

## Zaawansowana Ekonometria II - model III

Autorzy	Bartłomiej Kuźma, Maciej Odziemczyk
Który temat	Modele przełącznikowe Markowa

### Informacje o artykule będącym inspiracją dla modelu

Tytuł	A Three-State Markov-Modulated Switching Model for Exchange Rates
Autor	Idowu Oluwasayo Ayodeji
Miejsce publikacji	Journal of Applied Mathematics
Rok	2016
Zakres stron	1-9
Tematyka, problemy i cele badawcze	Artykuł porusza tematykę reżimów kursów walutowych. Analiza obejmuje zarówno kursy płynne, w których można wyodrębnić stany aprecjacji i deprecjacji oraz kursy mieszane, w których wyróżnia się dodatkowo stan lekkiej aprecjacji. Celem artykułu jest rozpoznanie odpowiednich właściwości kursów, w których skład poza liczbą reżimów wchodzi również określenie symetrii wahań (long swings, asymmetric swings oraz random walk). Przeanalizowane zostały również estymacje prawdopodobieństw przebywania w danym reżimie.
Główne wnioski	Potwierdzono hipotezę o występowaniu przynajmniej trzech stanów dla kursów mieszanych (nigeryjska naira) oraz tylko dwóch w przypadku płynnych (funt, jen, euro). Wahania długookresowe przypisano do euro i funta, asymetryczne do jena i nairy nigeryjskiej. Hipoteza o błędzeniu przypadkowym nie została przyjęta w żadnym wypadku.
Metodyka badawcza	Dla każdej waluty oszacowano model przełącznikowy Markowa z międzystanowym rozróżnieniem stałej i odchylenia standardowego, w niektórych przypadkach dodano stały komponent autoregresyjny. Wybór modelu odbył się na podstawie kryteriów informacyjnych oraz wartości funkcji wiarygodności. Modele diagnozowano również za pomocą testu Ljunga-Boxa dla reszt i ich kwadratów, ponadto skorzystano m.in. z testu Walda w celu weryfikacji formalnej wahań kursów.
Dane	W badaniu wykorzystano średnie miesięczne kursy walutowe nigeryjskiej nairy, euro, funta brytyjskiego oraz jena, wszystkie wyrażone w dolarach amerykańskich. Zakres obserwacji to styczeń 2004 - maj 2016. Źródłem danych jest strona fxtop.com, pobierająca informację nt. kursów z odpowiednich banków centralnych.
Dlaczego wybrano ten artykuł	Zrozumienie zachowań kursów walutowych jest fundamentalne z makroekonomicznego punktu widzenia, zawarta jest tam bowiem informacja na temat kondycji danej gospodarki i jej bilansu płatniczego. Modele przełącznikowe Markowa dają możliwość estymacji stanów, w których owy kurs się znajduje, co może bardzo ułatwić procesy decyzyjne zarówno banków centralnych, jak i osób zainteresowanych rynkami międzynarodowymi.

## Podstawowe informacje o minimodelu

Tytuł minimodelu	Modelowanie wahań kursów walutowych - przełącznikowe modele Markowa.
Tematyka, problemy i cele badawcze	Kwestia zrozumienia wahań kursów walutowych jest kluczowa w wymiarze wymian międzynarodowych i kondycji gospodarki. W przypadku krajów gdzie kursy walutowe zmieniają się w sposób płynny zwykle wyróżnia się dwa stany (rozumiane jak w modelu przełącznikowym Markowa), jednak możliwym jest, że w przypadku krajów, gdzie reżim walutowy można określić jako mieszany czy też z ograniczoną płynnością, można wyodrębnić jeszcze trzeci stan, co zostało zbadane w niniejszej pracy. Ponadto w toku analiz zauważono możliwość kointegracji dwóch z analizowanych walut, co zdecydowano się przetestować.
Metodyka badawcza	W celu zbadania kointegracji przeprowadzono dwustopniową procedurę Engla-Grangera. Profil wahań kursów walutowych określono za pomocą przełącznikowych modeli Markowa, zakładających 2 i 3 stany w wersji z samą stałą lub ze stałą i komponentem AR(1). Poza stałą przełączano również wariancję. Najbardziej odpowiedni model dla każdego z kursów został wybrany na podstawie kryteriów informacyjnych i wartości funkcji log-wiarygodności (w przypadku niejednoznacznych wyników kierowano się wartościami kryterium HQIC - środka pomiędzy AIC i BIC).
Dane	Dane wykorzystane w badaniu, pochodzą (podobnie jak w referencyjnym artykule) ze strony fxtop.com. Analiza objęła miesięczne średnie kursy wymiany walut kwotowanych w USD. Ostatecznie analiza objęła takie waluty jak dolar nowozelandzki (NZD), dolar australijski (AUD), euro (EUR), frank szwajcarski (CHF), dolar hong kongski (HKD), gambijskie dalasi (GMD) czy rupia lankijska (LKR) w okresie 01.2000 - 12.2020. Ze względu na problemy obliczeniowe z analizy wykluczono takie waluty jak polski złoty (PLN), frank rwandyjski (RWD) czy taka bangladeska (BDT). Zawężono również horyzont czasowy, który początkowo obejmował również lata 90 XX wieku.
Główne wnioski	Nie udało się obronić hipotezy o występowaniu dwóch stanów w przypadku kursów płynnych i przynajmniej trzech w przypadku mieszanych. Finałnie błędnie przypadek nie przypisano żadnemu z analizowanych kursów. Wahaniami długookresowymi charakteryzowały się AUD, EUR, GMD i HKD, a asymetrycznymi jedynie CHF. Do NZD i LKR nie udało się przyporządkować zaproponowanych w artykule referencyjnym profili. Przypuszczenie o kointegracji AUD i NZD okazało się błędne, ponadto test statystyczny wykazał równość oszacowań stałych w dwóch wyodrębnionych w NZD stanach (zatem różniła je tylko wariancja). Do uzyskanych wyników należy jednak podchodzić z dużą ostrożnością, bowiem oszacowania często nie były istotne statystycznie, a problemy obliczeniowe uniemożliwiły przeprowadzenie analizy w jej początkowym zakresie.

## 1 Wstęp

Niniejsze badanie ma na celu rozróżnienie stanów dla konkretnych płynnych i mieszanych kursów walutowych w zakresie charakteru ich wahań - trzy możliwości (zgodnie z artykułem referencyjnym [1]): wahania długookresowe (*long swings*), asymetryczne (*asymmetric swings*) oraz błędzenie przypadkowe (*random walk*). Hipotezą jaką w świetle wyników artykułu referencyjnego można postawić w niniejszej pracy jest występowanie dwóch stanów dla płynnych kursów walutowych i przynajmniej trzech dla mieszanych (okresy polityki płynnej przeplatające się ze stałym kursem). Przeprowadzona analiza może być szczególnie interesująca dla podmiotów uczestniczących w rynkach międzynarodowych, pozwala ona bowiem, w swoich założeniach, zrozumieć kształtujące się warunki wymian walut oraz na dobór odpowiedniej z nich w celu zabezpieczenia lub powiększenia majątku.

