Il processo $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ in approssimazione di Born nel Modello Standard

Mario Ciacco
Matricola 835681

La produzione di una coppia $\mu^+\mu^-$ dall'annichilazione elettrone-positrone è un processo studiato negli esperimenti ai collider e^+e^- e trova la sua descrizione teorica nel contesto del Modello Standard. In questo *essay* sono calcolati i termini d'interazione leptone-antileptone-scalare necessari per il calcolo completo dell'ampiezza del processo ed è verificata l'indipendenza dell'elemento di matrice S dalla scelta di gauge all'ordine perturbativo più basso. È infine presentato il calcolo della sezione d'urto differenziale.

I Introduzione

Le interazioni elettrodeboli sono descritte in modo unificato nella lagrangiana con gruppo di simmetria $SU(2) \times U(1)$. In tale modello, i leptoni interagiscono con i quattro campi di gauge $W_\mu^\pm$, Z_μ e A_μ, e con il doppietto scalare complesso Φ necessario per l'introduzione di termini di massa gauge-invarianti. Nel caso particolare del processo $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$, all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni, la parte di lagrangiana d'interazione $\mathcal{L}_{int}$ da considerare è formata da due contributi separati. Il primo è il termine di correnti neutre

$$\mathcal{L}_{nc} = \sum_{i=e,\mu} \left\{ \frac{g}{4\cos\theta_w} \bar{\ell}_i \gamma^\mu (4\sin^2\theta_w - 1 + \gamma^5) \ell_i Z_\mu - e\bar{\ell}_i \gamma^\mu \ell_i A_\mu \right\} \tag{1}$$

da cui si estrae il vertice a tre linee con il campo Z_μ (risp. A_μ) e la coppia leptone-antileptone, di valore $(2\pi)^4 i(g/4c_w)\gamma^\mu(V+\gamma^5)$ (risp. $-(2\pi)^4 ie\gamma^\mu$) nello spazio degli impulsi. Si è posto $c_w \equiv \cos\theta_w$ e $V \equiv 4\sin^2\theta_w + 1$. Il secondo contributo è dato dall'interazione dei campi dell'elettrone e del muone con le componenti del campo Φ.

II L'interazione con il campo scalare

La lagrangiana del campo scalare è

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\Phi)^\dagger D^\mu\Phi - \frac{\lambda}{4!}\left(|\Phi|^2 - F^2\right)^2, \qquad \lambda > 0 \text{ e } F \neq 0 \tag{2}$$

dove D_μ è la derivata covariante in termini dei campi di gauge e dei generatori del gruppo di simmetria. La costante F determina il valore di aspettazione sul vuoto del campo Φ, classicamente corrispondente al valore assunto da $|\Phi|$ nel minimo del potenziale. Si parametrizza Φ in termini di F e se ne esprime la seconda componente attraverso una combinazione del campo fisico di Higgs H e del campo ϕ^0. Il fattore $2^{-\frac{1}{2}}$ permette di ottenere i corretti termini cinetici per i campi reali

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi^+ \\ H + i\phi^0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

La prima componente è espressa in termini del campo complesso ϕ^+. L'interazione con i campi fermionici è descritta attraverso gli accoppiamenti di Yukawa

$$\mathcal{L}_{sf} = -\sum_{i=e,\mu} \left\{ y_i \bar{\psi}_{i,L} \Phi \psi_{i,R} + h.c. \right\} \tag{4}$$

dove y_j è la costante di accoppiamento di Yukawa, proporzionale al rapporto tra la massa m_j del fermione e la massa M_W dei bosoni $W^\pm$

