<table>
<tr><td>EAiIB
Informatyka</td><td colspan="2">Pęcak Tomasz
Bielech Maciej</td><td>Rok
II</td><td>Grupa
3a</td><td>Zespół
II</td></tr>
<tr><td>Pracownia
FIZYCZNA
WFiIS AGH</td><td colspan="4">Temat:
Opracowanie danych pomiarowych</td><td>nr ćwiczenia:
0</td></tr>
<tr><td>Data wykonania:
14.10.2017</td><td>Data oddania:
18.10.2017</td><td>Zwrot do poprawki:</td><td>Data oddania:</td><td>Data zaliczenia:</td><td>OCENA:</td></tr>
</table>

1 Wstęp

Celem ćwiczenia było zaznajomienie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła prostego.

Wahadło matematyczne (wahadło proste) jest to ciało o masie punktowej zawieszone na cienkiej, nierozciągliwej nici. Kiedy ciało wytrącimy z równowagi, zaczyna się ono wahać w płaszczyźnie pionowej pod wpływem siły ciężkości. Jest to ruch okresowy.

Okres tego ruchu dla stosunkowo niewielkich wychyleń (kąt między położeniem równowagi, a amplitudą nie może przekraczać 3°) można wyrazić wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ . \tag{1}$$

Przekształcając ten wzór możemy wyznaczyć wartość przyspieszenia ziemskiego:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}\ . \tag{2}$$

W celu opracowania wyników skorzystaliśmy z następujących metod:

- Analiza błędów
- Ocena niepewności typu A i B
- Prawo przenoszenia niepewności
- Obliczanie niepewności rozszerzonej
- Wykonywanie tabel/wykresów
- Regresja liniowa
- Linearyzacja nieliniowych zależności funkcyjnych

2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie było podzielone na dwie części:

- Część I - Pomiary okresu dla ustalonej długości wahadła.

  W pierwszym kroku dokonaliśmy pomiaru długości wahadła przy użyciu linijki milimetrowej z dokładnością 1 mm. Korzystając ze zmierzonej długości obliczyliśmy przybliżoną amplitudę drgań.

$$A \approx \frac{l}{\text{[illegible]}} \tag{3}$$

  Następnie dziesięciokrotnie wykonaliśmy pomiar czasu dwudziestu okresów dbając o odpowiednie początkowe wychylenie wahadła (nie większe niż wyliczona amplituda).

  Otrzymane wyniki nanieśliśmy do tabeli (1).

Lp.	Liczba okresów k	czas t dla k okresów [s]	okres T_i = t/k [s]
1	20	23,68	1,184
2		23,60	1,180
3		23,38	1,169
4		23,40	1,170
5		23,49	1,175
6		23,42	1,171
7		23,40	1,170
8		23,41	1,171
9		23,48	1,174
10		23,32	1,166

Tabela 1: Pomiary - część pierwsza

- Część II - Pomiary zależności okresu drgań od długości wahadła.

  W tej części wyznaczaliśmy czas dwudziestu okresów dla różnych długości wahadła. Pomiary rozpoczęliśmy od najmniejszej długości nici, dla której amplituda nie była zbyt mała i wyznaczanie okresów było możliwe. Po każdym pomiarze zwiększaliśmy ~~zasięg~~ nici wahadła poprzez odwijanie ze statywu. ~~Wymiar~~ Długość nici nie pozwolił na wykonanie więcej niż 10 pomiarów.

  Otrzymane wyniki nanieśliśmy do tabeli (2).

Lp.	Liczba okresów k	l [mm]	t [s]	T_i [s]	T_i^2[s]
1	20	126	14,16	0,708	0,501
2		163	16,13	0,807	0,650
3		192	17,60	0,880	0,774
4		224	18,97	0,949	0,900
5		256	20,19	1,010	1,019
6		287	21,56	1,078	1,162
7		315	22,53	1,127	1,269
8		344	23,44	1,172	1,374
9		367	24,12	1,206	1,454
10		389	25,13	1,257	1,579

Tabela 2: Pomiary - część druga

3 Opracowanie danych pomiarowych

3.1 Część pierwsza

a) Analiza błędów.

Nie stwierdzamy błędu grubego, gdyż wartości skrajne nie odbiegają zbytnio od średniej arytmetycznej wszystkich wyników:

$$T_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i \approx 1,173 \text{ s}, \tag{4}$$

gdzie n to ilość okresów.

b) Ocena niepewności pomiaru czasu.

Pomiary były wykonywane dziesięciokrotnie, dlatego wykorzystaliśmy obliczanie niepewności typu A:

$$s(T_0) = \sqrt{\frac{\sum(T_i - T_0)^2}{n-1}} = 0,054 \text{ s}, \tag{5}$$

$$u(T_0) = \frac{s(T_0)}{\sqrt{n}} = 0,0017 \text{ s}. \tag{6}$$

gdzie (5) to estymator odchylenia standardowego, a (6) to estymator odchylenia standardowego średniej.

c) Ocena niepewności pomiaru długości wahadła.

