

Układy analogowe LTI można analizować i projektować przy użyciu ich transmitancji $H(s)$ i związanej z nią charakterystyki częstotliwościowej $H(j\omega)$ (s to zespolona zmienna transformacji Laplace'a, która dla $s=j\omega$ przechodzi w transformację Fouriera):

$$H(s) = H(j\omega), \quad s = j\omega$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m (j\omega)^m}{\sum_{n=0}^N a_n (j\omega)^n} = \frac{b_M \prod_{m=1}^M (j\omega - z_m)}{a_N \prod_{n=1}^N (j\omega - p_n)} \quad (1)$$

$Y(j\omega)$ i $X(j\omega)$ są wielomianami zmiennej $j\omega$, związanymi z wyjściem i wejściem układu. Odpowiedni dobór współczynników b_m i a_n obu wielomianów zapewnia wymaganą charakterystykę częstotliwościową projektowanego układu. Wielomiany w liczniku i mianowniku można również zapisać za pomocą ich miejsc zerowych z_m i p_n .

Miejsca zerowe z_m licznika transmitancji (zespolone, parami sprzężone) powodują wyzerowanie odpowiedzi częstotliwościowej dla wybranych częstotliwości ($j\omega = z_m$), czyli usunięcie tych częstotliwości przez układ (brak ich na wyjściu). Natomiast w pobliżu tych pulsacji sygnał wejściowy jest na wyjściu mocno tłumiony. Miejsca te nazywamy „zerami transmitancji”.

Miejsca zerowe p_n mianownika transmitancji (również zespolone, parami sprzężone) powodują silne wzmocnienie wybranych częstotliwości na wyjściu układu ($j\omega = p_n$) nie zeruje się, tylko przyjmuje małą wartość; z tego powodu dla danej częstotliwości dzielimy przez „mało” i mamy duże wzmocnienie). Miejsca te nazywamy „biegunami transmitancji”.

1. Projektowanie metodą zer i biegunów (1 pkt)

Wykorzystując (1) możemy zaprojektować charakterystykę filtru pasywnego (układu LTI) rozmieszczając odpowiednio zera i bieguny transmitancji na płaszczyźnie zespolonej. Przykładowo, dla filtra pasmowo-przepustowego, przenoszącego sygnał w okolicach pulsacji równej 10 rad/s możemy zaprojektować „ręcznie” jego transmitancję tak, aby zera oraz bieguny przyjęły następujące wartości:

$$p_{1,2} = -0.5 \pm j9.5; \quad p_{3,4} = -1 \pm j10; \quad p_{5,6} = -0.5 \pm j10.5$$

$$z_{1,2} = \pm j5; \quad z_{3,4} = \pm j15$$

Zapisz transmitancję (1) wykorzystując powyższe parametry.

Przedstaw zera i bieguny na płaszczyźnie zespolonej (zera zaznacz znakiem „o”, bieguny znakiem „*”).

Narysuj charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową układu opisanego powyższymi parametrami w skali liniowej: $|H(j\omega)|$ oraz decybelowej: $20 \log_{10} |H(j\omega)|$. Użyj funkcji `poly()` i `polyval()`.

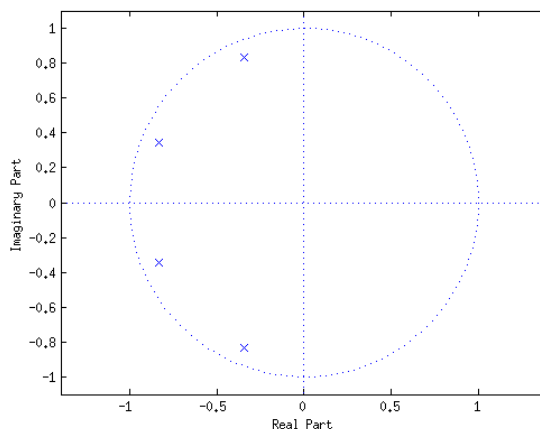
Czy filtr ten jest pasmowo-przepustowy? Jakie jest maksymalne i minimalne tłumienie w paśmie zaporowym? Czy wzmocnienie układu w paśmie przepustowym jest równe 1? Jeśli nie, to zmodyfikuj odpowiednio transmitancję układu.

