

MOO i EMO

Inteligentne Systemy Wspomagania Decyzji

Optymalizacja wielokryterialna

- Problem optymalizacji jest opisany przez więcej niż jedno kryterium
- Optymalizowane kryteria są często w pewnym stopniu sprzeczne.

$$\min \text{ lub } \max f_1(x)$$

$$\min \text{ lub } \max f_2(x)$$

...

$$\min \text{ lub } \max f_m(x)$$

przy ograniczeniach $x \in \mathcal{X}$

- Celem optymalizacji wielokryterialnej jest konstrukcja zbioru rozwiązań możliwie najlepiej przybliżających front Pareto.

Metoda sumy ważonej

$$\min_x \sum_{i=1}^m w_i \cdot f_i(x)$$

przy ograniczeniach $x \in \mathcal{X}$

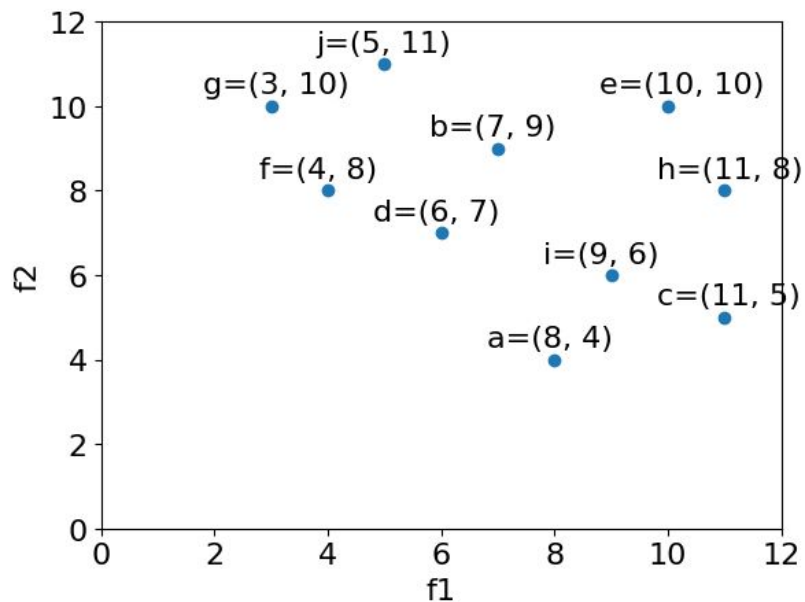
$$\sum_{i=1}^m w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Uwaga:

Powyższe sformułowanie jest poprawne wyłącznie, gdy wszystkie funkcje celu są minimalizowane

