| 03 | **Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów**  Analiza częstotliwościowa - podstawy prof. dr hab. inż. Tomasz Zieliński, dr inż. Jarosław Bułat | 2016.02.17 |
| --- | --- | --- |

# 1. DFT sygnału harmonicznego (1 pkt)

Wyznacz macierz *A* transformacji DFT:

, gdzie , to wiersze i kolumny macierzy **A**

dla *N=*100 i oblicz DFT (**X=Ax**)[[1]](#footnote-0) następującego sygnału **x**:

spróbkowanego z częstotliwością *fs=*1000 Hz, mającego *N=*100 próbek i będącego sumą dwóch kosinusoid, o częstotliwościach *f1=*100 Hz i *f2=*200 Hz, amplitudach *A1=*100 i *A2=*200 oraz kątach fazowych *φ1=π*/7 i *φ2=*π/11.

Narysuj widmo **x** (część rzeczywista, urojona, moduł, faza), wyskaluj oś częstotliwości w hercach. Zauważ, że część rzeczywista współczynnika widmowego mówi ile w sygnale jest kosinusa o danej częstotliwości, a część urojona – ile sinusa (do składowych sygnału zastosuj wzór na kosinusa sumy kątów: *cos*(*a+b*)*=cos*(*a*)*cos*(*b*)*-sin*(*a*)*sin*(*b*)). Zauważ, że część rzeczywista jest symetryczna (to samo) względem częstotliwości *fs*/2 (próbka *N*/2+1), a część urojona – asymetryczna (wartość zanegowana).

Wyznacz macierz rekonstrukcji **B** jako wynik sprzężenia zespolonego i transpozycji macierzy **A** (B=A'). Zrekonstruuj sygnał na podstawie **X** (**xr***=***BX**) i porównaj go z oryginałem **x** (**xr**==**x** ?). Zastąp operację X=Ax poprzez X=fft(x), zaś xr=BX – przez xr=ifft(X). Czy **x** i **xr** są takie same jak poprzednio? O ile wartości nowego **X** są różne od poprzednich i czy jest to związane z wartością *N*? Zmień *f1=*100 Hz na *f1=*125 Hz, oblicz i wyświetl widmo jak poprzednio.

# 2. DtFT (1 pkt)

Ustaw *f1=*125 Hz i przyjmij **X1=X** (z poprzedniego ćwiczenia). Następnie zwiększ rozdzielczość częstotliwości poprzez dołączenie *M=*100 zer na końcu sygnału **x** (otrzymujemy sygnał **xz**) oraz wykonaj skalowanie X2=fft(xz)./(N+M) (otrzymujemy **X2**), które jest obliczane według wzoru:

gdzie *k=*0,1,...,*N+M*. Zwróć uwagę, że sygnał **xz** ma teraz długość *N+M* próbek i jest rozszerzony *M* zerami.

Następnie oblicz *X3* stosując wzór na DtFT(*x*):

stosując wartości *f=*0:0.25:1000 Hz. Wyznacz trzy widma:

* **X1** czyli DFT o długości *N*, sygnału próbkowanego częstotliwością *fs* gdzie wektor częstotliwości można wyliczyć jako: fx1=fs\*(0:N-1)/N
* **X2** (DFT z dodaniem zer), wyznacz odpowiedni wektor fx2
* **X3**(DtFT), wyznacz odpowiedni wektor fx3.

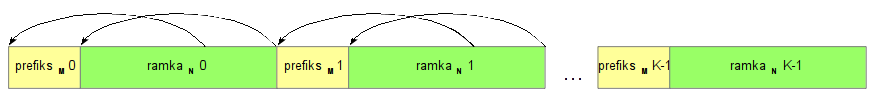
Narysuj wartości bezwzględne tych widm na jednym rysunku za pomocą instrukcji: plot(fx1,X1,'o',fx2,X2,'bx',fx3,X3,'k-'). Następnie oblicz **X3** dla *f=-*2000:0.25:2000 Hz(-2*fs:df:*2*fs*) i ponownie narysuj trzy widma **X1**, **X2**, **X3** na jednym rysunku. Jak widać obliczone widma **X1** i **X2** są (a)symetryczne, a widmo **X3** jest okresowe. Dlatego wystarczy rysować widma tylko dla *f=*0*:df:fs*/2.

# 3. DtFT, rola funkcji okien i liczby próbek (1 pkt)

Dla sygnału z ćwiczenia 1 ustaw *f*=0:0.1:500 (dla DtFT), *N=*100, *f1=*100 Hz i *f2=*125 Hz, *A1=*1 i *A2=*0.0001. Oblicz DtFT i wyświetl widmo. Czy widzisz obie składowe sygnału? Następnie wymnóż próbki sygnału kolejno z oknem prostokątnym, Hamminga, Blackmana, Czebyszewa (tłumienie 100 dB) i Czebyszewa (tłumienie 120 dB), oblicz DtFT i wyświetl moduły pięciu widm na jednym rysunku. Następnie ustaw w ostatnim zadaniu *N=*1000 i powtórz go ale tylko dla różnych wartości tłumienia okna Czebyszewa.

# 4. Analiza częstotliwościowa sygnału ADSL (2 pkt)

Wykonaj analizę częstotliwościową dostarczonego sygnału ADSL. Sygnał zawiera *K=*8 ramek o długości *N=*512 próbek z prefiksem *M=*32 położonych jak na rysunku 4.1.

**Rys. 4.1.** Ramki sygnału ADSL

Każda ramka *N* próbek ma zaalokowanych kilkanaście różnych podkanałów częstotliwościowych czyli dane znajdują się na odpowiednich ,,harmonicznych''. Ramki sygnału rozpoczynają się od początku sygnału, tak więc *m-*ty prefiks rozpoczyna się w próbce *m\**(*N+M*)*+*1.

Zadania:

* wykonać *N*-punktowe DFT (FFT) każdej ramki (po usunięciu prefiksu)
* wyznaczyć, które harmoniczne były w niej używane.

Sygnał do analizy znajduje się w pliku lab\_03.mat. Użyj sygnału ze wektora o nazwie x\_?? gdzie ?? jest liczbą otrzymaną jako rezultat wykonania: mod(*twoj\_numer\_indeksu*, 16)+1.

# 5. Analiza rzeczywistego sygnału DAB (opcjonalnie, +1 pkt)

W rzeczywistym sygnale DAB w przerwie zerowej (*Null Symbol*) może być przesyłana dodatkowa informacja. Jest to suma prostych sygnałów sinusoidalnych. W laboratorium 01 napisałeś program do detekcji próbek, należących do sygnału *Null Symbol*. Teraz dodaj do niego wywoływanie funkcji fft(...) na próbkach „zerowych”, wyskaluj otrzymane widma częstotliwościowe i je wyświetl. Częstotliwość próbkowania *fs=*2.048 MHz.

Wykorzystując spostrzeżenia z zadania 5 z Lab02, wyznacz jakie według ciebie sekwencje bitów były przesyłane w sygnałach DAB, analizowanych w zadaniu 4 Lab1. Narysuj na jednym rysunku „konstelację obrotów” wykonywanych na jednej częstotliwości nośnej, czyli wszystkie obroty, które wykonano na wybranej częstotliwości w jednej ramce DAB (rysunek: Imag() w funkcji Real() kolejnych zespolonych liczb obracających, dla 76 bloków danych; bez linii łączących kolejne wartości kątów obrotu „o” oraz z tymi liniami). Narysuj na jednym rysunku zmienność wartości kąta obrotu dla wszystkich częstotliwości (w poziomie – numer obrotu, w pionie – jego wartość w stopniach; zaznacz wartości kąta symbolem „o”, nie łącz początkowo tych symboli liniami, potem je połącz – otrzymasz wiele linii na jednym rysunku, każda dla innej częstotliwości - czyli tzw. wykres oczkowy)

1. Konwencja zapisu transformaty Fouriera jest taka, że jej wynik (wektor **X**) jest zapisywany dużą literą, natomiast wektor wejściowy **x** jest pisany małą literą. Jest to trochę mylące, poniważ **X** sugeruje macierz, a w tym kontekście jest wektorem o rozmiarze takim samym jak **x**. [↑](#footnote-ref-0)