

EaIB Informatyka	Pęcak Tomasz Bielech Maciej	Rok II	Grupa 3a	Zespół II
Pracownia FIZYCZNA WFiS AGH	Temat: <b>Fale podłużne w ciałach stałych</b>			nr ćwiczenia: 29
Data wykonania: 28.10.2017	Data oddania: 31.10.2017	Zwrot do poprawki:	Data oddania:	Data zaliczenia:
				OCENA:

## 1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie wartości modułu Younga dla różnych materiałów przy wykorzystaniu rónania fali rozchodzącej się w pręcie.

Moduł Younga ( $E$ ) to współczynniki sprężystości podłużnej. Określa on własności sprężyste ciała stałego, charakteryzując podatność materiału na odkształcenia. Jego jednostką jest pascal.

Fala dźwiękowa to rozchodzące się w ośrodku mechaniczne drgania cząteczek tego ośrodka. Na skutek wychylenia części pręta z położenia równowagi w jego wnętrzu powstaje fala i zostaje on wprowadzony w drgania. Z teorii drgań sprężystych, na podstawie równania ruchu fali, wiemy, że prędkość rozchodzenia się fali w ciele drgającym zależy od jego Modułu Younga oraz gęstości. Zależność tę opisuje wzór:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

który po przekształceniach pozwala nam obliczyć moduł Younga danego materiału:

$$E = \rho v^2. \quad (2)$$

Interferencja jest zjawiskiem nakładania się fal, co prowadzi do wzmocnień i wygaszeń amplitudy. Szczególnym przypadkiem interferencji jest fala stojąca, która powstaje w wyniku nałożenia się dwóch takich samych fal, poruszających się w tym samym kierunku, ale o przeciwnych zwrotach. Z takim przypadkiem mamy do czynienia w pręcie, gdzie interferują fala padająca i odbita. Długość fali stojącej wynosi:  $\lambda = 2l$ , gdzie  $l$  to odległość między jej węzłami. Korzystając z tej zależności możemy wyliczyć prędkość fali w pręcie jako:  $v = 2lf$ . Skąd wyprowadzamy wzór roboczy na moduł Younga, z którego korzystamy w ćwiczeniu:

$$E = 4\rho l^2 f^2 \quad (3)$$

Szybka transformata Fouriera pozwala nam wyznaczyć częstotliwości kolejnych harmonicznych fali, których długości obliczamy jako:  $\lambda = \frac{2l}{n}$ , gdzie  $n$  to numer harmonicznej.

## 2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie wykonywaliśmy dla drutów: mosiężnego, stalowego, miedzianego i aluminiowego. Dla każdego z nich powtórzyliśmy następujące czynności:

- W pierwszym kroku dokonaliśmy pomiaru wymiarów próbki danego materiału w celu wyznaczenia jego objętości. W zależności od jej kształtu stosowaliśmy: taśmę mierniczą o dokładności  $\pm 1$  mm lub suwmiarkę  $\pm 0.05$  mm.
- Następnie każdą próbkę zwarzyliśmy. Ze względu na różną wielkość próbek używaliśmy wag o różnych dokładnościach ( $\pm 1$  g lub  $\pm 0.001$  g).
- W kolejnym kroku zmierzaliśmy długość pręta przy pomocy taśmy mierniczej.
- Na końcu dokonaliśmy pomiaru częstotliwości harmonicznych przy pomocy oscyloskopu w programie Zelscope. W tym celu umieściliśmy pręt na nitkach stojaka, by mógł swobodnie drgać. Ustawiliśmy mikrofon w odpowiedniej odległości od drutu. Następnie uderzaliśmy młotkiem w koniec pręta i zapisywaliśmy wyniki uzyskane w programie.

## 3 Opracowanie danych pomiarowych

Tabela 1: Pomiary dla materiału miedzianego.

Nr harmoniczej	Częstotliwość $f$ [Hz]	Długość fali $\lambda$ [m]	Prędkość fali $v$ [m/s]
1	1180	3,60	4248
2	2160	1,80	3888
3	3240	1,20	3888
4	4280	0,90	3852
5	5260	0,72	3787,2
6	6200	0,60	3720

Tabela 2: Pomiary dla materiału aluminiowego.