$$y_j = \frac{1}{\sqrt{2}} g \frac{m_j}{M_W} \tag{5}$$

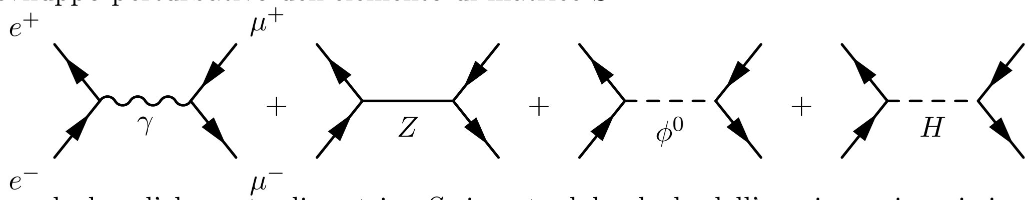
I campi fermionici sono introdotti in (4) con $\bar{\psi}_{j,L} = 2^{-1}\left(\bar{\nu}_j, \bar{\ell}_j\right)(1+\gamma^5)$ e $\psi_{j,R} = 2^{-1}(1+\gamma^5)\ell_j$. Inserendo la parametrizzazione (3) nella lagrangiana d'interazione (4), isolando la seconda componente del doppietto Φ, si esplicitano i termini di lagrangiana d'interazione per i singoli campi.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{sf} \Longrightarrow \quad & -\frac{y_j}{\sqrt{2}}\left(\bar{\nu}_j \quad \bar{\ell}_j\right)\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\begin{pmatrix} - \\ \sqrt{2}F + H + i\phi^0 \end{pmatrix}\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\ell_j \\
& -\frac{y_j}{\sqrt{2}}\bar{\ell}_j\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\left(- \quad \sqrt{2}F + H - i\phi^0 \ \right)\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\begin{pmatrix} \nu_j \\ \ell_j \end{pmatrix} \\
= & -y_j\bar{\ell}_j F \ell_j - \frac{y_j}{\sqrt{2}}\bar{\ell}_j H \ell_j - i\frac{y_j}{\sqrt{2}}\bar{\ell}_j\gamma^5\phi^0\ell_j
\end{aligned} \tag{6}
$$

In analogia al termine di massa della lagrangiana di Dirac, il primo termine è responsabile della massa dei fermioni. I termini d'interazione relativi rispettivamente a H e ϕ^0 sono dati dal prodotto di campi non equivalenti, pertanto i vertici corrispondenti si deducono in modo diretto dalla lagrangiana. Utilizzando l'espressione (5) per la costante di accoppiamento, si ottengono rispettivamente i valori $-(2\pi)^4 i[2^{-1}g(m_j/M_W)]$ e $(2\pi)^4 2^{-1}g(m_j/M_W)\gamma^5$ nello spazio degli impulsi.

III L'indipendenza dell'elemento di matrice S dalla scelta del gauge

La teoria che si sta considerando è una teoria di gauge, pertanto la sua quantizzazione richiede l'introduzione di un termine *gauge fixing* secondo il metodo di Faddeev-Popov. In analogia a quanto sviluppato per il modello di Higgs abeliano, è possibile introdurre una condizione dipendente da un parametro ξ e definire così la famiglia di gauge R_ξ. In questo caso ϕ^0 è il campo non fisico, presente nello spettro della teoria con ξ di valore generico, associato al campo Z_μ in quanto entrambi reali. In generale, quindi, data la lagrangiana d'interazione complessiva $\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{nc} + \mathcal{L}_{sf}$, si isolano i seguenti diagrammi di Feynman indipendenti all'ordine $O(g^2)$ ($\sim O(e^2)$, essendo $e = gs_w \equiv g\sin\theta_w$) dello sviluppo perturbativo dell'elemento di matrice S



(7)

Per calcolare l'elemento di matrice S si parte dal calcolo dell'ampiezza, in cui si media sullo spin dei fermioni entranti e si somma sullo spin dei fermioni uscenti

$$
\frac{1}{4}\sum_{spin}|M|^2 = \frac{1}{4}\sum_{spin}|M_1 + M_2 + M_3 + M_4|^2 \tag{8}
$$

dove gli indici degli elementi M_j si riferiscono ai diagrammi precedenti nell'ordine con cui sono riportati. In analogia ai risultati del calcolo nel modello di Higgs abeliano, si possono esprimere i propagatori dei campi Z_μ e ϕ^0 nello spazio degli impulsi come

$$
iG^{\mu\nu}_{F,Z}(p) = \frac{-i}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2 - M_Z^2}\left\{g^{\mu\nu} - (1-\xi^2)\frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi^2 M_Z^2}\right\}; \qquad i\Delta_{F,\phi}(p) = \frac{i}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2 - \xi^2 M_Z^2} \tag{9}
$$

