Opracowanie wykładów 0-2 z EiM

Maciej B.

18 stycznia 2022

1 Podstawowy

1.1 Podstawowe Definicje

Dioda - lampa dwuelektrodowa do prostowania sygnałów
Sygnał - wielkość fizyczna zmieniająca się w czasie zawierająca pewną informację

1.2 Kierunek płynięcia prądu

Umowny kierunek jest równy kierunkowi "poruszania się" dziur, faktycznie elektrony płyną w kierunku przeciwnym

1.3 Podział sygnałów

- deterministyczne - opisywalne funkcją matematyczną
- stochastyczne - nieopisywalne funkcją matematyczną

1.4 Podział sygnałów

- analogowe (ciągłe i dyskretne), cyfrowe, "mixed signal" (występują bloki analogowe i cyfrowe)
  ciągłe - przyjmują przedział wartości, dyskretne - przyjmują konkretne wartości
- liniowe i nieliniowe (dla ukł. analogowych, układy cyfrowe są z reguły nieliniowe)
  Układ liniowy - opisany liniowym równaniem różniczkowym, w stanie ustalonym charakterystyka przejściowa jest linią prostą
- stacjonarne (parametry niezmienne w czasie) i niestacjonarne (parametry się zmieniają w trakcie działania)

1.5 Twierdzenie Fouriera i widmo sygnału

Twierdzenie Fouriera - przebieg okresowy możemy przedstawić w postaci szeregu funkcji sinusoidalnych (składowe o częstotliwościach stanowiących całkowite wielokrotności sygnału)

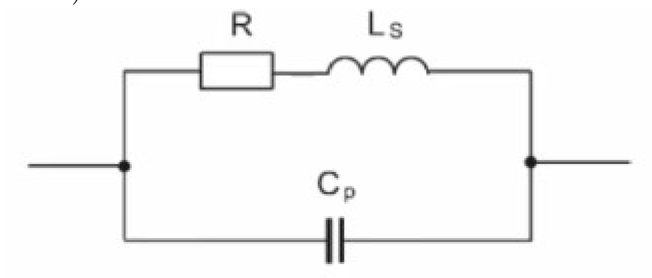
Widmo - przedstawienie sygnału w dziedzinie częstotliwości lub pulsacji otrzymane przy pomocy transformacji Fouriera (w przypadku funkcji okresowych przedstawiane w postaci impulsów Diraca)
Po polsku:
Jeśli jest sygnał okresowy, to jego widmo przedstawiamy jako pionowe kreski co ω o wysokości poszczególnych amplitud (sinusoida ma jedną kreskę na ω_0, bo ma jedną amplitudę)

2 Podstawowe elementy obwodów RLC

2.1 Rezystor

- Rezystancja: $R = \frac{u}{i}$
- Moc prądu stałego (energia zamieniana na ciepło): $P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$
- Moc średnia prądu dla przebiegu sinusoidalnego: $P = U_{sk}I_{sk} = \frac{U}{\sqrt{2}}\frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}I^2R = \frac{1}{2}\frac{U^2}{R}$
- rezystancja rzeczywista = rezystancja nominalna ± tolerancja
- Klasa oznaczano jako En, gdzie $n = 6 * 2^n$ (np. E6, E12, E24, ..., E192), jest tak dobierana aby zakresy dopuszczalnych rezystancji rzeczywistych n rezystorów pokrywały całą dekadę (dekada to od 10^n do 10^{n+1})

  Schemat zastępczy rzeczywistego rezystora:



- Moc znamionowa – maksymalna moc, która może się wydzielać w sposób ciągły w rezystorze w postaci ciepła, NIE powodując w nim nieodwracalnych zmian
- Maksymalna temperatura pracy – maksymalna temperatura, jaką może osiągać rezystor podczas wydzielania mocy, przy której NIE następują nieodwracalne zmiany
- Maksymalne napięcie pracy – dopuszczalne napięcie na rezystorze, przy którym NIE występuje ryzyko przebicia
- Temperaturowy współczynnik rezystancji (α lub TCR) – współczynnik wyrażany w procentach na stopień lub w milionowych częściach na stopień
- $TCR = \frac{\frac{\Delta R}{R_n}}{\Delta T}$
- $R(T) = R_n(T_0)[1 + TCR(T - T_0)]$

2.2 Termistor

- Rezystor nieliniowy wykonany z półprzewodnika z dużą zależnością temperaturową.
- Konduktywność (przewodnictwo) półprzewodników zwiększa się z temperaturą zgodnie z zależnością: $\sigma_T = \sigma_\infty exp(-\frac{B}{T})$ gdzie σ_∞ - konduktywność asymptotyczna w wysokiej temperaturze, B – stała materiałowa
- Rezystancja jest odwrotnie proporcjonalna do konduktywności, czyli:$R_T = R_\infty exp(\frac{B}{T})$
- Zamiast niemierzalnego parametru R_∞ w katalogach podaje się rezystancje nominalną termistora w określonej temperaturze, np. 25°C
- Cechy Termistora:
  - nominalna rezystancja (w temperaturze 25°C)
  - tolerancja rezystancji nominalnej (kilkadziesiąt procent)
  - moc maksymalna (zazwyczaj kilkaset miliwatów)
  - temperaturowy współczynnik rezystancji $\alpha_T = -\frac{B}{T^2}$, zazwyczaj ujemny (termistor NTC), rzadziej dodatni (PTC)
  - podłączony szeregowo może służyć jako zabezpieczenie

2.3 Warystor

- silnie nieliniowy element
- gwałtowny wzrost przewodzonego prądu po przekroczeniu napięcia charakterystycznego (zazwyczaj kilkaset volt)
- podłączony równolegle może służyć jako zabezpieczenie

2.4 Kondensator

- element pasywny dwukońcówkowy
- Pojemność: $C = \frac{Q}{U}$
- Pojemność kond. płaskiego: $C = \varepsilon\varepsilon_0\frac{S}{d}$, gdzie ε- przenikalność względna dielektryka pomiędzy płytami kondensatora, ε_0- przenikalność elektryczna próżni, S – powierzchnia płyt, d – odległość pomiędzy płytami
- Energia zgromadzona w polu elektrycznym kondensatora: $W = \frac{CU^2}{2}$

Zależności pomiędzy prądem i napięciem dla różnych metod opisu:

W dziedzinie czasu:

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} \qquad u = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + U_C(0)$$

W dziedzinie zmiennej s (z wykorzystaniem transformacji Laplace'a)

$$U(s) = \frac{1}{sC}I(s) \qquad \text{impedancja} \quad Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{1}{sC}$$

W dziedzinie częstotliwości

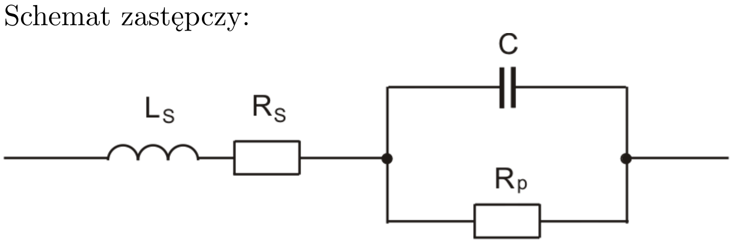
$$U(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}I(j\omega) \qquad Z(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C}\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

W idealnym kondensatorze przy pobudzeniu sinusoidalnym prąd wyprzedza napięcie o 90°. Wynika z tego, że moc czynna (wydzielana w postaci ciepła):