Nr harmoniczej	Częstotliwość $f$ [Hz]	Długość fali $\lambda$ [m]	Prędkość fali $v$ [m/s]
1	2440	1,98	4831,2
2	4960	0,99	4910,4
3	6840	0,66	4514,4
4	9560	0,50	4732,2
5	11340	0,40	4490,64
6	12360	0,33	4078,8

Tabela 3: Pomiary dla materiału mosiężnego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość $f$ [Hz]	Długość fali $\lambda$ [m]	Prędkość fali $v$ [m/s]
1	1690	1,98	3346,2
2	3460	0,99	3425,4
3	5160	0,66	3405,6
4	6840	0,50	3385,8
5	8620	0,40	3413,52
6	12000	0,33	3960

Tabela 4: Pomiary dla materiału stalowego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość $f$ [Hz]	Długość fali $\lambda$ [m]	Prędkość fali $v$ [m/s]
1	1420	3,60	5112
2	2900	1,80	5220
3	4300	1,20	5160
4	5720	0,90	5148
5	7120	0,72	5126,4
6	8600	0,60	5160

### 3.1 Analiza błędów

Na czerwono zostały oznaczone pomiary, których prędkość znacząco odbiega od średniej. Utożsamiamy je z błędami grubymi, które najprawdopodobniej są wynikiem błędnego odczytu częstotliwości.

### 3.2 Pomiary i ich niepewności.

Wszystkie wielkości mierzyliśmy niewielką ilość razy, dlatego dla każdej z nich przyjmujemy ocenę niepewności typu B, co w naszym przypadku będzie odpowiadać dokładności przyrządu pomiarowego.

W każdym przypadku  $u(\lambda) = u(l)$  oraz  $u(f) = 20$  Hz.

Tablica 1: Niepewności standardowe miedzi

Symbol	$d$ [mm]	$d_w$ [mm]	$l$ [mm]	$m$ [g]
Wartość(niepewność)	15,2(5)	17,95(5)	1801(1)	761(1)

Tablica 2: Niepewności standardowe aluminium

Symbol	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$l$ [mm]	$m$ [g]
Wartość(niepewność)	43,9(5)	4,9(5)	999(1)	23,891(1)

Tablica 3: Niepewności standardowe stal

Symbol	$h$ [mm]	$b$ [mm]	$c$ [mm]	$b$ [mm]	$m$ [g]
Wartość(niepewność)	19,80(5)	14,05(5)	14,20(5)	1800(1)	30,861(1)

Tablica 4: Niepewności standardowe mosiadz

Symbol	$d$ [mm]	$h$ [mm]	$l$ [mm]	$m$ [g]
Wartość(niepewność)	5,90(5)	31,10(5)	1800(1)	74(1)

Niepewność złożona powierzchni prostokąta:

$$u(P_p) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_p}{\partial b} u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial P_p}{\partial a} u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(bu(a)\right)^2 + \left(au(b)\right)^2} \quad (4)$$

Niepewność złożona powierzchni koła:

$$u(P_p) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_p}{\partial d} u(d)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} du(d)\right)^2} \quad (5)$$

Niepewność złożona objętości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h} u(h)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_p} u(P_p)\right)^2} = \sqrt{\left(hu(P_p)\right)^2 + \left(P_p u(h)\right)^2} \quad (6)$$

Niepewność złożona gęstości:

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial V} u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \lambda} u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{m}{V^2} u(V)\right)^2 + \left(\frac{1}{V} u(m)\right)^2} \quad (7)$$

Niepewność złożona prędkości:

$$u(v) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f} u(f)\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda u(f)\right)^2 + \left(fu(\lambda)\right)^2} \quad (8)$$

Niepewność złożona modułu Younga:

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \rho} u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial v} u(v)\right)^2} = \sqrt{\left(v^2 u(\rho)\right)^2 + \left(2\rho v u(v)\right)^2} \quad (9)$$

Korzystając z odpowiednich wzorów(zależnych od kształtu próbki) obliczamy niepewność złożoną modułu Younga dla wszystkich metali.

## 4 Podsumowanie

Opis wielkości	$E_0$ [GPa]	$E$ [GPa]	$U(E)$ [GPa]	$\frac{u(E)}{E}$
Mosiadz	100	100,3	4,93	2,46 %
Stal	210-220	215,5	5,55	1,29 %
Aluminium	70	63,6	2,82	2,21 %
Miedź	110-130	86,4	4,86	2,81%

- Zarówno dla mosiądzu jak i dla stali otrzymane przez nas wyniki pokrywają się z wartościami tabelarycznymi. Świadczy to o poprawności wykonanych pomiarów.
- W przypadku aluminium uzyskany wynik, nawet po uwzględnieniu niepewności rozszerzonej, nie pokrywa się z wartością dokładną. Te pomiary zostały dokonane jako pierwsze i odczytane wartości częstotliwości nie są dokładne. Mamy tutaj do czynienia z błędem systematycznym, wynikającym z nieodpowiednio umieszczoną skalą w oprogramowaniu. Po uwzględnieniu przesunięcia o 150
- Najgorsze wyniki otrzymaliśmy dla miedzi.