Il processo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ in approssimazione di Born nel Modello Standard

Mario Ciacco Matricola 835681

In questo essay sono calcolati i termini d'interazione fermione-antifermione-scalare nel Modello Standard necessari per il calcolo completo dell'ampiezza del processo ed è verificata l'indipendenza dalla scelta di gauge dell'elemento di matrice S all'ordine perturbativo più basso. È infine presentato il calcolo della sezione d'urto differenziale.

I Introduzione

Le interazioni elettrodeboli sono descritte in modo unificato nella lagrangiana con gruppo di simmetria $SU(2) \times U(1)$. In tale modello, i leptoni interagiscono con i quattro campi di gauge W^{\pm}_{μ} , Z_{μ} e A_{μ} , e con il doppietto scalare complesso Φ necessario per l'introduzione dei termini di massa. Nel caso particolare del processo $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$, all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni, la parte di lagrangiana d'interazione \mathcal{L}_{int} da considerare è formata da due contributi separati. Il primo è il termine di correnti neutre

$$\mathcal{L}_{nc} = \sum_{i=e,\mu} \left\{ \frac{g}{4\cos\theta_w} \bar{\ell}_i \gamma^{\mu} (4\sin^2\theta_w - 1 + \gamma^5) \ell_i Z_{\mu} - e\bar{\ell}_i \gamma^{\mu} \ell_i A_{\mu} \right\}$$
(1)

da cui si estrae il vertice a tre linee con il campo Z_{μ} (risp. A_{μ}) e la coppia leptone-antileptone, di valore $(2\pi)^4 i (g/4c_w) \gamma^{\mu} (V + \gamma^5)$ (risp. $-(2\pi)^4 i e \gamma^{\mu}$) nello spazio degli impulsi. Si è posto $c_w \equiv \cos \theta_w$ e $V \equiv 4 \sin^2 \theta_w + 1$. Il secondo contributo è dato dall'interazione dei campi dell'elettrone e del muone con le componenti del campo Φ .

II L'INTERAZIONE CON IL CAMPO SCALARE

La lagrangiana del campo scalare è

$$\mathcal{L}_s = (D_{\mu}\Phi)^{\dagger} D^{\mu}\Phi - \frac{\lambda}{4!} (|\Phi|^2 - F^2)^2, \quad \lambda > 0 \text{ e } F \neq 0$$
 (2)

dove D_{μ} è la derivata covariante in termini dei campi di gauge e dei generatori del gruppo di simmetria. La costante F determina il valore di aspettazione sul vuoto del campo Φ , classicamente corrispondente al valore assunto da $|\Phi|$ nel minimo del potenziale. Si parametrizza Φ in termini di F e se ne esprime la seconda componente attraverso una combinazione del campo fisico di Higgs H e del campo ϕ^0 . Il fattore $2^{-\frac{1}{2}}$ permette di ottenere i corretti termini cinetici per i campi reali

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi_1 \\ H + i\phi^0 \end{pmatrix}$$
 (3)

L'interazione con i campi fermionici è descritta attraverso gli accoppiamenti di Yukawa

$$\mathcal{L}_{sf} = -\sum_{i=e,\mu} \left\{ y_i \bar{\psi}_{i,L} \Phi \psi_{i,R} + h.c. \right\}$$
 (4)

dove y_j è la costante di accoppiamento di Yukawa, proporzionale al rapporto tra la massa m_j del fermione e la massa M_W dei bosoni W^\pm

$$y_j = \frac{1}{\sqrt{2}} g \frac{m_j}{M_W} \tag{5}$$

I campi fermionici sono introdotti in (4) con $\bar{\psi}_{j,L} = 2^{-1} \left(\bar{\nu}_j, \bar{\ell}_j \right) (1+\gamma^5)$ e $\psi_{j,R} = 2^{-1} (1+\gamma^5) \ell_j$. Inserendo la parametrizzazione (3) nella lagrangiana d'interazione (4), isolando la seconda componente del doppietto Φ , si esplicitano i termini di lagrangiana d'interazione per i singoli campi.