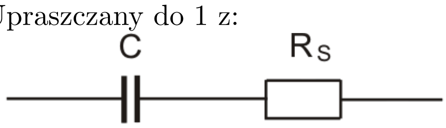
$$P = U_{sk}I_{sk}\cos\phi$$

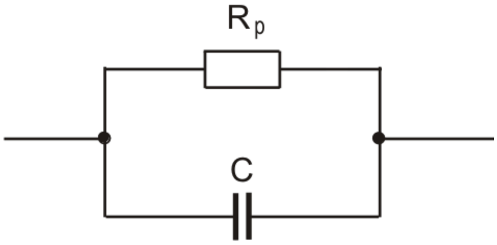
jest w idealnym kondensatorze równa zeru (φ - przesunięcie fazy pomiędzy prądem i napięciem).

Schemat zastępczy:



Upraszczany do 1 z:





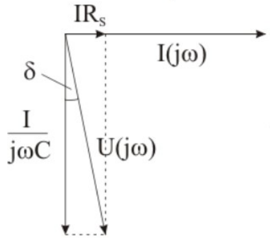
- Podstawowe parametry kondensatora:
  - Nominalna wartość pojemności - patrz rezystory
  - Tolerancja pojemności - || -
  - Maksymalne robocze napięcie stałe - podobnie
  - Maksymalna wartość skuteczna napięcia zmiennego - składowa nałożona na napięcie stałe
  - Współczynnik temperaturowy pojemności $TCC = \frac{1}{C}\frac{\Delta C}{\Delta T}$

Tangens kąta stratności – odpowiednio dla modelu szeregowego i równoległego

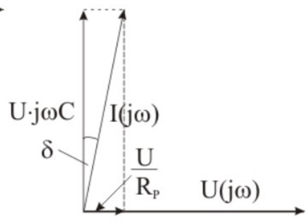
$$tg\delta = \frac{R_s}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C R_s \qquad tg\delta = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_p} = \frac{1}{\omega C R_p}$$

- **Dobroć**

$$Q = \frac{1}{tg\delta}$$



Schemat zast. szeregowy



równoległy

2.5 Cewka

- element pasywny dwukońcówkowy
- ma zdolnośćgromadzenia energii w polu magnetycznym
- indukcyjność: $L = \frac{N\Phi}{I}$
- Energia zgromadzona w polu magnetycznym: $W = \frac{LI^2}{2}$

W dziedzinie czasu:

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad i = \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\,dt + I_L(0)$$

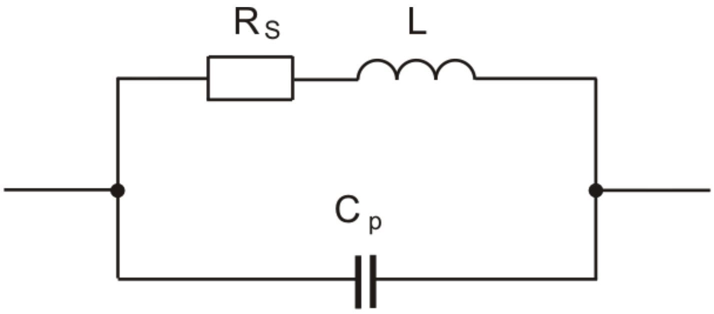
W dziedzinie zmiennej s:

$$U(s) = sL \cdot I(s) \qquad \text{impedancja} \qquad Z(s) = sL$$

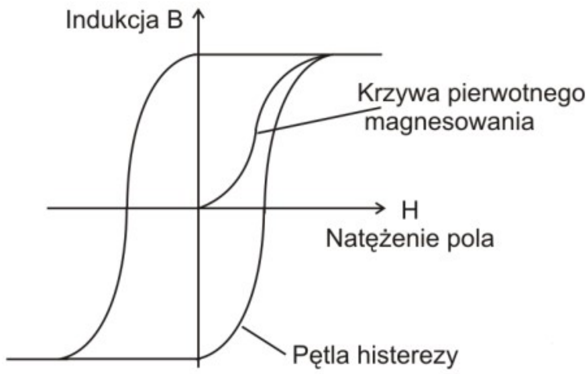
W dziedzinie częstotliwości:

$$U(j\omega) = j\omega L \cdot I(j\omega) \qquad Z(j\omega) = j\omega L = \omega L \cdot e^{+j\frac{\pi}{2}}$$