Data la dipendenza da ξ dei propagatori, sia M_2 sia M_3 dipendono dal valore di ξ. Affinché la teoria sia consistente, si deve verificare l'indipendenza dell'elemento di matrice S dalla scelta del gauge. Si considera quindi la somma di questi due termini e in particolare si isolano le parti dipendenti dal parametro ξ. Si trascurano da qui i fattori $(2\pi)^4$ presenti nei vertici e nei propagatori.

$$
\begin{aligned}
M_2 + M_3 \Rightarrow & -\left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{i(1-\xi^2)}{s^2 - M_Z^2}\frac{(p_1+p_2)^\mu(p_3+p_4)^\nu}{s - \xi^2 M_Z^2}\bar{v}(p_1)\gamma_\mu(V+\gamma^5)u(p_2)\bar{u}(p_3)\gamma_\nu(V+\gamma^5)v(p_4) \\
& + \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\frac{i}{s - \xi^2 M_Z^2}\bar{v}(p_1)\gamma^5 u(p_2)\bar{u}(p_3)\gamma^5 v(p_4)
\end{aligned} \tag{10}
$$

In (10) si sono associati i quadrimpulsi p_j ($j = 1, \ldots, 4$) alle linee esterne del diagramma e si è applicata la conservazione del quadrimpulso nei vertici interni del diagramma. Si è inoltre utilizzato l'invariante di Mandelstam $s = (p_1 + p_2)^2$ per esprimere il quadrato del quadrimpulso associato alle linee interne. Considerando esclusivamente il termine M_2, si utilizzano le equazioni di Dirac $\not{p}u(p) = mu(p)$ e $\not{p}v(p) = -mv(p)$ e quelle rispettive per gli spinori $\bar{u}(p)$ e $\bar{v}(p)$ per eliminare i quadrimpulsi p_j nell'espressione (10) ed esplicitare la dipendenza dalle masse m_e e m_μ rispettivamente dell'elettrone e del muone

$$\begin{aligned} M_2 \Rightarrow \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{i(1-\xi^2)}{s^2 - M_Z^2} \frac{-1}{s - \xi^2 M_Z^2} \Big\{ & m_e[-\bar{v}(p_1)(V+\gamma^5)u(p_2) + \bar{v}(p_1)(V-\gamma^5)u(p_2)] \\ & \times m_\mu[\bar{u}(p_3)(V+\gamma^5)v(p_4) - \bar{u}(p_3)(V-\gamma^5)v(p_4)]\Big\} \end{aligned} \tag{11}$$

Si elimina la dipendenza dai termini di accoppiamento vettoriale e si mette in evidenza un fattore $m_e m_\mu$ comune anche a M_3. In M_3 si moltiplica per $1 = 4/4$ e si utilizza la relazione $M_W = c_w M_Z$ che lega le masse dei bosoni $W^\pm$ e Z^0. La somma dei due contributi è infine esprimibile come

$$M_2 + M_3 \Rightarrow \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4im_e m_\mu}{s - \xi^2 M_Z^2} \left\{ \frac{M_Z^2 - \xi^2 M_Z^2 + s - M_Z^2}{M_Z^2(s - M_Z^2)} \right\} \bar{v}(p_1)\gamma^5 u(p_2)\bar{u}(p_3)\gamma^5 v(p_4) \tag{12}$$

Il numeratore in parentesi è uguale al denominatore ad esso precedente e questi sono gli unici termini dipendenti dal parametro ξ. Si verifica pertanto a quest'ordine perturbativo l'indipendenza dalla scelta di ξ. Si osserva inoltre che il termine ottenuto nell'espressione (12) corrisponde all'elemento M_3 che si calcolerebbe con la scelta di gauge normalizzabile $\xi = 1$ o alternativamente, riutilizzando le equazioni di Dirac, al termine di M_2 dovuto alla parte in $p^\mu p^\nu / M_Z^2$ del propagatore del campo Z_μ nel gauge unitario ($\xi \to \infty$).

