

EAIIB Informatyka	Pęcak Tomasz Bielech Maciej	Rok II	Grupa 3a	Zespół II
Pracownia FIZYCZNA WFiS AGH	Temat: <b>Mostek Wheatstone’a</b>			nr ćwiczenia: 32
Data wykonania: 11.11.2017	Data oddania: 14.11.2017	Zwrot do poprawki:	Data oddania:	Data zaliczenia:
				OCENA:

## 1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie wartości oporu pięciu różnych oporników oraz połączeń szeregowych, równoległych i mieszanych tych oporników.

Aby określić wartości natężeń ( $I$ ) prądów w obwodach elektrycznych używa się pierwszego prawa Kirchhoffa:

Dla węzła obwodu suma natężeń wpływających do tego węzła jest równa sumie natężeń wypływających z niego. Jeśli przyjmiemy, że wartość natężenia prądów wypływających jest ujemna, prawo to można zapisać w następujący sposób:

$$\sum_{x=1,2,\dots} I_x = 0. \quad (1)$$

Do wyliczenia wartości napięć ( $U$ ) na odbiornikach prądu w obwodzie zamkniętym służy drugie prawo Kirchhoffa:

Suma napięć na wszystkich odbiornikach prądu jest równa sumie napięć na źródłach napięcia. Co można zapisać:

$$\sum_i U_i = \sum_k \mathcal{E}_k. \quad (2)$$

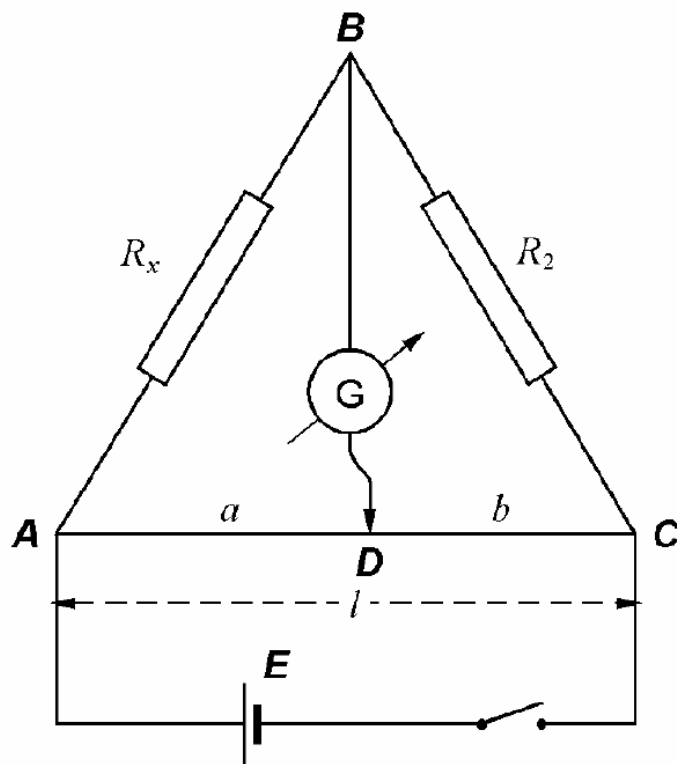
Drugie prawo Kirchhoffa możemy zastosować jedynie, gdy obwód, dla którego stosujemy to prawo, nie jest umieszczony w zmiennym polu magnetycznym.

Do jednoznacznego znalezienia natężeń i napięć w obwodzie potrzebujemy współczynnika ich proporcjonalności. Tym współczynnikiem jest rezystancja ( $R$ ). Tą proporcjonalność opisuje prawo Ohma:

$$U = RI \quad (3)$$

Mostek Wheatstone’a jest układem elektrycznym służącym do pomiaru rezystancji oporników. Schemat jego wykonania jest przedstawiony na rysunku (1).

Jest on utworzony poprzez połączenie czterech rezystorów ( $R_x$  - rezystancja nieznana,  $R_2$  - rezystancja opornicy dekadowej,  $R_a$ ,  $R_b$  - rezystancja odpowiednich części listwy z drutem oporowym), mikroamperomierza  $G$  oraz źródła prądu  $E$ .



Rysunek 1: Schemat mostka Wheatstone'a

Stosując prawa Kirchhoffa (1 i 2) i prawo Ohma (3) dochodzimy do wzoru pozwalającego na wyznaczenie oporu nieznanego ( $R_x$ ):

$$R_x = R_2 \frac{R_a}{R_b}. \quad (4)$$

Korzystając z wzoru na opór właściwy, który jest wielkością charakteryzującą dany materiał (w tym przypadku drut o długości  $AC$ ) i uwzględniając to, że drut jest drutem jednorodnym można wyznaczyć  $R_a$  i  $R_b$ :

$$R_a = \rho \frac{a}{S}, \quad (5)$$

$$R_b = \rho \frac{b}{S}, \quad (6)$$

gdzie  $\rho$  to opór właściwy materiału, z którego wykonany jest drut, a  $S$  to pole przekroju poprzecznego tego drutu. Uwzględniając te wzory w równaniu (4) otrzymujemy zależność:

$$R_x = R_2 \frac{a}{b}. \quad (7)$$

Wiedząc, że suma  $a + b$  jest równa długości całego drutu  $l$  otrzymujemy roboczy wzór do wyznaczania oporu nieznanego rezystora ( $R_x$ ):

$$R_x = R_2 \frac{a}{l - a}. \quad (8)$$

## 2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie wykonywaliśmy dla pięciu rezystorów, połączenia szeregowego pierwszego i drugiego rezystora, połączenia równoległego pierwszego i drugiego rezystora, połączenia mieszanego (w tym połączeniu rezystor trzeci został połączony szeregowo z równoległym połączeniem pierwszego i drugiego rezystora). Dla każdego układu wykonano następujące kroki:

- W pierwszym kroku ustawiono kontakt ślizgowy listwy z drutem oporowym na środek (tak, aby  $a = b$ ).
- Następnie, dostosowywano rezystancję opornicy dekadowej, tak aby wskazówka mikroamperomierza była wyzerowana.
- Kolejnym krokiem było zmienianie rezystancji opornicy dekadowej i przestawianie kontaktu ślizgowego, tak aby wskazówka mikroamperomierza wskazywała 0. Wykonano 10 takich zmian zapisując położenie kontaktu ślizgowego ( $a$ ).
- Wyniki zapisano w tabelkach.

Tabela 1: Pomiary oporu pierwszego rezystora

Opór wzorcowy	12,6	15	17	19	21	11	9	7	5	3
$a$ [mm]	500	456	424	399	373	532	580	642	715	809
$R_x$ [ $\Omega$ ]	12,6	12,57353	12,51389	12,61398	12,49282	12,50427	12,42857	12,55307	12,54386	12,70681

Tabela 2: Pomiary oporu drugiego rezystora

Opór wzorcowy	35	40	45	50	55	30	25	20	15	10
$a$ [mm]	500	463	430	403	382	534	577	630	698	779
$R_x$ [ $\Omega$ ]	35	34,4879	33,94737	33,75209	33,99676	34,37768	34,10165	34,05405	34,66887	35,24887

Tabela 3: Pomiary oporu trzeciego rezystora

Opór wzorcowy	70	80	90	100	110	60	50	40	30	20
$a$ [mm]	500	467	437	412	388	541	585	638	704	785
$R_x$ [ $\Omega$ ]	70	70,09381	69,8579	70,06803	69,73856	70,71895	70,48193	70,49724	71,35135	73,02326

Tabela 4: Pomiary oporu czwartego rezystora

Opór wzorcowy	41	46	51	56	61	66	36	31	26	21
$a$ [mm]	500	458	429	401	386	362	512	550	594	645
$R_x$ [ $\Omega$ ]	41	38,87085	38,31699	37,48915	38,34853	37,44828	37,77049	37,88889	38,03941	38,15493

Tabela 5: Pomiary oporu piątego rezystora

Opór wzorcowy	105	120	135	150	165	90	75	60	45	30
$a$ [mm]	500	465	435	409	386	537	583	636	701	783
$R_x$ [ $\Omega$ ]	105	104,2991	103,9381	103,8071	103,7296	104,3844	104,8561	104,8352	105,5017	108,2488

Tabela 6: Pomiary oporu szeregowo podłączonych rezystorów 1 i 2

Opór wzorcowy	47	52	57	62	67	42	37	32	27	22
$a$ [mm]	500	472	449	428	409	528	557	595	641	696
$R_x$ [ $\Omega$ ]	47	46,48485	46,44828	46,39161	46,36717	46,98305	46,52144	47,01235	48,20891	50,36842

Tabela 7: Pomiary oporu równolegle podłączonych rezystorów 1 i 2

Opór wzorcowy	9,5	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	7,5	5,5	3,5	1,5
$a$ [mm]	500	454	416	381	356	332	557	632	731	866
$R_x$ [ $\Omega$ ]	9,5	9,562271	9,616438	9,540388	9,673913	9,691617	9,430023	9,445652	9,511152	9,69403

Tabela 8: Pomiary oporu mieszanego połączenia rezystorów 1, 2 i 3

Opór wzorcowy	80	90	100	110	120	70	60	50	40	30
$a$ [mm]	500	469	441	416	397	535	574	616	668	731
$R_x$ [ $\Omega$ ]	80	79,49153	78,89088	78,35616	79,00498	80,53763	80,84507	80,20833	80,48193	81,52416