$$\mathcal{L}_{sf} \Longrightarrow -\frac{y_{j}}{\sqrt{2}} \left(\bar{\nu}_{j} \quad \bar{\ell}_{j}\right) \left(\frac{1+\gamma^{5}}{2}\right) \begin{pmatrix} -\\\sqrt{2}F+H+i\phi^{0} \end{pmatrix} \left(\frac{1+\gamma^{5}}{2}\right) \ell_{j}$$

$$-\frac{y_{j}}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_{j} \left(\frac{1-\gamma^{5}}{2}\right) \left(-\sqrt{2}F+H-i\phi^{0}\right) \left(\frac{1-\gamma^{5}}{2}\right) \begin{pmatrix} \nu_{j}\\\ell_{j} \end{pmatrix}$$

$$= -y_{j} \bar{\ell}_{j} F \ell_{j} - \frac{y_{j}}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_{j} H \ell_{j} - i \frac{y_{j}}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_{j} \gamma^{5} \phi^{0} \ell_{j}$$

$$(6)$$

Il primo termine è responsabile della massa dei fermioni. I termini d'interazione relativi rispettivamente a H e ϕ^0 sono dati dal prodotto di campi non equivalenti, pertanto i vertici corrispondenti si deducono in modo diretto dalla lagrangiana. Utilizzando l'espressione (5) per la costante di accoppiamento, si ottengono rispettivamente i valori $-(2\pi)^4 i [2^{-1}g(m_j/M_W)]$ e $(2\pi)^4 2^{-1}g(m_j/M_W)\gamma^5$ nello spazio degli impulsi.

III L'INDIPENDENZA DELL'ELEMENTO DI MATRICE S DALLA SCELTA DEL GAUGE

La teoria che si sta considerando è una teoria di gauge, pertanto la sua quantizzazione richiede l'introduzione di un termine gauge fixing secondo il metodo di Faddeev-Popov. In analogia a quanto sviluppato per il modello di Higgs abeliano, è possibile introdurre una condizione dipendente da un parametro ξ e definire così la famiglia di gauge R_{ξ} . In questo caso ϕ^0 è il campo non fisico, presente nello spettro della teoria con ξ di valore generico, associato al campo Z_{μ} in quanto entrambi reali. In generale, quindi, data la lagrangiana d'interazione complessiva $\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{nc} + \mathcal{L}_{sf}$, si isolano i seguenti diagrammi di Feynman indipendenti all'ordine $O(g^2)$ ($\sim O(e^2)$, essendo $e = gs_w \equiv g\sin\theta_w$) dello sviluppo perturbativo dell'elemento di matrice S

$$e^{+} \qquad \qquad \mu^{+} \qquad \qquad + \qquad \qquad Z \qquad + \qquad \qquad -\frac{1}{\phi^{0}} \qquad + \qquad \qquad (7)$$

 $e^ \mu$ Per calcolare l'elemento di matrice S si parte dal calcolo dell'ampiezza, in cui si media sullo spin dei fermioni entranti e si somma sullo spin dei fermioni uscenti

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M|^2 = \frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1 + M_2 + M_3 + M_4|^2$$
(8)

dove gli indici degli elementi M_j si riferiscono ai diagrammi precedenti nell'ordine con cui sono riportati. In analogia ai risultati del calcolo nel modello di Higgs abeliano, si possono esprimere i propagatori dei campi Z_{μ} e ϕ^0 nello spazio degli impulsi come

$$iG_{F,Z}^{\mu\nu}(p) = \frac{-i}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - M_Z^2} \left\{ g^{\mu\nu} - (1 - \xi^2) \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^2 - \xi^2 M_Z^2} \right\}; \qquad i\Delta_{F,\phi}(p) = \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - \xi^2 M_Z^2}$$
(9)

Data la dipendenza da ξ dei propagatori, sia M_2 sia M_3 dipendono dal valore di ξ . Affinché la teoria sia consistente, si deve verificare l'indipendenza dell'elemento di matrice S dalla scelta del gauge. Si considera quindi la somma di questi due termini e in particolare si isolano le parti dipendenti dal parametro ξ . Si trascurano da qui i fattori $(2\pi)^4$ presenti nei vertici e nei propagatori.

