

|                                   |                                      |                    |               |                     |
|-----------------------------------|--------------------------------------|--------------------|---------------|---------------------|
| EAIIB<br>Informatyka              | Pęcak Tomasz<br>Bielech Maciej       | Rok<br>II          | Grupa<br>3a   | Zespół<br>II        |
| Pracownia<br>FIZYCZNA<br>WFiS AGH | Temat:<br><b>Mostek Wheatstone’a</b> |                    |               | nr ćwiczenia:<br>32 |
| Data wykonania:<br>11.11.2017     | Data oddania:<br>14.11.2017          | Zwrot do poprawki: | Data oddania: | Data zaliczenia:    |
|                                   |                                      |                    |               | OCENA:              |

## 1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie wartości oporu pięciu różnych oporników oraz połączeń szeregowych, równoległych i mieszanych tych oporników.

Aby określić wartości natężeń ( $I$ ) prądów w obwodach elektrycznych używa się pierwszego prawa Kirchhoffa:

Dla węzła obwodu suma natężeń wpływających do tego węzła jest równa sumie natężeń wypływających z niego. Jeśli przyjmiemy, że wartość natężenia prądów wypływających jest ujemna, prawo to można zapisać w następujący sposób:

$$\sum_{x=1,2,\dots} I_x = 0. \quad (1)$$

Do wyliczenia wartości napięć ( $U$ ) na odbiornikach prądu w obwodzie zamkniętym służy drugie prawo Kirchhoffa:

Suma napięć na wszystkich odbiornikach prądu jest równa sumie napięć na źródłach napięcia. Co można zapisać:

$$\sum_i U_i = \sum_k \mathcal{E}_k. \quad (2)$$

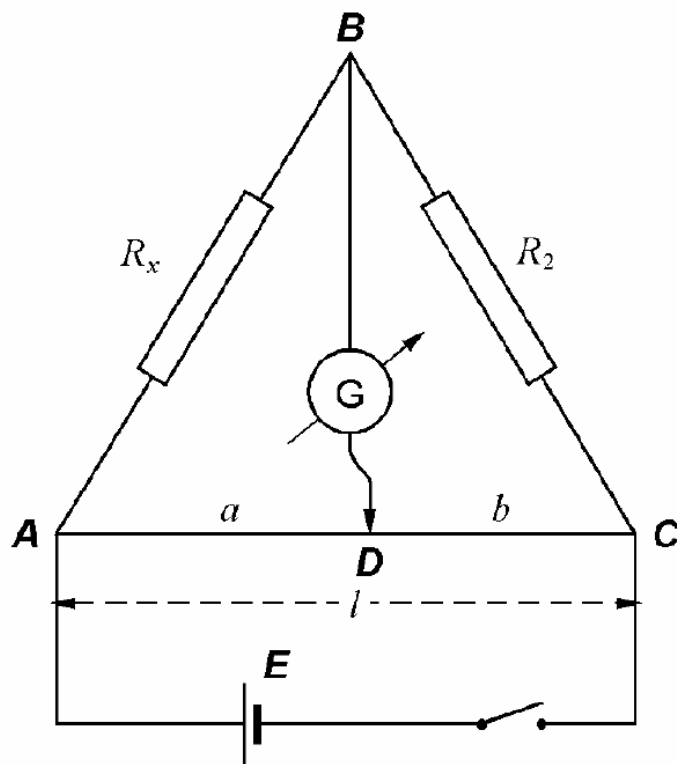
Drugie prawo Kirchhoffa możemy zastosować jedynie, gdy obwód, dla którego stosujemy to prawo, nie jest umieszczony w zmiennym polu magnetycznym.

Do jednoznacznego znalezienia natężeń i napięć w obwodzie potrzebujemy współczynnika ich proporcjonalności. Tym współczynnikiem jest rezystancja ( $R$ ). Tą proporcjonalność opisuje prawo Ohma:

$$U = RI \quad (3)$$

Mostek Wheatstone’a jest układem elektrycznym służącym do pomiaru rezystancji oporników. Schemat jego wykonania jest przedstawiony na rysunku (1).