IV La sezione d'urto differenziale

Si procede nel calcolo dell'elemento di matrice S scegliendo $\xi = 1$. Si riportano i valori di M_j relativi ai diagrammi (7). A meno di $(2\pi)^{-4}$, i propagatori dei campi A_μ e H sono rispettivamente $iG^{\mu\nu}_{F,A}(k) = -ig^{\mu\nu}/k^2$ e $i\Delta_{F,H}(p) = i/(p^2 - M_H^2)$, data la massa M_H del bosone di Higgs.

$$M_1 = (-ie)^2\, \bar{v}(p_1)\gamma^\mu u(p_2) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1+p_2)^2} \bar{u}(p_3)\gamma^\nu v(p_4) \tag{13}$$

$$M_2 = \left(\frac{ig}{4c_w}\right)^2 \bar{v}(p_1)\gamma^\mu (V+\gamma^5) u(p_2) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1+p_2)^2 - M_Z^2} \bar{u}(p_3)\gamma^\nu (V+\gamma^5) v(p_4) \tag{14}$$

$$M_3 = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1)\gamma^5 u(p_2) \frac{i}{(p_1+p_2)^2 - M_Z^2} \bar{u}(p_3)\gamma^5 v(p_4) \tag{15}$$

$$M_4 = \left(\frac{-ig}{2}\right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1) u(p_2) \frac{i}{(p_1+p_2)^2 - M_H^2} \bar{u}(p_3) v(p_4) \tag{16}$$

I termini di pura elettrodinamica e di pura interazione debole

Poiché si è interessati alla sezione d'urto non polarizzata, si somma sullo spin dei fermioni uscenti e si media sullo spin dei fermioni entranti la quantità $|M_1|^2$, ottenendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{1}{4} e^4 \frac{1}{(p_1+p_2)^2} & \mathrm{tr}\{(\not{p}_2 + m_e)\gamma^\nu(\not{p}_1 - m_e)\gamma^\mu\} \\ & \times \mathrm{tr}\{(\not{p}_4 - m_\mu)\gamma_\nu(\not{p}_3 + m_\mu)\gamma_\mu\} \end{aligned} \tag{17}$$

Svolgendo l'algebra delle tracce di matrici di Dirac ed esprimendo il risultato in termini degli invarianti di Mandelstam s, t e u si ottiene

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{2e^4}{s^2}\{(u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + (t - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + 2(m_e^2 + m_\mu^2)s\} \tag{18}$$

Analogamente si ottiene il termine $|M_2|^2$ relativo all'interazione debole

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}\sum_{spin}|M_2|^2 = 2\left(\frac{g}{4c_w}\right)^4 \frac{1}{(s-M_Z^2)^2}\{&(V^2+1)^2[(u-m_e^2-m_\mu^2)^2+(t-m_e^2-m_\mu^2)^2]\\ &+4V^2[(u-m_e^2-m_\mu^2)^2-(t-m_e^2-m_\mu^2)^2]\\ &+2(V^4-1)[(m_e^2+m_\mu^2)s-4m_e^2m_\mu^2]\\ &+8m_e^2m_\mu^2(V^2-1)^2\}\end{aligned} \tag{19}$$

In entrambi i termini sono presenti combinazioni degli invarianti t e u che determinano una dipendenza dagli angoli di diffusione dei fermioni uscenti.