## 2 Dane i ich analiza

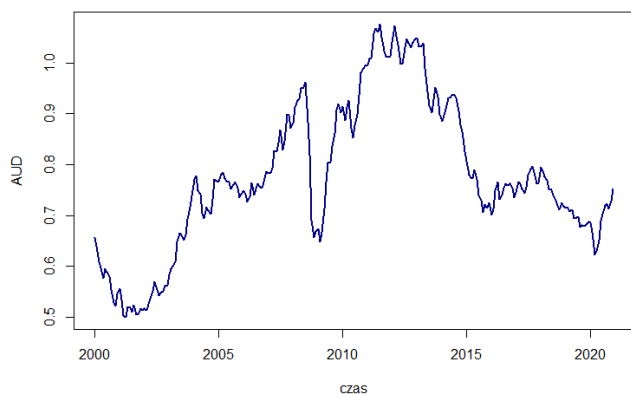
Wykorzystane w projekcie dane, podobnie jak w artykule referencyjnym, pochodzą ze strony <https://fxtop.com/>, która jest zbiorczą bazą kursów walutowych notowanych przez odpowiednie banki centralne (w niniejszym badaniu podobnie jak w pierwowzorze analizowano dane miesięczne).

Modele bazujące na szeregach czasowych często wykazują wrażliwość na długość analizowanego okna, uznano zatem, że wydłużenie horyzontu czasowego (styczeń 2004 - maj 2016, artykuł bazowy; styczeń/luty 1990 - grudzień 2020, niniejsze badanie) może uatrakcyjnić analizę, uwzględniono by w ten sposób szoki wywołane pandemią COVID-19 na świecie, kryzys gospodarczy 2007-2009 jak i intensywny rozwój globalnej gospodarki w latach 90 XX wieku.

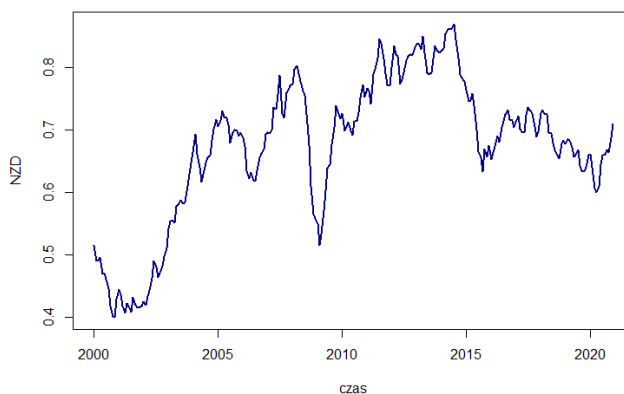
Niestety tak rozległy horyzont czasowy negatywnie wpłynął na wyniki w sensie jakościowym tj. wiele modeli nie mogło w ogóle zostać obliczonych, ponadto oszacowania parametrów z reguły nie były istotne, równie wątpliwa była ich jakość. Jak się okazało wiele z analizowanych kursów walutowych kompletnie zmieniło swój profil na przełomie lat 2000 co spowodowało bardzo duży szum w danych i jak się okazało niemożność wyciągnięcia jakichkolwiek interesujących wniosków. Na dużo bardziej wartościową analizę pozwoliło natomiast przyjęcie ram czasowych 2000-2020 i taki też horyzont zastosowano w niniejszym badaniu. Początkowo planowano przeprowadzić analizę dla 5 kursów płynnych (dolar nowozelandzki (NZD), dolar australijski (AUD), euro (EUR), frank szwajcarski (CHF), polski złoty (PLN)) i 5 kursów mieszanych o różnych reżimach (dolar hong kongski (HKD), gambijskie dalasi (GMD), frank rwandyjski (RWD), rupia lankijska (LKR), taka bangladeska (BDT)), wszystkie kwotowane w dolarach amerykańskich (USD), co ma szczególnie znaczenie w przypadku dolara hong kongskiego (system powiązanych kursów walutowych). Niestety w związku z problemami związanymi z optymalizacją funkcji wiarygodności wymaganych modeli analiza została okrojona do czterech kursów płynnych (NZD, AUD, EUR, CHF) oraz 3 kursów mieszanych (HKD, GMD, LKR), szczegóły nieudanych prób znajdują się w załączniku.

Rysunek 1: Wykresy kursów walutowych w czasie.

