<table>
<tr><td>EAiIB
Informatyka</td><td colspan="2">Pęcak Tomasz
Bielech Maciej</td><td>Rok
II</td><td>Grupa
3a</td><td>Zespół
II</td></tr>
<tr><td>Pracownia
FIZYCZNA
WFiIS AGH</td><td colspan="4">Temat:
Fale podłużne w ciałach stałych</td><td>nr ćwiczenia:
29</td></tr>
<tr><td>Data wykonania:
28.10.2017</td><td>Data oddania:
31.10.2017</td><td>Zwrot do poprawki:</td><td>Data oddania:</td><td>Data zaliczenia:</td><td>OCENA:</td></tr>
</table>

1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie wartości modułu Younga dla różnych materiałów przy wykorzystaniu rónania fali rozchodzącej się w pręcie.

Moduł Younga (E) to współczynniki sprężystości podłużnej. Określa on własności sprężyste ciała stałego, charakteryzując podatność materiału na odkształcenia. Jego jednostką jest pascal.

Fala dźwiękowa to rozchodzące się w ośrodku mechaniczne drgania cząteczek tego ośrodka. Na skutek wychylenia częsci pręta z położenia równowagi w jego wnętrzu powstaje fala i zostaje on wprawiony w drgania. Z teorii drgań sprężystych, na podstawie równania ruchu fali, wiemy, że prędkość rozchodzenia się fali w ciele drgającym zależy od jego Modułu Younga oraz gęstości. Zależność tę opisuje wzór:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{1}$$

który po przekształceniach pozwala nam obliczyć moduł Younga danego materiału:

$$E = \rho v^2. \tag{2}$$

Interferencja jest zjawiskiem nakładania się fal, co prowadzi do wzmocnień i wygaszeń amplitudy. Szczególnym przypadkiem interfencji jest fala stojąca, która powstaje w wyniku nałożenia się dwóch takich samych fal, poruszających się w tym samym kierunku, ale o przeciwynch zwrotach. Z takim przypadkiem mamy do czynienia w pręcie, gdzie interferują fala padająca i odbita. Długość fali stojącej wynosi: $\lambda = 2l$, gdzie l to odległość miedzy jej węzłami. Korzystając z tej zależności możemy wyliczyć prędkość fali w pręcie jako: $v = 2lf$. Skąd wyproadzamy wzór roboczy na moduł Younga, z którego korzystamy w ćwiczeniu:

$$E = 4\rho l^2 f^2 \tag{3}$$

Szybka transformata Fouriera pozwala nam wyznaczyć częstotliwości kolejnych haramoniczych fali, których długości obliczamy jako: $\lambda = \frac{2l}{n}$,gdzie n to numer harmonicznej.

2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie wykonywaliśmy dla drutów: mosiężnego, stalowego, miedzianego i aluminiowego. Dla każdego z nich powtórzyliśmy nastepujące czynności:

- W pierwszym kroku dokonaliśmy pomiaru wymiarów próbki danego materiału w celu wyznaczenia jego objętości. W zależności od jej kształtu stosowaliśmy: taśmę mierniczą o dokładności ±1 mm lub suwmiarkę ±0.05 mm.
- Następnie każdą próbkę zwarzyliśmy. Ze względu na różne wielkośc próbek używaliśmy wag o różnych dokładnościach(±1g lub ±0.001g).
- W kolejnym kroku zmierzyliśmy długość pręta przy pomocy taśmy mierniczej.
- Na końcu dokonaliśmy pomiaru częstotliwości harmoniczych przy pomocy oscyloskopu w programie Zelscope. W tym celu umieśliśmy pręt na nitkach stojaka, by mógł swobonie drgać. Ustawiliśmy mikrofon w odpowiedniej odległości od drutu. Następnie uderzaliśmy młotkiem w koniec pręta i zapisywaliśmy wyniki uzykane w programie.

3 Opracowanie danych pomiarowych

Tabela 1: Pomiary dla materiału miedzianego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość f [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]
1	1180	3,60	4248
2	2160	1,80	3888
3	3240	1,20	3888
4	4280	0,90	3852
5	5260	0,72	3787,2
6	6200	0,60	3720

Tabela 2: Pomiary dla materiału aluminiowego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość f [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]
1	2440	1,98	4831,2
2	4960	0,99	4910,4
3	6840	0,66	4514,4
4	9560	0,50	4732,2
5	11340	0,40	4490,64
6	12360	0,33	4078,8

Tabela 3: Pomiary dla materiału mosiężnego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość f [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]
1	1690	1,98	3346,2
2	3460	0,99	3425,4
3	5160	0,66	3405,6
4	6840	0,50	3385,8
5	8620	0,40	3413,52
6	12000	0,33	3960

Tabela 4: Pomiary dla materiału stalowego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość f [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]
1	1420	3,60	5112
2	2900	1,80	5220
3	4300	1,20	5160
4	5720	0,90	5148
5	7120	0,72	5126,4
6	8600	0,60	5160

3.1 Analiza błedów

Na czerwono zostały oznaczone pomiary, których prędkość znacząco odbiega od średniej. Utożsamiamy je z błedami grubymi, które najprawdopodniej są wynikiem błędnego odczytu częstotliwości.

3.2 Pomiary i ich niepewności.

Wszystkie wielkości mierzyliśmy niewielką ilość razy, dlatego dla każdej z nich przyjmujemy ocenę niepewności typu B, co w naszym przypadku będzie odpowiadać dokładności przyrządu pomiarowego.
W każdym przypadku $u(\lambda) = u(l)$ oraz $u(f) = 20$ Hz.

Tablica 1: Niepewności standardowe miedzi

Symbol	d [mm]	d_w [mm]	l [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	15,2(5)	17,95(5)	1801(1)	761(1)

Tablica 2: Niepewności standardowe aluminium

Symbol	h [mm]	d [mm]	l [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	43,9(5)	4,9(5)	999(1)	23,891(1)

Tablica 3: Niepewności standardowe stal

Symbol	h [mm]	b [mm]	c [mm]	b [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	19,80(5)	14,05(5)	14,20(5)	1800(1)	30,861(1)

Tablica 4: Niepewności standardowe mosiadz

Symbol	d [mm]	h [mm]	l [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	5,90(5)	31,10(5)	1800(1)	74(1)

Niepewność złożona powierzchni prostokąta:

$$u(P_P) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_P}{\partial b}u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial P_p}{\partial a}u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(bu(a)\right)^2 + \left(au(b)\right)^2} \tag{4}$$

Niepewność złożona powierzchni koła:

$$u(P_p) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_P}{\partial d}u(d)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}du(d)\right)^2} \tag{5}$$

Niepewność złożona objętości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h}u(h)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_p}u(P_p)\right)^2} = \sqrt{\left(hu(P_p)\right)^2 + \left(P_p u(h)\right)^2} \tag{6}$$

Niepewność złożona gęstości:

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial V}u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \lambda}u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{m}{V^2}u(V)\right)^2 + \left(\frac{1}{V}u(m)\right)^2} \tag{7}$$

Niepewność złożona prędkości:

$$u(v) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f}u(f)\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda u(f)\right)^2 + \left(fu(\lambda)\right)^2} \tag{8}$$

Niepewność złożona modułu Younga:

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \rho}u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial v}u(v)\right)^2} = \sqrt{\left(v^2 u(\rho)\right)^2 + \left(2\rho v u(v)\right)^2} \tag{9}$$

Korzystając z odpowiednich wzorów(zależnych od kszatłtu próbki) obliczamy niepewność złożoną modułu Younga dla wszystkich metali.

4 Podsumowanie

Opis wielkości	E_0 [GPa]	E [GPa]	$U(E)$ [GPa]	$\frac{u(E)}{E}$
Mosiądz	100	100,3	4,93	2,46 %
Stal	210-220	215,5	5,55	1,29 %
Aluminium	70	63,6	2,82	2,21 %
Miedź	110-130	86,4	4,86	2,81%

- Określenie poprawności wyników naszych doświadczeń jest trudne, ponieważ nie da się jednoznacznie określić wartości tabelarycznej dla danego metalu. Wynika to z nieznajomości dokładnego składu metalu (stopu), a także ze zużycia drutu. W naszych badaniach przyjmujemy rozrzut rzędu $\pm 10\%$ dla wartości odczytanych z tabel fizycznych.

- Zarówno dla pierwszych jak i drugich pomiarów dla mosiądzu obliczona wartość modułu wykracza poza przedział $(E_0 - U(E), E_0 + U(E))$. Po uwzględnieniu dziesięcioprocentowego rozrzutu drugą serię pomiarów możemy uznać za poprawną w zakresie wyznaczonej niepewności. Pierwsza seria pomiarów nadal daje wynik niepoprawny, co potwierdza nasze obawy co do błędu systematycznego.

- Podobnie jak w przypadku drugiej serii pomiarów dla mosiądzu wartość modułu Younga dla stali wykracza poza $E_0 \pm U(E)$, lecz po uwzględnieniu dziesięcioprocentowego rozrzutu od wartości tablicowej możemy uznać obliczoną wartość za poprawną w zakresie wyznaczonej niepewności.