### 3 Opracowanie danych pomiarowych

#### 3.1 Pomiary i ich niepewności.

Wszystkie pomiary wykonywaliśmy 10 razy dlatego przyjmujemy niepewność pomiaru typu A:

Wyznaczone wartości rezystancji oporników i ich niepewności:

- $R_1 = 12,553; u(R_1) = 0,024$
- $R_2 = 34,36; u(R_2) = 0,15$
- $R_3 = 70,31; u(R_3) = 0,15$

- $R_4 = 38,04; u(R_4) = 0,13$
- $R_5 = 104,48; u(R_5) = 0,18$
- $R_{z1} = 46,82; u(R_{z1}) = 0,17$
- $R_{z2} = 9,567; u(R_{z2}) = 0,031$
- $R_{z3} = 79,93; u(R_{z3}) = 0,31$

### 3.2 Opracowanie danych.

#### a) Analiza błędów.

Stwierdzono wystąpienie błędów grubych, które wyraźnie odstają od średniej. Zaznaczono je w tabelkach kolorem czerwonym.

#### b) Obliczenie wartości rezystancji połączeń szeregowego, równoległego i mieszanego korzystając z wyników pomiarów $R_1$ , $R_2$ i $R_3$ i ich niepewności.

Do policzenia wartości tych rezystancji wykorzystano następujące wzory:

$$R_{z1} = R_1 + R_2, \quad (9)$$

$$R_{z2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (10)$$

$$R_{z3} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (11)$$

Niepewności wyliczenia rezystancji zastępczych obliczone zostały z wykorzystaniem prawa przenoszenia niepewności za pomocą następujących wzorów:

$$u_c(R_{z1}) = \sqrt{[u(R_1)]^2 + [u(R_2)]^2}, \quad (12)$$

$$u_c(R_{z2}) = \sqrt{\left[ \frac{R_2(2R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_1) \right]^2 + \left[ \frac{R_1(2R_2 + R_1)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_2) \right]^2}, \quad (13)$$

$$u_c(R_{z3}) = \sqrt{[u(R_3)]^2 + \left[ \frac{R_2(2R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_1) \right]^2 + \left[ \frac{R_1(2R_2 + R_1)}{(R_1 + R_2)^2} u(R_2) \right]^2}, \quad (14)$$

#### c) Otrzymano następujące wyniki:

Opis wielkości	Opór wyznaczony [ $\Omega$ ]	Opór obliczony [ $\Omega$ ]	$u(R_x)$ [ $\Omega$ ]	$u_c(R_x)$ [ $\Omega$ ]
$R_{z1}$	46,82	46,92	0,17	0,16
$R_{z2}$	9,567	9,194	0,031	0,075
$R_{z3}$	79,93	79,51	0,31	0,17

Można zauważyć, że wyniki dla połączenia szeregowego ( $R_{z1}$ ) i mieszanego ( $R_{z3}$ ) są zgodne w granicach wyznaczonych niepewności, lecz wynik połączenia równoległego ( $R_{z2}$ ) nie jest zgodny.

## 4 Podsumowanie

Opis wielkości	Opór wyznaczony $R_x$ [ $\Omega$ ]	$u(R_x)$ [ $\Omega$ ]	$\frac{u(R_x)}{R_x}$ [%]
$R_1$	12,553	0,024	0,19
$R_2$	34,36	0,15	0,45
$R_3$	70,31	0,15	0,21
$R_4$	38,04	0,13	0,35
$R_5$	104,48	0,18	0,17
$R_{z1}$	46,82	0,17	0,37
$R_{z2}$	9,567	0,031	0,33
$R_{z3}$	79,93	0,31	0,39

- Mostek Wheatstone’a umożliwia mierzenie wartości oporu rezystorów, lub ich różnych połączeń. Pomiar ten jest dokładny nie uwzględniając spadków napięcia na przewodach służących do odpowiedniego połączenia układu.
- Dzięki powtórzeniu pomiarów dla dziesięciu różnych ustawień opornicy dekadowej, udało się uzyskać bardzo dokładne wyniki, których błąd względny nie przekracza 0,5 %.
- Niezgodność porównania wartości obliczonej i wyznaczonej oporu rezystorów połączonych równolegle może być spowodowana koniecznością przebudowania układu pomiarowego (dodanie kolejnych przewodów, które posiadają swoją rezystancję).
- Błędy grube mogły być spowodowane przez przypadkowe przesunięcie kontaktu ślizgowego podczas odczytu wartości  $a$  lub niedokładne wyzerowanie wskaźnika na mikroamperomierzu.