Lista 5

Maciej Karczewski

Zad 1

Zad. 1 Jednym z ważniejszych zagadnień metod numerycznych jest rozwiązanie układu równań liniowych,

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

ze względu na niewiadome $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Tego typu równania można rozwiązać przy pomocy funkcji `solve` z modułu `scipy.linalg`, np.

```
>>> import numpy as np
>>> a = np.array([[3, 2, 0], [1, -1, 0], [0, 5, 1]])
>>> b = np.array([2, 4, -1])
>>> from scipy import linalg
>>> x = linalg.solve(a, b)
>>> x
array([ 2., -2., 9.])
>>> np.dot(a, x) == b #sprawdzenie!!!
array([ True, True, True], dtype=bool)
```

Przeprowadź analizę eksperymentalną złożoności obliczeniowej funkcji `solve`. Rozmiarem danych wejściowych jest liczba niewiadomych w równaniu.

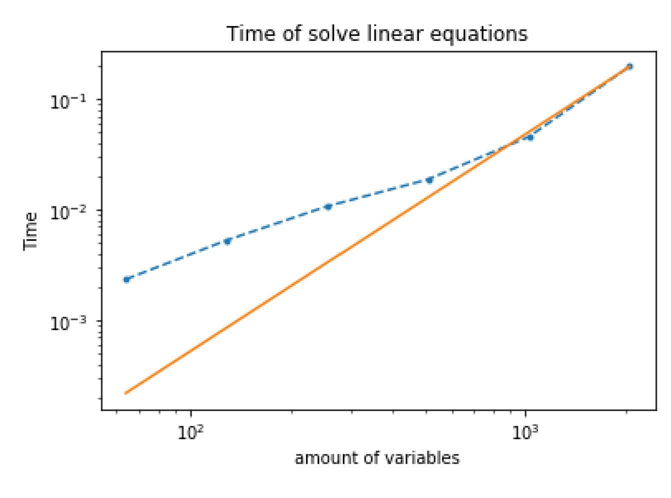
In [ ]:
```python
import numpy as np
from scipy import linalg
import time
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

def time_solve_lineq(n):

    times = []
    for _ in range(100):
        a = np.random.randint(1, 9000, size=(n, n))
        b = np.random.randint(1,9999, size =n)
        try:
            start = time.time()
            linalg.solve(a,b)
            end = time.time()
            times.append(end-start)

        except np.linalg.LinAlgError:
            return time_solve_lineq(n)
    return np.mean(times)


count_of_variables = np.logspace(3,11,9,base=2,dtype=np.int32)
times_of_solves = np.array([time_solve_lineq(x) for x in count_of_variables ])

ratios = np.array([None]*len(times_of_solves))
for i in range(len(times_of_solves) -1):
    ratios[i + 1] = times_of_solves[i+1]/times_of_solves[i]

logs = np.array([None]*len(times_of_solves))
for i in range(1, len(times_of_solves)):
    logs[i] = np.log2(ratios[i])

df = pd.DataFrame()
df['count_of_variables'] = count_of_variables.tolist()
df["times_of_solves"] = times_of_solves.tolist()
df['ratios'] = ratios.tolist()
df['logs'] = logs.tolist()
print(df)
df.to_csv('wyniki_czasu5.csv')
```

Dla arguentów mniejszych równych 2048 złożoność możemy oszacować jako

$$O(n^{1.95})$$

In [35]:
```python
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from scipy.optimize import curve_fit
df = pd.read_csv("wyniki_czasu5.csv")
print(df)
def function(x,a,b):
    return a*x**b
popt, _ =curve_fit(function,df['count_of_variables'][3:], df['times_of_solves'][3:])
plt.plot(df['count_of_variables'][3:], df['times_of_solves'][3:], marker= '.', linestyle='--' )
plt.plot(df['count_of_variables'][3:], popt[0]*np.power(df['count_of_variables'][3:], popt[1]))
plt.ylabel('Time')
plt.title('Time of solve linear equations')
plt.xlabel('amount of variables')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.show()
print(popt[1])
```

	Unnamed: 0	count_of_variables	times_of_solves	ratios	logs
0	0	8	0.000193	NaN	NaN
1	1	16	0.000403	2.084063	1.059399
2	2	32	0.000929	2.305260	1.204930
3	3	64	0.002348	2.526628	1.337213
4	4	128	0.005284	2.250051	1.169958
5	5	256	0.010737	2.031951	1.022866
6	6	512	0.018808	1.751799	0.808837
7	7	1024	0.045603	2.424634	1.277767
8	8	2048	0.196866	4.316947	2.110011