Metoda sumy ważonej

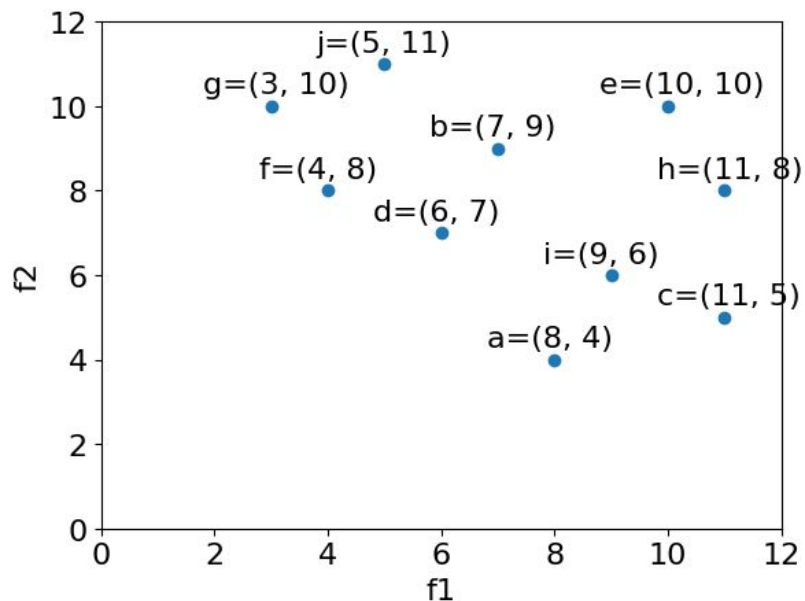


$$w1=(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$$

$$w2=(\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$$

$$w3=(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$$

Metoda sumy ważonej



$w_1=(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) \rightarrow a$

$w_2=(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}) \rightarrow f$

$w_3=(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \rightarrow g$

Metoda ε - ograniczeń

$$\min_x f_i(x)$$

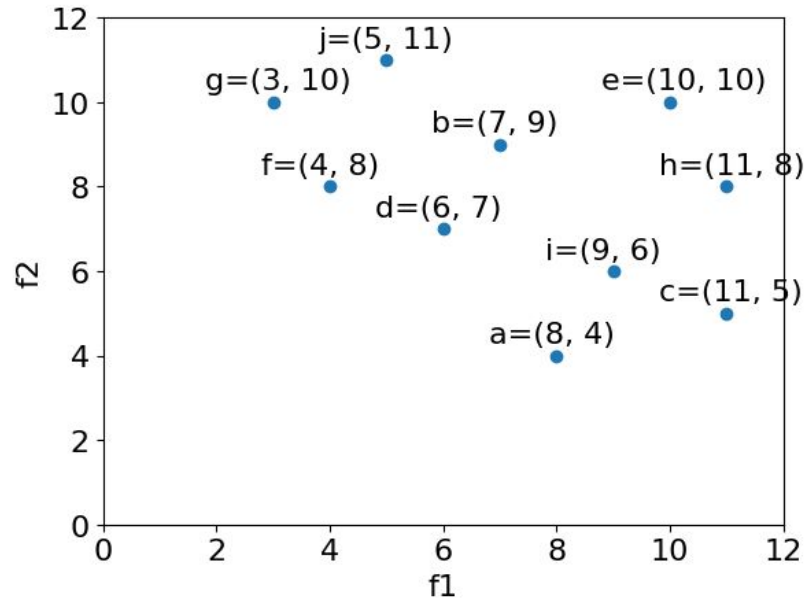
przy ograniczeniach $x \in \mathcal{X}$

$$f_j(x) \leq \epsilon_j \text{ dla } j = 1, \dots, m \text{ i } i \neq j$$

Uwaga:

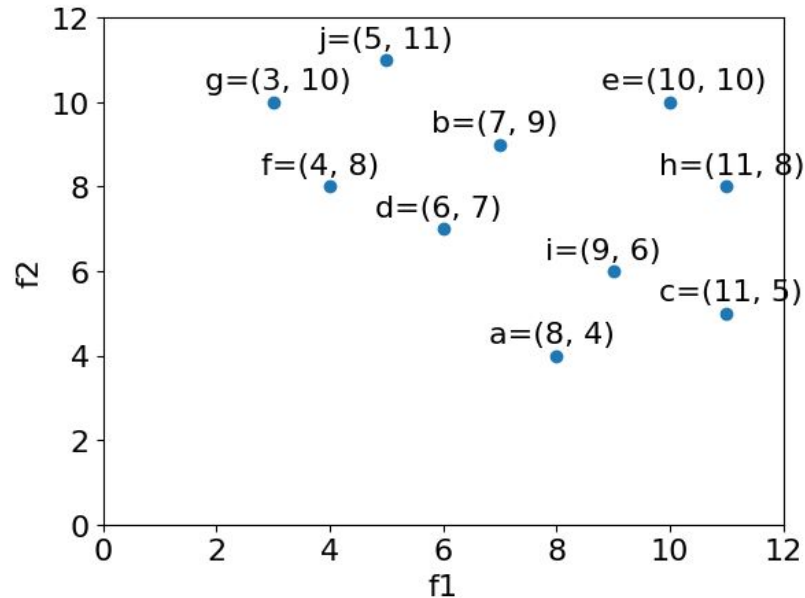
Powyższe sformułowanie jest poprawne wyłącznie, gdy wszystkie funkcje celu są minimalizowane

