

Laboratorium problemowe

Suwnica 3-D

Maciej Cebula
Maciej Talar

Spis treści

1	Wstęp	2
1.1	Cel zajęć	2
1.2	Plan działania	3
2	Stanowisko	4
2.1	Opis stanowiska	4
3	Identyfikacja	6
3.1	Identyfikacja parametrów	6
3.1.1	Wyznaczenie parametrów silników elektrycznych.	6
3.1.2	Wyznaczenie tarcia statycznego.	9
3.1.3	Badanie wpływu ruchu ciężarka na ruch wózka.	10
3.1.4	Wyznaczenie modelu oscylacyjnego dla podwieszonego ciężarka . . .	11
3.1.5	Porównanie pełnego modelu z obiektem	13
3.1.6	Układ bez tłumienia drgań	14
4	Projektowanie regulatorów	18
4.1	Obserwator Luenbergera	18
4.2	Regulator LQR	23
4.3	Dyskretny regulator PID	29
5	Podsumowanie i wnioski	34

Wstęp

1.1 Cel zajęć

Celem zajęć jest zaproponowanie sposobu sterowania suwnicą 3D, które umożliwi przetransportowanie podwieszonego ładunku pomiędzy dwoma punktami w przestrzeni. Zadanie to polega na przeprowadzeniu szeregu badań, na bazie których zaprojektowany zostanie regulator realizujący postawione zadanie. Wartości sterowania w tym przypadku będą podawane na trzy silniki prądu stałego odpowiedzialne za przemieszczanie wózka z podwieszonym ładunkiem wzdłuż trzech osi. Przebieg całego zadania można wstępnie podzielić na następujące etapy:

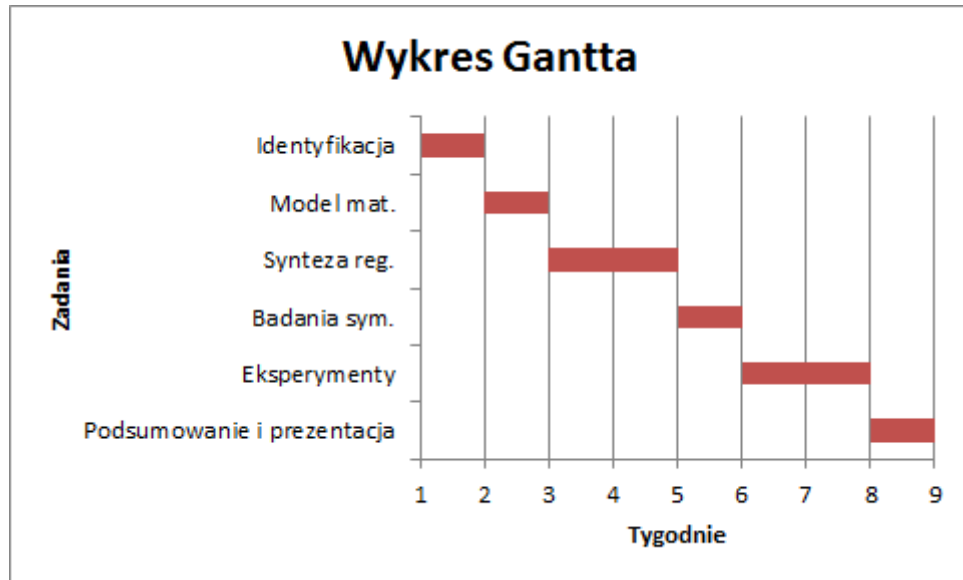
1. Identyfikacja parametrów obiektu.
2. Stworzenie modelu matematycznego.
3. Zaproponowanie struktury regulatora w formie ciągłej odpowiedzialnego za realizację postawionego zadania.
4. Przeprowadzenie badań symulacyjnych w środowisku MATLAB/SIMULINK.
5. Przeprowadzeniu eksperymentów i porównaniu ich wyników z wynikami symulacji.
6. Realizacja wybranego regulatora w formie dyskretniej i porównaniu efektów jego działania z wersją ciągłą.
7. Prezentacja i omówienie otrzymanych wyników.

Aby móc porównać poszczególne wyniki sterowania uzyskane dla różnych struktur regulatora konieczne będzie zdefiniowanie wskaźników jakości. Na tym etapie najbardziej odpowiednio wydają się być:

1. całka z kwadratu uchybu regulacji położenia wózka i ładunku,
2. maksymalne odchylenie od położenia pionowego podwieszonego ładunku

1.2 Plan działania

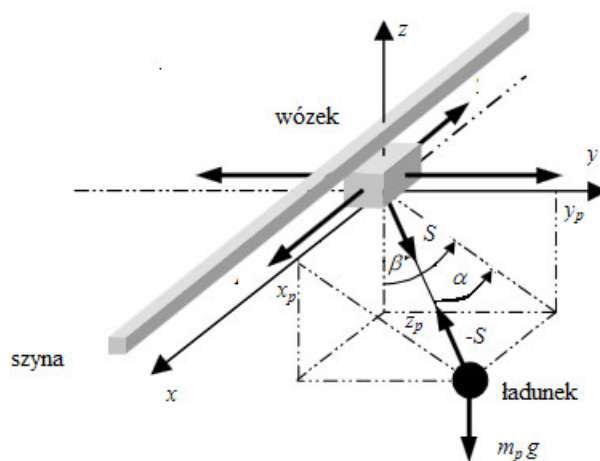
Z racji na dość napięty grafik na poniższym wykresie Gantta przedstawiającym szacunkowy czas potrzebny na realizację poszczególnych etapów laboratorium. Przedstawiony podział może ulegać korektom w wyniku wystąpienia trudności w realizacji poszczególnych zadań.