Długość wahadła zmierzyliśmy linijką milimetrową uzyskując wartość l = 344 mm. Przyjmujemy niepewność pomiaru typu B równą: $u(l) = 2$ mm. Ocena ta bierze pod uwagę trudność dobrego przyłożenia linijki do odcinka: środek kuli – punkt zawieszenia wahadła.

d) Prawo przenoszenia niepewności.

Przyspieszenie ziemskie obliczamy jako:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_0^2} \approx 9,872 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \tag{7}$$

Stosując prawo przenoszenia niepewności, obliczamy niepewność złożoną pomiaru przyspieszenia:

$$u_c(g) = \sqrt{\left[\frac{4\pi^2}{T_0^2}u(l)\right]^2 + \left[-\frac{8\pi^2 l}{T_0^3}u(T_0)\right]^2} = 0,064 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{8}$$

oraz niepewność względną złożoną:

$$\frac{u_c(g)}{g} \approx 0,7\%. \tag{9}$$

e) Obliczanie niepewności rozszerzonej.

Różnica pomiedzy obliczoną wartością przyspieszenia, a wartością tabelaryczną wynosi:

$$|g - g_0| = \left|9,872 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9,811 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right| = 0,061 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \tag{10}$$

Obliczamy niepewność rozszerzoną wyniku:

$$U(g) = ku_c(g) = 2 \cdot 0,064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0,128\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \tag{11}$$

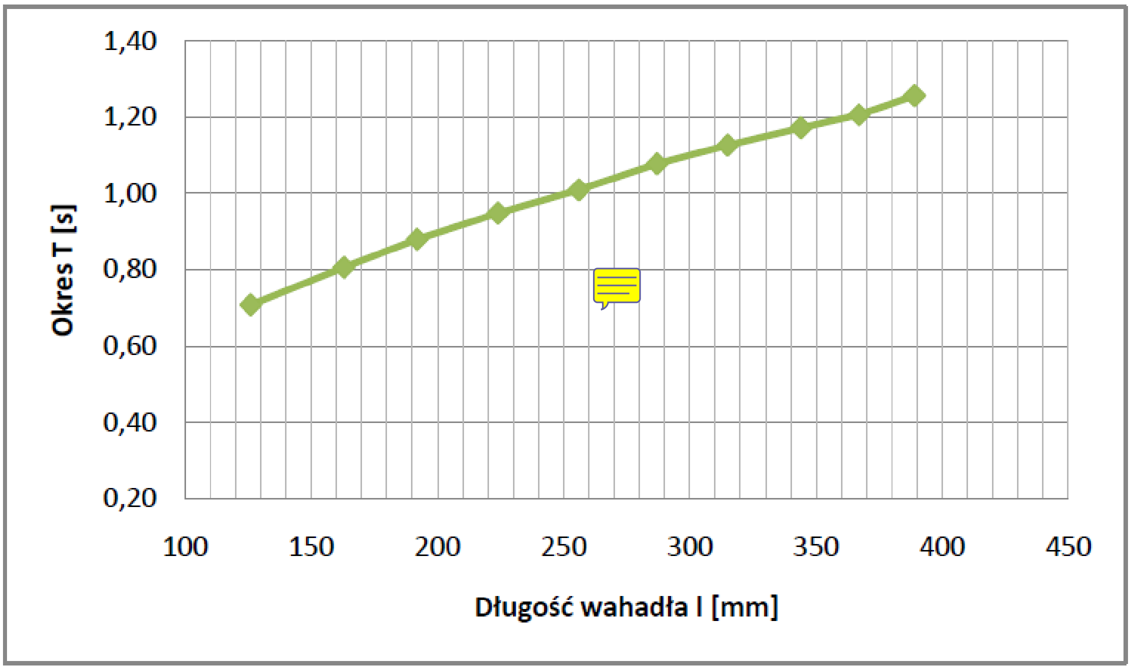
gdzie k to współczynnik rozszerzenia równy 2.

f) Zastosowanie niepewności rozszerzonej do oceny zgodności z wartością dokładną.

Niepewność rozszerzona wyniku jest większa od modułu różnicy pomiędzy obliczoną wartością przyspieszenia, a wartością tabelaryczną. Uznajemy więc, że policzone przyspieszenie jest zgodne z wartością tabelaryczną.

3.2 Część druga

a) Wykres obrazujący wyniki przebiegu części drugiej doświadczenia.