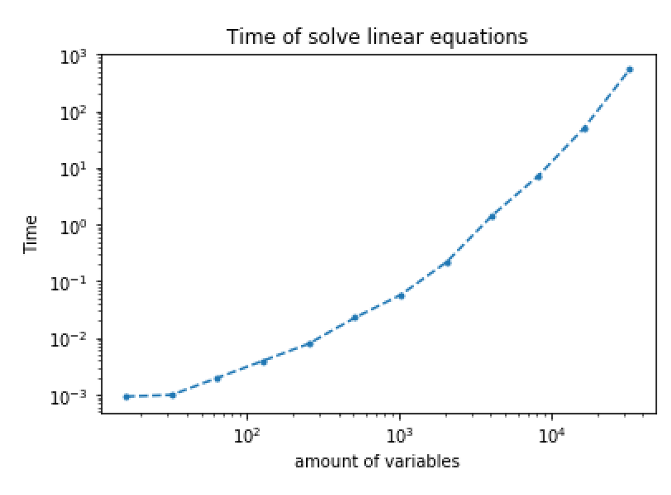


1.9598528906072592

Natopiast dla większy n cięko stwierdzić złożoność

In [42]:
```python
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from scipy.optimize import curve_fit
df = pd.read_csv("wyniki_czasu2.csv")
print(df)

plt.plot(df['count_of_variables'][3:], df['times_of_solves'][3:], marker= '.', linestyle='--' )
plt.ylabel('Time')
plt.title('Time of solve linear equations')
plt.xlabel('amount of variables')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.show()
```

	Unnamed: 0	count_of_variables	times_of_solves	ratios	logs
0	0	2	0.003010	NaN	NaN
1	1	4	0.000000	0.000000	-inf
2	2	8	0.002986	inf	inf
3	3	16	0.000937	0.313957	-1.671360
4	4	32	0.000997	1.063327	0.088585
5	5	64	0.001993	1.999522	0.999655
6	6	128	0.003986	2.000000	1.000000
7	7	256	0.007967	1.998684	0.999051
8	8	512	0.022918	2.876414	1.524271
9	9	1024	0.057811	2.522533	1.334873
10	10	2048	0.218271	3.775603	1.916707
11	11	4096	1.452381	6.654042	2.734231
12	12	8192	7.144153	4.918923	2.298343
13	13	16384	49.755332	6.964483	2.800016
14	14	32768	537.237158	10.797580	3.432636



Zad 2

Napisz program rozwiązujący zagadnienie wieży z Hanoi. Użyj trzech stosów do przechowywania krążków

Problem polega na przeniesieniu krążków z pierwszego palika na drugi korzystając z trzeciego z następującumi zasadami:

- można przenosić tylko jeden krązek na raz
- krążek większy nie może być na mniejszym

Problem można rozwiązać w sposób rekurencyjny:

1. przenieś n - 1 krążków ze słupka A na słupek B przy pomocy C
2. przenieś krążek z A na C
3. przenieś n - 1 krążków z B na C przy pomocy A

In [8]:
```python
class Stack:
    def __init__(self):
        self.items = []

    def isEmpty(self):
        return self.items == []

    def push(self, item):
        self.items.append(item)

    def pop(self):
        return self.items.pop()

    def peek(self):
        return self.items[len(self.items)-1]

    def size(self):
        return len(self.items)

    def __str__(self):
        return str(self.items)


def hanoi_problem(n=4):
    """Fuction solve hanoi problem with using stack and print each steps by printing each stacks
    @pam n:(Int) number of pucks"""
    pole_a = Stack()
    for i in range(n, 0, -1):
        pole_a.push(i)
    pole_b = Stack()
    pole_c = Stack()

    print(str(pole_a) + " " + str(pole_b) + " " + str(pole_c))

    def move_tower(n, start_pole, end_pole, buff_pole):
        if n == 0:
            print(str(pole_a) + " " + str(pole_b) + " " + str(pole_c))
        elif n == 1:
            end_pole.push(start_pole.pop())
            print(str(pole_a) + " " + str(pole_b) + " " + str(pole_c))
        elif n > 1:
            move_tower(n - 1, start_pole, buff_pole, end_pole)
            end_pole.push(start_pole.pop())
            print(str(pole_a) + " " + str(pole_b) + " " + str(pole_c))
            move_tower(n-1, buff_pole, end_pole, start_pole)

    move_tower(n, pole_a, pole_b, pole_c)

hanoi_problem(5)
```

```
[5, 4, 3, 2, 1] [] []
[5, 4, 3, 2] [1] []
[5, 4, 3] [1] [2]
[5, 4, 3] [] [2, 1]
[5, 4] [3] [2, 1]
[5, 4, 1] [3] [2]
[5, 4, 1] [3, 2] []
[5, 4] [3, 2, 1] []
[5] [3, 2, 1] [4]
[5] [3, 2] [4, 1]
[5, 2] [3] [4, 1]
[5, 2, 1] [3] [4]
[5, 2, 1] [] [4, 3]
[5, 2] [1] [4, 3]
[5] [1] [4, 3, 2]
[5] [] [4, 3, 2, 1]
[] [5] [4, 3, 2, 1]
[1] [5] [4, 3, 2]
[1] [5, 2] [4, 3]
[] [5, 2, 1] [4, 3]
[3] [5, 2, 1] [4]
[3] [5, 2] [4, 1]
[3, 2] [5] [4, 1]
[3, 2, 1] [5] [4]
[3, 2, 1] [5, 4] []
[3, 2] [5, 4, 1] []
[3] [5, 4, 1] [2]
[3] [5, 4] [2, 1]
[] [5, 4, 3] [2, 1]
[1] [5, 4, 3] [2]
[1] [5, 4, 3, 2] []
[] [5, 4, 3, 2, 1] []
```