Rys. 1.1: Wykres Gantta poszczególnych etapów laboratorium.

Stanowisko

2.1 Opis stanowiska



Rys. 2.1: Schemat stanowiska opracowany na podstawie [1] i [2].

Stanowisko składa się z następujących elementów:

- ramy na której zamontowana jest szyna z wózkiem,
- wózka z podwieszonym ładunkiem,
- szyny po której porusza się wózek,
- trzech silników prądu stałego odpowiedzialnych kolejno za pozycjonowanie wózka wzdłuż osi X i Y oraz ładunku wzdłuż osi Z,
- komputera z kartą pomiarową i oprogramowaniem Matlab/Simulink.

Urządzenia pomiarowe wykorzystane w omawianym stanowisku:

- trzy enkodery odpowiedzialne za pomiar położenia wózka odpowiednio wzdłuż osi X i Y oraz ładunku wzdłuż Z.
- dwa enkodery mierzące kąt odchylenia od pionu ładunku wzdłuż osi X i Y.

Sterowanie na silniki było podawane w formie sygnału PWM o następujących parametrach:

- $f = 1000 \text{ Hz}$ - częstotliwość sygnału,
- $p = 60$ - rozdzielczość,
- ± 1 - zakres wartości sygnału sterującego.

Identyfikacja

3.1 Identyfikacja parametrów

Proces identyfikacji polegał na wyznaczeniu parametrów silników napędzających wózek wzdłuż osi X i Y. Z racji na to, że w układzie występuje racie statyczne przyjęto model o następującej transmitancji:

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(Ts + 1)} \quad (3.1)$$

gdzie:

$X(s)$ - położenie wózka

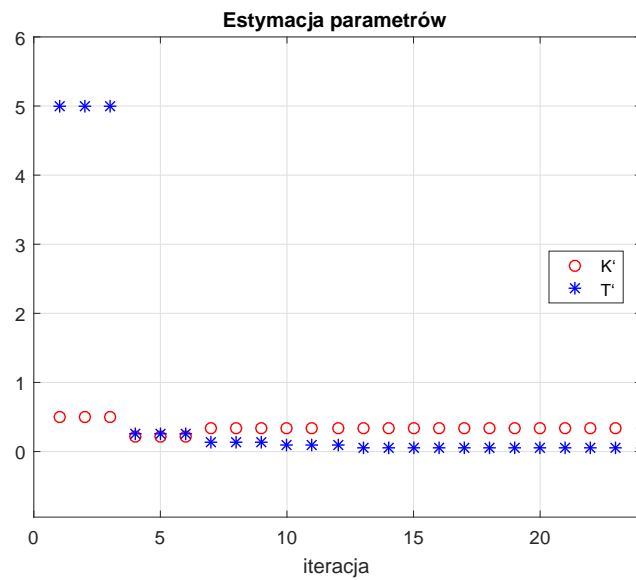
$u(s)$ - sterowanie w postaci współczynnika wypełnienia sygnału PWM

Dla każdej z osi X i Y przeprowadzano eksperyment polegający na rejestrowaniu położenia wózka w reakcji na zadane sterowanie. Na podstawie otrzymanych danych otrzymano przybliżone wartości parametrów K , T z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. W tabeli 3.1 zamieszczono wyniki całej procedury.

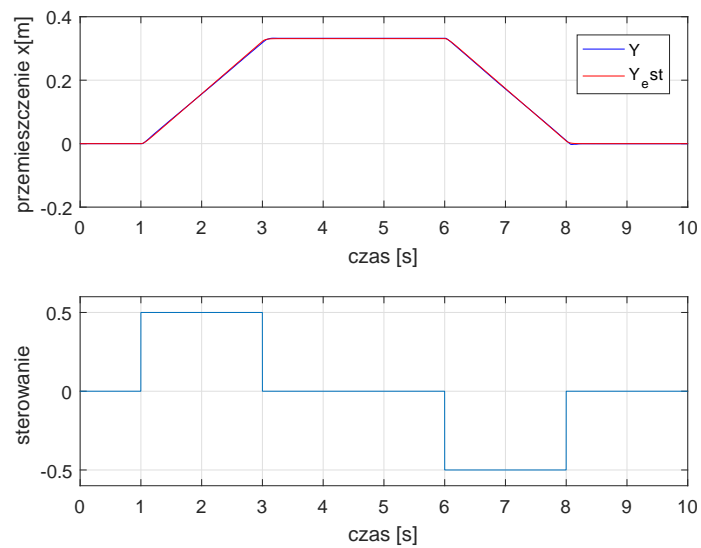
Tabela 3.1: Parametry przyjętego modelu silników.