$$M_{2} + M_{3} \Rightarrow -\left(\frac{g}{4c_{w}}\right)^{2} \frac{i(1-\xi^{2})}{s^{2} - M_{Z}^{2}} \frac{(p_{1} + p_{2})^{\mu}(p_{3} + p_{4})^{\nu}}{s - \xi^{2}M_{Z}^{2}} \bar{v}(p_{1})\gamma_{\mu}(V + \gamma^{5})u(p_{2})\bar{u}(p_{3})\gamma_{\nu}(V + \gamma^{5})v(p_{4})$$

$$+\left(\frac{g}{2}\right)^{2} \frac{m_{e}m_{\mu}}{M_{W}^{2}} \frac{i}{s - \xi^{2}M_{Z}^{2}} \bar{v}(p_{1})\gamma^{5}u(p_{2})\bar{u}(p_{3})\gamma^{5}v(p_{4})$$

$$(10)$$

In (10) si sono associati i quadrimpulsi p_j $(j=1,\ldots,4)$ alle linee esterne del diagramma e si è applicata la conservazione del quadrimpulso nei vertici interni del diagramma. Si è inoltre utilizzato l'invariante di Mandelstam $s=(p_1+p_2)^2$ per esprimere il quadrato del quadrimpulso associato alle linee interne. Considerando esclusivamente il termine M_2 , si utilizzano le equazioni di Dirac pu(p)=mu(p) e pv(p)=-mv(p) e quelle rispettive per gli spinori $\bar{u}(p)$ e $\bar{v}(p)$ per eliminare i quadrimpulsi p_j nell'espressione (10) ed esplicitare la dipendenza dalle masse m_e e m_μ rispettivamente dell'elettrone e del muone

$$M_{2} \Rightarrow \left(\frac{g}{4c_{w}}\right)^{2} \frac{i(1-\xi^{2})}{s^{2}-M_{Z}^{2}} \frac{-1}{s-\xi^{2}M_{Z}^{2}} \left\{ m_{e} \left[-\bar{v}(p_{1})\gamma_{\mu}(V+\gamma^{5})u(p_{2}) + \bar{v}(p_{1})\gamma_{\mu}(V-\gamma^{5})u(p_{2})\right] \times m_{\mu} \left[\bar{u}(p_{3})\gamma_{\nu}(V+\gamma^{5})v(p_{4}) - \bar{u}(p_{3})\gamma_{\nu}(V-\gamma^{5})v(p_{4})\right] \right\}$$

$$(11)$$

Si elimina la dipendenza dai termini di accoppiamento vettoriale e si mette in evidenza un fattore $m_e m_\mu$ comune anche a M_3 . In M_3 si utilizza la relazione $M_W = c_w M_Z$ che lega le masse dei bosoni W^{\pm} e Z^0 . La somma dei due contributi è infine esprimibile come

$$M_2 + M_3 \Rightarrow \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4im_e m_\mu}{s - \xi^2 M_Z^2} \left\{ \frac{M_Z^2 - \xi^2 M_Z^2 + s - M_Z^2}{M_Z^2 (s - M_Z^2)} \right\} \bar{v}(p_1) \gamma^5 u(p_2) \bar{u}(p_3) \gamma^5 v(p_4)$$
(12)

Il numeratore in parentesi è uguale al denominatore ad esso precedente e questi sono gli unici termini dipendenti dal parametro ξ . Si verifica pertanto a quest'ordine perturbativo l'indipendenza dalla scelta di ξ . Si osserva inoltre che il termine ottenuto nell'espressione (12) corrisponde all'elemento M_3 che si calcolerebbe con la scelta di gauge normalizzabile $\xi=1$ o alternativamente, riutilizzando le equazioni di Dirac, al termine di M_2 dovuto alla parte in $p^{\mu}p^{\nu}/M_Z^2$ del propagatore del campo Z_{μ} nel gauge unitario ($\xi \to \infty$).

