

# IL PROCESSO $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ IN APPROSSIMAZIONE DI BORN NEL MODELLO STANDARD

MARIO CIACCO  
MATRICOLA 835681

La produzione di una coppia  $\mu^+\mu^-$  dall'annichilazione elettrone-positrone è un processo studiato negli esperimenti ai collider  $e^+e^-$  e trova la sua descrizione teorica nel contesto del Modello Standard. In questo *essay* sono calcolati i termini d'interazione leptone-antileptone-scalare necessari per il calcolo completo dell'ampiezza del processo ed è verificata l'indipendenza dell'elemento di matrice  $S$  dalla scelta di gauge all'ordine perturbativo più basso. È infine presentato il calcolo della sezione d'urto differenziale.

## I INTRODUZIONE

Le interazioni elettrodeboli sono descritte in modo unificato nella lagrangiana con gruppo di simmetria  $SU(2) \times U(1)$ . In tale modello, i leptoni interagiscono con i quattro campi vettoriali  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu$  e  $A_\mu$ , e con il doppietto scalare complesso  $\Phi$  necessario per l'introduzione di termini di massa gauge-invarianti. Nel caso particolare del processo  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni, la parte di lagrangiana d'interazione  $\mathcal{L}_{int}$  da considerare è formata da due contributi separati. Il primo è il termine di correnti neutre

$$\mathcal{L}_{nc} = \sum_{i=e,\mu} \left\{ \frac{g}{4 \cos \theta_w} \bar{\ell}_i \gamma^\mu (4 \sin^2 \theta_w - 1 + \gamma^5) \ell_i Z_\mu - e \bar{\ell}_i \gamma^\mu \ell_i A_\mu \right\} \quad (1)$$

da cui si estrae il vertice a tre linee con il campo  $Z_\mu$  (risp.  $A_\mu$ ) e la coppia leptone-antileptone, di valore  $(2\pi)^4 i(g/4c_w) \gamma^\mu (V + \gamma^5)$  (risp.  $-(2\pi)^4 ie \gamma^\mu$ ) nello spazio degli impulsi. Si è posto  $c_w \equiv \cos \theta_w$  e  $V \equiv 4 \sin^2 \theta_w + 1$ . Il secondo contributo è dato dall'interazione dei campi dell'elettrone e del muone con le componenti del campo  $\Phi$ .

## II L'INTERAZIONE CON IL CAMPO SCALARE

La lagrangiana del campo scalare è

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - \frac{\lambda}{4!} (|\Phi|^2 - F^2)^2, \quad \lambda > 0 \text{ e } F \neq 0 \quad (2)$$

dove  $D_\mu$  è la derivata covariante in termini dei campi di gauge e dei generatori del gruppo di simmetria. La costante  $F$  determina il valore di aspettazione sul vuoto del campo  $\Phi$ , classicamente corrispondente al valore assunto da  $|\Phi|$  nel minimo del potenziale. Si parametrizza  $\Phi$  in termini di  $F$  e se ne esprime la seconda componente attraverso una combinazione del campo fisico di Higgs  $H$  e del campo  $\phi^0$ . Il fattore  $2^{-\frac{1}{2}}$  permette di ottenere i corretti termini cinetici per i campi reali

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi^+ \\ H + i\phi^0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

La prima componente è espressa in termini del campo complesso  $\phi^+$ . L'interazione con i campi fermionici è descritta attraverso gli accoppiamenti di Yukawa

$$\mathcal{L}_{sf} = - \sum_{i=e,\mu} \{ y_i \bar{\psi}_{i,L} \Phi \psi_{i,R} + h.c. \} \quad (4)$$

dove  $y_j$  è la costante di accoppiamento di Yukawa, proporzionale al rapporto tra la massa  $m_j$  del fermione e la massa  $M_W$  dei bosoni  $W^\pm$