Oś	K	T
X	0.3224	0.0471
Y	0.3184	0.057

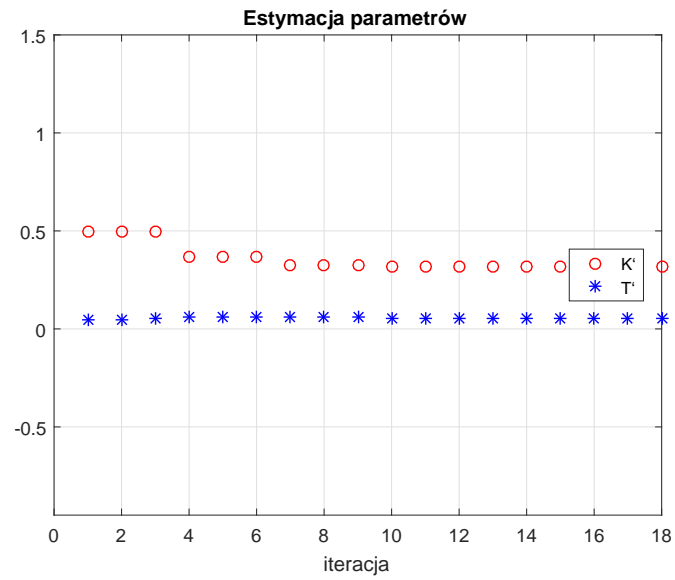
3.1.1 Wyznaczenie parametrów silników elektrycznych.



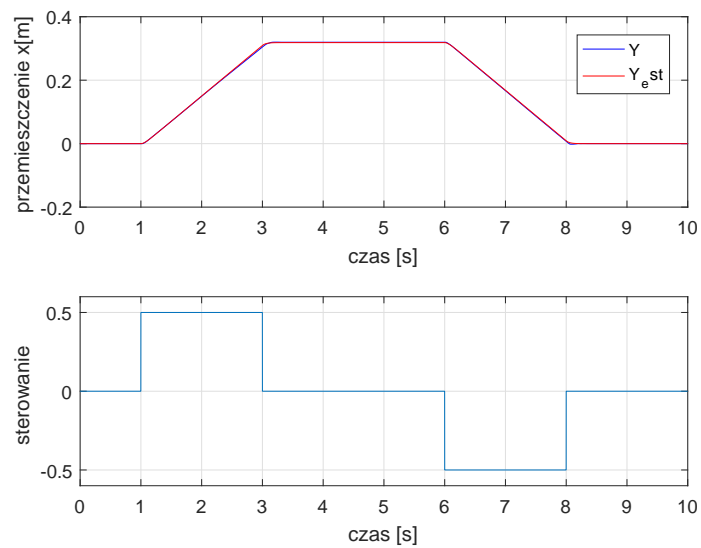
Rys. 3.1: Przebieg estymacji parametrów . Ruch wzdłuż osi X. Metoda najmniejszych kwadratów.



Rys. 3.2: Porównanie odpowiedzi obiektu z modelem.

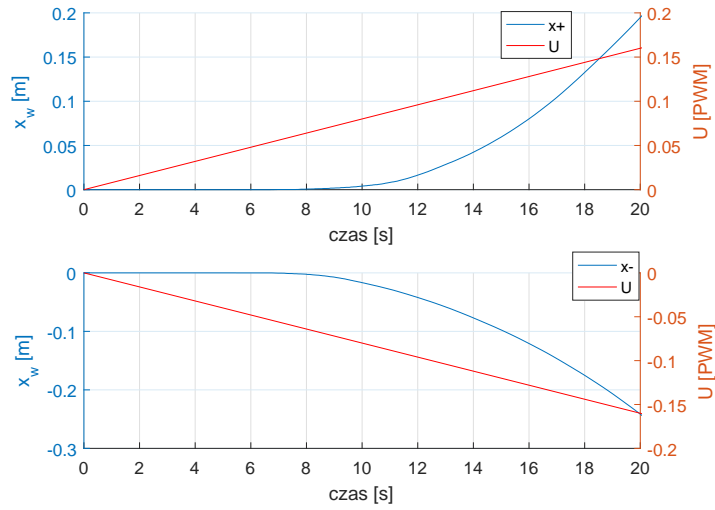


Rys. 3.3: Przebieg estymacji parametrów . Ruch wzdłuż osi Y. Metoda najmniejszych kwadratów.



Rys. 3.4: Porównanie odpowiedzi obiektu z modelem.