IV LA SEZIONE D'URTO DIFFERENZIALE

Si procede nel calcolo dell'elemento di matrice S scegliendo $\xi=1$. Si riportano i valori di M_j relativi ai diagrammi (7). I propagatori del fotone e del campo di Higgs fisico H sono rispettivamente $iG_{F,A}^{\mu\nu}(k)=-ig^{\mu\nu}/k^2$ e $i\Delta_{F,H}(p)=i/(p^2-M_H^2)$, data M_H la massa del bosone di Higgs.

$$M_1 = (-ie)^2 \bar{v}(p_1) \gamma^{\mu} u(p_2) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2} \bar{u}(p_3) \gamma^{\nu} v(p_4)$$
(13)

$$M_2 = \left(\frac{ig}{4c_w}\right)^2 \bar{v}(p_1)\gamma^{\mu}(V+\gamma^5)u(p_2)\frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1+p_2)^2 - M_Z^2}\bar{u}(p_3)\gamma^{\nu}(V+\gamma^5)v(p_4)$$
(14)

$$M_3 = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1) \gamma^5 u(p_2) \frac{i}{(p_1 + p_2)^2 - M_Z^2} \bar{u}(p_3) \gamma^5 v(p_4)$$
(15)

$$M_4 = \left(\frac{-ig}{2}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1) u(p_2) \frac{i}{(p_1 + p_2)^2 - M_H^2} \bar{u}(p_3) v(p_4)$$
(16)

I termini di pura elettrodinamica e di pura interazione debole

Poiché si è interessati alla sezione d'urto non polarizzata, si somma sullo spin dei fermioni uscenti e si media sullo spin dei fermioni entranti la quantità $|M_1|^2$, ottenendo

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{1}{4} e^4 \frac{1}{(p_1 + p_2)^2} \operatorname{tr} \{ (\not p_2 + m_e) \gamma^{\nu} (\not p_1 - m_e) \gamma^{\mu} \}
\times \operatorname{tr} \{ (\not p_4 - m_{\mu}) \gamma_{\nu} (\not p_3 + m_{\mu}) \gamma_{\mu} \}$$
(17)

Svolgendo l'algebra delle tracce di matrici di Dirac ed esprimendo il risultato in termini degli invarianti di Mandelstam $s,\,t$ e u si ottiene

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{2e^4}{s^2} \{ (u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + (t - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + 2(m_e^2 + m_\mu^2) s \}$$
 (18)

Analogamente si ottiene il termine $|M_2|^2$ relativo all'interazione debole

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_2|^2 = 2 \left(\frac{g}{4c_w} \right)^4 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} \{ [(V^2 + 1)^2 + 4V^2](u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + [(V^2 + 1)^2 - 4V^2](t - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + 2(V^4 - 1)[(m_\mu^2 + m_e^2)s - 4m_\mu^2 m_e^2] + 8m_\mu^2 m_e^2 (V^2 - 1)^2 \}$$
(19)

In entrambi i termini sono presenti combinazioni degli invarianti t e u che determinano una dipendenza dagli angoli di diffusione dei fermioni uscenti.

Il contributo dei campi scalari ϕ^0 e H

A partire dalle espressioni (15) e (16) si calcolano le ampiezze per i diagrammi relativi alle interazioni con i campi scalari

$$\frac{1}{4} \sum_{snin} |M_3|^2 = \left(\frac{g}{2}\right)^4 \left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} s^2 \tag{20}$$

$$\frac{1}{4} \sum_{emin} |M_4|^2 = \left(\frac{ig}{2}\right)^4 \left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2 \frac{1}{(s - M_H^2)^2} \left\{s^2 - 4(m_e^2 + m_\mu^2)s + 16m_e^2 m_\mu^2\right\}$$
(21)

Differentemente da quanto si è verificato per i contributi (18) e (19), i risultati ottenuti sono esprimibili in termini del solo invariante di Mandelstam s. La dipendenza angolare è in questo caso uniforme: questo fatto è riconducibile all'assenza di spin sulle linee interne dei diagrammi.

