

Algoritmos y Estructuras de Datos III

Trabajo Práctico 2

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Arbol Generador Minimo

Integrante	LU	Correo electrónico
Ponce, Ezequiel	730/21	ezequielponcepe11@gmail.com
Machulsky, Joaquin	521/21	Joaquinmachulsky2001@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

1. Modems

1.1. El problema

En este problema, se plantea la necesidad de proporcionar acceso a Internet a un conjunto de oficinas ubicadas en nuestro querido cero mas infinito. Se adquieren W modems que pueden ser instalados en cualquier oficina para brindar conexión. Sin embargo, dado que W es menor que el número total de oficinas N , es necesario comprar cables adicionales para conectar algunas de las oficinas entre sí. Se tienen dos opciones de cables: UTP y fibra óptica, cada uno con un costo por metro U y V , respectivamente. Los cables UTP tienen la restricción de que solo se pueden utilizar entre dos oficinas si la distancia entre ellas es menor a R centímetros.

El objetivo del problema es determinar la cantidad mínima de dinero que debe gastarse en cables para conectar todas las oficinas. Específicamente, se busca calcular cuánto se debe gastar en cables UTP y cuánto en cables de fibra óptica.

1.2. Modelado

Cada oficina se representa como un nodo en el grafo, lo cual significa que cada oficina es un punto en un eje cartesiano. Las aristas, por otro lado, representan las conexiones posibles entre las oficinas, se generan a partir de las distancias calculadas entre las oficinas utilizando la métrica euclidiana. En resumen, los nodos representan las oficinas que necesitan ser conectadas, y las aristas representan las conexiones posibles entre ellas, basadas en las distancias euclidianas entre los puntos. Este enfoque de grafo proporciona una representación visual y estructurada de las relaciones espaciales entre las oficinas, lo que facilita la determinación de la cantidad mínima de cables necesarios para lograr la conexión deseada.

1.3. El Algoritmo de Kruskal

Estas notas fueron tomadas de la clase de Arboles dictada por Paula Zabala el primer Cuatrimestre de 2021. El algoritmo que veremos fue desarrollado por J. B. Kruskal (1956). La idea de este algoritmo es ordenar las aristas del grafo de forma creciente según su peso y en cada paso elegir la siguiente arista que no forme circuito con las aristas ya elegidas. El algoritmo termina cuando selecciona $n - 1$ aristas. Al comenzar el algoritmo, cuando todavía no se selecciona arista alguna, cada vértice del grafo forma una componente conexa distinta (es un bosque de vértices aislados). En la primera iteración, los dos vértices extremo de la arista seleccionada van a pasar a formar una única componente conexa del nuevo bosque. Así, en cada iteración, si se elige la arista (u, w) , se unen las componentes conexas de u y la de w . En cada iteración el bosque obtenido tiene una componente conexa menos que el anterior. El algoritmo termina cuando el bosque pasa a ser un árbol, es decir, conexo.

1.4. Solución

Se utilizó el algoritmo de Kruskal para construir un árbol generador mínimo. En cada iteración, se seleccionó la distancia más corta disponible que no generara un ciclo en el árbol. Esto permitió establecer una conexión eficiente entre las oficinas utilizando la cantidad mínima de cables. Para controlar la cantidad de cables utilizados, se estableció una condición de corte que finalizaba el algoritmo cuando se alcanzan w componentes conexas. Durante la ejecución del algoritmo, se realizó un seguimiento detallado de la longitud de los cables utilizados. En cada iteración, se verificó la longitud del cable utilizado y se actualizó la información correspondiente. Esto permitió calcular la cantidad de cable UTP y de fibra óptica utilizada en el proceso y determinar los costos asociados.

1.5. ¿Por qué que la solución es correcta?

Lo primero que tenemos que notar es que cualquier solución que no tenga w componentes conexas no es óptima. El algoritmo de Kruskal nos proporciona bosques de costo mínimo. Como cada bosque ya tiene conexión a internet si fuéramos a unirlos estaríamos innecesariamente ampliando el costo de cableado. Además si tenemos más de w componentes conexas quiere decir que hay más bosques que modems por lo que tendríamos regiones sin conexión a internet.

1.6. Experimentacion

Aunque la diferencia puede ser pequeña, sigue siendo consistente debido a la mejora en la eficiencia de las operaciones clave del algoritmo. En el algoritmo naive, cada vez que se realiza una operación de unión entre dos componentes, se actualiza el padre de todos los elementos en una de las componentes, lo cual puede llevar tiempo lineal en el peor caso. En contraste, La unión por rango garantiza que el árbol de menor altura se una al árbol de mayor altura, lo cual ayuda a mantener la estructura más equilibrada y reduce la altura total del árbol. La compresión de camino, por otro lado, comprime los caminos entre los nodos y actualiza directamente los punteros al padre, evitando así recorridos largos.

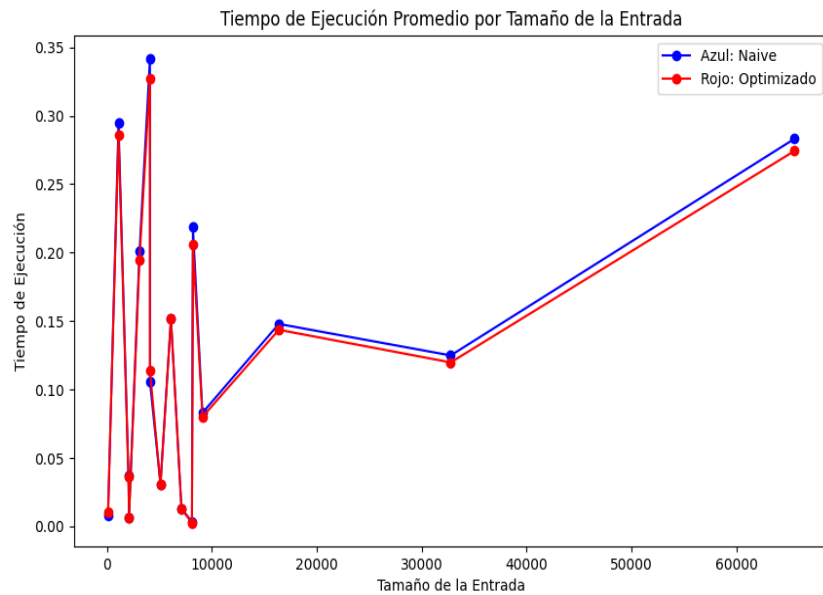


Figura 1: Naive vs Optimizado