Zad 3

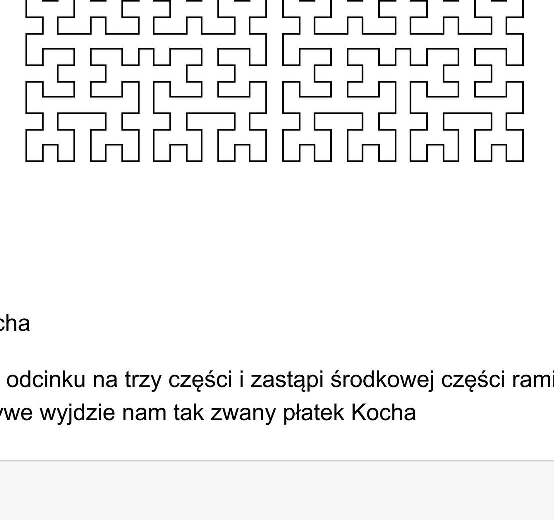
Korzystając z modułu turtle, napisz program, który narysuje krzywą Hilberta

Krzywa Hilberta to krzywa która dąży do całkowitego zapepełninia kwadratu a powstaje ona poprzez algorytm rekurencyjny:

1. narysuj krzywą Hilberta stopnia n - 1
2. następnie narysuj krzywą Hilberta stopnia n - 1 obróconą o kąt prosty w lewo
3. następnie narysuj krzywą Hilberta stopnia n - 1 obróconą o kąt prosty w lewo

gdzie krzywa Hilberta stopnia 0 to odcinek

In [7]:
```python
import  turtle
def hilbert_line(level = 4,angle =90, size =300 , speed = 5):


    def draw_hilbert_line(level, angle, step):
        if level == 0:
            return
        turtle.right(angle)
        draw_hilbert_line(level - 1, -angle, step)

        turtle.forward(step)
        turtle.left(angle)
        draw_hilbert_line(level - 1, angle, step)

        turtle.forward(step)
        draw_hilbert_line(level - 1, angle, step)

        turtle.left(angle)
        turtle.forward(step)
        draw_hilbert_line(level - 1, -angle, step)
        turtle.right(angle)

    turtle.penup()
    turtle.speed(speed)
    turtle.goto(-size/2, size/2)
    turtle.pendown()
    draw_hilbert_line(level , angle, size/(2**level -1))
    turtle.done()



hilbert_line(level= 5, speed=5000)
```

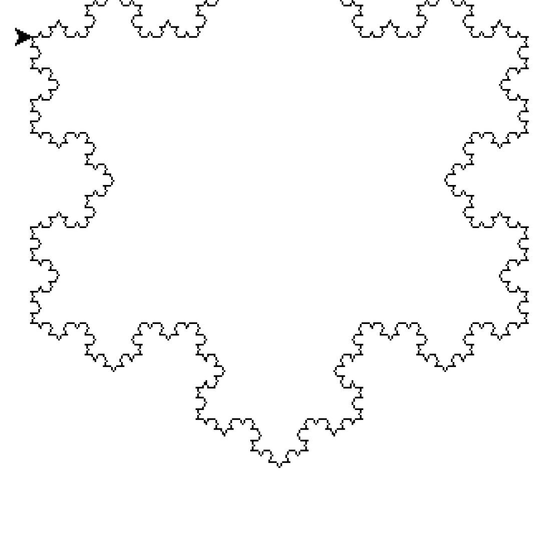


Zad 4

Napisz program, który narysuje krzywą Kocha

Algorytm krzywej Kocha polega na dzieleiu odcinku na trzy części i zastąpi środkowej części ramionami trójkąta równobocznego o długości 1/3 odcinka . Gdy połączymy trzy takie krzywe wyjdzie nam tak zwany płatek Kocha

In [ ]:
```python
import turtle

def snowflake(length = 300 , level = 3, speed=5):
    def draw_koch_line(length,level):
        if level == 0:
            turtle.forward(length)
            return
        length /= 3
        draw_koch_line(length, level -1)
        turtle.left(60)
        draw_koch_line(length, level -1)
        turtle.right(120)
        draw_koch_line(length, level -1)
        turtle.left(60)
        draw_koch_line(length, level -1)

    turtle.penup()
    turtle.speed(speed)
    turtle.goto(-length/2,length/2)
    turtle.pendown()
    for _ in range(3):
        draw_koch_line(length,level)
        turtle.right(120)
    turtle.done()

snowflake(speed=1000, level= 4)
```



Kod

https://github.com/maciejkar/lista5

In [ ]: