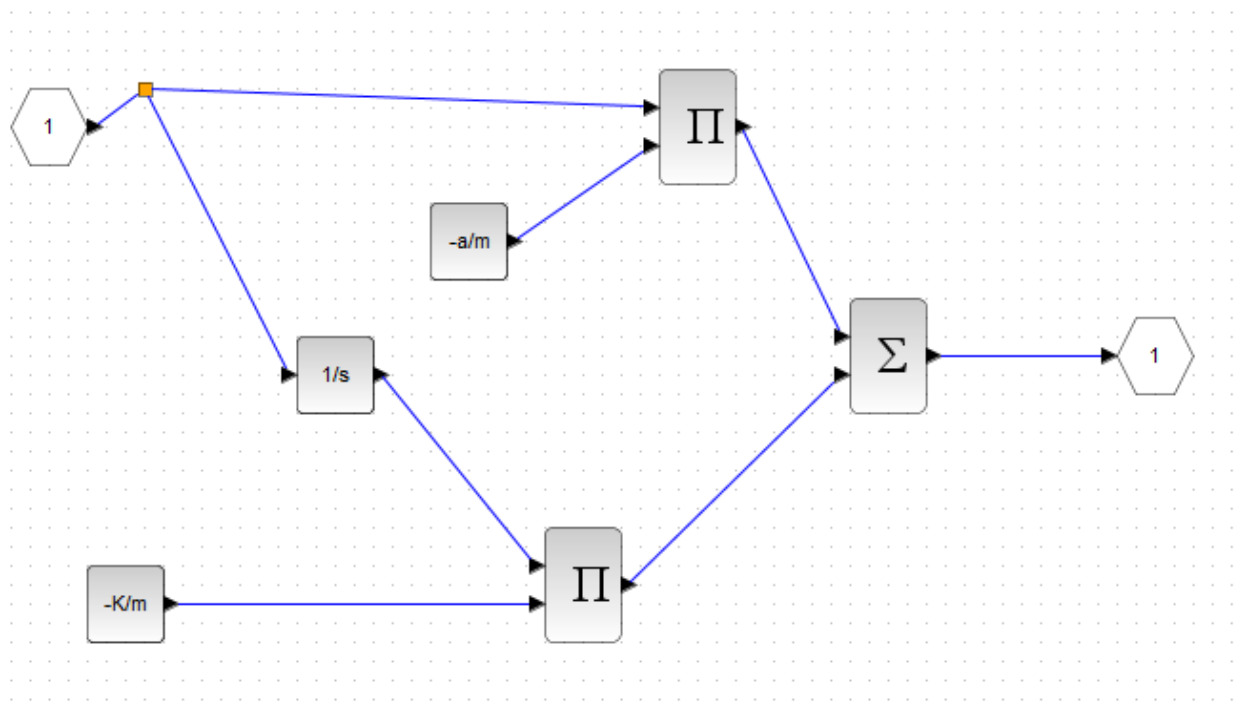


Рисунок 5 – Содержимое суперблока

## Результат выполнения задания 2:

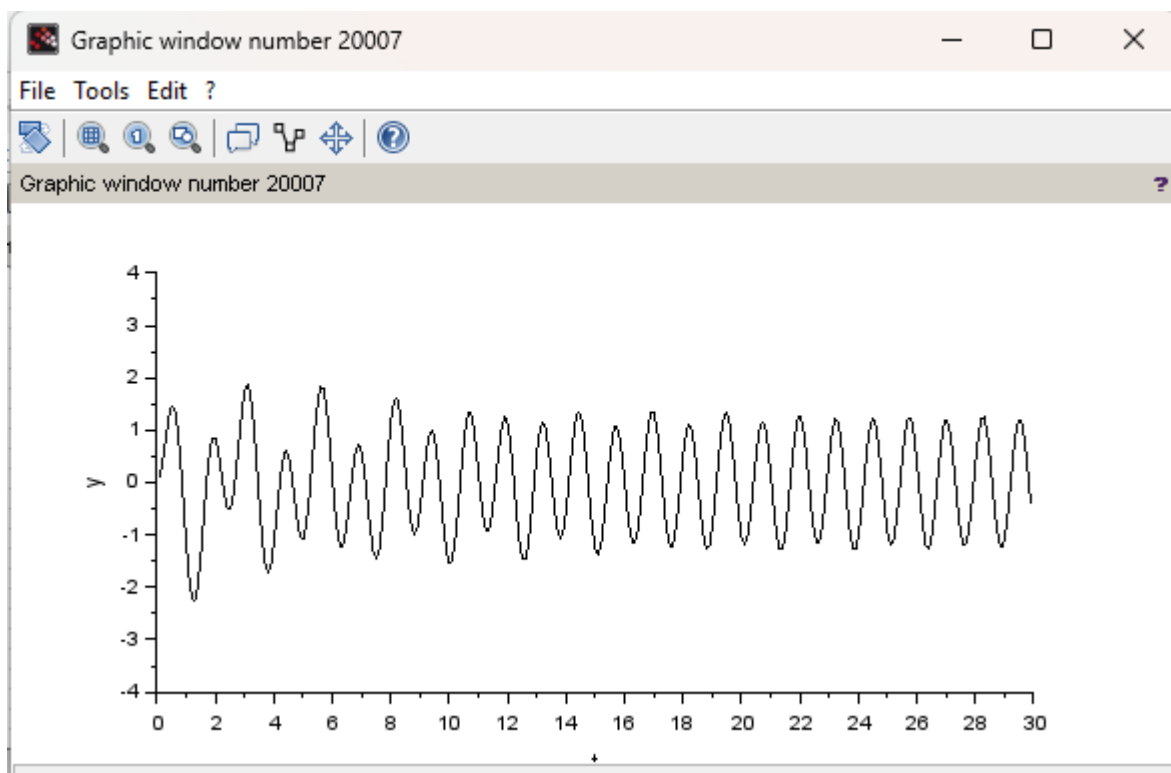


Рисунок 6 – График функции перемещения

## Задание 3:

Рассчитать значение функций перемещения и скорости динамической системы для индивидуального задания (папка «Задачи»). Модель задана дифференциальным уравнением второго порядка. Построить графики выходных параметров модели, для этого:

1. Создать блочную модель системы в Xcos.
2. Запустить модель на выполнение, получить графики перемещения, скорости механической системы под воздействием начального значения перемещения (задание 1 лабораторной работы №5).

Исследовать влияние на систему таких внешних воздействий, как синусоидальное и ступенчатое. Получить графики этих перемещений, сравнить их с графиками лабораторной работы 5 и 6.

## Исходными данными для задачи являются:

- $m$  – масса груза
- $l$  – длина стержня
- $a$  – расстояние до демпфера
- $D$  – диаметр пружины