Narysuj charakterystykę fazowo-częstotliwościową. Czy jest ona zgodna z naszymi oczekiwaniami? Czyli liniowa w paśmie przepustowym, co gwarantuje, że układ nie zmienia na wyjściu kształtu sygnału zawartego w paśmie przepustowym.

2. Filtr Butterworth LP (1 pkt)

Poniżej przedstawiono metodę projektowania filtrów Butterwortha LP (dolnoprzepustowych).

Filtr LP Butterwortha składa się wyłącznie z biegunów rozmieszczonych na lewej półpłaszczyźnie zespolonej na okręgu o promieniu równym pulsacji granicznej ω_{3dB} . Jest to pulsacja, dla której zmienia się charakter filtru z przepustowego na zaporowy. Przykład rozmieszczenia biegunów transmitancji dla filtru rzędu 4 przedstawiono na poniższym rysunku.



Położenie biegunów można opisać w następujący sposób:

$$p_k = \omega_{3dB} \exp \left[j \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{N} + (k-1) \frac{\pi}{N} \right) \right], \quad k=1, 2, 3, \dots, N$$

gdzie N oznacza rząd filtru (liczbę biegunów).

Zaprojektuj filtry Butterwortha LP dla $N=2, 4, 6, 8$ i $\omega_{3dB} = 2\pi \cdot 100$ [rd/s].

Narysuj na jednym rysunku ich charakterystyki amplitudowe ($20\log_{10}(|H(j\omega)|)$ w funkcji f), skalując oś f liniowo (`plot()`) i logarytmicznie (`semilogx()`). Narysuj charakterystyki fazowe (kąt $H(j\omega)$ w funkcji f), skalując oś f liniowo.

Wyznacz i narysuj odpowiedź impulsową filtru $N=4$ oraz jego odpowiedź na skok jednostkowy. Do tego celu użyj odpowiednio funkcji: `impz(H)` i `step(H)`, gdzie H to transmitancja dla układu ciągłego. Transmitancję można uzyskać ze zbiorów współczynników $B=\{b_m\}$ i $A=\{a_n\}$ przy pomocy funkcji `tf(B,A)`¹.

3. Filtr antyaliasingowy (1 pkt)

Przed przetwornikiem A/C należy umieścić filtr dolnoprzepustowy w celu jak najlepszego zabezpieczenia się przed zjawiskiem „aliasingu” częstotliwościowego (po zbyt „wolnym” próbkowaniu „szybkie” sygnały wyglądają jak „wolne”). Filtr ten powinien maksymalnie tłumić częstotliwości $f > f_s/2$ (połowa częstotliwości próbkowania) i mieć wzmocnienie=1 dla $f < f_s/2$ (tzn. najwierniej przenosić sygnały w tym paśmie). Zaprojektuj taki filtr dla następujących warunków:

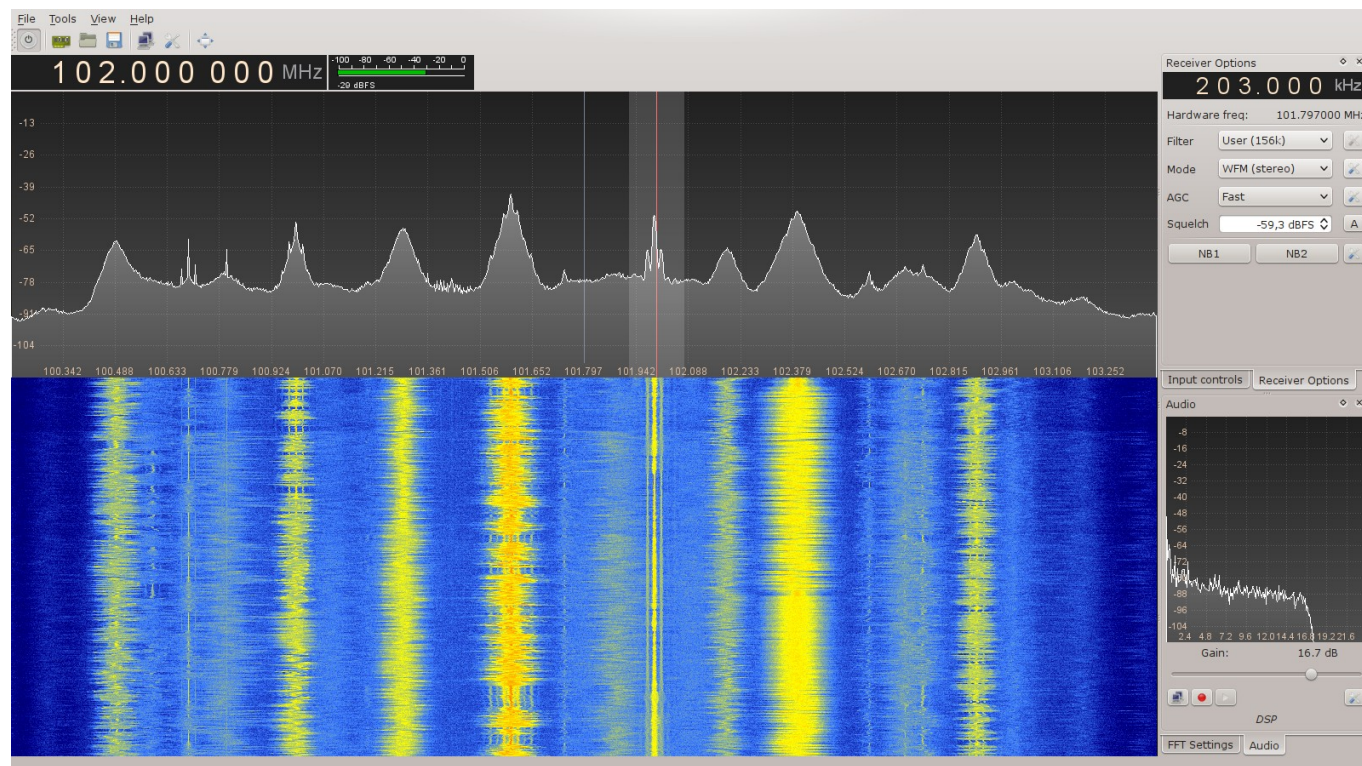
- częstotliwość próbkowania przetwornika A/C wynosi $f_s=256$ kHz,
- typ filtru: Butterworth, Czebyszew 1, Czebyszew 2, eliptyczny (użyj funkcji Matlaba, pamiętaj że ma być to filtr analogowy a nie cyfrowy),
- filtr powinien być możliwie najmniejszego rzędu,
- zmiany tłumienia (zafalowania) w paśmie $f < f_{3dB}=64$ kHz nie większe niż 3 dB,
- tłumienie dla częstotliwości $f_s/2=128$ kHz ma wynosić co najmniej $A_n=40$ dB.

Narysuj rozkład biegunów oraz charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanych transmitancji $H(s)$. Osie wyskaluj w [Hz]. Zastosowanie, którego z filtrów jest najkorzystniejsze?

1 W nowszych wersjach Matlaba, funkcja `tf(...)` zwraca obiekt `SYS` zawierający współczynniki b i a . Jeżeli używasz instrukcji `printsys(b,a,'s')` to zwróć uwagę na trzeci argument, który wskazuje że analiza dotyczy filtrów analogowych. Argument domyślny (brak argumentu) to obliczenia dla filtrów cyfrowych.