$$y_j = \frac{1}{\sqrt{2}} g \frac{m_j}{M_W} \quad (5)$$

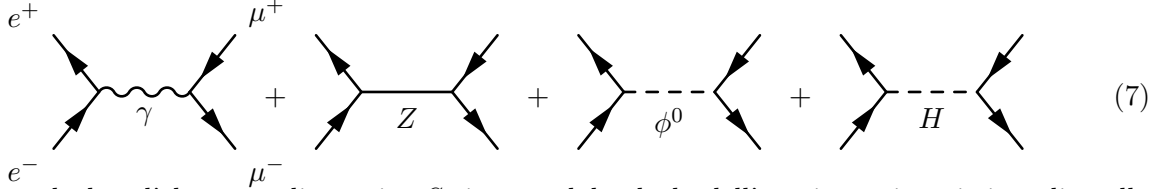
I campi fermionici sono introdotti in (4) con  $\bar{\psi}_{j,L} = 2^{-1} (\bar{\nu}_j, \bar{\ell}_j) (1 + \gamma^5)$  e  $\psi_{j,R} = 2^{-1} (1 + \gamma^5) \ell_j$ . Inserendo la parametrizzazione (3) nella lagrangiana d'interazione (4), isolando la seconda componente del doppietto  $\Phi$ , si esplicitano i termini di lagrangiana d'interazione per i singoli campi.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sf} \Rightarrow & -\frac{y_j}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_j \quad \bar{\ell}_j) \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \left( \sqrt{2}F + H + i\phi^0 \right) \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \ell_j \\ & -\frac{y_j}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_j \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \left( -\sqrt{2}F + H - i\phi^0 \right) \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \begin{pmatrix} \nu_j \\ \ell_j \end{pmatrix} \\ & = -y_j \bar{\ell}_j F \ell_j - \frac{y_j}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_j H \ell_j - i \frac{y_j}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_j \gamma^5 \phi^0 \ell_j \end{aligned} \quad (6)$$

In analogia al termine di massa della lagrangiana di Dirac, il primo termine è responsabile della massa dei fermioni. I termini d'interazione relativi rispettivamente a  $H$  e  $\phi^0$  sono dati dal prodotto di campi non equivalenti, pertanto i vertici corrispondenti si deducono in modo diretto dalla lagrangiana. Utilizzando l'espressione (5) per la costante di accoppiamento, si ottengono rispettivamente i valori  $-(2\pi)^4 i [2^{-1} g(m_j/M_W)]$  e  $(2\pi)^4 2^{-1} g(m_j/M_W) \gamma^5$  nello spazio degli impulsi.

### III L'INDIPENDENZA DELL'ELEMENTO DI MATRICE $S$ DALLA SCELTA DEL GAUGE

La teoria che si sta considerando è una teoria di gauge, pertanto la sua quantizzazione richiede l'introduzione di un termine *gauge fixing* secondo il metodo di Faddeev-Popov. In analogia a quanto sviluppato per il modello di Higgs abeliano, è possibile introdurre una condizione dipendente da un parametro  $\xi$  e definire così la famiglia di gauge  $R_\xi$ . In questo caso  $\phi^0$  è il campo non fisico, presente nello spettro della teoria con  $\xi$  di valore generico, associato al campo  $Z_\mu$ . In generale, quindi, data la lagrangiana d'interazione complessiva  $\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{nc} + \mathcal{L}_{sf}$ , si isolano i seguenti diagrammi di Feynman indipendenti all'ordine  $O(g^2)$  ( $\sim O(e^2)$ , essendo  $e = g_{sw} \equiv g \sin \theta_w$ ) dello sviluppo perturbativo dell'elemento di matrice  $S$



Per calcolare l'elemento di matrice  $S$  si parte dal calcolo dell'ampiezza, in cui si media sullo spin dei fermioni entranti e si somma sullo spin dei fermioni uscenti

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M|^2 = \frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1 + M_2 + M_3 + M_4|^2 \quad (8)$$

dove gli indici degli elementi  $M_j$  si riferiscono ai diagrammi precedenti nell'ordine con cui sono riportati. In analogia ai risultati del calcolo nel modello di Higgs abeliano, si possono esprimere i propagatori dei campi  $Z_\mu$  e  $\phi^0$  nello spazio degli impulsi come

$$iG_{F,Z}^{\mu\nu}(p) = \frac{-i}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - M_Z^2} \left\{ g^{\mu\nu} - (1 - \xi^2) \frac{p^\mu p^\nu}{p^2 - \xi^2 M_Z^2} \right\}; \quad i\Delta_{F,\phi}(p) = \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - \xi^2 M_Z^2} \quad (9)$$