I termini d'interferenza

Dovendosi considerare 4 diagrammi indipendenti, si ottengono da principio $4! \cdot (2!)^{-1} = 12$ termini d'interferenza. Si verifica che i termini relativi alla stessa coppia di diagrammi sono equivalenti. Per simmetria restano pertanto 6 contributi indipendenti. Si considera per primo il termine d'interferenza dato da $M_3M_1^{\dagger}$ e nel calcolo non polarizzato si trascurano le costanti

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_3 M_1^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_3^{\dagger} \Rightarrow \text{tr}\{(\not p_2 + m_e)\gamma^5(\not p_1 - m_e)\gamma^{\mu}\} \text{tr}\{(\not p_4 - m_{\mu})\gamma^5(\not p_3 + m_{\mu})\gamma_{\mu}\}$$
(22)

Espandendo le parentesi si ottengono esclusivamente tracce della forma $\operatorname{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\}$, $\operatorname{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\}$ e $\operatorname{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\}$, tutte nulle. Analogamente si ottiene che il contributo $4^{-1}\sum_{spin}M_4M_3^\dagger$ è nullo per considerazioni analoghe sulle tracce di matrici di Dirac

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_3 M_4^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_3^{\dagger} \Rightarrow \operatorname{tr}\{(\not p_2 + m_e)\gamma^5(\not p_1 - m_e)\} \operatorname{tr}\{(\not p_4 - m_\mu)\gamma^5(\not p_3 + m_\mu)\} = 0 \quad (23)$$

Si riportano di seguito i 4 contributi indipendenti non nulli restanti

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_2 M_1^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_2^{\dagger} = 2e^2 \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{1}{s(s - M_Z^2)} \{ (V^2 + 1)(u - m_e^2 - m_{\mu}^2)^2 + (V^2 - 1)(t - m_e^2 - m_{\mu}^2)^2 + 2V^2 (m_e^2 + m_{\mu}^2)^3 \}$$
(24)

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_1^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_4^{\dagger} = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_{\mu})^2}{M_W^2} \frac{4e^2}{s(s-M_H^2)} \left\{ (t-m_e^2-m_{\mu}^2) - (u-m_e^2-m_{\mu}^2) \right\} \eqno(25)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{smin} M_3 M_2^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{smin} M_2 M_3^{\dagger} = -\left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_{\mu})^2}{M_W^2} \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4}{(s - M_Z^2)^2} s \tag{26}$$

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_2^{\dagger} = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_2 M_4^{\dagger} = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_{\mu})^2}{M_W^2} \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4V^2}{(s - M_Z^2)(s - M_H^2)} \times \{(t - m_e^2 - m_{\mu}^2) - (u - m_e^2 - m_{\mu}^2)\} \tag{27}$$

La cinematica del processo e i risultati finali

Per passare alla sezione d'urto, si moltiplica l'ampiezza calcolata per il fattore di flusso F e per l'integrale sullo spazio delle fasi delle particelle uscenti dal processo. Si considera il sistema di riferimento del centro di massa.

$$\frac{d\sigma}{dt} = (2\pi)^{4-6} F \int dPS \frac{1}{2 \to 2} \frac{1}{4} \sum_{spin} |M|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{2[s(s-4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\pi}{2[s(s-4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{4} \sum_{spin} \sum_{i,j=1}^4 M_i M_j^{\dagger}$$
(28)

Si passa alla sezione d'urto differenziale rispetto all'angolo θ che l'antimuone uscente forma rispetto all'asse del moto di elettrone e positrone nel sistema di riferimento del centro di massa. Si esprimono gli invarianti $t=(m_{\mu}^2+m_e^2-s/2+2^{-1}(s-4m_{\mu}^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta)$ e $u=(m_{\mu}^2+m_e^2-s/2-2^{-1}(s-4m_{\mu}^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta)$ e si applica la trasformazione $d\sigma/d\cos\theta=2^{-1}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_{\mu}^2)^{\frac{1}{2}}d\sigma/dt$