Metoda ε - ograniczeń



- a) $\min f_1, \varepsilon_2=11$
- b) $\min f_1, \varepsilon_2=7,5$
- c) $\min f_2, \varepsilon_1=7$

Metoda ε - ograniczeń



- a) $\min f_1, \varepsilon_2=11 \rightarrow g$
- b) $\min f_1, \varepsilon_2=7,5 \rightarrow d$
- c) $\min f_2, \varepsilon_1=7 \rightarrow d$

NSGA-II

Kroki algorytmu:

1. Wybór n osobników do populacji początkowej
2. Generowania pokolenia potomnego:
 - a. Wybór rodziców przy pomocy selekcji turniejowej
 - b. Tworzenie n osobników do pokolenia potomnego z wykorzystaniem krzyżowania
 - c. Mutacja osobników z pokolenia potomnego
3. Wybór nowej populacji
 - a. Połącz pokolenie rodziców z pokoleniem potomnym
 - b. Z tak utworzonego zbioru wybierz n najlepszych osobników do kolejnego pokolenia

NSGA-II

Kroki algorytmu:

1. Wybór n osobników do populacji początkowej
2. Generowania pokolenia potomnego:
 - a. **Wybór rodziców przy pomocy selekcji turniejowej**
 - b. Tworzenie n osobników do pokolenia potomnego z wykorzystaniem krzyżowania
 - c. Mutacja osobników z pokolenia potomnego
3. Wybór nowej populacji
 - a. Połącz pokolenie rodziców z pokoleniem potomnym
 - b. **Z tak utworzonego zbioru wybierz n najlepszych osobników do kolejnego pokolenia**

NSGA-II

Algorytm przydziału do frontów niezdominowania:

$i \leftarrow 1$

$P_i \leftarrow$ zbiór wszystkich rozwiązań

while $P_i \neq \emptyset$ **do**

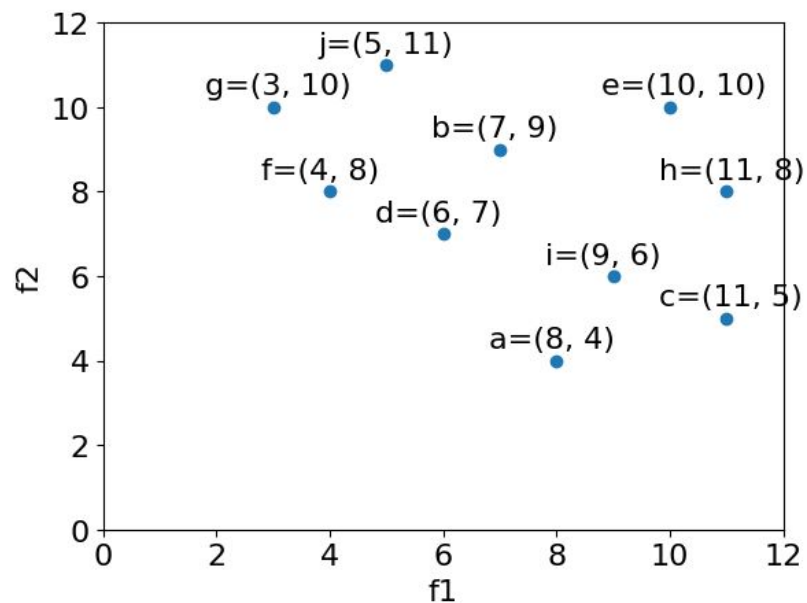
$F_i \leftarrow$ zbiór wariantów niezdominowanych w P_i

