

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ МЕТОДОМ ГОМОРИ

**Цель работы:** получить практические навыки решения задач целочисленного программирования с помощью метода Гомори и графического метода.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Постановка задачи: найти  $x \in R^n$  такое, что  $z = c'x \rightarrow \max$  при ограничениях  $Ax = b, x \geq 0, x_i - \text{целые числа}, i = \overline{1, n}, b \in R^m, c \in R^n, A - (m \times n) - \text{матрица}.$

Идея метода. Сначала решается соответствующая непрерывная задача (условия целочисленности не учитываются) симплекс-методом. Если полученный оптимальный план целочислен, то он будет решением исходной задачи. Если нет, то по одной из дробных компонент этого плана строится дополнительное ограничение (сечение Гомори), которое "отсекает" его от множества планов, а все целочисленные остаются, непрерывная задача с дополнительным ограничением снова решается. При этом используется результат решения предыдущей задачи (последняя симплекс таблица) и ее удобно решать двойственным симплекс-методом. Если новый оптимальный план целочислен, то получено решение исходной задачи, в противном случае операция (построения сечения Гомори) повторяется. И т.д. Доказано, что метод Гомори через конечное число таких операций позволяет построить решение задачи.

## Задание

Решить задачу целочисленного программирования (по своему варианту – см. варианты ниже) методом Гомори средствами Visual Studio.

Таблица 3.4

Варианты к заданию

Вар-т	Задание	Вар-т	Задание
1	$\begin{aligned} & \max\{x_1 + 2x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 3x_2 \leq 7, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$	2	$\begin{aligned} & \max\{8x_1 + 5x_2\} \\ & \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$
3	$\begin{aligned} & \max\{x_1 + 2x_2\} \\ & \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$	4	$\begin{aligned} & \max\{x_1 + x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 30, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$
5	$\begin{aligned} & \max\{7x_1 + 9x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 7x_1 + x_2 \leq 35, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$	6	$\begin{aligned} & \max\{2x_1 + x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 6x_1 + 4x_2 \geq 25, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 9, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$
7	$\begin{aligned} & \max\{3x_1 + 2x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13, \\ x_1 - x_2 \leq 6, -3x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$	8	$\begin{aligned} & \max\{x_1 + x_2\} \\ & \begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30, x_2 \leq 13 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$

Вар-т	Задание	Вар-т	Задание
9	$\max\{7x_1 - 9x_2\}$ $\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 3x_2 \leq 7, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 5, \\ x_1, x_2 \in Z \end{cases}$	10	$\max\{100x_1 + 250x_2\}$ $\begin{cases} 10x_1 + 30x_2 \leq 4500, 41x_1 + 90x_2 \leq 14100 \\ 25x_1 + 25x_2 \leq 3250, 90x_1 + 50x_2 \leq 18000 \\ x_1, x_2 \in Z, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
11	$\max\{4x_1 + 5x_2 + 6x_3\}$ $\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 35, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 45, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 40, \\ x_1, x_2 \in Z \end{cases}$	12	$\max\{x_1 + 2x_2\}$ $\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 7, \\ 4x_1 - 5x_2 \geq 9, \\ x_1, x_2 \in Z \end{cases}$
13	$\max\{x_1 + x_2\}$ $\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 2, \\ x_1, x_2 \in Z \end{cases}$	14	$\max\{x_1 + x_2\}$ $\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1, x_2 \in Z \end{cases}$

### Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- цель работы;
- номер варианта;
- исходные данные варианта;
- подробное описание выполнения всех заданий, включая таблицы с исходными данными задач, математические модели, копии экранов документов с подробными комментариями по выполняемым действиям (листинг программы и полученные результаты;
- выводы.

### Контрольные вопросы

1. Назвать основные классы задач дискретного программирования.
2. Общая постановка задачи целочисленного программирования.
3. В чем заключается общая идея методов отсечения при решении целочисленных задач?
4. Метод отсечения Гомори.
5. Почему в задачах целочисленного программирования нельзя, в общем случае, получить целочисленное решение «округлением» нецелочисленного?

6. Как решать графическим методом задачи целочисленного программирования?