Podstawy Robotyki

Praca domowa nr. 2

TEMAT: Programowanie trajektorii manipulatora

TERMIN ODDANIA: **31 stycznia 2020**

Pracę należy złożyć na stronie internetowej Moodle przedmiotu. Praca powinna być w postaci pojedynczego skompresowanego pliku w formacie ZIP lub RAR. Jeżeli cała praca składa się tylko z jednego pliku, można ją złożyć w formacie DOC(X) lub PDF. Proszę pamiętać, że praca powinna zawierać krótki, ale wystarczająco precyzyjny, opis zaproponowanych rozwiązań oraz instrukcję umożliwiającą uruchomienie zrealizowanych procedur/skryptów/aplikacji.

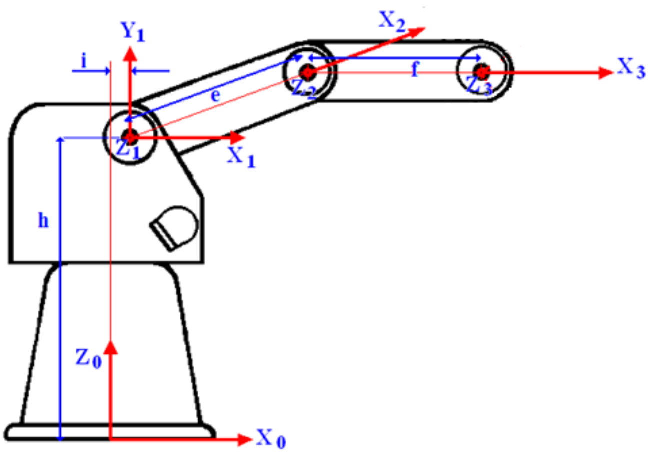
Zalecany tytuł pliku **`PRACA2_<imie>.<nazwisko>.<rozszerzenie>`**

UWAGA 1: Praca składa się z części podstawowej i części dodatkowej. Rozwiązanie części dodatkowej nie jest obowiązkowe i nie poprawia oceny, ale z egzaminu końcowego mogą ewentualnie być zwolnione tylko te osoby, które poprawnie rozwiążą część dodatkową (i zrobiły to również w przypadku pierwszej pracy domowej).

UWAGA 2: Ze względu na większą czasochłonność projektu, głównie w sensie pisania kodu, dopuszczalna jest praca w zespołach 2-osobowych (choć nie ma takiego obowiązku). Wówczas projekt składa tylko jeden członek zespołu, z wyraźnym zaznaczeniem w części wstępnej, kto jest współautorem.

OPIS MANIPULATORA

Na Rys.1 pokazany jest manipulator antropomorficzny o 3 przegubach obrotowych (taki sam jak w uproszczonej części Pracy Domowej 1) z układami współrzędnych przypisanymi zgodnie z formalizmem D-H.



Rys. 1

Faktyczne wartości wymiarów pokazanych na Rys. 1 wynoszą:

- Wysokość kolumny **h = 350mm**
- Przesuniecie drugiej osi obrotu względem pierwszej osi **i = 16mm**
- Długość „ramienia” **e = 220mm**
- Długość „przedramienia” **f = 220mm**

1. PLANOWANIE TRAJEKTORII *POINT-TO-POINT*

Dana jest konfiguracja początkowa (dla $t_0 = 0$) manipulatora zdefiniowana trzema kątami $\left[\theta_1(t_0), \theta_2(t_0), \theta_3(t_0)\right]$.

W chwili t_1 końcówka manipulatora (tzn. środek układu współrzędnych $X_3Y_3Z_3$) powinna zostać przemieszczona do punktu o współrzędnych kartezjańskich (w bazowym układzie) $\left[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)\right]$ i tam pozostać.

Jest to przykład tzw. trajektorii *point-to-point*, w której nie interesuje nas kształt krzywej, po której odbywa się ruch, a ważne jest jedynie dotarcie do punktu docelowego w określonym czasie. Trajektorie takie projektuje się zazwyczaj jako trajektorie *bang-bang* niezależnie dla każdego przegubu.

1.1. Wyznacz model matematyczny trajektorii *bang-ba*ng dla takiego zadania i napisz prostą procedurę (aplikacja/skrypt/program) do obliczania parametrów trajektorii.