- $d$  – диаметр проволоки пружины
- $i$  – число витков пружины
- $G$  – модуль упругости
- $\alpha$  – коэффициент вязкого сопротивления движения демпфера

Таблица 4.1 - Таблица исходных данных

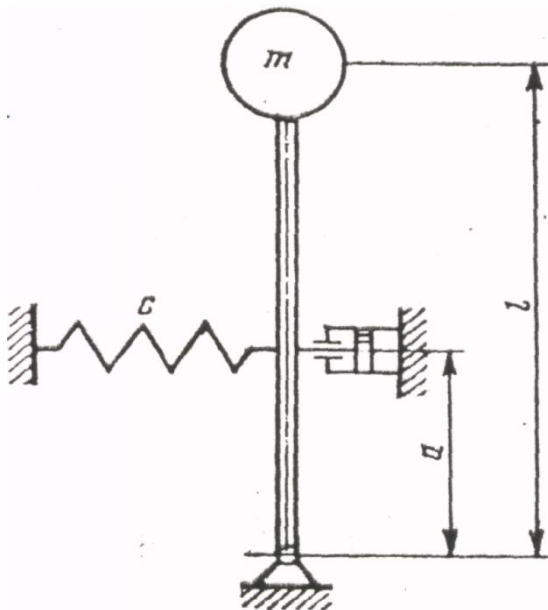
a(м)	l (м)	D(мм)	d (мм)	i	m (кг)	$\alpha$	$\varphi_0$	$t_k$ (с)	Варьируемый параметр	N варианта
0,2	0,5	50	5	5	5	300	0,05	1	m	1
0,22	0,55	60	6	6	6	210	0,06	1,6	l	2
0,23	0,53	65	6,2	5	4	212	0,051	0,5	$\alpha$	3
0,05	0,6	55	6,1	6	8	310	0,061	1,1	a	4

Для всех вариантов заданий  $G=80 \cdot 10^9$

Таблица 4.2 - Таблица значений варьируемых параметров

m	1,1	1,4	2,0	2,3	2,9	3,3	3,8	4,1	4,5
l	0,5	0,65	0,78	0,89	1,0	1,15	1,29	1,35	1,5
$\alpha$	210	250	290	325	360	385	400	420	450
a	0,05	0,09	0,12	0,15	0,2	0,25	0,29	0,32	0,35

### Описание математической модели



Груз массой  $m$  укреплен на абсолютно жестком безынерционном стержне длиной  $l$ , который удерживается в равновесии пружиной и демпфером. Демпфер имеет линейную характеристику трения  $f = \alpha \cdot \dot{x}$ .