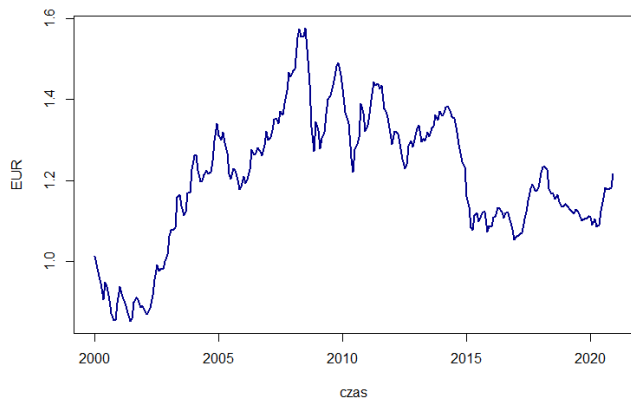
(a) dolar australijski



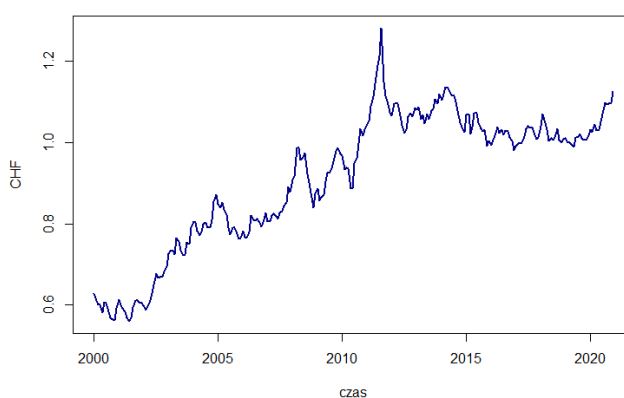
(b) dolar nowozelandzki



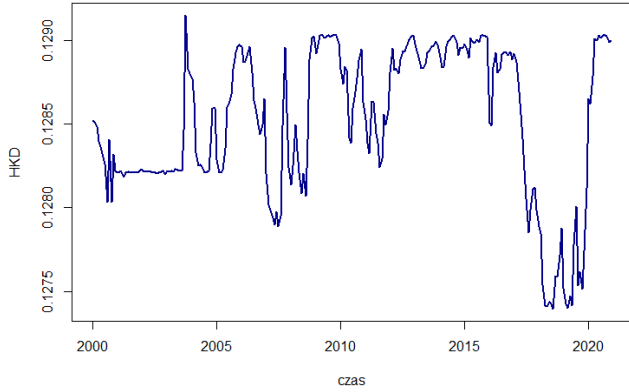
(c) euro



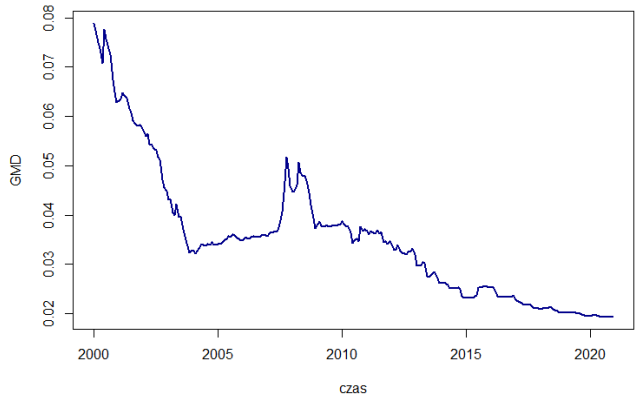
(d) frank szwajcarski



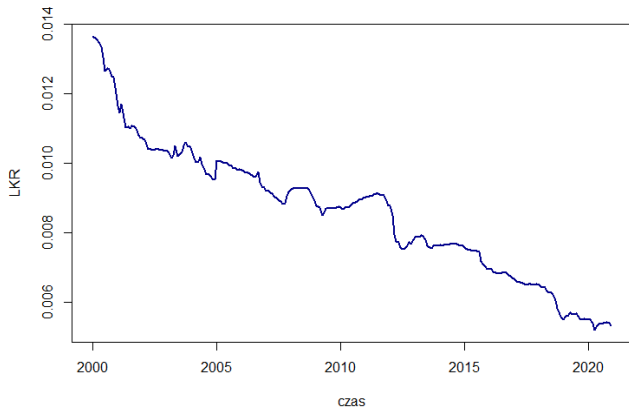
(e) dolar hong kongski



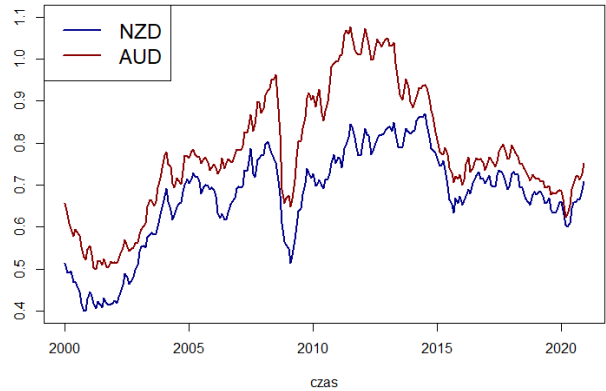
(f) dalasi gambijskie



(g) rupia lankijska



(h) dolar australijski vs nowozelandzki



Źródło: Opracowanie własne.

Zaprezentowane wykresy pomagają nabrać orientacji w liczbie występujących stanów i tak a-d to bez wątpienia płynne kursy walutowe, w których rozróżniamy stany aprecjacji (wzrostu wartości waluty bazowej względem kwotowanej) oraz deprecjacji (spadek). Na wykresach e-g (czyli kursach uznawanych w jakimś sensie za mieszane) możemy zauważyć wyodrębnianie się trzeciego stanu - dłuższej stałości, najbardziej jest to widoczne w przypadku dolara hong kongskiego (system walutowy powiązany z USD w sensie rezerw banków centralnych), a najmniej w przypadku rupii lankijskiej. Ciekawym przypadkiem jest natomiast zmienność dolara nowozelandzkiego i australijskiego, wykres h prezentuje obie te serie, a ich przebieg sugeruje długookresową zależność. Kointegracja obydwu wspomnianych walut nie wydaje się czymś abstrakcyjnym biorąc pod uwagę ich położenie geograficzne.

W celu potwierdzenia hipotezy o skointegrowaniu dolara australijskiego z nowozelandzkim zdecydowano się na przeprowadzenie dwustopniowej procedury Engla-Grangera [2], która jest odpowiednia dla szeregów jednowymiarowych.

Tablica 1: Wyniki testów ADF

	lags	ADF	Breusch-Godfrey
AUD	0	-1.32	37.9890***
	1	-1.98	0.4691**
	2	-1.79	0.0045
NZD	0	-1.62	24.4761***
	1	-1.98	0.0002
$\Delta$ AUD	0	-10.48***	0.5743
$\Delta$ NZD	0	-11.44***	0.0085

\*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.01$

Źródło: Opracowanie własne.

Dla AUD poprawną wersją testu ADF jest wersja z 2 opóźnień (przyjęta  $H_0$  o braku autokorelacji w teście Breuscha-Godfrey), nie daje on jednak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności. W przypadku NZD poprawna liczba rozszerzeń testu ADF to 1, podobnie jak w przypadku AUD przyjęta została hipoteza zerowa. Wartość  $p$  testu ADF mniejsza od 0.01 w przypadku pierwszych różnic zarówno AUD jak i NZD pozwala wnioskować o stacjonarności co oznacza, że AUD i NZD są zintegrowane w stopniu pierwszym  $I(1)$ . W tabeli poniżej znajduje się oszacowanie regresji  $AUD \sim NZD$ .

Tablica 2: Oszacowanie potencjalnego wektora kointegrującego AUD z NZD

	AUD
NZD	1.146*** (0.033)
Constant	0.006 (0.022)
Observations	252
$R^2$	0.830
Adjusted $R^2$	0.830
Residual Std. Error	0.060 (df = 250)
F Statistic	1,223.198*** (df = 1; 250)

\*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.01$

Test ADF dla reszt z powyższego modelu wymagał jednego rozszerzenia (wówczas statystyka testu BG: 0.0343,  $p$  value: 0.8530), nie pozwolił on jednak na odrzucenie hipotezy zerowej (statystyka -2.28,  $p$  value  $> 0.1$ ), należy zatem wyciągnąć wniosek o braku kointegracji AUD i NZD.

W związku z niestacjonarnością kursów walutowych (przykłady przeprowadzonych testów ADF dla AUD i NZD w Tabeli 1.) zdecydowano się na modelowanie logarytmów pierwszych różnic, jest to podejście szeroko stosowane w literaturze, w tym również w badaniu referencyjnym. Zmienną objaśnianą uzyskano zatem przy zastosowaniu poniższego wzoru:

$$r_t = 100 \ln \left( \frac{e_t}{e_{t-1}} \right)$$

gdzie  $r_t$  to stopa wzrostu, a  $e_t$  i  $e_{t-1}$  to wartości kursów walutowych w czasie ( $t$ ). Mnożnik 100 pomógł rozwiązać problemy numeryczne podczas optymalizacji funkcji wiarygodności.

### 3 Metodologia

Dla każdego badanego kursu oszacowane zostały modele Markowa o 4 różnych specyfikacjach. W związku z występowaniem problemów z optymalizacją funkcji wiarygodności wszystkie wymagane specyfikacje modeli zostały oszacowane jedynie dla 7 kursów walutowych (płynne: NZD, AUD, EUR, CHF, "mieszane": HKD, GMD i LKR). Wersje wybrane do porównania to 2 i 3 stanowe dynamiczne modele Markowa oraz 2 i 3 stanowe modele Markowa z dodatkowym opóźnieniem AR(1).