$$\begin{split} \frac{d\sigma}{d\cos\theta}\bigg|_{Born} &= \frac{1}{32\pi s} \left(\frac{s-4m_{\mu}^{2}}{s-4m_{e}^{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{\frac{e^{4}}{s^{2}} \left\{s^{2}+(s-4m_{\mu}^{2})(s-4m_{e}^{2})\cos^{2}\theta+4(m_{e}^{2}+m_{\mu}^{2})s\right\} \right. \\ &+ \frac{g^{4}}{256c_{w}^{4}} \frac{1}{(s-M_{Z}^{2})^{2}} \left\{(V^{2}+1)^{2} \left[s^{2}+(s-4m_{e}^{2})(s-4m_{\mu}^{2})\cos^{2}\theta\right] + 8V^{2}s(s-4m_{e}^{2})^{\frac{1}{2}}(s-4m_{\mu}^{2})^{\frac{1}{2}}\cos\theta \right. \\ &+ 4(V^{4}-1) \left[(m_{\mu}^{2}+m_{e}^{2})s-4m_{\mu}^{2}m_{e}^{2}\right] + 16m_{\mu}^{2}m_{e}^{2}(V^{2}-1)^{2}\right\} \\ &+ \frac{g^{4}}{16} \left(\frac{m_{e}m_{\mu}}{M_{W}^{2}}\right)^{2} \frac{1}{(s-M_{Z}^{2})^{2}}s^{2} + \frac{g^{4}}{16} \left(\frac{m_{e}m_{\mu}}{M_{W}^{2}}\right)^{2} \frac{1}{(s-M_{H}^{2})^{2}} \left\{s^{2}-4(m_{e}^{2}+m_{\mu}^{2})s+16m_{e}^{2}m_{\mu}^{2}\right\} \\ &+ \frac{e^{2}g^{2}}{8c_{w}^{2}} \frac{1}{s(s-M_{Z}^{2})} \left\{V^{2} \left[s^{2}+(s-4m_{e}^{2})(s-4m_{\mu}^{2})\cos^{2}\theta\right] + 2s(s-4m_{e}^{2})^{\frac{1}{2}}(s-4m_{\mu}^{2})^{\frac{1}{2}}\cos\theta + 4V^{2}(m_{e}^{2}+m_{\mu}^{2})\right\} \\ &+ 2g^{2}e^{2} \frac{(m_{e}m_{\mu})^{2}}{M_{W}^{2}} \frac{1}{s(s-M_{H}^{2})} \left\{(s-4m_{e}^{2})^{\frac{1}{2}}(s-4m_{\mu}^{2})^{\frac{1}{2}}\cos\theta\right\} \\ &+ \frac{g^{4}}{8c_{w}^{2}} \frac{(m_{e}m_{\mu})^{2}}{M_{W}^{2}} \frac{1}{(s-M_{Z}^{2})^{2}}s + \frac{g^{4}}{8c_{w}^{2}}V^{2} \frac{(m_{e}m_{\mu})^{2}}{M_{W}^{2}} \frac{1}{(s-M_{Z}^{2})(s-M_{H}^{2})} \left\{(s-4m_{e}^{2})^{\frac{1}{2}}(s-4m_{\mu}^{2})^{\frac{1}{2}}\cos\theta\right\} \right\} \end{split}$$

Il fattore $(s-4m_{\mu}^2)^{\frac{1}{2}}$ garantisce che la sezione d'urto sia definita per $\sqrt{s} \geq 2m_{\mu}$, cioè solo quando l'energia nel sistema di riferimento del centro di massa è sufficiente per creare la massa della coppia $\mu^+\mu^-$. Dal momento che $M_H > M_Z \gg 2m_{\mu}$, i termini in $(s-M_H)^{-1}$ e $(s-M_H)^{-1}$ introducono poli in $s=M_H$ e $s=M_Z$. La presenza dei termini in $\cos\theta$ produce un'asimmetria nella sezione d'urto rispetto all'angolo di diffusione θ : dal segno di tali contributi si deduce che essa è maggiore a $\theta=0$ rispetto a $\theta=\pi$. Si osserva infine che, poiché i rapporti $m_e/M_W\simeq 6\cdot 10^{-6}$ e $m_{\mu}/M_W\simeq 10^{-3}$ sono molto minori dell'unità, le correzioni date dai contributi relativi alle interazioni con i campi scalari H e ϕ^0 sono molto inferiori rispetto agli altri termini in (29).

Riferimenti bibliografici

- [1] George Sterman. An Introduction to Quantum Field Theory. Cambridge University Press, 1993.
- [2] Martinus Veltman. *Diagrammatica: The Path to Feynman Diagrams*. Cambridge University Press, 1994.
- [3] Michael E. Peskin e Daniel V. Schroeder. Relativistic Quantum Fields. Addison-Wesley, 1995.