В соответствии с принципом Даламбера составим дифференциальное уравнение движения груза, как уравнение равновесия при отклонении стержня на некоторый малый угол  $\varphi$

$$mgl\varphi = ml^2\ddot{\varphi} - ca^2\varphi - a^2\alpha\dot{\varphi} = 0$$

Обозначив

$$2n = a^2\alpha / (ml^2) \quad p^2 = (ca^2 - mgl) / ml^2$$

запишем дифференциальное уравнение в виде

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + p^2\varphi = 0$$

$c = Gd^4 / 8D^3i$  - жесткость пружины

$p = \sqrt{(ca^2 - mgl) / ml^2}$  - частота собственных колебаний

$n = a^2\alpha / (2ml^2)$  - приведенный коэффициент сопротивления демпфера

$F(t) = F_0\sin(\omega t)$  – возмущающая сила, действующая на систему. Все параметры функции подобрать самостоятельно.

$$p = \sqrt{300.38}$$

$$n = 4.8$$

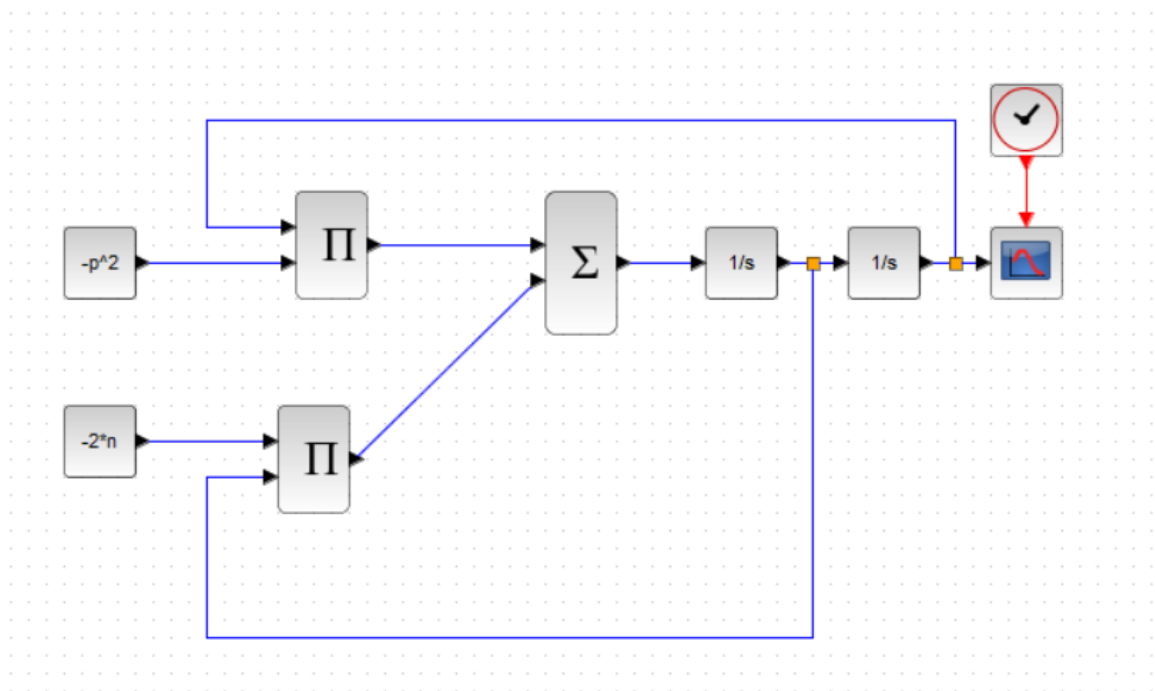


Рисунок 7 – Реализация схемы в пакете Xcos системы Scilab



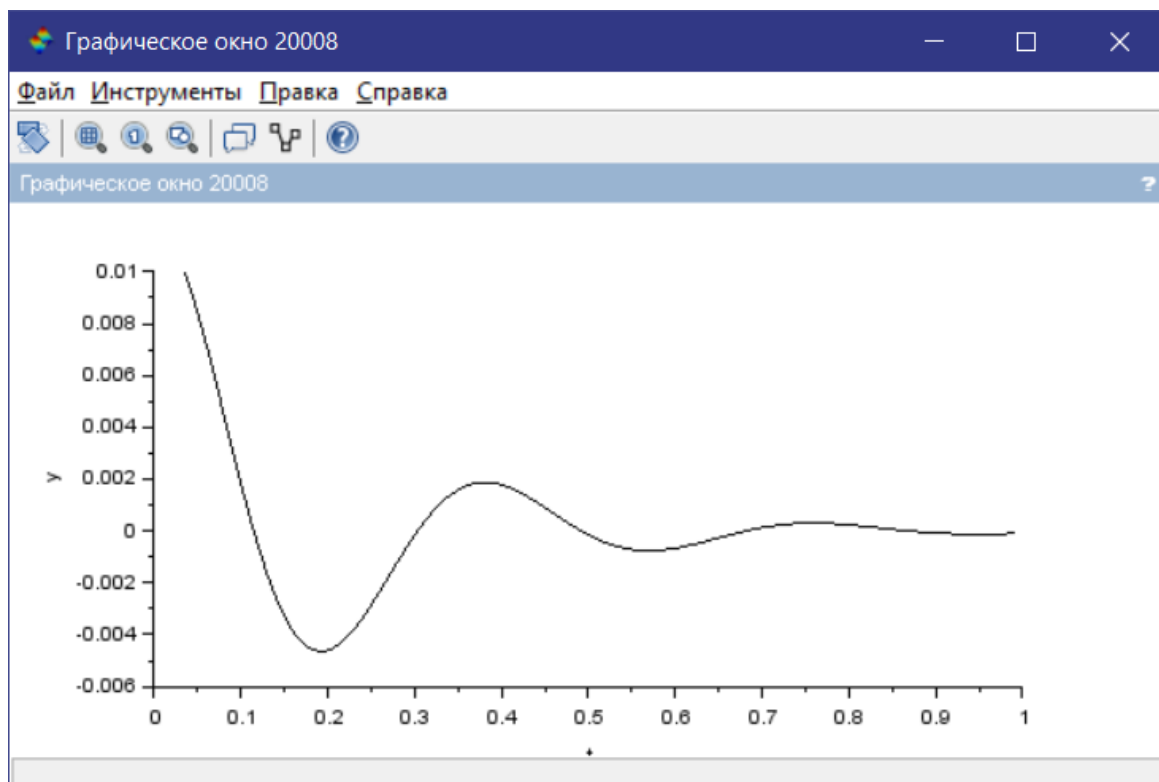


Рисунок 8 – График функции перемещения без воздействия в Scilab