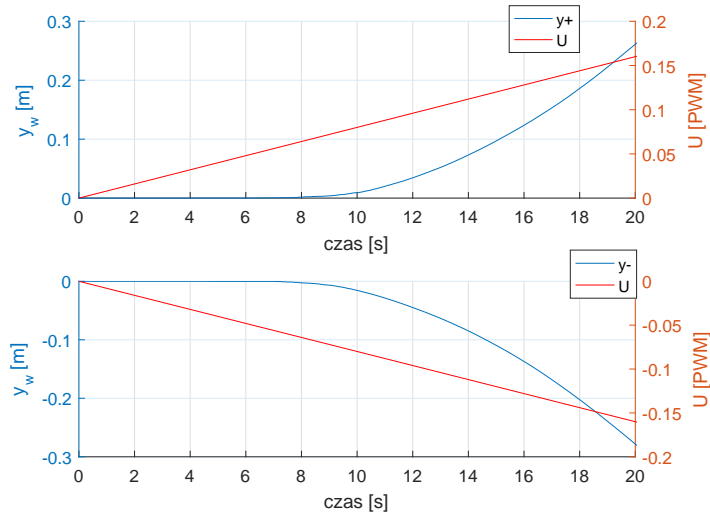
3.1.2 Wyznaczenie tarcia statycznego.



Rys. 3.5: Wyznaczenie tarcia statycznego oś X .

$$U_- = 0.056648$$

$$U_+ = 0.05782$$

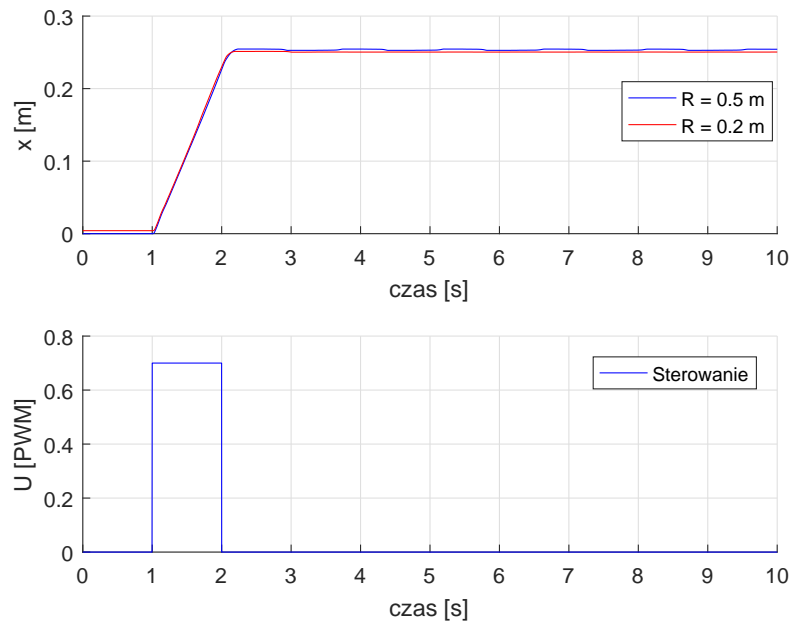


Rys. 3.6: Wyznaczenie tarcia statycznego oś Y.

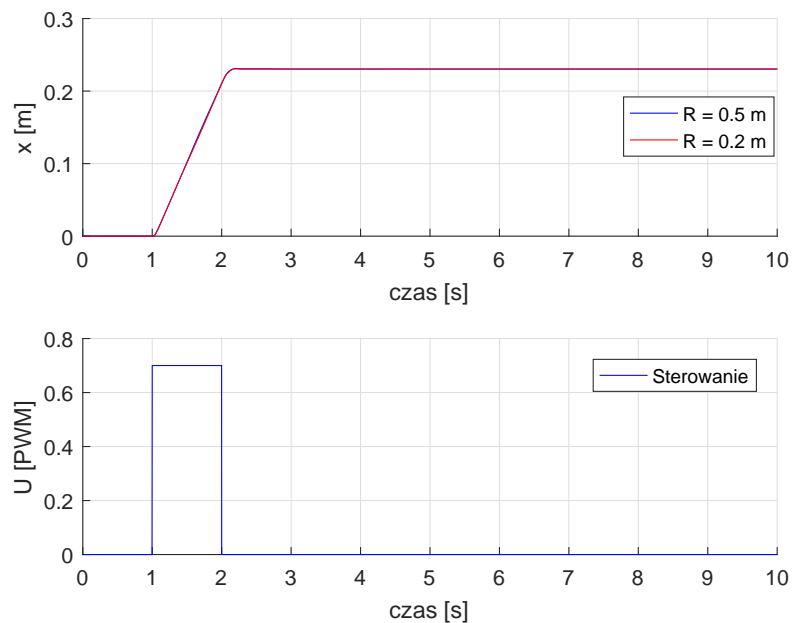
$$U_- = 0.06738$$

$$U_+ = 0.06692$$

3.1.3 Badanie wpływu ruchu ciężarka na ruch wózka.



Rys. 3.7: Porównanie położenia wózka dla różnych długości linki - R , oś Y.



Rys. 3.8: Porównanie położenia wózka dla różnych długości linki - R , oś X.

Jak można zauważyć na rysunkach 3.7 i 3.8 długość linki na której zawieszony jest ładunek nie ma wpływu na ruch samego wózka. Moment siły generowany przez wahający się ładunek

nek był w każdym z rozważanych przypadków niwelowany przez wykorzystane w układzie przekładnie. Na bazie tych obserwacji w późniejszym modelowaniu całego układu zaniedbano wpływ momentu sił pochodzących od podwieszonego ładunku na położenie wózka.