Wskazówki:

(a) Położenia końcowe poszczególnych przegubów $\left[\theta_1(t_1), \theta_2(t_1), \theta_3(t_1)\right]$ można wyznaczyć używając rozwiązania uproszczonego zadania kinematyki odwrotnej z Pracy Domowej 1.

(b) Pamiętaj, że istnieje kilka rozwiązań (a czasem nawet nieskończenie wiele) zadania kinematyki odwrotnej i wybrać należy to, które jest „najbliższe” konfiguracji początkowej.

(c) Nie zadajemy ani prędkości, ani przyśpieszeń, ale wszystkie trzy trajektorie mają osiągnąć punkt końcowy w tym samym czasie t_1.

(d) Procedura powinny mieć następujące parametry:

- ✓ Parametry wejściowe: konfiguracja początkowa we współrzędnych przegubów $\left[\theta_1(t_0), \theta_2(t_0), \theta_3(t_0)\right]$, konfiguracja docelowa we współrzędnych kartezjańskich $\left[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)\right]$, końcowy moment ruchu t_1.
- ✓ Parametry wyjściowe: konfiguracja docelowa we współrzędnych przegubów $\left[\theta_1(t_1), \theta_2(t_1), \theta_3(t_1)\right]$, przyśpieszenia kątowe $\left[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right]$ i maksymalne osiągane prędkości kątowe $\left[\omega_1, \omega_2, \omega_3\right]$ dla każdej z trzech trajektorii (odpowiednio dla pierwszego, drugiego i trzeciego przegubu), kod błędu (np. **0**, gdy nie istnieje rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej dla $\left[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)\right]$, a **1** gdy istnieje).

1.2. „Realizacja” trajektorii w rzeczywistym manipulatorze.

W rzeczywistych manipulatorach zaprojektowane trajektorie realizowane są zazwyczaj technikami cyfrowymi.

Określa się inkrement czasowy **Δ*t***, którego typowe wartości wynoszą w praktyce ok. 20 milisekund, i wynikającą z tego sekwencję momentów czasowych $\left[t_0, t_0+\Delta t, t_0+2\Delta t, t_0+3\Delta t, ..., t_1\right]$. Sterownik robota na podstawie tych danych wejściowych „zmuszony" jest do takiego przemieszczania sterowanego obiektu (np. przegubu 1), żeby w odpowiednich momentach osiągał on położenia wynikające z równania zaprojektowanej trajektorii, tzn. np. $\left[\theta_1(t_0), \theta_1(t_0+\Delta t), \theta_1(t_0+2\Delta t), \theta_1(t_0+3\Delta t), ..., \theta_1(t_1)\right]$.

Korzystając z wyników Zadania 1.1, napisz procedurę „realizującą" zaprojektowane trajektorie (rozwiązanie w dużym stopniu pokrywa się z procedurą z Zadania 1.1). Parametry procedury są następujące:

- ✓ <u>Parametry wejściowe</u>: konfiguracja początkowa we współrzędnych przegubów $\left[\theta_1(t_0), \theta_2(t_0), \theta_3(t_0)\right]$, konfiguracja docelowa we współrzędnych kartezjańskich $\left[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)\right]$, końcowy moment ruchu $\boldsymbol{t_1}$, inkrement czasowy **Δ*t***.
- ✓ <u>Parametry wyjściowe</u>:
  - (i) lista położeń **przegubu 1** dla poszczególnych momentów czasowych:
    $\left[\theta_1(t_0), \theta_1(t_0+\Delta t), \theta_1(t_0+2\Delta t), \theta_1(t_0+3\Delta t), ..., \theta_1(t_1)\right]$
  - (ii) lista położeń **przegubu 2** dla poszczególnych momentów czasowych:
    $\left[\theta_2(t_0), \theta_2(t_0+\Delta t), \theta_2(t_0+2\Delta t), \theta_2(t_0+3\Delta t), ..., \theta_2(t_1)\right]$
  - (iii) lista położeń **przegubu 3** dla poszczególnych momentów czasowych:
    $\left[\theta_3(t_0), \theta_3(t_0+\Delta t), \theta_3(t_0+2\Delta t), \theta_3(t_0+3\Delta t), ..., \theta_3(t_1)\right]$

2. PLANOWANIE TRAJEKTORII LINIOWEJ

Dana jest konfiguracja początkowa (dla $\boldsymbol{t_0} = \mathbf{0}$) manipulatora zdefiniowana trzema kątami $\left[\theta_1(t_0), \theta_2(t_0), \theta_3(t_0)\right]$.