4. Filtr separujący (2+0.25 pkt)

Widmo kilku analogowych stacji radiowych FM przedstawiono na poniższym rysunku. Jak widać sygnał pojedynczej stacji zajmuje w przybliżeniu pasmo 100 kHz. Sygnał ten moduluje w częstotliwości nośną stacji, np. w Krakowie 96 MHz dla RMF FM: mamy wówczas $96 \text{ MHz} \pm 100 \text{ kHz}$.



Widmo sygnału radiowego zawierającego kilka analogowych stacji FM

Wykorzystując funkcję Matlaba, zaprojektuj pasmowo-przepustowy filtr analogowy do separacji stacji radiowych.

Najpierw zaprojektuj testowy filtr $96 \text{ MHz} \pm 1 \text{ MHz}$ następnie docelowy $96 \text{ MHz} \pm 100 \text{ kHz}$. W obu przypadkach zafalowania w paśmie przepustowym nie mogą być większe niż 3 dB a tłumienie w paśmie zaporowym co najmniej równe 40 dB.

Wyświetl charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanego filtra. Oś częstotliwości wyskaluj w Hz. Zaznacz punkty charakterystyczne na wykresie (granice pasma zaporowego i przepustowego).

Jeżeli charakterystyka filtra będzie niezadowalająca, spróbuj obniżyć wymagania co do tłumienia w paśmie zaporowym oraz zwiększyć rząd filtra.

(opcjonalnie, +0.25 pkt) Zamiast używać gotowych funkcji Matlaba, zaprojektuj prototyp LP „na piechotę”, a następnie wykonaj transformację LP do BP.

5. Implementacja sprzętowa filtra analogowego (+0.5 pkt)

Zaprojektuj sprzętową implementację wybranego filtra z ćwiczenia 3. Wykorzystaj wzmacniacze operacyjne, rezystory, kondensatory. Podaj strukturę układu oraz wartości rezystancji i pojemności wszystkich elementów pasywnych. Patrz rozdz. 6 w podręczniku [TZ].

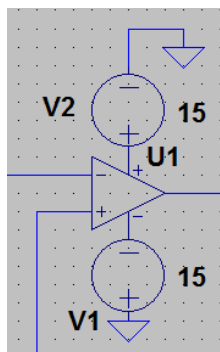
6. Weryfikacja filtra analogowego (+0.5 pkt)

Dla filtra zaprojektowanego w ćwiczeniu 6 dopasuj wartości elementów pasywnych z typoszeregu dostępnego w handlu (np. E24), wyznacz charakterystyki częstotliwościowe przed i po modyfikacji. Wyświetl je na jednym wykresie. Czy zmiana charakterystyk mieści się w granicy 3 dB?

7. Symulacja obwodu (+1 pkt)

Przenieś projekt sprzętowej implementacji filtru do symulatora obwodów analogowych np. LTSpice (<http://www.linear.com/designtools/software/> - licencja freeware) w oparciu o instrukcję użytkownika, lub inne opracowania znalezione w sieci. Wykonaj symulację i wyznacz wykresy częstotliwościowe. Porównaj uzyskane wyniki z teoretycznymi obliczeniami.

Jako sygnału wejściowego użyj napięcia ze źródła AC (**Edit/Components/voltage**) o amplitudzie 10V, składowej stałej (*DC offset*) 2V i częstotliwości 10 kHz. Przy implementowaniu filtru użyj elementu uniwersalnego wzmacniacza operacyjnego (**Edit/Components/** i z katalogu **Opamps** wybrać **UniversalOamp2**) i zasil go (wejścia „+” i „-”) ze źródeł napięcia DC 15V, tak jak na schemacie poniżej.



Wykonaj symulację i wyznacz wykresy częstotliwościowe za pomocą analizy AC (**Simulation/Edit Simulation Command/AC Analysis**).