3.1.4 Wyznaczenie modelu oscylacyjnego dla podwieszonego ciężarka

Z racji na to że podczas laboratorium nie było możliwość zważenie wózka do którego był przy-mocowany ładunek jak i również szyny po której jeździł wózek to do zamodelowania całego układu nie mogliśmy wykorzystać modelu z pracy [1] lub [2]. Dlatego też zdecydowano się na zamodelowanie podwieszonego ładunku jako obiektu oscylacyjnego drugiego rzędu z tłumieniem i następnie połączenie go z modelem jeżdżącego wózka (równanie 3.1).

Przyjęty model wahadła z tłumieniem:

$$G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2} \quad (3.2)$$

gdzie:

K - współczynnik wzmocnienia,

ξ - współczynnik tłumienia,

ω_w - częstotliwość drgań własnych ciężarka,

$\omega_0 = \frac{\omega_w}{\sqrt{1 - \xi^2}}$ - częstotliwość drgań swobodnych

Identyfikacja parametrów obiektu opisanego równaniem 3.2 polegała na wychyleniu ładunku o zadany kąt od pionu i rejestrowaniu kąta wychylenia. Na tej podstawie odczytano z wykresów amplitudy potrzebne do wyznaczenia współczynnika tarcia jak i również okres drgań wykorzystany do obliczenia częstotliwości ω .

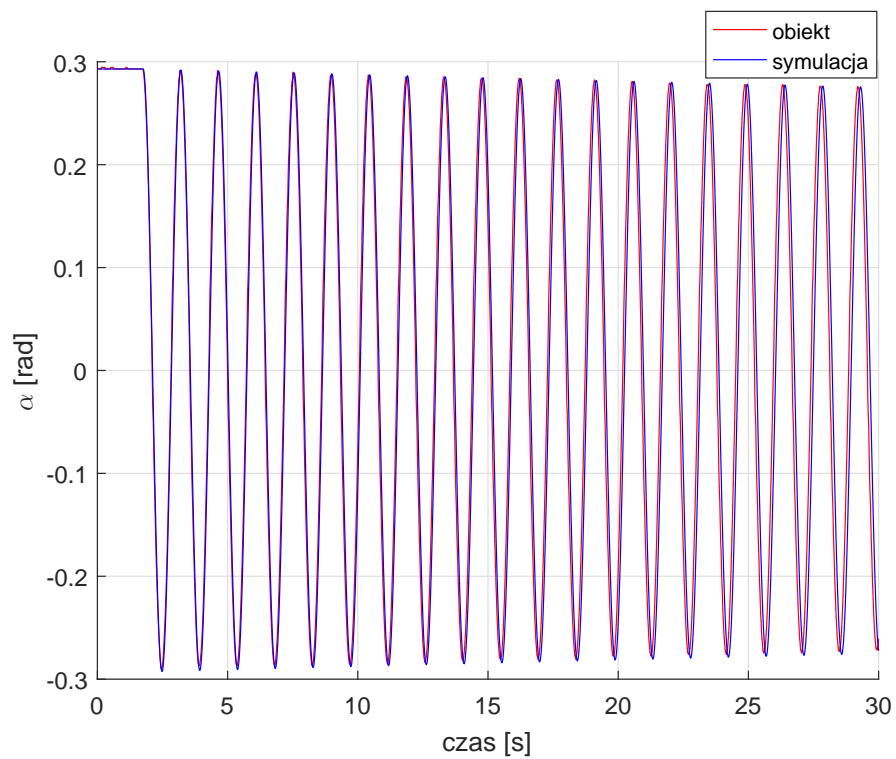
Kąt α - wzdłuż osi X

$$K_x = 0.107$$

$$\omega_w = 4.331 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$\xi_x = 5.139 \cdot 10^{-4}$$

$$\omega_{0x} = \frac{\omega_w}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 4.331 \frac{rad}{s}$$



Rys. 3.9: Porównanie kąta wychylenia wahadła wzdłuż osi X.