Wybór modelu dla danego kursu został dokonany na podstawie wartości kryteriów informacyjnych oraz wartości funkcji log-wiarygodności w maksimum. W sytuacjach niejednoznacznych (różne werdykty w zależności od kryterium) zdecydowano się na wybór modelu na podstawie kryterium HQIC (środek pomiędzy AIC i BIC). Takie założenia pozwalają przyjąć, że dla kolejnych kursów najbardziej odpowiednie są modele:

- NZD - 2 stany, model AR(1),
- AUD - 2 stany, model AR(1),
- EUR - 2 stany, model AR(1),
- CHF - 2 stany, model AR(1),
- HKD - 3 stany, model AR(1),
- GMD - 2 stany, model AR(1),
- LKR - 3 stany, model dynamiczny.

Szczegółowe wyniki zostały przedstawione w Tabeli 3. Warto podkreślić nieintuicyjny wybór dla kursu GMD, gdzie najodpowiedniejszym modelem okazał się być ten, zakładający istnienie dwóch stanów, zamiast zakładanego *a priori* modelu trzy-stanowego. Ponadto, wszystkie modele, za wyjątkiem LKR, faworyzowały modele z komponentem autoregresyjnym AR(1). Modele zostały również zdiagnozowane za pomocą testu Ljunga-Boxa.

Analizie poddano oszacowania charakterystyk rozkładów w ramach danej waluty ( $\mu$  oraz  $\sigma$ ) dzięki czemu możliwa była klasyfikacja wahań, przyjęto podział zaprezentowany w referencyjnym artykule ( $k$  - liczba stanów):

1. Dla  $k = 2$ :

- $\mu_i < 0, \quad \mu_j > 0 \quad \wedge \quad (P(s_t = i|s_{t-1} = i), P(s_t = j|s_{t-1} = j))$  duże  $\Rightarrow$  long-swing,
- $\mu_i < 0, \quad |\mu_i|$  małe,  $P(s_t = i|s_{t-1} = i)$  duże  $\quad \wedge \quad \mu_j > 0, \quad |\mu_j|$  duże,  $P(s_t = j|s_{t-1} = j)$  małe  $\Rightarrow$  asymmetric-swing,
- $(s_t = i|s_{t-1} = i) = 1 - P(s_t = j|s_{t-1} = j) \Rightarrow$  random walk dla  $i \neq j \quad \wedge \quad i, j \in \{1, 2\}$ .

2. dla  $k = 3$ :

- $\mu_i < 0, \quad (\mu_j, \mu_k) > 0 \quad \wedge \quad (P(s_t = i|s_{t-1} = i), P(s_t = j|s_{t-1} = j), P(s_t = k|s_{t-1} = k))$  duże  $\Rightarrow$  long-swing,
- $\mu_i < 0, \quad |\mu_i|$  małe,  $P(s_t = i|s_{t-1} = i)$  duże  $\quad \wedge \quad (\mu_j, \mu_k) > 0, \quad (|\mu_j|, |\mu_k|)$  duże,  $(P(s_t = j|s_{t-1} = j), P(s_t = k|s_{t-1} = k))$  małe  $\Rightarrow$  asymmetric-swing,
- $P(s_t = i|s_{t-1} = i) + P(s_t = j|s_{t-1} = j) + P(s_t = k|s_{t-1} = k) = 1$  dla  $i \neq j \neq k \quad \wedge \quad i, j, k \in \{1, 2, 3\}$ .

Przeprowadzono również krótką analizę długości trwania konkretnych stanów, a w załączniku zamieszczono wykresy wygładzonych prawdopodobieństw.

Tablica 3: Porównanie modeli

Waluta	specyfikacja	Log-likelihood	AIC	HQIC	BIC
NZD	$k = 2$	-590.77	4.7363	4.7701	4.8203
	<b><math>k = 2 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>-564.92</b>	<b>4.5571</b>	<b>4.5967</b>	<b>4.6554</b>
	$k = 3$	-569.96	4.6187	4.6863	4.7868
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-562.39	4.5848	4.6582	4.7673
AUD	$k = 2$	-590.13	4.7312	4.7650	4.8152
	<b><math>k = 2 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>-578.33</b>	<b>4.6640</b>	<b>4.7036</b>	<b>4.7623</b>
	$k = 3$	-585.93	4.7456	4.8132	4.9137
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-577.50	4.7052	4.7787	4.8878
EUR	$k = 2$	-583.38	4.6776	4.7114	4.7616
	<b><math>k = 2 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>-573.66</b>	<b>4.6267</b>	<b>4.6663</b>	<b>4.7251</b>
	$k = 3$	-576.07	4.6672	4.7348	4.8353
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-564.40	4.6008	4.6742	4.7834
CHF	$k = 2$	-604.58	4.8458	4.8797	4.9299
	<b><math>k = 2 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>-595.62</b>	<b>4.8017</b>	<b>4.8413</b>	<b>4.9000</b>
	$k = 3$	-597.41	4.8366	4.9042	5.0046
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-588.75	4.7948	4.8683	4.9774
HKD	$k = 2$	142.18	-1.0888	-1.0550	-1.0047
	$k = 2 \text{ ar}(1)$	144.32	-1.0942	-1.0546	-0.9959
	$k = 3$	171.69	-1.2674	-1.1998	-1.0993
	<b><math>k = 3 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>173.57</b>	<b>-1.2794</b>	<b>-1.2059</b>	<b>-1.0968</b>
GMD	$k = 2$	-628.58	5.0363	5.0701	5.1204
	<b><math>k = 2 \text{ ar}(1)</math></b>	<b>-620.92</b>	<b>5.0033</b>	<b>5.0429</b>	<b>5.1016</b>
	$k = 3$	-617.37	4.9950	5.0626	5.1630
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-613.28	4.9903	5.0637	5.1729
LKR	$k = 2$	-313.77	2.5378	2.5717	2.6219
	$k = 2 \text{ ar}(1)$	-312.01	2.5419	2.5815	2.6402
	<b><math>k = 3</math></b>	<b>-296.06</b>	<b>2.4449</b>	<b>2.5125</b>	<b>2.6130</b>
	$k = 3 \text{ ar}(1)$	-295.86	2.4610	2.5345	2.6436

Źródło: Opracowanie własne.