Il contributo dei campi scalari ϕ^0 e H

A partire dalle espressioni (15) e (16) si calcolano le ampiezze per i diagrammi relativi alle interazioni con i campi scalari

$$\frac{1}{4}\sum_{spin}|M_3|^2 = \left(\frac{g}{2}\right)^4 \left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2 \frac{1}{(s-M_Z^2)^2}s^2 \tag{20}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{spin}|M_4|^2 = \left(\frac{ig}{2}\right)^4 \left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2 \frac{1}{(s-M_H^2)^2}\{s^2-4(m_e^2+m_\mu^2)s+16m_e^2m_\mu^2\} \tag{21}$$

Differentemente da quanto si è verificato per i contributi (18) e (19), i risultati ottenuti sono esprimibili in termini del solo invariante di Mandelstam s. La dipendenza angolare è in questo caso uniforme: questo fatto è riconducibile all'assenza di spin sulle linee interne dei diagrammi.

I termini d'interferenza

Dovendosi considerare 4 diagrammi indipendenti, si ottengono da principio $4!\cdot(2!)^{-1} = 12$ termini d'interferenza. Si verifica che i termini relativi alla stessa coppia di diagrammi sono equivalenti. Per simmetria restano pertanto 6 contributi indipendenti. Si considera per primo il termine d'interferenza dato da $4^{-1}\sum_{spin} M_3M_1^\dagger$ evidenziando solo le tracce di matrici di Dirac

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} M_3M_1^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_1M_3^\dagger \Rightarrow \mathrm{tr}\{(\not{p}_2+m_e)\gamma^5(\not{p}_1-m_e)\gamma^\mu\}\mathrm{tr}\{(\not{p}_4-m_\mu)\gamma^5(\not{p}_3+m_\mu)\gamma_\mu\} \tag{22}$$

Espandendo le parentesi si ottengono esclusivamente tracce della forma $\mathrm{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\}$, $\mathrm{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\}$ e $\mathrm{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\}$, tutte nulle. Analogamente si ottiene che il contributo $4^{-1}\sum_{spin} M_4M_3^\dagger$ è nullo per considerazioni analoghe sulle tracce di matrici di Dirac

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} M_3M_4^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_4M_3^\dagger \Rightarrow \mathrm{tr}\{(\not{p}_2+m_e)\gamma^5(\not{p}_1-m_e)\}\mathrm{tr}\{(\not{p}_4-m_\mu)\gamma^5(\not{p}_3+m_\mu)\} = 0 \tag{23}$$

Si riportano di seguito i 4 contributi indipendenti non nulli restanti

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}\sum_{spin} M_2M_1^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_1M_2^\dagger = 2e^2\left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{1}{s(s-M_Z^2)}\{&(V^2+1)(u-m_e^2-m_\mu^2)^2\\ &+(V^2-1)(t-m_e^2-m_\mu^2)^2\\ &+2V^2(m_e^2+m_\mu^2)s\}\end{aligned} \tag{24}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} M_4M_1^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_1M_4^\dagger = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\frac{4e^2}{s(s-M_H^2)}\{(t-m_e^2-m_\mu^2)-(u-m_e^2-m_\mu^2)\} \tag{25}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} M_3 M_2^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_2 M_3^\dagger = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4}{(s-M_Z^2)^2} s \tag{26}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} M_4 M_2^\dagger = \frac{1}{4}\sum_{spin} M_2 M_4^\dagger = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4V^2}{(s-M_Z^2)(s-M_H^2)} \times\{(t-m_e^2-m_\mu^2)-(u-m_e^2-m_\mu^2)\} \tag{27}$$

La cinematica del processo e i risultati finali

Per passare alla sezione d'urto, si moltiplica l'ampiezza calcolata per il fattore di flusso F e per l'integrale sullo spazio delle fasi dei fermioni uscenti dal processo. Si considera il sistema di riferimento del centro di massa.

$$\frac{d\sigma}{dt} = (2\pi)^{4-6} F \int \mathrm{d}\underset{2\to 2}{PS}\ \frac{1}{4}\sum_{spin}|M|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2}\cdot\frac{1}{2[s(s-4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{\pi}{2[s(s-4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{1}{4}\sum_{spin}\sum_{i,j=1}^{4} M_i M_j^\dagger \tag{28}$$