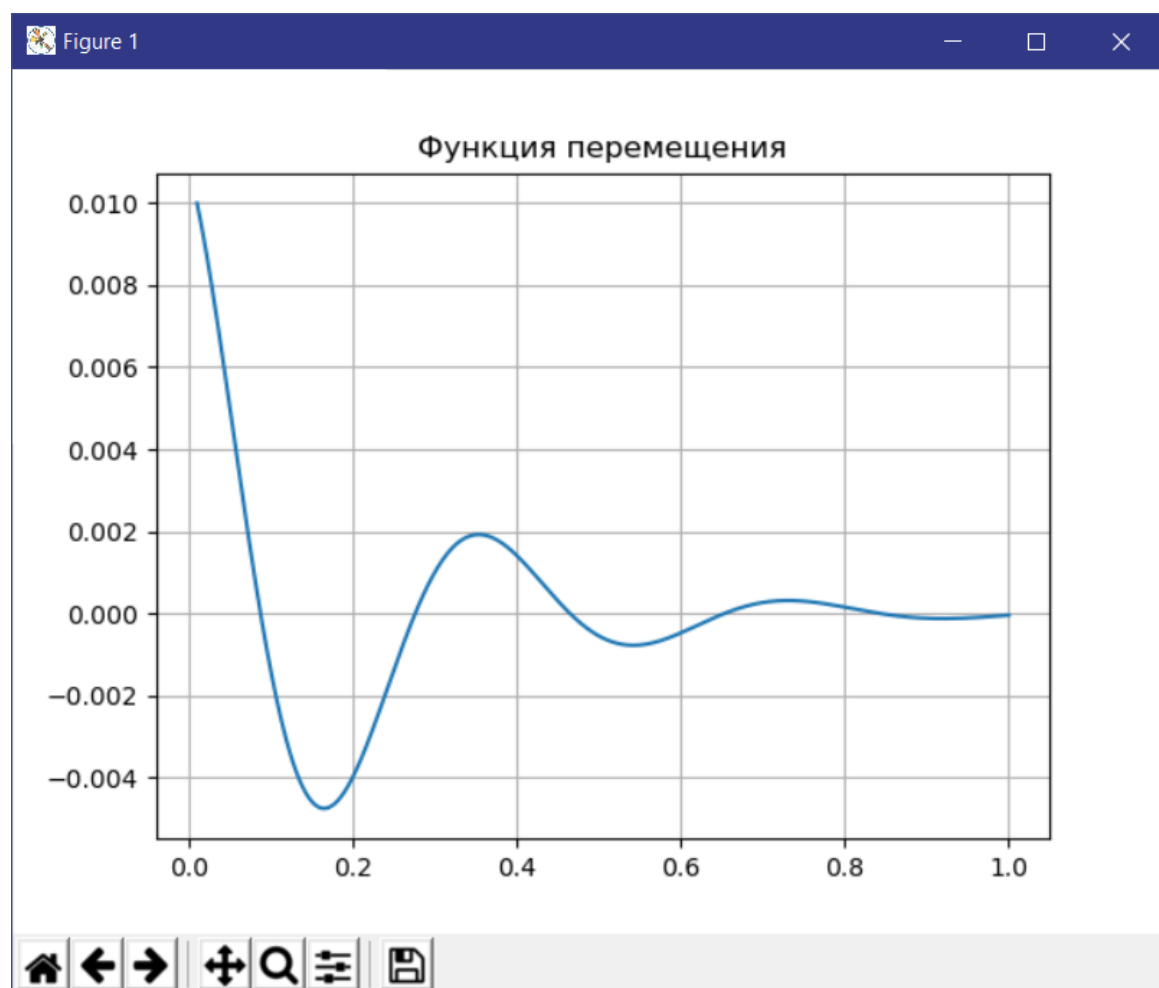


Рисунок 9 – График функции перемещения без воздействия в Python

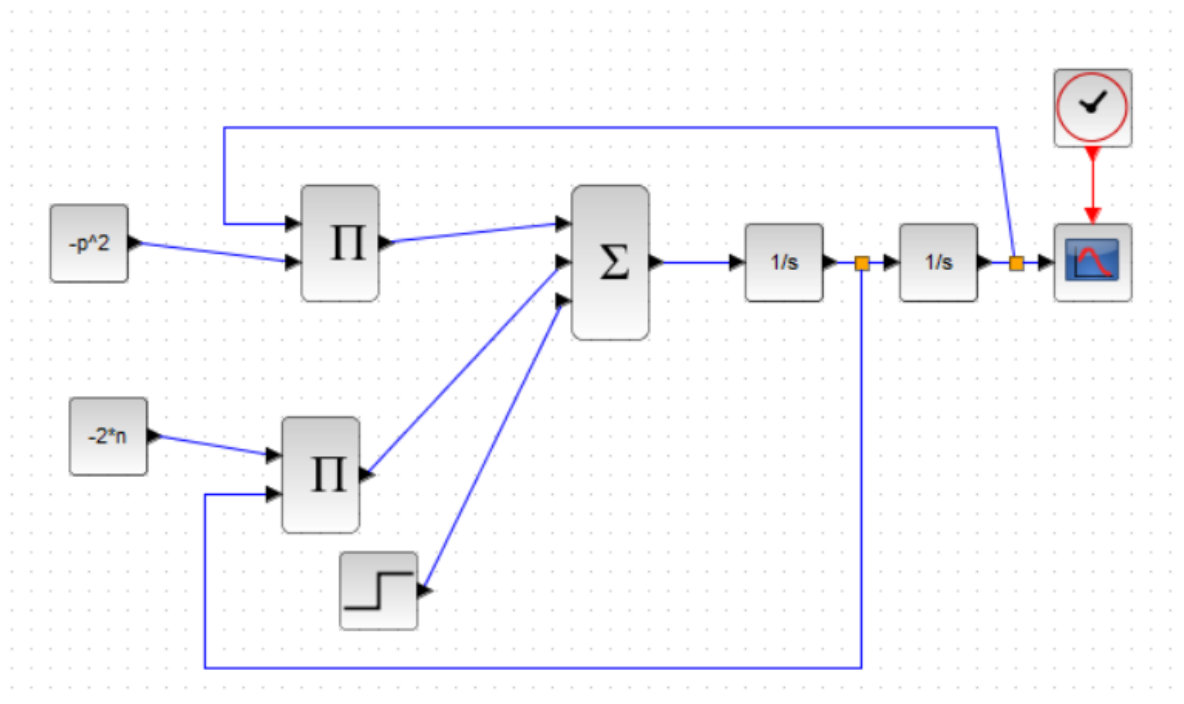


Рисунок 10 – Реализация схемы в пакете Xcos системы Scilab

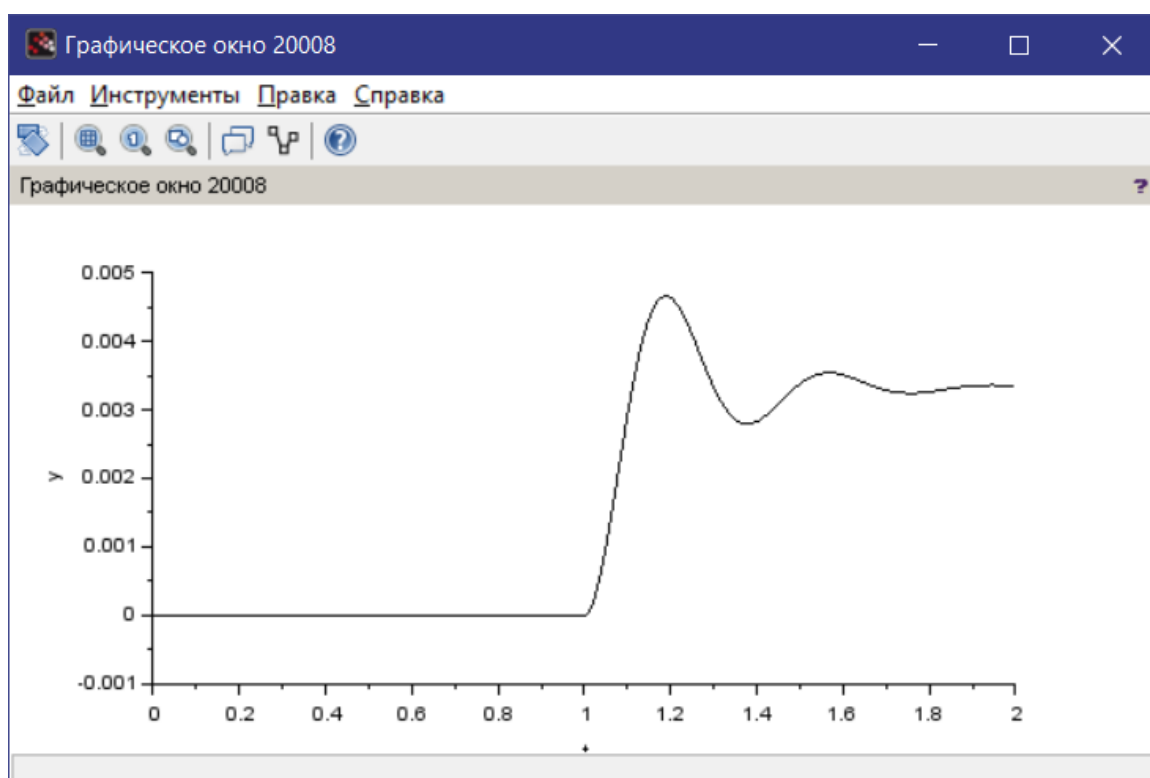


Рисунок 11 – График функции перемещения со ступенчатым воздействием в Scilab