$P_{i+1} \leftarrow P_i / F_i$

$i \leftarrow i + 1$

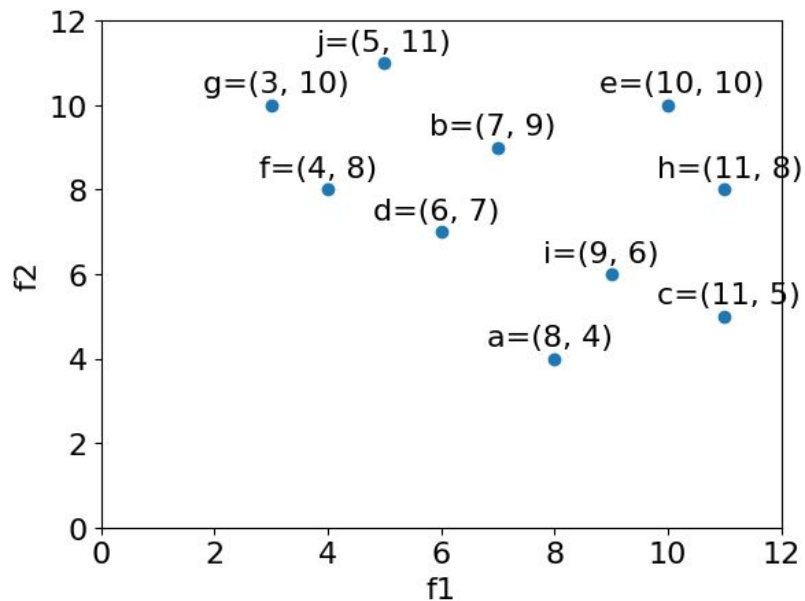
end while

NSGA-II



Wyznacz fronty niezdominowania

NSGA-II



Wyznacz fronty niezdominowania

$$F_1 = \{a, d, f, g\}, F_2 = \{b, c, i, j\}, F_3 = \{e, h\}$$

NSGA-II

Obliczenie wartości odległości zatłoczenia (crowding distance)

$$cd(s) = \sum_{i=1}^m (s_i^+ - s_i^-)$$

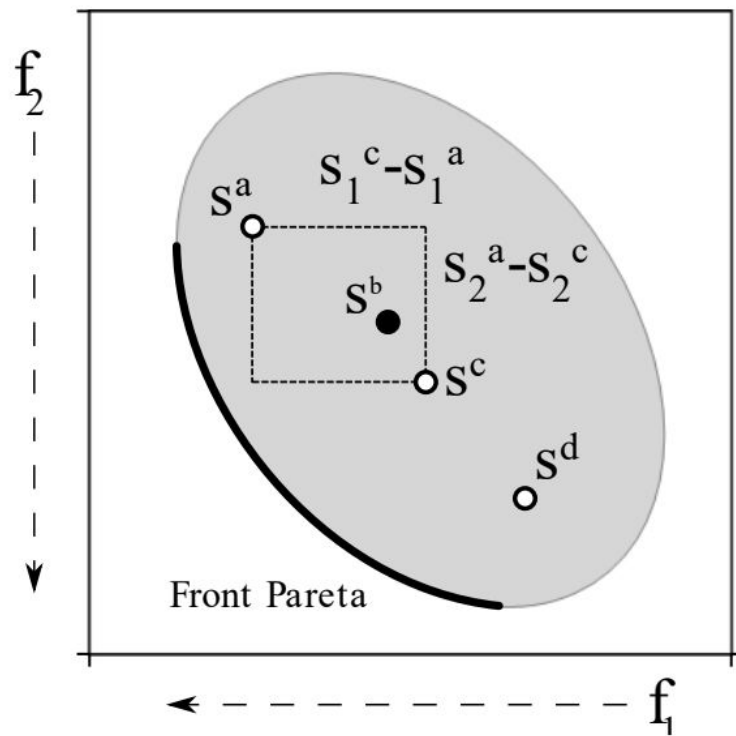
s_i^+ - rozwiązanie o wyższej wartości na i -tym kryterium od s bezpośrednio z nim sąsiadujące

s_i^- - rozwiązanie o niższej wartości na i -tym kryterium od s bezpośrednio z nim sąsiadujące