- Występują cewki powietrzne oraz cewki ze rdzeniem (ferromagnetycznym)
- Najlepsza jest cewka z rdzeniem toroidalnym, gdzie $L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$ (μ- względna przenikalność magnetyczna materiału rdzenia, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, S – powierzchnia przekroju poprzecznego rdzenia, l – średnia długość linii pola magnetycznego)
- Nie sa dostępne w postaci szeregów ustandardyzowanych elementów
- Podstawowe parametry: wartość nominalna indukcyjności oraz współczynnik temperaturowy indukcyjności
- Dobroć $Q = \frac{\omega L}{R_s}$
- Schemat zastępczy:



W przypadku cewek z rdzeniem ze względu na krzywą magnesowania materiału ferromagnetycznego indukcyjność cewki staje się nieliniową funkcją płynącego przez cewkę prądu.



2.6 Transformator

- Składa się z dwóch lub więcej uzwojeń sprzężonych ze sobą magnetycznie (zazwyczaj silnie za pomocą rdzenia ferromagnetycznego)
- Uzwojenie, do którego doprowadzany jest prąd zmienny, nazywane uzwojeniem pierwotnym, wytwarza w rdzeniu zmienny strumień magnetyczny
- Ten zmienny strumień indukuje z kolei napięcie w uzwojeniu nazywanym uzwojeniem wtórnym, do którego dołączane jest obciążenie transformatora

- Energia elektryczna jest przekazywana z uzwojenia pierwotnego do wtórnego, ulegając pośredniemu przetworzeniu na energię pola magnetycznego. Oznacza to tzw. izolację galwaniczną pomiędzy obwodem pierwotnym i wtórnym, to znaczy brak bezpośredniego połączenia elektrycznego pomiędzy nimi

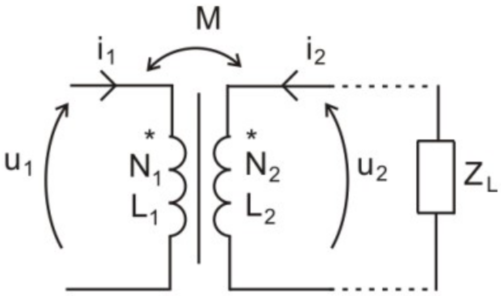
Idealny transformator można opisać równaniami:

$$U_1(s) = sL_1 \cdot I_1(s) + sM \cdot I_2(s)$$

$$U_2(s) = sM \cdot I_1(s) + sL_2 \cdot I_2(s)$$

L_1 i L_2 oznaczają indukcyjności własne uzwojenia pierwotnego i wtórnego, a M jest ich indukcyjnością wzajemną:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$



k oznacza współczynnik sprzężenia pomiędzy oboma uzwojeniami (0 < k < 1).

W przypadku idealnego sprzężenia (k = 1):

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{s\sqrt{L_1L_2}I_1 + sL_2I_2}{sL_1I_1 + s\sqrt{L_1L_2}I_2}\,\frac{\frac{1}{\sqrt{L_2}}}{\frac{1}{\sqrt{L_1}}}\,\frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = \frac{s\sqrt{L_1}I_1 + s\sqrt{L_2}I_2}{s\sqrt{L_1}I_1 + s\sqrt{L_2}I_2}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

Stosunek ten nazywamy przekładnią transformatora (pamiętamy, że indukcyjność jest proporcjonalna do kwadratu liczby zwojów):

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

Ten sam wynik można uzyskać w inny sposób, zakładając, że cały strumień magnetyczny jest kupiony w rdzeniu transformatora (brak strumienia rozproszonego):

$$U_1 = N_1\frac{d\Phi_1}{dt} \qquad U_2 = N_2\frac{d\Phi_2}{dt} \qquad \Phi_1 = \Phi_2$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

W idealnym transformatorze nie występują straty energii (sprawność przekazania energii z uzwojenia pierwotnego do wtórnego wynosi 100%), tak więc dla wartości skutecznych napięci i prądu możemy napisać bilans mocy:

$$U_1I_1 = U_2I_2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{n}$$

W przypadku obciążenia rezystancyjnego:

$$Z_L = R_L \quad oraz \quad I_2 = \frac{U_2}{R_L}$$

$$U_1 I_1 = U_2 \frac{U_2}{R_L} \quad I_1 = \frac{U_2^2}{U_1} \frac{1}{R_L} = n^2 U_1 \frac{1}{R_L}$$

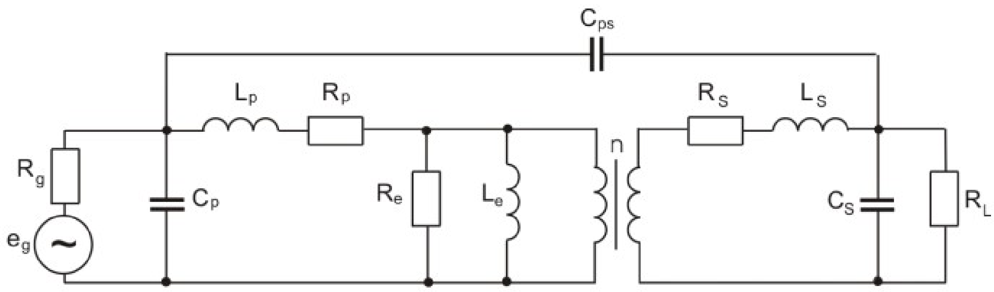
Tak więc, źródło energii dołączone do uzwojenia pierwotnego „widzi" rezystancję:

$$R_L^{'} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1}{n^2 U_1 \frac{1}{R_L}} = \frac{R_L}{n^2}$$

Zdolność transformacji rezystancji jest kolejną ważną i unikalną własnością transformatora. Jest ona wykorzystywana do dopasowania energetycznego obciążenia do źródła w celu przekazania maksymalnej mocy do tego obciążenia.

W transformatorze podwyższającym (n > 1), rezystancja obciążenia zostaje przeniesiona na stronę pierwotną zmniejszona n^2 razy.

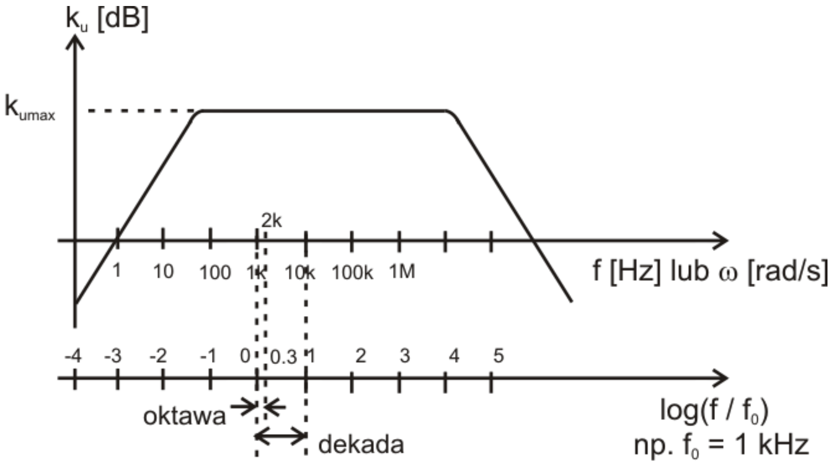
Schemat zastępczy rzeczywistego transformatora



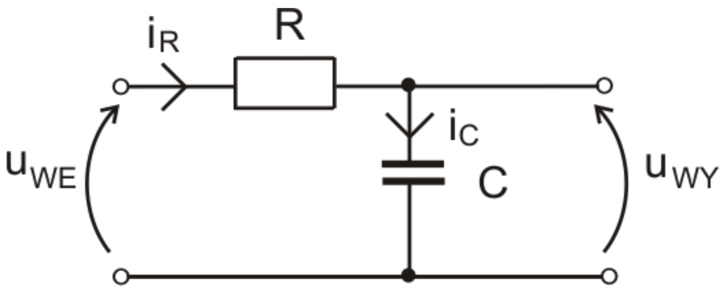
3 Opisywanie obwodów

3.1 Skala logarytmiczna

$K_p[dB] = 10log\frac{P_2}{P_1}$ (logarytm dziesiętny)
Dla mocy (często przyjmowane): $K_p[dBm] = 10log\frac{P}{P_0} = 10log\frac{P}{1[mW]}$
Dla pomiaru napięcia na tym samym rezystorze: $K_p[dB] = 20log\frac{U_2}{U_1} = K_u[dB]$
Przypomnieć sobie własności logarytmów !!!
Przy użyciu skali logarytmicznej następuje ekspansja (rozciągnięcie) wykresu w zakresie małych częstotliwości oraz jego kompresja (ściśnięcie) w zakresie dużych częstotliwości



3.2 Filtr dolnoprzepustowy



- Opis w dziedzinie czasu przy braku obciążenia

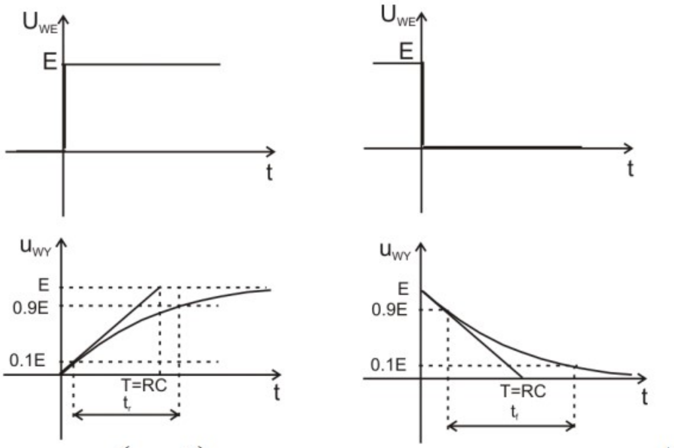
$$i_C = i_R$$

$$i_C = C\frac{du_{WY}}{dt} \qquad i_R = \frac{u_{WE} - u_{WY}}{R}$$

$$\frac{u_{WE} - u_{WY}}{R} = C\frac{du_{WY}}{dt}$$

$$RC\frac{du_{WY}}{dt} + u_{WY} = u_{WE}$$

Odpowiedź na skok jednostkowy



$u_{WY}(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$ T – stała czasowa $u_{WY}(t) = Ee^{-\frac{t}{T}}$

Na rysunku pokazano sposób zdefiniowania czasu narastania (t_r) i opadania (t_f) jako czasu potrzebnego na zmianę sygnału pomiędzy 10% i 90% różnicy między wartością początkową i końcową. Dla przebiegu wykładniczego dane jest: $t_r = t_f \approx 2,2T$ (2,2 stałej czasowej)

- Opis w dziedzinie s (z wykorzystaniem transformacji Laplace'a)
  Transmitancja czwórnika: $K(s) = \frac{u_{wy}(s)}{u_{we}(s)}$
  Transmitancję wyznacza się poddając równanie różniczkowe opisujące obwód transformacji Laplace'a, albo – częściej – wykorzystując odpowiednie prawa teorii obwodów bezpośrednio do schematu.
  Analizę obwodu przeprowadza się w następujący sposób: $u_{we}(t)->$ (stosujemy przekształcenie do postacji transformaty) $u_{we}(s) => u_{wy}(s) = u_{we}(s) * K(s)->$ (stosujemy przekształcenie z postacji transformaty do "normalnej")$u_{wy}(t)$

  $$K(s) = \frac{U_{wy}(s)}{U_{we}(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