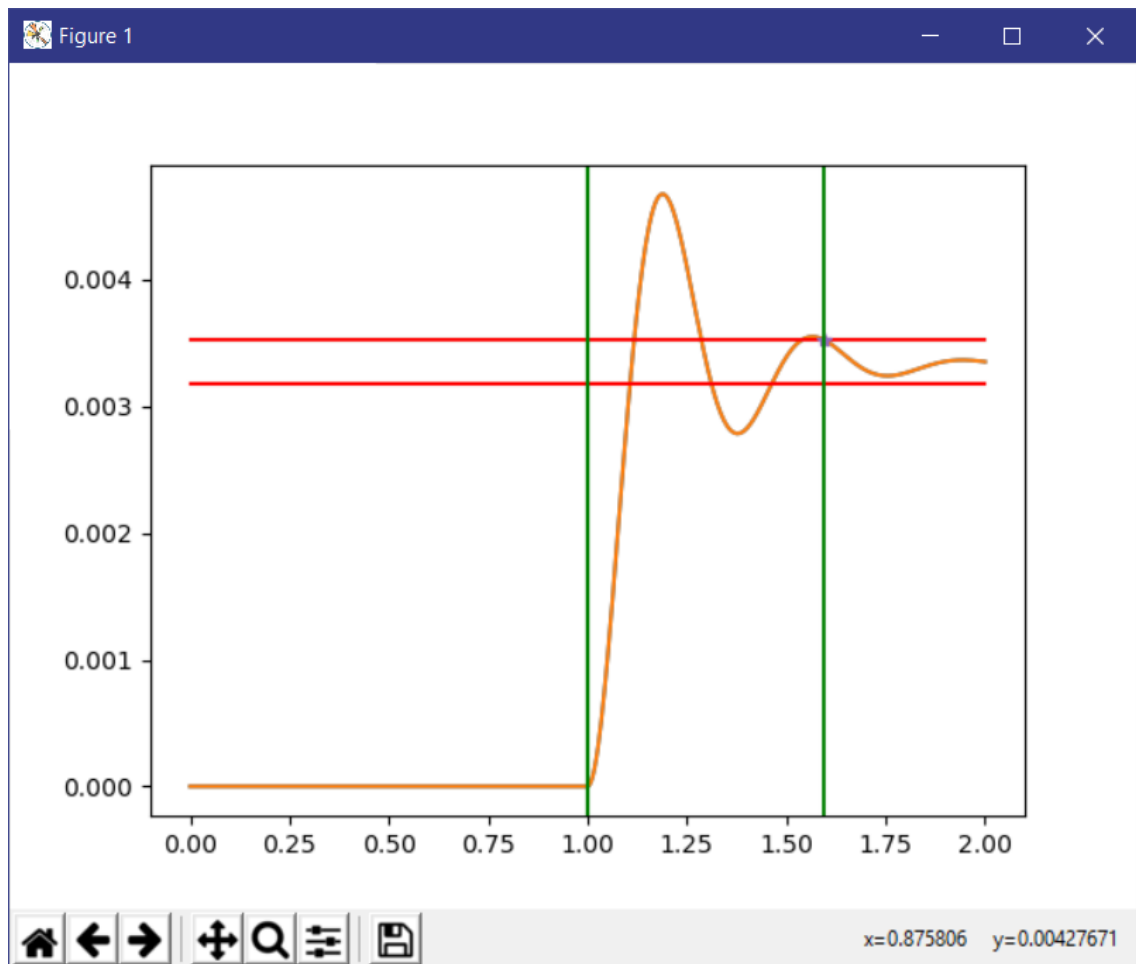


Рисунок 12 – График функции перемещения со ступенчатым воздействием в Python

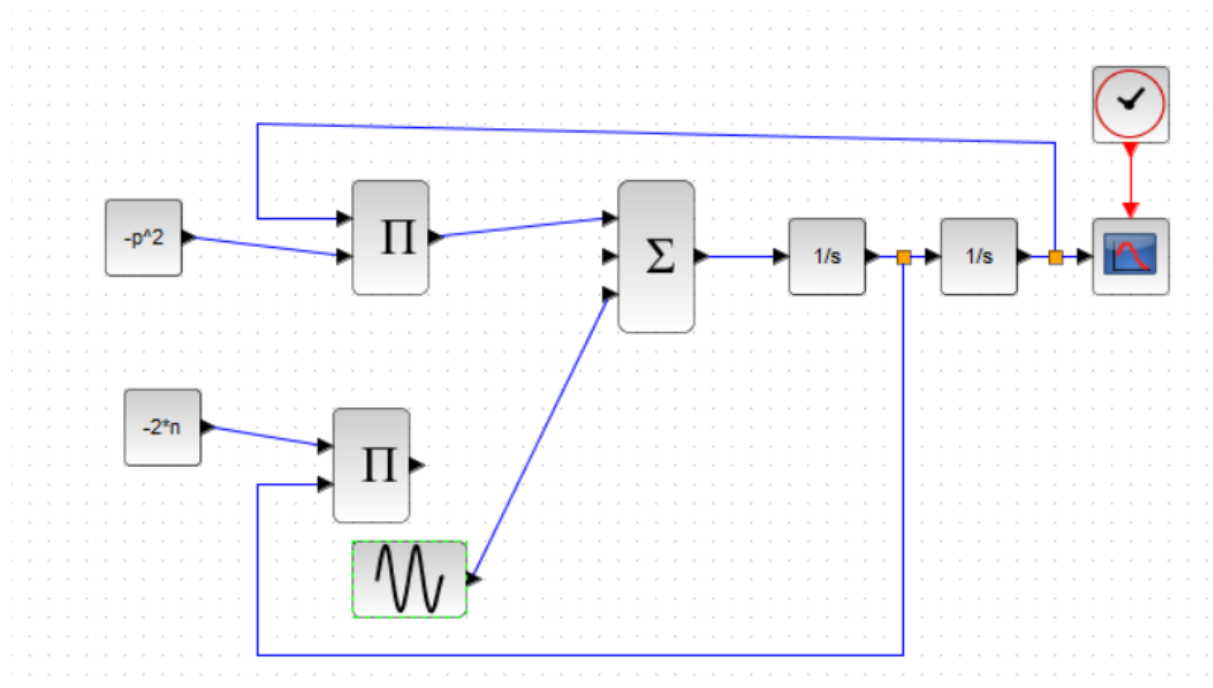


Рисунок 13 – Реализация схемы в пакете Xcos системы Scilab

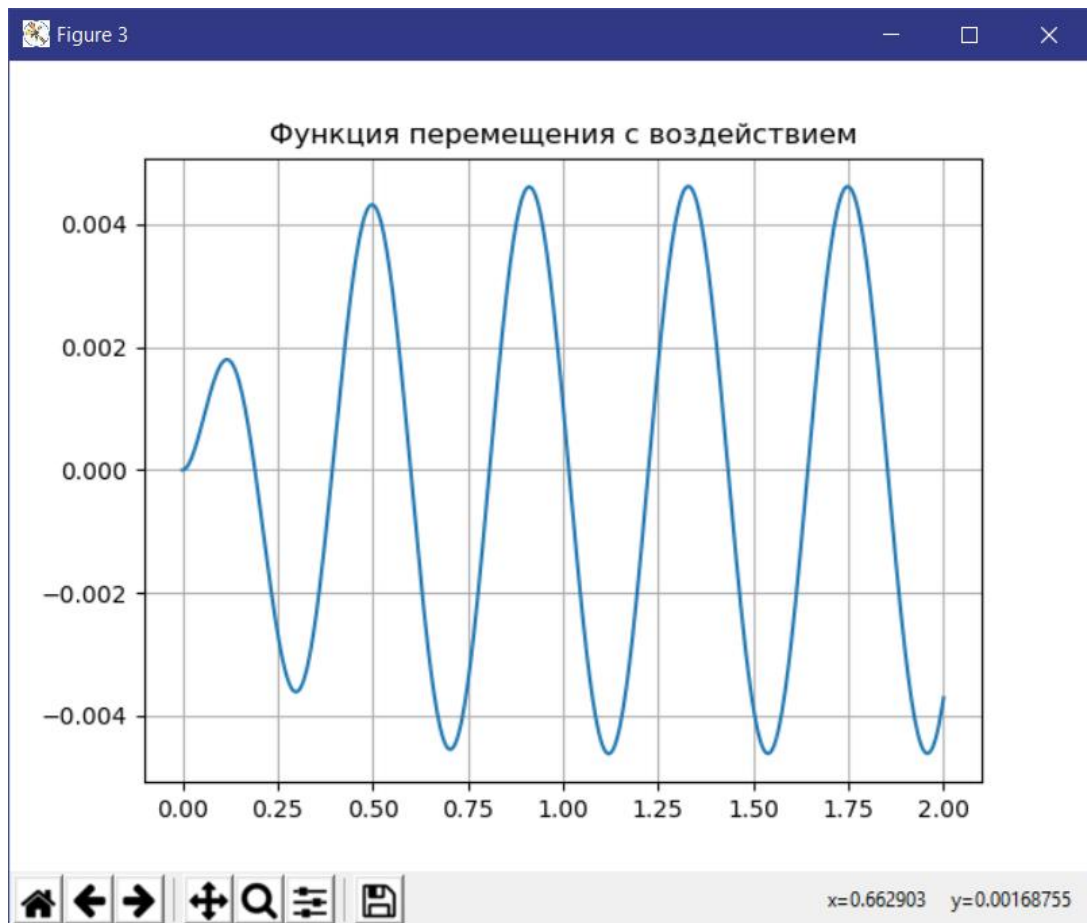


Рисунок 14 – График функции перемещения с синусоидальным воздействием в Python