## 4 Wyniki

Tablica 4: Wyniki oszacowań

	NZD	AUD	EUR	CHF	HKD	GMD	LKR
$\mu_1$	0.0627 (0.3442)	-7.4119 (4.6418)	-0.8019 (0.9599)	-1.8481*** (0.4466)	-0.0169 (0.0129)	0.0219 (0.1896)	-0.6759*** (0.0832)
$\mu_2$	0.1001 (0.2350)	0.2476 (0.2055)	0.2892 (0.2870)	0.4628 (0.2957)	0.0001 (0.0012)	-1.4551* (0.7719)	-0.0450 (0.0411)
$\mu_3$	- -	- -	- -	- -	0.0292 (0.0426)	- -	-0.3305 (0.4009)
$\sigma_1$	2.9312*** (0.1651)	5.8229*** (2.3206)	3.1368*** (0.5673)	0.9582 (0.3835)	0.1001*** (0.0252)	1.6618*** (0.1518)	0.7727** (0.0833)
$\sigma_2$	1.4115*** (0.1120)	2.3163*** (0.1076)	2.0823*** (0.1806)	2.6692*** (0.1368)	0.0076*** (0.0009)	5.3736*** (0.5486)	0.03272*** (0.0302)
$\sigma_3$	- -	- -	- -	- -	0.3185*** (0.0439)	- -	2.0165*** (0.3367)
AR(1)	0.326*** (0.0609)	0.280*** (0.0613)	0.318*** (0.0630)	0.229*** (0.0633)	0.00499 (0.0797)	0.199** (0.0644)	- -
$P(s_t = 1 s_{t-1} = 1)$	0.9961*** (0.0046)	0.6927 (0.2655)	0.8663* (0.1211)	0.4185 (0.2194)	0.8399** (0.0735)	0.9104*** (0.1316)	0.9230*** (0.0361)
$P(s_t = 2 s_{t-1} = 1)$	0.0053*** (0.0070)	0.0055*** (0.0059)	0.0431*** (0.0365)	0.0820** (0.0619)	0.0387 (0.0429)	0.1711 (0.0705)	0.0592 (0.0536)
$P(s_t = 1 s_{t-1} = 2)$	0.0039*** (0.0046)	0.3073 (0.2655)	0.1337* (0.1211)	0.5815 (0.2194)	0.0203** (0.0159)	0.0896*** (0.1316)	0.0217 (0.0206)
$P(s_t = 2 s_{t-1} = 2)$	0.9947*** (0.0070)	0.9945*** (0.0059)	0.9569*** (0.0365)	0.9180** (0.0619)	0.9303** (0.0462)	0.8289 (0.0705)	0.9239* (0.0354)
$P(s_t = 3 s_{t-1} = 1)$	- -	- -	- -	- -	0.2206** (0.0875)	- -	0.1018** (0.0986)
$P(s_t = 3 s_{t-1} = 2)$	- -	- -	- -	- -	1.13e-07 (0.0001)	- -	0.1379** (0.0941)
Ljung-Box ( <i>p-value</i> )	0.6195	0.5606	0.5747	0.5746	0.9523	0.3189	0.3287

Standard errors in parentheses

\*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.01$

Opisane w sekcji poświęconej metodologii kryteria pozwalają zaklasyfikować AUD (spadek o 7.4% i wzrost o 0.24%), EUR (spadek 0.8% i wzrost o 0.29%) oraz GMD (wzrost o 0.02% i spadek o 1.45%) jako kursy o długich wahanach, oszacowania prawdopodobieństw pozostania w stanie pierwszym to odpowiednio 0.996, 0.693 i 0.91, a w stanie drugim 0.994, 0.956 i 0.828. Pomimo spełnienia kryterium *long swing* przez wspomniane kursy, można nabrać wątpliwości co do faktycznej długookresowości ich wahań, zwłaszcza jeżeli weźmie się pod uwagę oszacowania oczekiwanych



czasów trwania (Tabela 5.) w szczególności w przypadku AUD (stan deprecjacji - 3 miesiące, aprecjacji - 181 miesięcy). Kurs franka szwajcarskiego (CHF) charakteryzuje się asymetrycznymi wahaniami, o niskiej i długotrwałej aprecjacji (średnio o 0.46% i prawdopodobieństwem pozostania w tym stanie ok. 0.91) oraz wysokiej i gwałtownej deprecjacji (spadek o 1.85% z prawdopodobieństwem pozostania w tym stanie ok. 0.42), wyniki te korespondują z oszacowanymi oczekiwanymi czasami trwania poszczególnych stanów, odpowiednio 1.7 miesiąca i 12.2 miesiąca. Ciekawe są natomiast oszacowania stanów dla NZD, po analizie wykresów spodziewano się uzyskać wyniki zbliżone do AUD, okazało się jednak, że model nie wychwycił stanów deprecjacji, zamiast w Tabeli 4. widnieją dwa stany niskiej aprecjacji; różnicą między nimi jest natomiast oszacowanie zmienności - stan pierwszy charakteryzuje się niemalże dwukrotnie większym odchyleniem standardowym od stanu drugiego ( $\sigma_1 = 2.93$ ,  $\sigma_2 = 1.41$ ). Ze względu na bardzo zbliżone oszacowania  $\mu_1$  i  $\mu_2$  dla NZD zdecydowano się na przeprowadzenie formalnego testu na ich równość, otrzymana statystyka 0.01 (p value 0.9299) pozwoliła na zdecydowane przyjęcie hipotezy zerowej o równości oszacowań. Dolar nowozelandzki nie pasuje zatem do żadnego z przyjętych *a priori* rodzajów wahań, co również nie jest sprzeczne z wnioskiem o braku kointegracji z AUD. Model dla HKD wykazuje wysokie prawdopodobieństwa trwania stanów (0.83, 0.93 i 0.77), stan pierwszy ze średnią poniżej zera (deprecjacja 0.017%), drugi niemalże równy (0.0001%) trzeci powyżej (aprecjacja 0.029%), oczekiwane długości trwania stanów wydają się być spójne z prawdopodobieństwami, ponadto wynik jako całokształt wiernie odwzorowuje wykres tego kursu (długie okresy stałości  $\rightarrow$  zerowe przyrosty). Rupia lankijska natomiast, podobnie jak dolar nowozelandzki nie pasuje do przyjętych ram, oszacowania są jednak zgodne z wykresem - właściwie nieustanna deprecjacja o różnej sile (oszacowania stałych) i zmienności (oszacowania odchylen standardowych), co ciekawe jest to jedyny przypadek nieuwzględniający komponentu autoregresyjnego, co również można tłumaczyć nieustającą deprecjacją. Szczegółowe wykresy oszacowanych prawdopodobieństw (*smoothed*) znajdują się w załączniku i jak można było przypuszczać korespondują one z oczekiwanymi długościami trwania. Testy Ljunga-Boxa przyjmują hipotezę zerową o braku autokorelacji reszt w przypadku każdego z modeli, co pozwala wnioskować ich poprawnej specyfikacji.

Tablica 5: Oszacowane czasy trwania.

	NZD	AUD	EUR	CHF	HKD	GMD	LKR
Stan 1	258.75 (307.68)	3.25 (2.81)	7.48 (6.77)	1.71 (0.65)	6.25 (2.87)	11.16 (3.93)	12.99 (6.08)
Stan 2	188.40 (248.65)	181.65 (197.78)	23.18 (19.64)	12.20 (9.22)	14.35 (9.52)	5.85 (2.41)	13.14 (6.12)
Stan 3	- -	- -	- -	- -	4.53 (1.79)	- -	4.17 (1.95)