  W naszym przypadku:

- Opis w dziedzinie częstotliwości
  Opisujemy układy liniowe przy pobudzeniu sinusoidalnym w stanie ustalonym => układ może zmieniać amplitudę sygnału (= wartość skuteczną) i/lub fazę początkową
  Możliwe bezpośrednie przejście z opisu w dziedzinie s do opis w dz. częstotliwości (za s podstawiamy $j\omega$)

$$K(j\omega) = \frac{U_{wy}(j\omega)}{U_{we}(j\omega)} = (u\ nas)\ \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

– Wykres we współrzędnych biegunowych na płaszczyźnie zespolonej

Wykresem funkcji

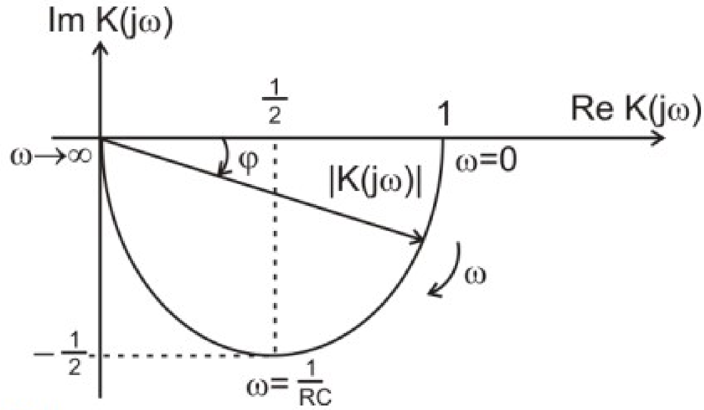
$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

jest półokrąg, który wyznaczamy na podstawie trzech punktów.

$\omega = 0 \quad \rightarrow K(j\omega) = 1$

$\omega \rightarrow \infty \quad \rightarrow K(j\omega) = 0$

$\omega = 1/RC \rightarrow K(j\omega) = 1/(1+j) = (1-j)/2$



– Charakterystyki częstotliwościowe: amplitudowa i fazowa

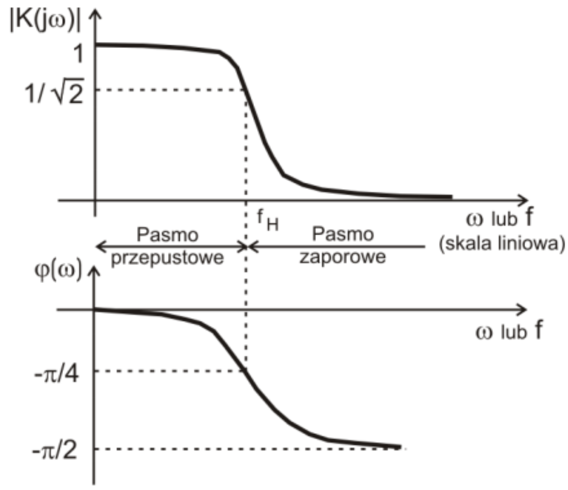
W tym podejściu w liniowych układach współrzędnych przedstawia się moduł amplitudy funkcji przejścia oraz przesunięcie fazy pomiędzy sygnałem wyjściowym i wejściowym:

$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\phi(\omega) = -\arctan \omega RC$$