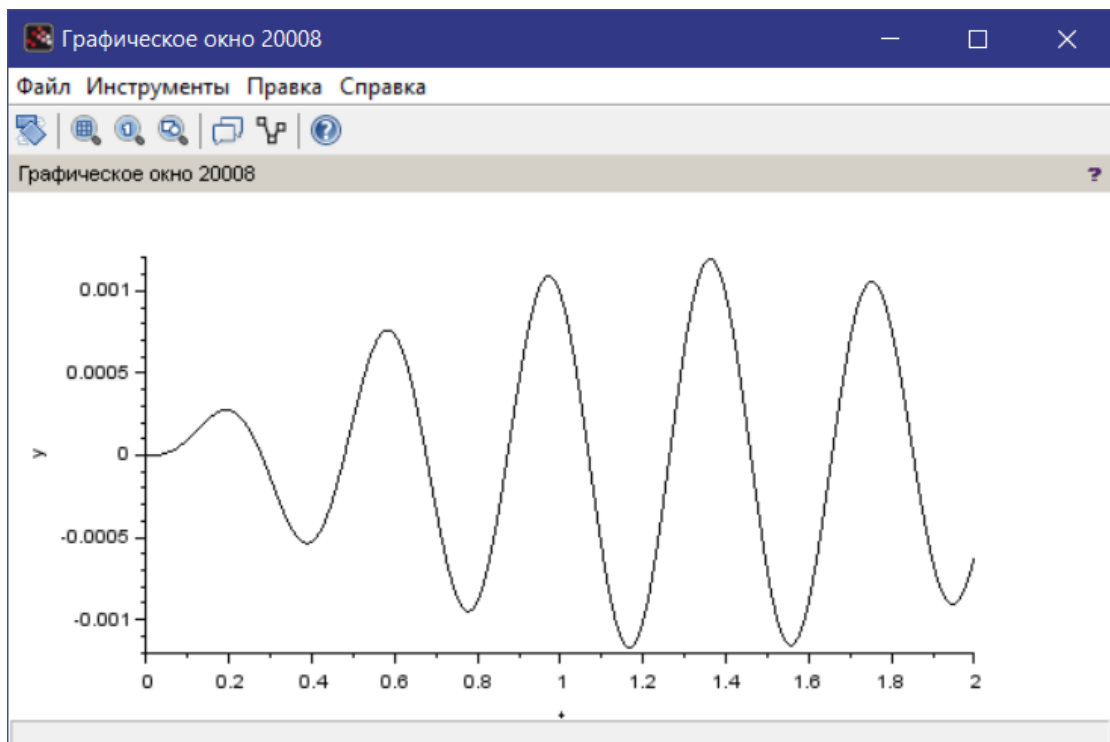


Рисунок 15 – График функции перемещения с синусоидальным воздействием в Scilab

**Вывод:** в ходе данной лабораторной работы были получены навыки разработки планов полного факторного эксперимента в СКМ, а также навыки выполнения регрессионного и корреляционного анализ результатов эксперимент.