Si passa alla sezione d'urto differenziale rispetto all'angolo θ che l'antimuone uscente forma rispetto all'asse del moto di elettrone e positrone nel sistema di riferimento del centro di massa. Si esprimono gli invarianti $t = (m_\mu^2+m_e^2-s/2+2^{-1}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta)$ e $u = (m_\mu^2+m_e^2-s/2-2^{-1}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta)$ e si applica la trasformazione $d\sigma/d\cos\theta = 2^{-1}(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}d\sigma/dt$

$$\begin{aligned}
\left.\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right|_{Born} &= \frac{1}{32\pi s}\left(\frac{s-4m_\mu^2}{s-4m_e^2}\right)^{\frac{1}{2}}\Bigg\{\frac{e^4}{s^2}\Big\{s^2+(s-4m_\mu^2)(s-4m_e^2)\cos^2\theta+4(m_e^2+m_\mu^2)s\Big\}\\
&+\frac{g^4}{256c_w^4}\frac{1}{(s-M_Z^2)^2}\Big\{(V^2+1)^2\left[s^2+(s-4m_e^2)(s-4m_\mu^2)\cos^2\theta\right]+8V^2 s(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta\\
&+4(V^4-1)\left[(m_e^2+m_\mu^2)s-4m_e^2m_\mu^2\right]+16m_e^2m_\mu^2(V^2-1)^2\Big\}\\
&+\frac{g^4}{16}\left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2\frac{1}{(s-M_Z^2)^2}s^2+\frac{g^4}{16}\left(\frac{m_e m_\mu}{M_W^2}\right)^2\frac{1}{(s-M_H^2)^2}\Big\{s^2-4(m_e^2+m_\mu^2)s+16m_e^2m_\mu^2\Big\}\\
&+\frac{e^2g^2}{8c_w^2}\frac{1}{s(s-M_Z^2)}\Big\{V^2\left[s^2+(s-4m_e^2)(s-4m_\mu^2)\cos^2\theta\right]+2s(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta+4V^2(m_e^2+m_\mu^2)s\Big\}\\
&+2g^2e^2\frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\frac{1}{s(s-M_H^2)}\Big\{(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta\Big\}\\
&+\frac{g^4}{8c_w^2}\frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\frac{1}{(s-M_Z^2)^2}s+\frac{g^4}{8c_w^2}V^2\frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2}\frac{1}{(s-M_Z^2)(s-M_H^2)}\Big\{(s-4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta\Big\}\Bigg\}
\end{aligned}\tag{29}$$

Il fattore $(s-4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}$ garantisce che la sezione d'urto sia definita per $\sqrt{s}\geq 2m_\mu$, cioè solo quando l'energia nel sistema di riferimento del centro di massa è sufficiente per creare la massa della coppia $\mu^+\mu^-$. Siccome $M_H > M_Z \gg 2m_\mu$, i termini in $(s-M_Z^2)^{-1}$ e $(s-M_H^2)^{-1}$ introducono poli in $\sqrt{s}=M_H$ e $\sqrt{s}=M_Z$ nella sezione d'urto totale. La presenza dei termini in $\cos\theta$ produce, fissata $\sqrt{s}$, un'asimmetria nella (29) rispetto all'angolo di diffusione θ: dal segno di tali contributi si deduce che essa è maggiore a $\theta=0$ rispetto a $\theta=\pi$. Infine, poiché i rapporti $m_e/M_W \simeq 6\cdot 10^{-6}$ e $m_\mu/M_W \simeq 10^{-3}$ sono molto minori dell'unità, le correzioni date dai contributi relativi alle interazioni con i campi scalari H e ϕ^0 sono molto inferiori rispetto agli altri termini in (29).

Riferimenti bibliografici

[1] George Sterman. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 1993.

[2] Martinus Veltman. *Diagrammatica: The Path to Feynman Diagrams*. Cambridge University Press, 1994.

[3] Michael E. Peskin e Daniel V. Schroeder. *Relativistic Quantum Fields*. Addison-Wesley, 1995.