W chwili $\boldsymbol{t_1}$ końcówka manipulatora (tzn. środek układu współrzędnych $\mathbf{X_3Y_3Z_3}$) powinna zostać przemieszczona do punktu o współrzędnych kartezjańskich (w bazowym układzie) $\left[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)\right]$ i tam pozostać.

Należy zaplanować trajektorię zapewniającą <u>**ruch po linii prostej**</u> (w przestrzeni kartezjańskiej) z konfiguracji początkowej do konfiguracji końcowej. Trajektoria powinna być trajektorią LSPB, tzn. podczas jej środkowego segmentu końcówka robota powinna poruszać się ze stałą prędkością ***V***. Trajektorie takie projektuje się zazwyczaj w przestrzeni kartezjańskiej i dopiero w fazie realizacji (patrz Zadanie 2.2) przechodzi się do współrzędnych przegubów.

2.1. Wyznacz model matematyczny trajektorii *LSPB* dla takiego zadania i napisz prostą procedurę (aplikacja/skrypt/program) do obliczania parametrów trajektorii.

Trajektorię powinno się zaplanować w przestrzeni jednowymiarowej ***U*(*t*)** wyznaczonej przez kierunek jednostkowego wektora $\vec{k}$ skierowanego od początkowego do końcowego położenia końcówki robota.

Faktyczną trajektorię można zapisać wtedy w postaci: $\begin{bmatrix} P_x(t) \\ P_y(t) \\ P_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x(t_0) \\ P_y(t_0) \\ P_z(t_0) \end{bmatrix} + U(t) \cdot \vec{k}$, (1)

gdzie $\vec{k} = \begin{bmatrix} P_x(t_1) - P_x(t_0) \\ P_y(t_1) - P_y(t_0) \\ P_z(t_1) - P_z(t_0) \end{bmatrix} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{[P_x(t_1) - P_x(t_0)]^2 + [P_y(t_1) - P_y(t_0)]^2 + [P_z(t_1) - P_z(t_0)]^2}}$.

Zauważ, że:

$$U(t_0) = 0 \text{ oraz } U(t_1) = \sqrt{[P_x(t_1) - P_x(t_0)]^2 + [P_y(t_1) - P_y(t_0)]^2 + [P_z(t_1) - P_z(t_0)]^2}\ .$$

Prędkość w przestrzeni ***U*** jest taka sama jak w przestrzeni kartezjańskiej.

Wskazówki:

(a) Początkowe kartezjańskie położenie końcówki $[P_x(t_0), P_y(t_0), P_z(t_0)]$ można wyznaczyć używając rozwiązania uproszczonego zadania kinematyki prostej z Pracy Domowej 1.

(b) Zadana jest liniowa prędkość ruchu ***V*** w czasie centralnego segmentu trajektorii, oraz całkowity czas ruchu ***t*₁**.

(c) Procedura powinny mieć następujące parametry:

- ✓ Parametry wejściowe: konfiguracja początkowa we współrzędnych przegubów $[\theta_1(t_0), \theta_2(t_0), \theta_3(t_0)]$, konfiguracja docelowa we współrzędnych kartezjańskich $[P_x(t_1), P_y(t_1), P_z(t_1)]$, końcowy moment ruchu ***t*₁**, liniowa prędkość ruchu ***V*** w czasie centralnego segmentu trajektorii.
- ✓ Parametry wyjściowe: kod błędu (np. **0**, gdy trajektorii nie można zaplanować, a **1** gdy można), współczynniki równań dla początkowego, centralnego i końcowego segmentu trajektorii LSPB w przestrzeni ***U***, czas przełączenia ***t*_b**.

2.2. „Realizacja” trajektorii liniowej w rzeczywistym manipulatorze.

W rzeczywistych manipulatorach zaprojektowane trajektorie LSPB realizowane są zazwyczaj technikami cyfrowymi.

Określa się inkrement czasowy **Δ*t***, którego typowe wartości wynoszą ok. 20 milisekund, i wynikającą z tego sekwencję momentów czasowych $[t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, t_0 + 3\Delta t, ..., t_1]$. Sterownik robota na podstawie tych danych wejściowych „zmusza” przeguby robota do takiego przemieszczania się, aby w odpowiednich momentach końcówka robota osiągała położenia wynikające z równania zaprojektowanej trajektorii.

Korzystając z wyników Zadania 2.1, napisz procedurę „realizującą” zaprojektowaną trajektorię LSPB.

- Procedura powinna utworzyć listę kolejnych położeń w przestrzeni ***U*** (używając zadanego inkrementu czasowego Δt i równań trajektorii z Zadania 2.1):

$$\left[U(t_0), U(t_0+\Delta t), U(t_0+2\Delta t), U(t_0+3\Delta t), \ldots, U(t_1)\right]$$

- Dla każdego położenia $U(t_0+m\Delta t)$ wyznacza się odpowiadające mu współrzędne kartezjańskie na podstawie wzoru (1), tzn. $\begin{bmatrix} P_x(t_0+m\Delta t) \\ P_y(t_0+m\Delta t) \\ P_z(t_0+m\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x(t_0) \\ P_y(t_0) \\ P_z(t_0) \end{bmatrix} + U(t_0+m\Delta t)\cdot\vec{k}$

- Na podstawie współrzędnych kartezjańskich w chwili $(t_0+m\Delta t)$ wyznaczamy współrzędne przegubów w tej samej chwili $\begin{bmatrix} \theta_1(t_0+m\Delta t) \\ \theta_2(t_0+m\Delta t) \\ \theta_3(t_0+m\Delta t) \end{bmatrix}$ używając rozwiązania odwrotnego zadania kinematyki.

- Pamiętaj, że w przypadku wielokrotnych rozwiązań kinematyki odwrotnej należy wybrać to, które jest najbliższe konfiguracji z poprzedniej chwili $t_0+(m-1)\Delta t$.

- Ostatecznym wynikiem procedury powinna być lista takich konfiguracji:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(t_0) & \theta_1(t_0+\Delta t) & \theta_1(t_0+2\Delta t) & & \theta_1(t_0+m\Delta t) & & \theta_1(t_1) \\ \theta_2(t_0), & \theta_2(t_0+\Delta t), & \theta_2(t_0+2\Delta t), & \ldots\ldots, & \theta_2(t_0+m\Delta t), & \ldots\ldots, & \theta_2(t_1) \\ \theta_3(t_0) & \theta_3(t_0+\Delta t) & \theta_3(t_0+2\Delta t) & & \theta_3(t_0+m\Delta t) & & \theta_3(t_1) \end{bmatrix}$$

UWAGA OGÓLNA DO OBU ZADAŃ: Mile widziana jest ilustracja przykładowych wyników, w postaci odręcznych szkiców lub z użyciem narzędzi graficznych.

3. PLANOWANIE TRAJEKTORII KOŁOWYCH (JEST TO CZEŚĆ DODATKOWA PRACY)

Zaproponuj metodę planowania trajektorii (sugerowana trajektoria to *bang-bang*) po łuku koła. Danymi wejściowymi są:

- Czas ruchu od t_0 do t_1 (dla trajektorii innych niż *bang-bang* mogą być dodatkowo potrzebne inne parametry) oraz
- ***początkowe***, ***pośrednie*** i ***końcowe*** położenie końcówki robota w przestrzeni XYZ, tzn.

$$\begin{bmatrix} P_x(t_0) \\ P_y(t_0) \\ P_z(t_0) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} pośrednieP_x \\ pośrednieP_y \\ pośrednieP_z \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} P_x(t_1) \\ P_y(t_1) \\ P_z(t_1) \end{bmatrix}$$

Zauważ, że nie określamy momentu, w którym końcówka robota powinna się znaleźć w położeniu pośrednim. Położenie to służy jedynie do jednoznacznego zdefiniowania kształtu okręgu, wzdłuż którego ma przebiegać trajektoria.

UWAGA: Jak zwykle można założyć, że $t_0 = 0$.