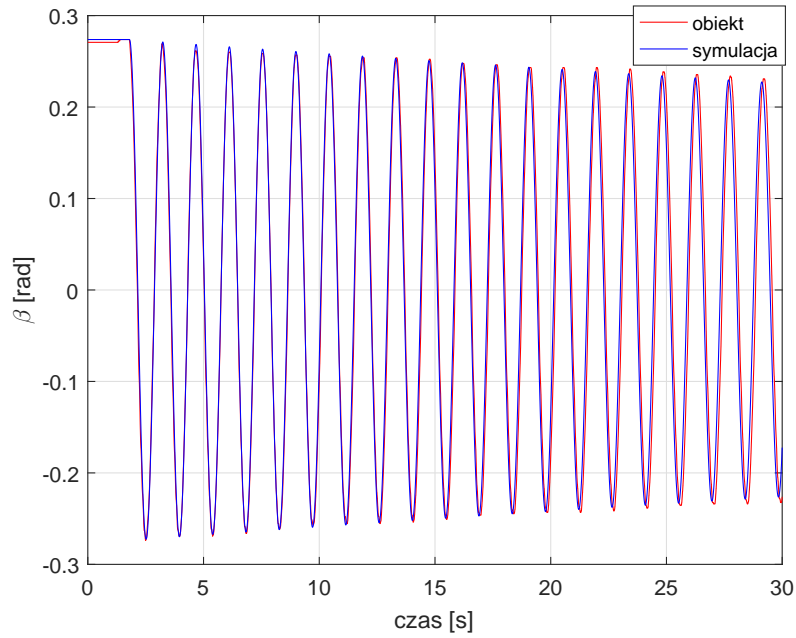
Kąt β - wzdłuż osi Y

$$K_y = 0.09107$$

$$\omega_w = 4.37 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$\xi_y = 1.5526 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_{0y} = \frac{\omega_w}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 4.371 \frac{rad}{s}$$



Rys. 3.10: Porównanie kąta wychylenia wahadła wzdłuż osi Y.

3.1.5 Porównanie pełnego modelu z obiektem

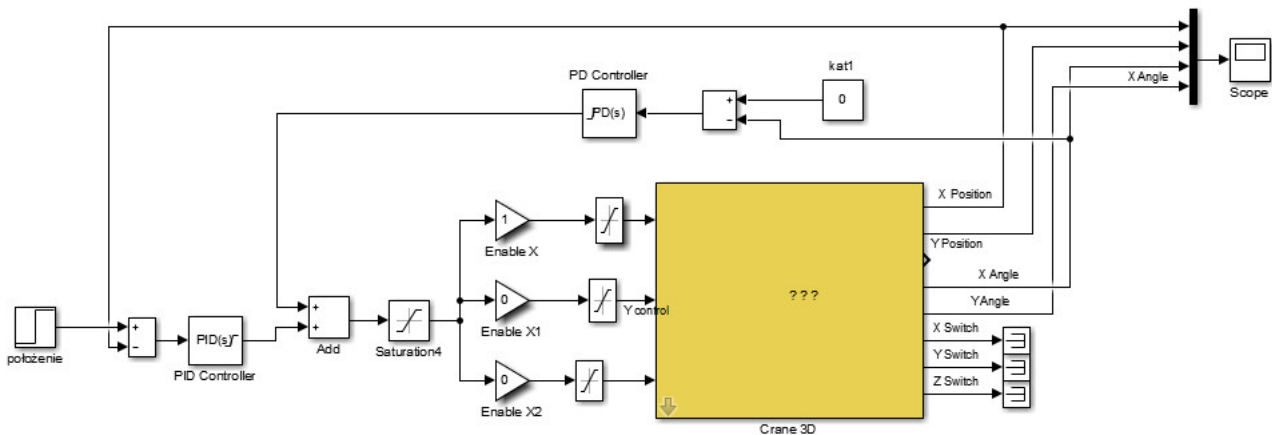
Kolejnym krokiem były badania eksperymentalne mające na celu sprawdzenie jak wyznaczony model matematyczny sprawdza się w przypadku włączenia do układu regulatorów PID odpowiedzialnych za pozycjonowanie wózka i tłumienie drgań podwieszonego ładunku. W tym celu zaprojektowano dwa regulatory o następujących parametrach:

Regulator PID pozycjonujący wózek:

$$K = 10, \quad T_i = 0.005, \quad T_d = 2 \quad (3.3)$$

Regulator PD niwelujący kąt odchylenia ciężarka:

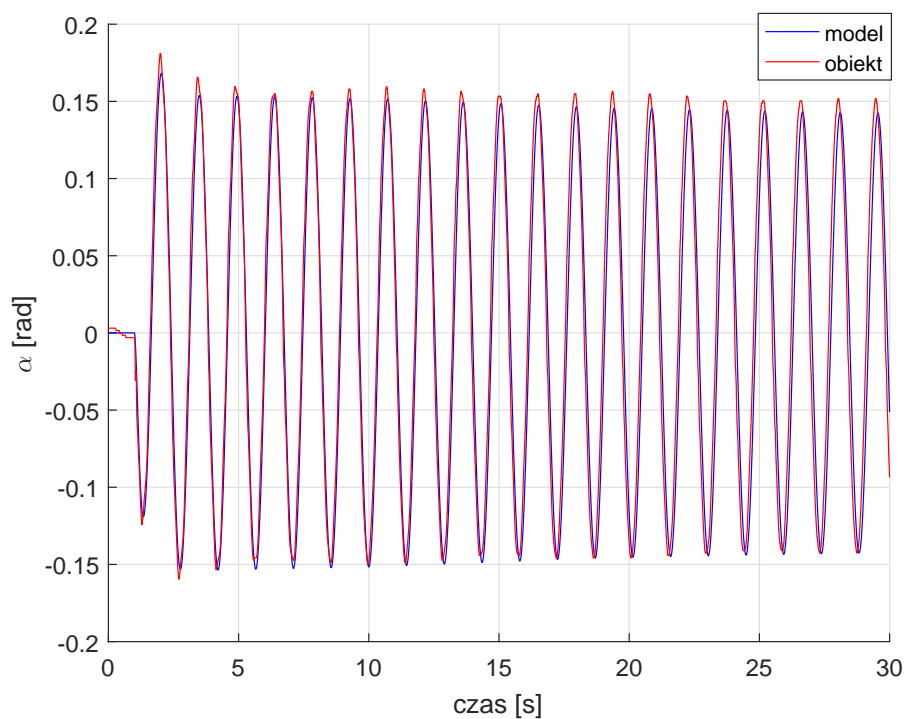
$$P = 10, \quad T_d = 0.01 \quad (3.4)$$