Data la dipendenza da  $\xi$  dei propagatori, sia  $M_2$  sia  $M_3$  dipendono dal valore di  $\xi$ . Affinché la teoria sia consistente, si deve verificare l'indipendenza dell'elemento di matrice  $S$  dalla scelta del gauge. Si considera quindi la somma di questi due termini e in particolare si isolano le parti dipendenti dal parametro  $\xi$ . Si trascurano da qui i fattori  $(2\pi)^4$  presenti nei vertici e nei propagatori.

$$\begin{aligned} M_2 + M_3 \Rightarrow & -\left( \frac{g}{4c_w} \right)^2 \frac{i(1 - \xi^2)}{s^2 - M_Z^2} \frac{(p_1 + p_2)^\mu (p_3 + p_4)^\nu}{s - \xi^2 M_Z^2} \bar{v}(p_1) \gamma_\mu (V + \gamma^5) u(p_2) \bar{u}(p_3) \gamma_\nu (V + \gamma^5) v(p_4) \\ & + \left( \frac{g}{2} \right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \frac{i}{s - \xi^2 M_Z^2} \bar{v}(p_1) \gamma^5 u(p_2) \bar{u}(p_3) \gamma^5 v(p_4) \end{aligned} \quad (10)$$

In (10) si sono associati i quadrimpulsi  $p_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) alle linee esterne del diagramma e si è applicata la conservazione del quadrimpulso nei vertici interni del diagramma. Si è inoltre utilizzato l'invariante di Mandelstam  $s = (p_1 + p_2)^2$  per esprimere il quadrato del quadrimpulso associato alle linee interne. Considerando esclusivamente il termine  $M_2$ , si utilizzano le equazioni di Dirac  $\not{p}u(p) = mu(p)$  e  $\not{p}v(p) = -mv(p)$  e quelle rispettive per gli spinori  $\bar{u}(p)$  e  $\bar{v}(p)$  per eliminare i quadrimpulsi  $p_j$  nell'espressione (10) ed esplicitare la dipendenza dalle masse  $m_e$  e  $m_\mu$  rispettivamente dell'elettrone e del muone

$$M_2 \Rightarrow \left( \frac{g}{4c_w} \right)^2 \frac{i(1 - \xi^2)}{s^2 - M_Z^2} \frac{-1}{s - \xi^2 M_Z^2} \left\{ m_e [-\bar{v}(p_1)(V + \gamma^5)u(p_2) + \bar{v}(p_1)(V - \gamma^5)u(p_2)] \right. \\ \left. \times m_\mu [\bar{u}(p_3)(V + \gamma^5)v(p_4) - \bar{u}(p_3)(V - \gamma^5)v(p_4)] \right\} \quad (11)$$

Si elimina la dipendenza dai termini di accoppiamento vettoriale e si mette in evidenza un fattore  $m_e m_\mu$  comune anche a  $M_3$ . In  $M_3$  si moltiplica per  $1 = 4/4$  e si utilizza la relazione  $M_W = c_w M_Z$  che lega le masse dei bosoni  $W^\pm$  e  $Z^0$ . La somma dei due contributi è infine esprimibile come

$$M_2 + M_3 \Rightarrow \left( \frac{g}{4c_w} \right)^2 \frac{4im_e m_\mu}{s - \xi^2 M_Z^2} \left\{ \frac{M_Z^2 - \xi^2 M_Z^2 + s - M_Z^2}{M_Z^2(s - M_Z^2)} \right\} \bar{v}(p_1)\gamma^5 u(p_2)\bar{u}(p_3)\gamma^5 v(p_4) \quad (12)$$

Il numeratore in parentesi è uguale al denominatore ad esso precedente e questi sono gli unici termini dipendenti dal parametro  $\xi$ . Si verifica pertanto a quest'ordine perturbativo l'indipendenza dalla scelta di  $\xi$ . Si osserva inoltre che il termine ottenuto nell'espressione (12) corrisponde all'elemento  $M_3$  che si calcolerebbe con la scelta di gauge normalizzabile  $\xi = 1$  o alternativamente, riutilizzando le equazioni di Dirac, al termine di  $M_2$  dovuto alla parte in  $p^\mu p^\nu / M_Z^2$  del propagatore del campo  $Z_\mu$  nel gauge unitario ( $\xi \rightarrow \infty$ ).