Jest on utworzony poprzez połączenie czterech rezystorów ( $R_x$  - rezystancja nieznana,  $R_2$  - rezystancja opornicy dekadowej,  $R_a$ ,  $R_b$  - rezystancja odpowiednich części listwy z drutem oporowym), mikroamperomierza  $G$  oraz źródła prądu  $E$ .



Rysunek 1: Schemat mostka Wheatstone'a

Stosując prawa Kirchhoffa (1 i 2) i prawo Ohma (3) dochodzimy do wzoru pozwalającego na wyznaczenie oporu nieznanego ( $R_x$ ):

$$R_x = R_2 \frac{R_a}{R_b}. \quad (4)$$

Korzystając z wzoru na opór właściwy, który jest wielkością charakteryzującą dany materiał (w tym przypadku drut o długości  $AC$ ) i uwzględniając to, że drut jest drutem jednorodnym można wyznaczyć  $R_a$  i  $R_b$ :

$$R_a = \rho \frac{a}{S}, \quad (5)$$

$$R_b = \rho \frac{b}{S}, \quad (6)$$

gdzie  $\rho$  to opór właściwy materiału, z którego wykonany jest drut, a  $S$  to pole przekroju poprzecznego tego drutu. Uwzględniając te wzory w równaniu (4) otrzymujemy zależność:

$$R_x = R_2 \frac{a}{b}. \quad (7)$$

Wiedząc, że suma  $a + b$  jest równa długości całego drutu  $l$  otrzymujemy roboczy wzór do wyznaczania oporu nieznanego rezystora ( $R_x$ ):

$$R_x = R_2 \frac{a}{l - a}. \quad (8)$$

## 2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie wykonywaliśmy dla pięciu rezystorów, połączenia szeregowego pierwszego i drugiego rezystora, połączenia równoległego pierwszego i drugiego rezystora, połączenia mieszanego (w tym połączeniu rezystor trzeci został połączony szeregowo z równoległym połączeniem pierwszego i drugiego rezystora). Dla każdego układu wykonano następujące kroki:

- W pierwszym kroku ustawiono kontakt ślizgowy listwy z drutem oporowym na środek (tak, aby  $a = b$ ).
- Następnie, dostosowywano rezystancję opornicy dekadowej, tak aby wskazówka mikroamperomierza była wyzerowana.
- Kolejnym krokiem było zmienianie rezystancji opornicy dekadowej i przestawianie kontaktu ślizgowego, tak aby wskazówka mikroamperomierza wskazywała 0. Wykonano 10 takich zmian zapisując położenie kontaktu ślizgowego ( $a$ ).
- Wyniki zapisano w tabelkach.

Tabela 1: Pomiary oporu pierwszego rezystora

|                    |      |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 12,6 | 15       | 17       | 19       | 21       | 11       | 9        | 7        | 5        | 3        |
| $a$ [mm]           | 500  | 456      | 424      | 399      | 373      | 532      | 580      | 642      | 715      | 809      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 12,6 | 12,57353 | 12,51389 | 12,61398 | 12,49282 | 12,50427 | 12,42857 | 12,55307 | 12,54386 | 12,70681 |

Tabela 2: Pomiary oporu drugiego rezystora

|                    |     |         |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 35  | 40      | 45       | 50       | 55       | 30       | 25       | 20       | 15       | 10       |
| $a$ [mm]           | 500 | 463     | 430      | 403      | 382      | 534      | 577      | 630      | 698      | 779      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 35  | 34,4879 | 33,94737 | 33,75209 | 33,99676 | 34,37768 | 34,10165 | 34,05405 | 34,66887 | 35,24887 |

Tabela 3: Pomiary oporu trzeciego rezystora

|                    |     |          |         |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|----------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 70  | 80       | 90      | 100      | 110      | 60       | 50       | 40       | 30       | 20       |
| $a$ [mm]           | 500 | 467      | 437     | 412      | 388      | 541      | 585      | 638      | 704      | 785      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 70  | 70,09381 | 69,8579 | 70,06803 | 69,73856 | 70,71895 | 70,48193 | 70,49724 | 71,35135 | 73,02326 |

Tabela 4: Pomiary oporu czwartego rezystora

|                    |     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 41  | 46       | 51       | 56       | 61       | 66       | 36       | 31       | 26       | 21       |
| $a$ [mm]           | 500 | 458      | 429      | 401      | 386      | 362      | 512      | 550      | 594      | 645      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 41  | 38,87085 | 38,31699 | 37,48915 | 38,34853 | 37,44828 | 37,77049 | 37,88889 | 38,03941 | 38,15493 |

Tabela 5: Pomiary oporu piątego rezystora

|                    |     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 105 | 120      | 135      | 150      | 165      | 90       | 75       | 60       | 45       | 30       |
| $a$ [mm]           | 500 | 465      | 435      | 409      | 386      | 537      | 583      | 636      | 701      | 783      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 105 | 104,2991 | 103,9381 | 103,8071 | 103,7296 | 104,3844 | 104,8561 | 104,8352 | 105,5017 | 108,2488 |

Tabela 6: Pomiary oporu szeregowo podłączonych rezystorów 1 i 2

|                    |     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 47  | 52       | 57       | 62       | 67       | 42       | 37       | 32       | 27       | 22       |
| $a$ [mm]           | 500 | 472      | 449      | 428      | 409      | 528      | 557      | 595      | 641      | 696      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 47  | 46,48485 | 46,44828 | 46,39161 | 46,36717 | 46,98305 | 46,52144 | 47,01235 | 48,20891 | 50,36842 |

Tabela 7: Pomiary oporu równolegle podłączonych rezystorów 1 i 2

|                    |     |          |          |          |          |          |          |          |          |         |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| Opór wzorcowy      | 9,5 | 11,5     | 13,5     | 15,5     | 17,5     | 19,5     | 7,5      | 5,5      | 3,5      | 1,5     |
| $a$ [mm]           | 500 | 454      | 416      | 381      | 356      | 332      | 557      | 632      | 731      | 866     |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 9,5 | 9,562271 | 9,616438 | 9,540388 | 9,673913 | 9,691617 | 9,430023 | 9,445652 | 9,511152 | 9,69403 |

Tabela 8: Pomiary oporu mieszanego połączenia rezystorów 1, 2 i 3

|                    |     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Opór wzorcowy      | 80  | 90       | 100      | 110      | 120      | 70       | 60       | 50       | 40       | 30       |
| $a$ [mm]           | 500 | 469      | 441      | 416      | 397      | 535      | 574      | 616      | 668      | 731      |
| $R_x$ [ $\Omega$ ] | 80  | 79,49153 | 78,89088 | 78,35616 | 79,00498 | 80,53763 | 80,84507 | 80,20833 | 80,48193 | 81,52416 |

### 3 Opracowanie danych pomiarowych

#### 3.1 Pomiary i ich niepewności.

Wszystkie pomiary wykonywaliśmy 10 razy dlatego przyjmujemy niepewność pomiaru typu A:

Wyznaczone wartości rezystancji oporników i ich niepewności:

- $R_1 = 12,553; u(R_1) = 0,024$
- $R_2 = 34,36; u(R_2) = 0,15$
- $R_3 = 70,31; u(R_3) = 0,15$

- $R_4 = 38,04; u(R_4) = 0,13$
- $R_5 = 104,48; u(R_5) = 0,18$
- $R_{z1} = 46,82; u(R_{z1}) = 0,17$
- $R_{z2} = 9,567; u(R_{z2}) = 0,031$
- $R_{z3} = 79,93; u(R_{z3}) = 0,31$

### 3.2 Opracowanie danych.

#### a) Analiza błędów.

Stwierdzono wystąpienie błędów grubych, które wyraźnie odstają od średniej. Zaznaczono je w tabelkach kolorem czerwonym.