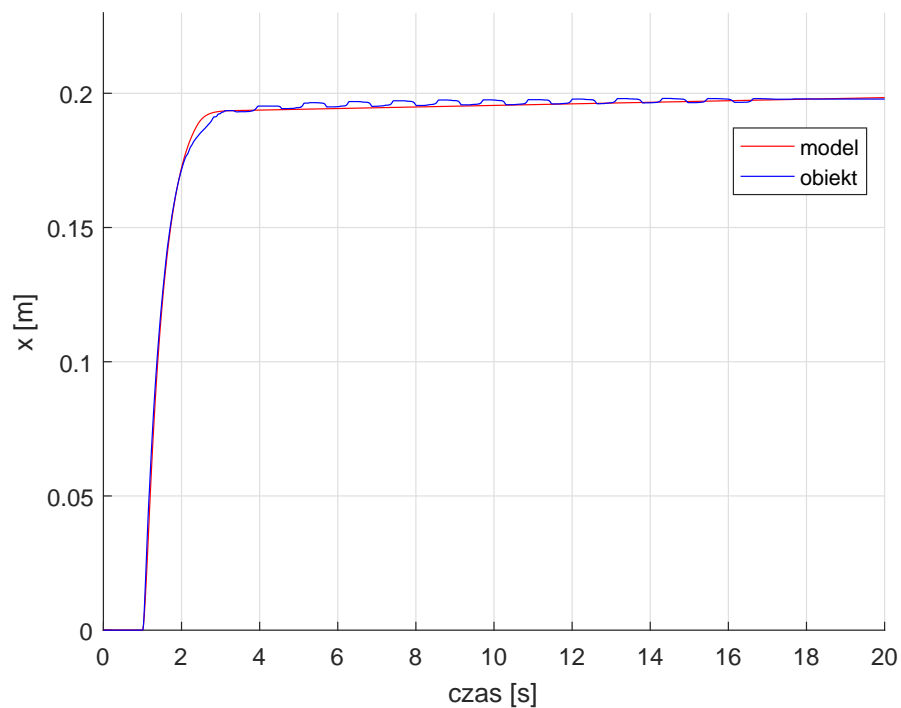
Rys. 3.11: Schemat układu regulacji z regulatorami PID.

3.1.6 Układ bez tłumienia drgań

Na poniższych wykresach porównano przebiegi kąta wychylenia ładunku i położenia wózka, w przypadku wyłączanego regulatora PD odpowiedzialnego za tłumienie drgań. Jak można zauważyć przyjęty model w zadawalającym stopniu odwzorowuje rzeczywisty obiekt.



Rys. 3.12: Porównanie kąta wychylenia ładunku modelu z obiektem oś X.

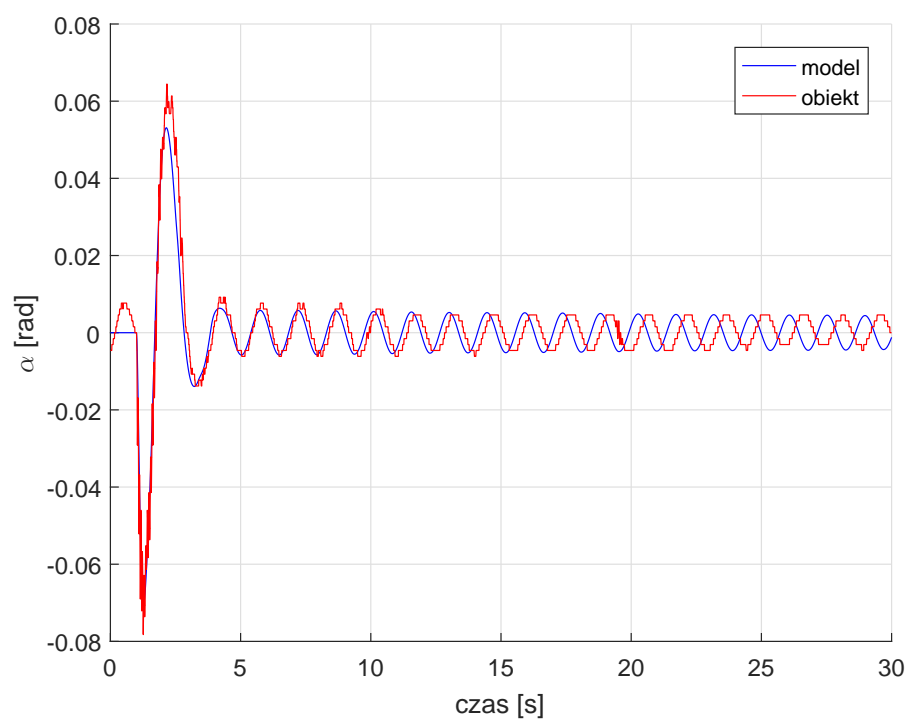


Rys. 3.13: Porównanie położenia wózka modelu z obiektem, oś X.