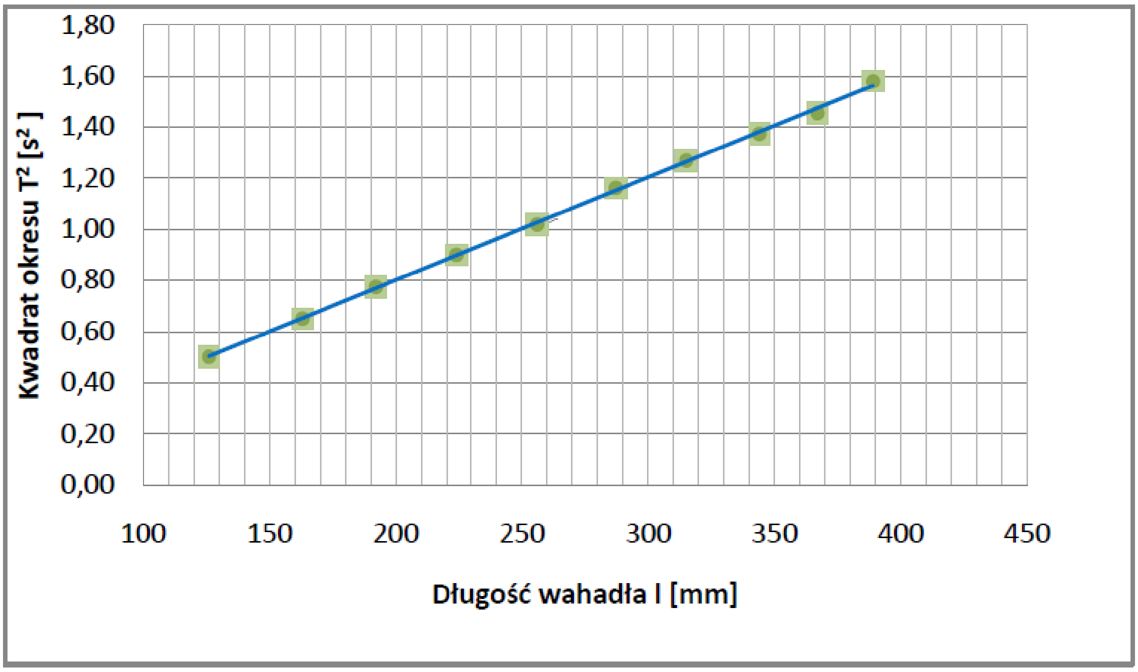


Wykres 1: Wykres zależności okresu od długości wahadła

Wykres jest wykresem funkcji typu $f(x) = \sqrt{x}$, który jest trudny w analizie, dlatego w celu ułatwienia analizy danych stosujemy linearyzację. Podnosimy obie strony wzoru (1) do kwadratu:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l\,. \tag{12}$$

b) Wykres regresji liniowej.



Wykres 2: Wykres zależności kwadratu okresu od długości wahadła

c) Obliczanie niepewności rozszerzonej.

Wykorzystując regresję liniową, obliczamy wartość współczynnika a prostej i jej dokładność $u(a)$:

$$a = 4,03, \tag{13}$$

$$u(a) = 0,04 \tag{14}$$

Stosując prawo przenoszenia niepewności dla funkcji $g = \frac{4\pi^2}{a}$, wyliczamy niepewność złożoną (15) i rozszerzoną (16) pomiaru przyspieszenia:

$$u(g) = 4\pi^2 a^{-2} \cdot u(a) \approx 0,098 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \tag{15}$$

$$U(g) = k \cdot u(g) = 2 \cdot 0,098 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 0,196 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{16}$$

oraz niepewność względną złożoną:

$$\frac{u(g)}{g} \approx 0,1\%. \tag{17}$$

4 Podsumowanie

Opis wielkości	$g \left[\frac{m}{s^2}\right]$	$u(g) \left[\frac{m}{s^2}\right]$	$U_c(g) \left[\frac{m}{s^2}\right]$	$\frac{u(g)}{g}$
Pomiary przy stałej długości wahadła	9,872	0,064	0,128	0,7 %
Pomiary przy zmiennej długości wahadła	9,796	0,098	0,196	1 %
Wartość tablicowa	9,811	-	-	-

- Pomimo swojej prostoty wahadło matematyczne jest dosyć dokładnym narzędziem do wyznaczania przyspieszenia ziemskiego.
- W obu metodach wyniki są zbliżone do wartości tablicowej, a niepewności niewielkie, co sugeruje, że pomiary zostały przeprowadzone poprawnie.
- Zestawiając obie metody obliczenia przyspieszenia ziemskiego, dokładniejszą okazała się metoda pierwsza (przy stałej długości wahadła). Sposób drugi, mimo wyniku bardziej zbliżonego do wartości tablicowej, ma większą względną niepewność pomiaru.