W celu określenia użytecznej szerokości pasma przenoszenia wprowadzamy tzw. częstotliwość graniczną, zdefiniowaną następująco:

$$|K(j\omega_g)| = \frac{|K(j\omega)|_{\max}}{\sqrt{2}}$$



Dla rozpatrywanego obwodu RC, który jest filtrem dolnoprzepustowym, otrzymujemy górną częstotliwość graniczną w postaci:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \longrightarrow \quad \omega_H = \frac{1}{RC} \qquad f_H = \frac{1}{2\pi RC}$$

– Charakterystyki częstotliwościowe: amplitudowa i fazowa w układzie logarytmicznym

W tym przypadku wykreślamy w sposób przybliżony funkcję:

$$L(\omega) = 20\log|K(j\omega)|$$

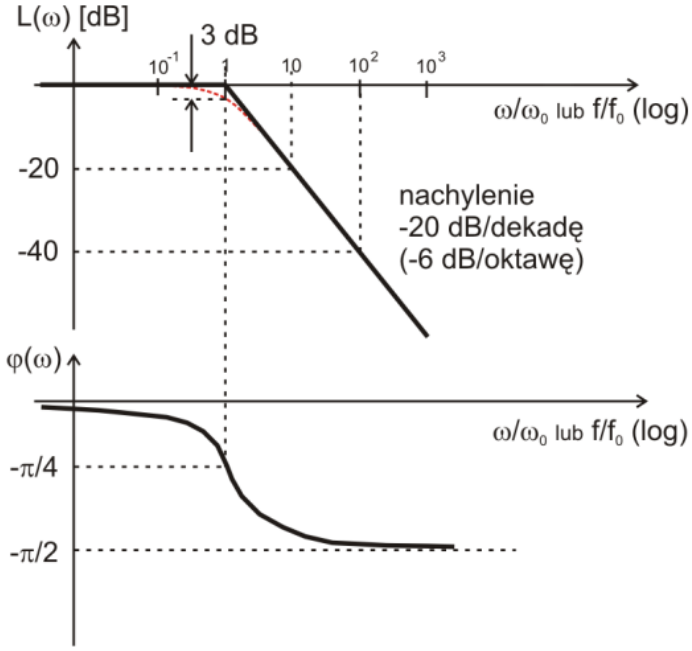
Aproksymacja polega na tym, że dla ωRC < 1 pomijamy ωRC w stosunku do 1,

$$L(\omega) = 20\log 1 = 0[dB]$$

a dla ωRC > 1 pomijamy 1 w stosunku do ωRC :

$$L(\omega) \approx 20\log\frac{1}{\omega RC} = -20\log\omega - 20\log RC \quad [dB]$$

Ponieważ na osi częstotliwości zaznaczamy w istocie log ω w skali liniowej, to wykresem powyższej zależności jest linia prosta.
Otrzymany według powyższych założeń wykres nazywamy wykresem Bodego.



Maksymalny błąd aproksymacji występuje dla częstotliwości $\omega = \frac{1}{RC} = \omega_H$

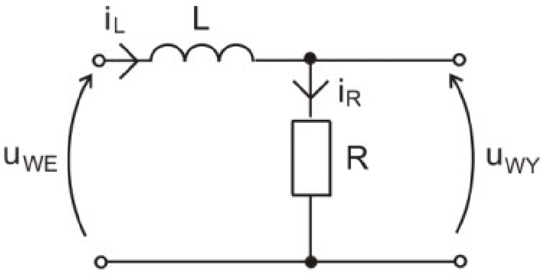
i wynosi $-3dB \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$

Częstotliwość graniczna jest też często oznaczana jako f_{-3dB}.

- Filtr dolnoprzepustowy RL

Filtr dolnoprzepustowy I rzędu o identycznych własnościach można również zrealizować jako obwód RL.

Aby móc wykorzystać do jego opisu wyprowadzone wcześniej zależności dla obwodu RC, należy w nich zastąpić stałą czasową RC stałą czasową L/R.



4 Półprzewodniki

Wykład 3 nie jest opisywany, bo nie jest wymagany ☺.