W nawiasach podano błędy standardowe

## 5 Podsumowanie

Niniejsze badanie nakierowane było na wyodrębnienie i sklasyfikowanie (wahania długookresowe, asymetryczne, random walk) stanów różnych kursów walutowych (dane miesięczne) uznawanych za płynne (NZD, AUD, EUR, CHF, PLN) i mieszane (HKD, GMD, RWD, LKR, BDT) kwotowanych w dolarach amerykańskich. Niestety początkowe plany dotyczące analizy wszystkich kursów w okresie od stycznia 1990 do grudnia 2020 musiały zostać zmienione ze względu na problemy obliczeniowe. Finalnie analiza objęła NZD, AUD, EUR, CHF, HKD, GMD oraz LKR od stycznia 2000 do grudnia 2020 roku. Spośród czterech propozycji specyfikacji modeli dla każdego z kursów, wybrano najbardziej odpowiedni na podstawie wartości funkcji log-wiarygodności w maksimum oraz kryteriów informacyjnych (w sytuacjach niejasnych kierowano się kryterium HQIC). Wiele z wspomnianych problemów obliczeniowych udało się rozwiązać stosując alternatywne algorytmy optymalizacyjne i mnożąc zmienną objaśnianą przez 100. W toku analiz, zauważono również potencjalną kointegrację AUD i NZD, przeprowadzona dwustopniowa procedura Engla-Grangera nie potwierdziła jednak przypuszczeń. Hipoteza badawcza o występowaniu dwóch stanów w przypadku kursów płynnych i przynajmniej trzech tych uznawanych za mieszane nie mogła zostać przyjęta w świetle otrzymanych wyników (2 stany dla gambijskiego dalasi). Oszacowane modele sugerują wahania długookresowe w przypadku AUD, EUR, GMD i HKD oraz wahania asymetryczne w przypadku CHF, błędzenie przypadkowe nie zostało przypisane do żadnego kursu. Dwa spośród analizowanych kursów (NZD i LKR) nie mogły zostać przypisane do żadnego z zaproponowanych profili, ponadto formalny test wykazał równość sta-

łych w modelu dla NZD, zatem zmienna w reżimach okazała się tylko wariancja. Do uzyskanych wyników należy jednak podchodzić sceptycznie z powodu napotkanych problemów optymalizacyjnych, co prawda uzyskane wyniki wykazywały się stabilnością, ale możliwe, że oszacowanie większej liczby stanów pozwoliłoby na uzyskanie bardziej wiarygodnych rezultatów. Dużo więcej wątpliwości dotyczących poprawności wyciąganych wniosków dostarcza natomiast fakt nieistotności wielu uzyskanych oszacowań (zaprezentowane modele są najlepszymi jakie uzyskano), wartym odnotowania jest również fakt bardzo dużych błędów standardowych w stosunku do oszacowań oczekiwanych czasów trwania, w szczególności w przypadku kursów NZD i AUD.

## Literatura

- [1] Idowu Oluwasayo Ayodeji. A three-state markov-modulated switching model for exchange rates. *Journal of Applied Mathematics*, pages 1—9, 2016.
- [2] Robert F. Engle and C. W. J. Granger. Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2):251–276, 1987.

## 6 Załącznik

Na Rysunku 2. znajdują się wykresy prawdopodobieństwa przebywania w każdym ze stanów otrzymane przy pomocy metody *smooth* z programu STATA (R kompletnie nie radził sobie z prezentowanymi modelami).

Poniżej zamieszczono nieudane próby oszacowania modeli przełącznikowych dla pozostałych kursów, które początkowo miały znaleźć się w opracowaniu (szacowane dla ostatecznego horyzontu czasowego - 2000-2020).

### PLN:

```
mswitch dr R.PLN, varswitch
```

Działa.

```
mswitch dr R.PLN, varswitch states(3)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.PLN, varswitch states(3) difficult
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.PLN, varswitch states(3) technique(bfgs)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.PLN, varswitch states(3) technique(df)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch ar R.PLN, ar(1) varswitch
```

Działa.

```
mswitch ar R.PLN, ar(1) varswitch states(3)
```

Działa.

### RWF:

```
mswitch dr R.RWF, varswitch technique(bfgs)
```

Działa.

```
mswitch dr R.RWF, varswitch states(3)
```

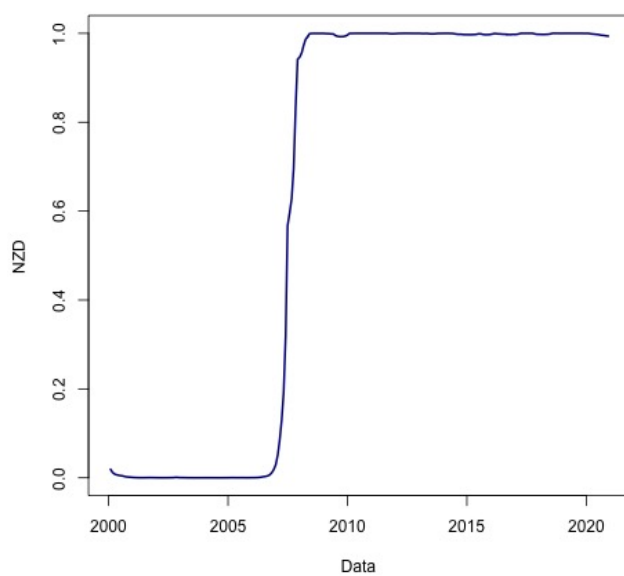
Błąd: *could not calculate numerical derivatives – discontinuous region with missing values encountered.*

```
mswitch dr R.RWF, varswitch states(3) difficult
```

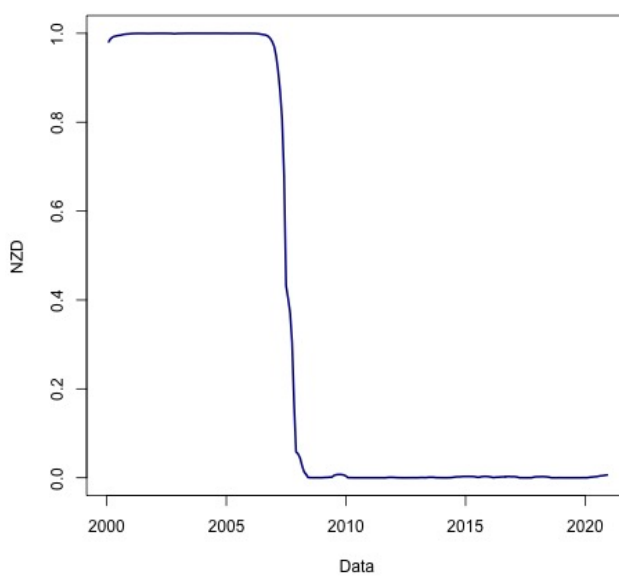
Błąd: *could not calculate numerical derivatives – discontinuous region with missing values encountered.*