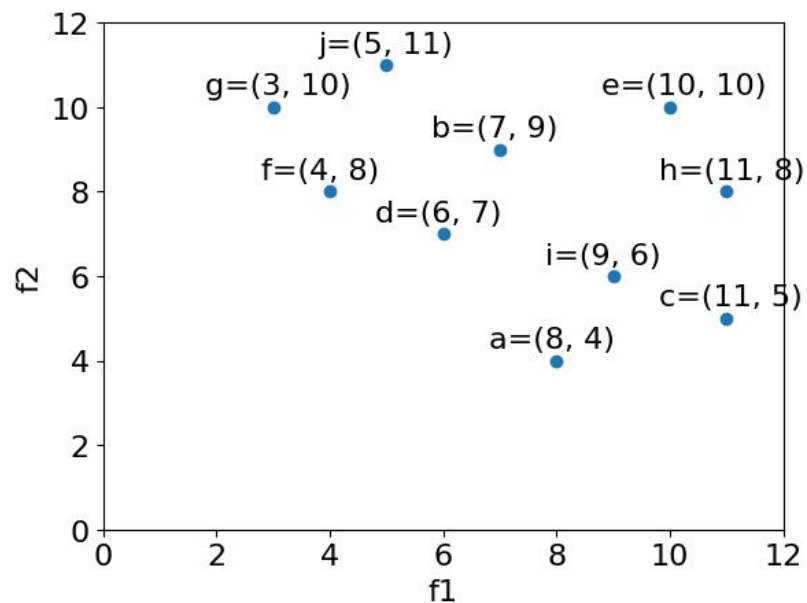
Uwaga:

Przy obliczaniu odległości zatłoczenia uwzględniamy tylko warianty w ramach jednego frontu niezdominowania

NSGA-II

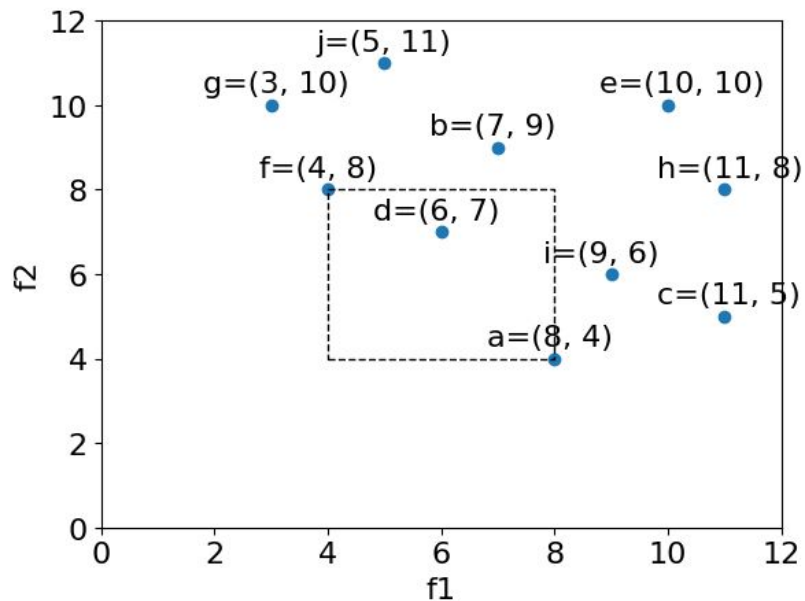


NSGA-II



Oblicz odległość zatłoczenia dla wariantu d

NSGA-II



Oblicz odległość zatłoczenia dla wariantu d

$$cd_1(d) = 4, cd_2(d) = 4, cd(d)=8$$

NSGA-II

Porównywanie osobników między sobą:

$$x_i \succ x_j$$

Wtedy i tylko wtedy, gdy:

- x_i jest na niższym froncie niezdominowania niż x_j
- x_i jest na tym samym froncie niezdominowania, ale ma wyższą odległość zatłoczenia