#### b) Obliczenie wartości rezystancji połączeń szeregowego, równoległego i mieszanego korzystając z wyników pomiarów $R_1$ , $R_2$ i $R_3$ i ich niepewności.

Do policzenia wartości tych rezystancji wykorzystano następujące wzory:

$$R_{z1} = R_1 + R_2, \quad (9)$$

$$R_{z2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (10)$$

$$R_{z3} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (11)$$

Niepewności wyliczenia rezystancji zastępczych obliczone zostały z wykorzystaniem prawa przenoszenia niepewności za pomocą następujących wzorów:

$$u_c(R_{z1}) = \sqrt{[u(R_1)]^2 + [u(R_2)]^2}, \quad (12)$$

$$u_c(R_{z2}) = \sqrt{\left[ \frac{R_2(2R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_1) \right]^2 + \left[ \frac{R_1(2R_2 + R_1)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_2) \right]^2}, \quad (13)$$

$$u_c(R_{z3}) = \sqrt{[u(R_3)]^2 + \left[ \frac{R_2(2R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_1) \right]^2 + \left[ \frac{R_1(2R_2 + R_1)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_2) \right]^2}, \quad (14)$$

#### c) Otrzymano następujące wyniki:

| Opis wielkości | Opór wyznaczony [ $\Omega$ ] | Opór obliczony [ $\Omega$ ] | $u(R_x)$ [ $\Omega$ ] | $u_c(R_x)$ [ $\Omega$ ] |
|----------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------|-------------------------|
| $R_{z1}$       | 46,82                        | 46,92                       | 0,17                  | 0,16                    |
| $R_{z2}$       | 9,567                        | 9,194                       | 0,031                 | 0,075                   |
| $R_{z3}$       | 79,93                        | 79,51                       | 0,31                  | 0,17                    |

Można zauważyć, że wyniki dla połączenia szeregowego ( $R_{z1}$ ) i mieszanego ( $R_{z3}$ ) są zgodne w granicach wyznaczonych niepewności, lecz wynik połączenia równoległego ( $R_{z2}$ ) nie jest zgodny.

## 4 Podsumowanie

| Opis wielkości | Opór wyznaczony $R_x$ [ $\Omega$ ] | $u(R_x)$ [ $\Omega$ ] | $\frac{u(R_x)}{R_x}$ [%] |
|----------------|------------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| $R_1$          | 12,553                             | 0,024                 | 0,19                     |
| $R_2$          | 34,36                              | 0,15                  | 0,45                     |
| $R_3$          | 70,31                              | 0,15                  | 0,21                     |
| $R_4$          | 38,04                              | 0,13                  | 0,35                     |
| $R_5$          | 104,48                             | 0,18                  | 0,17                     |
| $R_{z1}$       | 46,82                              | 0,17                  | 0,37                     |
| $R_{z2}$       | 9,567                              | 0,031                 | 0,33                     |
| $R_{z3}$       | 79,93                              | 0,31                  | 0,39                     |

- Mostek Wheatstone’a umożliwia mierzenie wartości oporu rezystorów, lub ich różnych połączeń. Pomiar ten jest dokładny nie uwzględniając spadków napięcia na przewodach służących do odpowiedniego połączenia układu.
- Dzięki powtórzeniu pomiarów dla dziesięciu różnych ustawień opornicy dekadowej, udało się uzyskać bardzo dokładne wyniki, których błąd względny nie przekracza 0,5 %.
- Niezgodność porównania wartości obliczonej i wyznaczonej oporu rezystorów połączonych równolegle może być spowodowana koniecznością przebudowania układu pomiarowego (dodanie kolejnych przewodów, które posiadają swoją rezystancję).
- Błędy grube mogły być spowodowane przez przypadkowe przesunięcie kontaktu ślizgowego podczas odczytu wartości  $a$  lub niedokładne wyzerowanie wskaźnika na mikroamperomierzu.