Rysunek 2: Wykresy wygładzonych prawdopodobieństw stanów

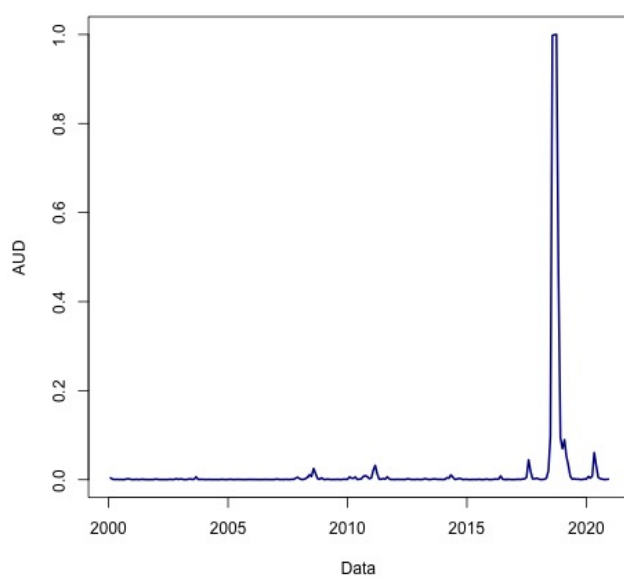
(a)  $P(s_t = 1)$  NZD



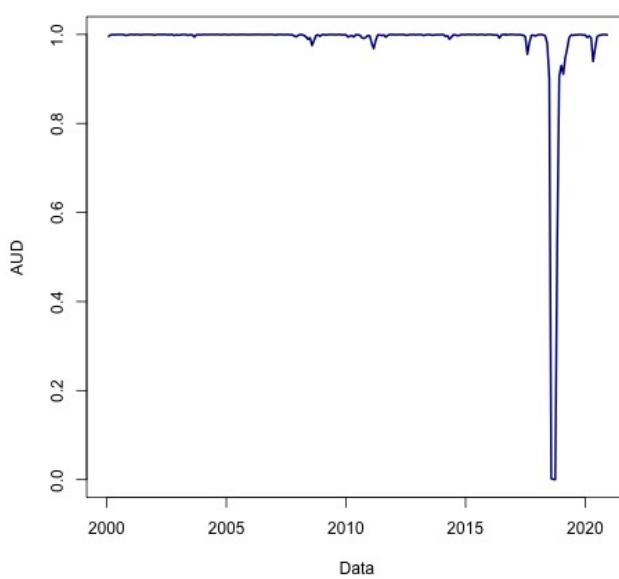
(b)  $P(s_t = 2)$  NZD



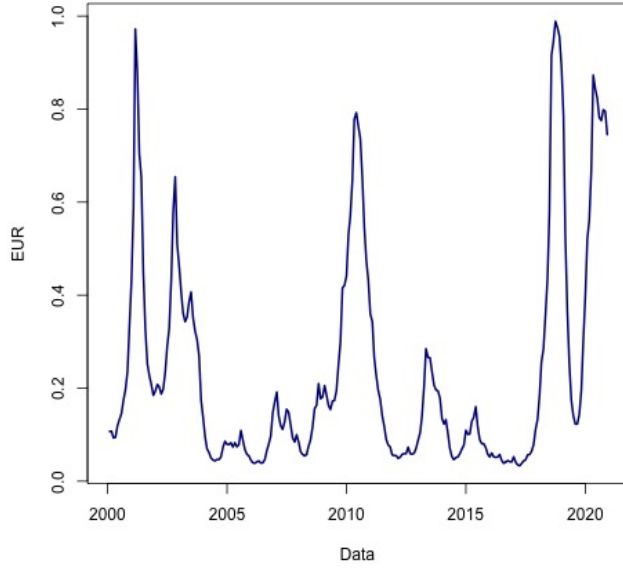
(c)  $P(s_t = 1)$  AUD



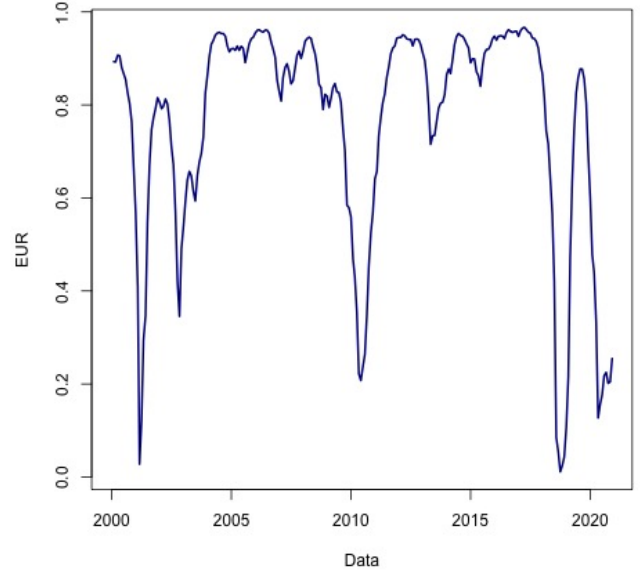
(d)  $P(s_t = 2)$  AUD



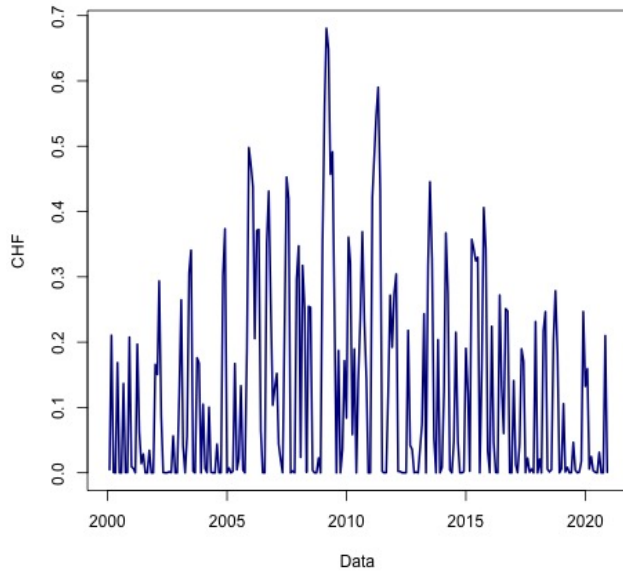
(e)  $P(s_t = 1)$  EUR



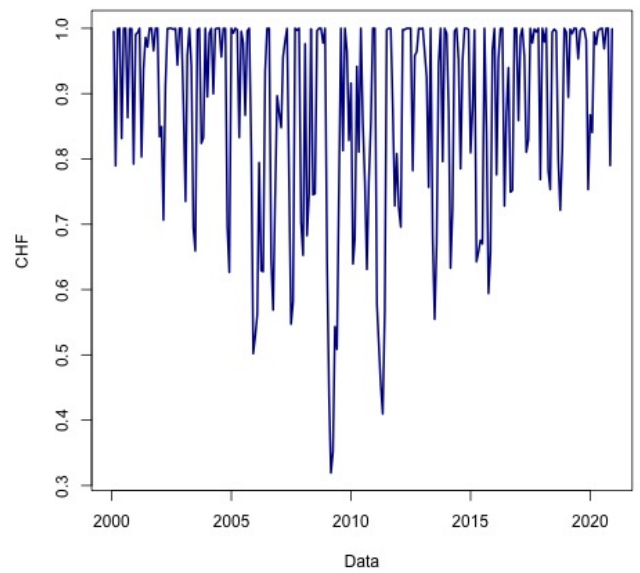
(f)  $P(s_t = 2)$  EUR



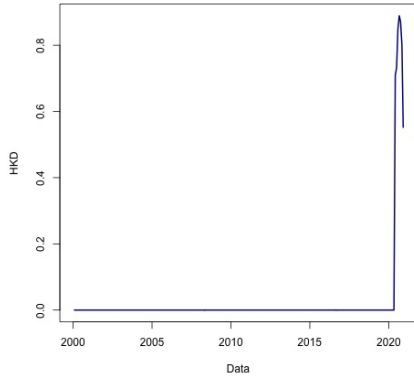
(g)  $P(s_t = 2)$  CHF



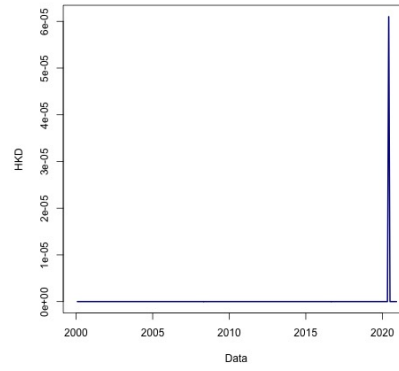
(h)  $P(s_t = 2)$  CHF



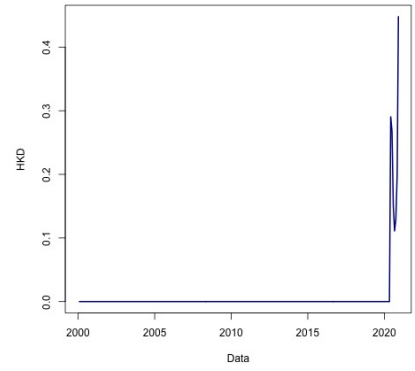
(i)  $P(s_t = 1)$  HKD



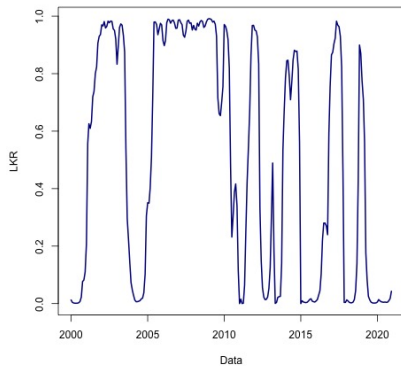
(j)  $P(s_t = 2)$  HKD



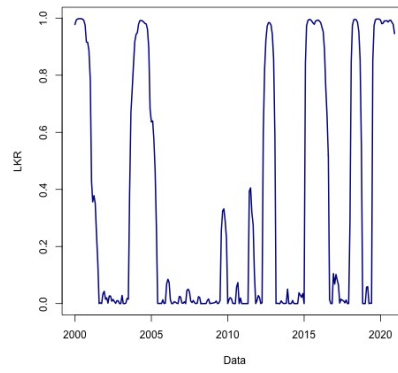
(k)  $P(s_t = 3)$  HKD



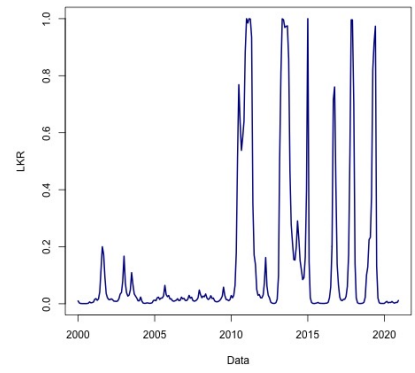
(l)  $P(s_t = 1)$  LKR



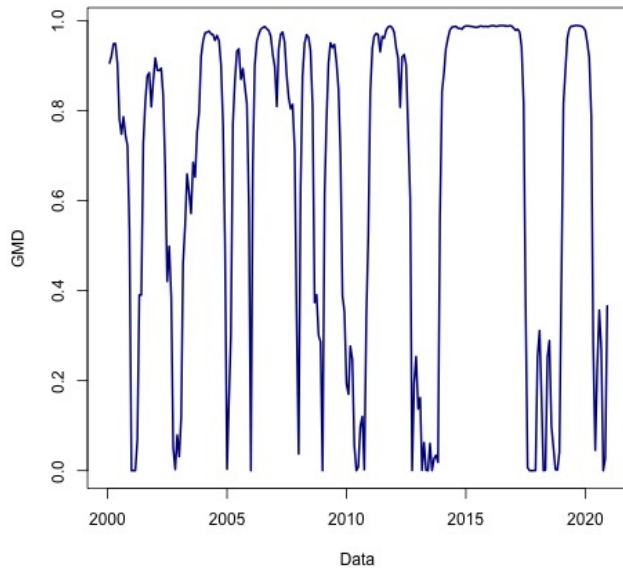
(m)  $P(s_t = 2)$  LKR



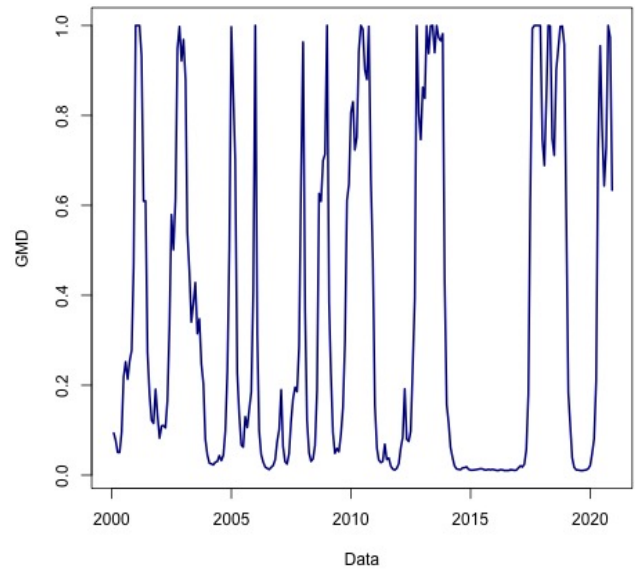
(n)  $P(s_t = 3)$  LKR



(o)  $P(s_t = 2)$  GMD



(p)  $P(s_t = 2)$  GMD



Źródło: Opracowanie własne.

```
mswitch dr R.RWF, varswitch states(3) technique(bfgs)
```

Błąd: *could not calculate numerical derivatives – discontinuous region with missing values encountered.*

```
mswitch dr R.RWF, varswitch states(3) technique(df)
```

Błąd: *could not calculate numerical derivatives – discontinuous region with missing values encountered.*

```
mswitch ar R.RWF, ar(1) varswitch
```

Działa.

```
mswitch ar R.RWF, ar(1) varswitch states(3)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch ar R.RWF, ar(1) varswitch states(3) difficult
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch ar R.RWF, ar(1) varswitch states(3) technique(bfgs)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch ar R.RWF, ar(1) varswitch states(3) technique(df)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

#### **BDT:**

```
mswitch dr R.BDT, varswitch
```

Działa.

```
mswitch dr R.BDT, varswitch states(3)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.BDT, varswitch states(3) difficult
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.BDT, varswitch states(3) technique(bfgs)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch dr R.BDT, varswitch states(3) technique(df)
```

Funkcja log-wiarygności nie chce się zoptymalizować.

```
mswitch ar R.BDT, ar(1) varswitch
```

Działa.

```
mswitch ar R.BDT, ar(1) varswitch states(3) difficult
```

Działa.