#### IV LA SEZIONE D'URTO DIFFERENZIALE

Si procede nel calcolo dell'elemento di matrice  $S$  scegliendo  $\xi = 1$ . Si riportano i valori di  $M_j$  relativi ai diagrammi (7). A meno di  $(2\pi)^{-4}$ , i propagatori dei campi  $A_\mu$  e  $H$  sono rispettivamente  $iG_{F,A}^{\mu\nu}(k) = -ig^{\mu\nu}/k^2$  e  $i\Delta_{F,H}(p) = i/(p^2 - M_H^2)$ , data la massa  $M_H$  del bosone di Higgs.

$$M_1 = (-ie)^2 \bar{v}(p_1)\gamma^\mu u(p_2) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2} \bar{u}(p_3)\gamma^\nu v(p_4) \quad (13)$$

$$M_2 = \left( \frac{ig}{4c_w} \right)^2 \bar{v}(p_1)\gamma^\mu (V + \gamma^5)u(p_2) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2 - M_Z^2} \bar{u}(p_3)\gamma^\nu (V + \gamma^5)v(p_4) \quad (14)$$

$$M_3 = \left( \frac{g}{2} \right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1)\gamma^5 u(p_2) \frac{i}{(p_1 + p_2)^2 - M_Z^2} \bar{u}(p_3)\gamma^5 v(p_4) \quad (15)$$

$$M_4 = \left( \frac{-ig}{2} \right)^2 \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \bar{v}(p_1)u(p_2) \frac{i}{(p_1 + p_2)^2 - M_H^2} \bar{u}(p_3)v(p_4) \quad (16)$$

#### I termini di pura elettrodinamica e di pura interazione debole

Poiché si è interessati alla sezione d'urto non polarizzata, si somma sullo spin dei fermioni uscenti e si media sullo spin dei fermioni entranti la quantità  $|M_1|^2$ , ottenendo

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{1}{4} e^4 \frac{1}{(p_1 + p_2)^2} \text{tr}\{(\not{p}_2 + m_e)\gamma^\nu (\not{p}_1 - m_e)\gamma^\mu\} \\ \times \text{tr}\{(\not{p}_4 - m_\mu)\gamma_\nu (\not{p}_3 + m_\mu)\gamma_\mu\} \quad (17)$$

Svolgendo l'algebra delle tracce di matrici di Dirac ed esprimendo il risultato in termini degli invarianti di Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$  si ottiene

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_1|^2 = \frac{2e^4}{s^2} \{(u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + (t - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + 2(m_e^2 + m_\mu^2)s\} \quad (18)$$

Analogamente si ottiene il termine  $|M_2|^2$  relativo all'interazione debole

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{spin} |M_2|^2 = 2 \left( \frac{g}{4c_w} \right)^4 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} \{ & (V^2 + 1)^2 [(u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 + (t - m_e^2 - m_\mu^2)^2] \\ & + 4V^2 [(u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 - (t - m_e^2 - m_\mu^2)^2] \\ & + 2(V^4 - 1) [(m_e^2 + m_\mu^2)s - 4m_e^2 m_\mu^2] \\ & + 8m_e^2 m_\mu^2 (V^2 - 1)^2 \} \end{aligned} \quad (19)$$

In entrambi i termini sono presenti combinazioni degli invarianti  $t$  e  $u$  che determinano una dipendenza dagli angoli di diffusione dei fermioni uscenti.

### Il contributo dei campi scalari $\phi^0$ e $H$

A partire dalle espressioni (15) e (16) si calcolano le ampiezze per i diagrammi relativi alle interazioni con i campi scalari

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_3|^2 = \left( \frac{g}{2} \right)^4 \left( \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \right)^2 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} s^2 \quad (20)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} |M_4|^2 = \left( \frac{ig}{2} \right)^4 \left( \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \right)^2 \frac{1}{(s - M_H^2)^2} \{ s^2 - 4(m_e^2 + m_\mu^2)s + 16m_e^2 m_\mu^2 \} \quad (21)$$

Differentemente da quanto si è verificato per i contributi (18) e (19), i risultati ottenuti sono esprimibili in termini del solo invariante di Mandelstam  $s$ . La dipendenza angolare è in questo caso uniforme: questo fatto è riconducibile all'assenza di spin sulle linee interne dei diagrammi.

### I termini d'interferenza

Dovendosi considerare 4 diagrammi indipendenti, si ottengono da principio  $4! \cdot (2!)^{-1} = 12$  termini d'interferenza. Si verifica che i termini relativi alla stessa coppia di diagrammi sono equivalenti. Per simmetria restano pertanto 6 contributi indipendenti. Si considera per primo il termine d'interferenza dato da  $4^{-1} \sum_{spin} M_3 M_1^\dagger$  evidenziando solo le tracce di matrici di Dirac

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_3 M_1^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_3^\dagger \Rightarrow \text{tr}\{(\not{p}_2 + m_e)\gamma^5(\not{p}_1 - m_e)\gamma^\mu\} \text{tr}\{(\not{p}_4 - m_\mu)\gamma^5(\not{p}_3 + m_\mu)\gamma_\mu\} \quad (22)$$

Espandendo le parentesi si ottengono esclusivamente tracce della forma  $\text{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\}$ ,  $\text{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\}$  e  $\text{tr}\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\}$ , tutte nulle. Analogamente si ottiene che il contributo  $4^{-1} \sum_{spin} M_4 M_3^\dagger$  è nullo per considerazioni analoghe sulle tracce di matrici di Dirac

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_3 M_4^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_3^\dagger \Rightarrow \text{tr}\{(\not{p}_2 + m_e)\gamma^5(\not{p}_1 - m_e)\} \text{tr}\{(\not{p}_4 - m_\mu)\gamma^5(\not{p}_3 + m_\mu)\} = 0 \quad (23)$$

Si riportano di seguito i 4 contributi indipendenti non nulli restanti

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{spin} M_2 M_1^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_2^\dagger = 2e^2 \left( \frac{g}{4c_w} \right)^2 \frac{1}{s(s - M_Z^2)} \{ & (V^2 + 1)(u - m_e^2 - m_\mu^2)^2 \\ & + (V^2 - 1)(t - m_e^2 - m_\mu^2)^2 \\ & + 2V^2(m_e^2 + m_\mu^2)s \} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_1^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_1 M_4^\dagger = \left( \frac{g}{2} \right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \frac{4e^2}{s(s - M_H^2)} \{ (t - m_e^2 - m_\mu^2) - (u - m_e^2 - m_\mu^2) \} \quad (25)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_3 M_2^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_2 M_3^\dagger = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4}{(s - M_Z^2)^2} s \quad (26)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{spin} M_4 M_2^\dagger = \frac{1}{4} \sum_{spin} M_2 M_4^\dagger = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \left(\frac{g}{4c_w}\right)^2 \frac{4V^2}{(s - M_Z^2)(s - M_H^2)} \times \{(t - m_e^2 - m_\mu^2) - (u - m_e^2 - m_\mu^2)\} \quad (27)$$

## La cinematica del processo e i risultati finali

Per passare alla sezione d'urto, si moltiplica l'ampiezza calcolata per il fattore di flusso  $F$  e per l'integrale sullo spazio delle fasi dei fermioni uscenti dal processo. Si considera il sistema di riferimento del centro di massa.

$$\frac{d\sigma}{dt} = (2\pi)^{4-6} F \int_{2 \rightarrow 2} dPS \frac{1}{4} \sum_{spin} |M|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{2[s(s - 4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\pi}{2[s(s - 4m_e^2)]^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{4} \sum_{spin} \sum_{i,j=1}^4 M_i M_j^\dagger \quad (28)$$

Si passa alla sezione d'urto differenziale rispetto all'angolo  $\theta$  che l'antimuone uscente forma rispetto all'asse del moto di elettrone e positrone nel sistema di riferimento del centro di massa. Si esprimono gli invarianti  $t = (m_\mu^2 + m_e^2 - s/2 + 2^{-1}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta)$  e  $u = (m_\mu^2 + m_e^2 - s/2 - 2^{-1}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta)$  e si applica la trasformazione  $d\sigma/d\cos\theta = 2^{-1}(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}} d\sigma/dt$

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right|_{Born} &= \frac{1}{32\pi s} \left( \frac{s - 4m_\mu^2}{s - 4m_e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{e^4}{s^2} \left\{ s^2 + (s - 4m_e^2)(s - 4m_\mu^2) \cos^2 \theta + 4(m_e^2 + m_\mu^2)s \right\} \right. \\ &+ \frac{g^4}{256c_w^4} \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} \left\{ (V^2 + 1)^2 [s^2 + (s - 4m_e^2)(s - 4m_\mu^2) \cos^2 \theta] + 8V^2 s(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta \right. \\ &+ 4(V^4 - 1) [(m_e^2 + m_\mu^2)s - 4m_e^2 m_\mu^2] + 16m_e^2 m_\mu^2 (V^2 - 1)^2 \left. \right\} \\ &+ \frac{g^4}{16} \left( \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \right)^2 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} s^2 + \frac{g^4}{16} \left( \frac{m_e m_\mu}{M_W^2} \right)^2 \frac{1}{(s - M_H^2)^2} \left\{ s^2 - 4(m_e^2 + m_\mu^2)s + 16m_e^2 m_\mu^2 \right\} \\ &+ \frac{e^2 g^2}{8c_w^2} \frac{1}{s(s - M_Z^2)} \left\{ V^2 [s^2 + (s - 4m_e^2)(s - 4m_\mu^2) \cos^2 \theta] + 2s(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta + 4V^2(m_e^2 + m_\mu^2)s \right\} \\ &+ 2g^2 e^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \frac{1}{s(s - M_H^2)} \left\{ (s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta \right\} \\ &+ \frac{g^4}{8c_w^2} \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \frac{1}{(s - M_Z^2)^2} s + \frac{g^4}{8c_w^2} V^2 \frac{(m_e m_\mu)^2}{M_W^2} \frac{1}{(s - M_Z^2)(s - M_H^2)} \left\{ (s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta \right\} \left. \right\} \quad (29) \end{aligned}$$

Il fattore  $(s - 4m_\mu^2)^{\frac{1}{2}}$  garantisce che la sezione d'urto sia definita per  $\sqrt{s} \geq 2m_\mu$ , cioè solo quando l'energia nel sistema di riferimento del centro di massa è sufficiente per creare la massa della coppia  $\mu^+ \mu^-$ . Siccome  $M_H > M_Z \gg 2m_\mu$ , i termini in  $(s - M_Z^2)^{-1}$  e  $(s - M_H^2)^{-1}$  introducono poli in  $\sqrt{s} = M_H$  e  $\sqrt{s} = M_Z$  nella sezione d'urto totale. La presenza dei termini in  $\cos \theta$  produce, fissata  $\sqrt{s}$ , un'asimmetria nella (29) rispetto all'angolo di diffusione  $\theta$ : dal segno di tali contributi si deduce che essa è maggiore a  $\theta = 0$  rispetto a  $\theta = \pi$ . Infine, poiché i rapporti  $m_e/M_W \simeq 6 \cdot 10^{-6}$  e  $m_\mu/M_W \simeq 10^{-3}$  sono molto minori dell'unità, le correzioni date dai contributi relativi alle interazioni con i campi scalari  $H$  e  $\phi^0$  sono molto inferiori rispetto agli altri termini in (29).

## Riferimenti bibliografici

- [1] George Serman. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 1993.
- [2] Martinus Veltman. *Diagrammatica: The Path to Feynman Diagrams*. Cambridge University Press, 1994.
- [3] Michael E. Peskin e Daniel V. Schroeder. *Relativistic Quantum Fields*. Addison-Wesley, 1995.