EAiIB	Pęcak Tomasz		Rok	Grupa	Zespół	
Informatyka	Bielech Maciej		II	3a	II	
Pracownia FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat: Fale podłużne w ciałach stałych				nr ćwiczenia: 29	
Data wykonania: 28.10.2017	Data oddania: 31.10.2017					

1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie wartości modułu Younga dla różnych materiałów przy wykorzystaniu rónania fali rozchodzącej się w pręcie.

2 Wykonanie ćwiczenia

Ćwiczenie wykonywaliśmy dla drutów: mosiężnego, stalowego, miedzianego i aluminiowego. Dla każdego z nich wykonaliśmy nastepujące czynności:

- W pierwszym kroku dokonaliśmy pomiaru wymiarów próbki danego materiału w celu wyznaczenia jego
 objętości. W zależności od kształtu stosowaliśmy: taśmę mierniczą o dokładności ±1 mm lub suwmiarkę
 ±0.05 mm.
- Następnie każdą próbkę zwarzyliśmy. Ze względu na różne wielkośc próbek używaliśmy wag o różnych dokładnościach(±1g lub ±0.001g).
- W kolejnym kroku zmierzyliśmy długość pręta przy pomocy taśmy mierniczej.
- Na końcu dokonaliśmy pomiaru częstotliwości harmoniczych przy pomocy oscyloskopu w programie Zelscope. W tym celu umieśliśmy pręt na nitkach stojaka, by mógł swobonie drgać. Ustawiliśmy mikrofon w odpowiedniej odległości od drutu. Następnie uderzaliśmy młotkiem w koniec pręta i zapisywaliśmy wyniki uzykane w programie.

3 Opracowanie danych pomiarowych

3.1 Analiza błedów

Na czerwono zostały oznaczone pomiary, których prędkość znacząco odbiega od średniej. Utożsamiamy je z błedami grubymi, które najprawdopodniej są wynikiem błędnego odczytu częstotliwości.

Tabela 1: Pomiary dla materialu miedzianego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość <i>f</i> [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]	
1	1180	3,60	4248	
2	2160	1,80	3888	
3	3240	1,20	3888	
4	4280	0,90	3852	
5	5260	0,72	3787,2	
6	6200	0,60	3720	

Tabela 2: Pomiary dla materiału aluminiowego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość <i>f</i> [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali <i>v</i> [m/s]	
1	2440	1,98	4831,2	
2	4960	0,99	4910,4	
3	6840	0,66	4514,4	
4	9560	0,50	4732,2	
5	11340	0,40	4490,64	
6	12360	0,33	4078,8	

Tabela 3: Pomiary dla materiału mosiężnego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość <i>f</i> [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali v [m/s]	
1	1690	1,98	3346,2	
2	3460	0,99	3425,4	
3	5160	0,66	3405,6	
4	6840	0,50	3385,8	
5	8620	0,40	3413,52	
6	12000	0,33	3960	

Tabela 4: Pomiary dla materialu stalowego.

Nr harmonicznej	Częstotliwość <i>f</i> [Hz]	Długość fali λ [m]	Prędkość fali <i>v</i> [m/s]	
1	1420	3,60	5112	
2	2900	1,80	5220	
3	4300	1,20	5160	
4	5720	0,90	5148	
5	7120	0,72	5126,4	
6	8600	0,60	5160	

3.2 Pomiary i ich niepewności.

Wszystkie wielkości mierzyliśmy niewielką ilość razy, dlatego dla każdej z nich przyjmujemy ocenę niepewności typu B, co w naszym przypadku będzie odpowiadać dokładności przyrządu pomiarowego. W każdym przypadku $u(\lambda)=u(l)$ oraz u(f)=20 Hz.

Tablica 1: Niepewności standardowe miedzi

Symbol	d [mm]	d_w [mm]	<i>l</i> [mm]	m [g]	
Wartość(niepewność)	15,2(5)	17,95(5)	1801(1)	761(1)	

Tablica 2: Niepewności standardowe aluminium

Symbol	h [mm]	d [mm]	<i>l</i> [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	43,9(5)	4,9(5)	999(1)	23,891(1)

Tablica 3: Niepewności standardowe stal

Symbol	h [mm]	<i>b</i> [mm]	c [mm]	<i>b</i> [mm]	m [g]
Wartość(niepewność)	19,80(5)	14,05(5)	14,20(5)	1800(1)	30,861(1)

Tablica 4: Niepewności standardowe mosiadz

Symbol

$$d$$
 [mm]
 h [mm]
 l [mm]
 m [g]

 Wartość(niepewność)
 5,90(5)
 31,10(5)
 1800(1)
 74(1)

Niepewność złożona powierzchni prostokata:

$$u(P_P) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_P}{\partial b}u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial P_P}{\partial a}u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(bu(a)\right)^2 + \left(au(b)\right)^2}$$
(1)

Niepewność złożona powierzchni koła:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_P}{\partial d}u(d)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}du(d)\right)^2}$$
 (2)

Niepewność złożona objętości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h}u(h)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_p}u(P_p)\right)^2} = \sqrt{\left(hu(P_p)\right)^2 + \left(P_pu(h)\right)^2}$$
(3)

Niepewność złożona gęstości:

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial V}u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \lambda}u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{m}{V^2}u(V)\right)^2 + \left(\frac{1}{V}u(m)\right)^2} \tag{4}$$

Niepewność złożona prędkości:

$$u(v) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f}u(f)\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda u(f)\right)^2 + \left(fu(\lambda)\right)^2}$$
 (5)

Niepewność złożona modułu Younga:

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \rho}u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial v}u(v)\right)^2} = \sqrt{\left(v^2u(\rho)\right)^2 + \left(2\rho vu(v)\right)^2}$$
 (6)

Korzystając z odpowiednich wzorów(zależnych od kszatłtu próbki) obliczamy niepewność złożoną modułu Younga dla wszystkich metali.

4 Podsumowanie

Opis wielkości	E_0 [GPa]	E [GPa]	U(E) [GPa]	$\frac{u(E)}{E}$	$(0,9E_0-U(E);1,1E_0+U(E))$
Pomiary drutu mosiężnego I	100	124	8	3,34 %	(82;118)
Pomiary drutu mosiężnego II	100	116	6	2,6 %	(84; 116)
Pomiary drutu stalowego	210-220	176	14	4,03 %	(175; 256)

- Określenie poprawności wyników naszych doświadczeń jest trudne, ponieważ nie da się jednoznacznie
 określić wartości tabelarycznej dla danego metalu. Wynika to z nieznajomości dokładnego składu metalu
 (stopu), a także ze zużycia drutu. W naszych badaniach przyjmujemy rozrzut rzędu ±10% dla wartości
 odczytanych z tabel fizycznych.
- Zarówno dla pierwszych jak i drugich pomiarów dla mosiądzu obliczona wartość modułu wykracza poza przedział $(E_0 U(E), E_0 + U(E))$. Po uwzględnieniu dziesięcioprocentowego rozrzutu drugą serię pomiarów możemy uznać za poprawną w zakresie wyznaczonej niepewności. Pierwsza seria pomiarów nadal daje wynik niepoprawny, co potwierdza nasze obawy co do błędu systematycznego.
- Podobnie jak w przypadku drugiej serii pomiarów dla mosiądzu wartość modułu Younga dla stali wykracza poza $E_0 \pm U(E)$, lecz po uwzględnieniu dziesięcioprocentowego rozrzutu od wartości tablicowej możemy uznać obliczoną wartość za poprawną w zakresie wyznaczonej niepewności.