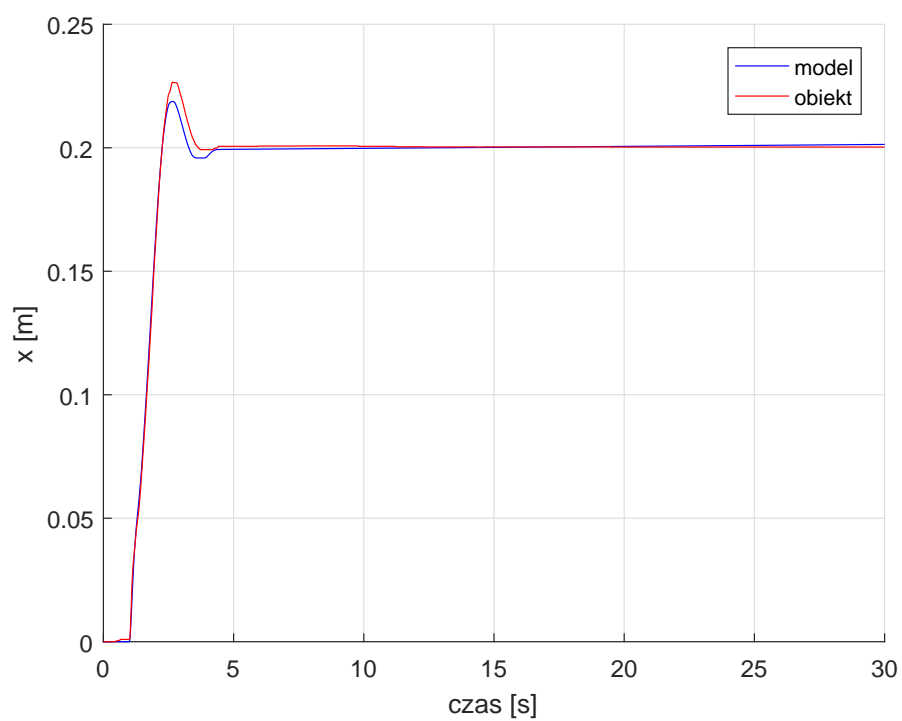
Układ z tłumieniem drgań

Podobnie jak we wcześniejszym przypadku w konfiguracji z włączonym regulatorem PD (od kąta) ponownie otrzymano bardzo zbliżone przebiegi modelu matematycznego i rzeczywistego.

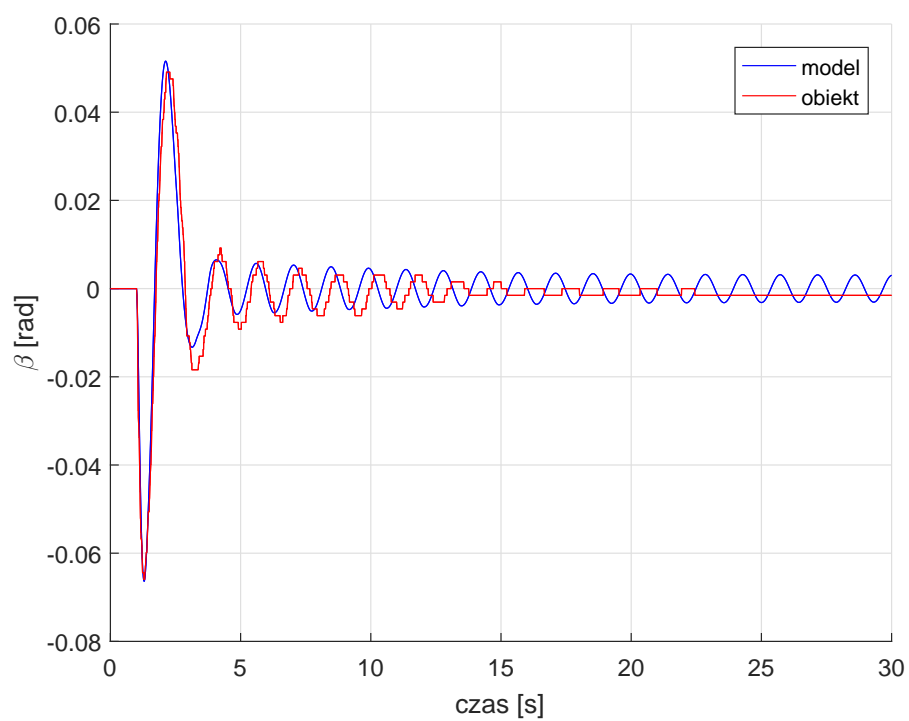
Na tej podstawie zdecydowano się wykorzystać obecny model matematyczny do zaprojektowania obserwatora Luenbergera oraz regulatora LQR.



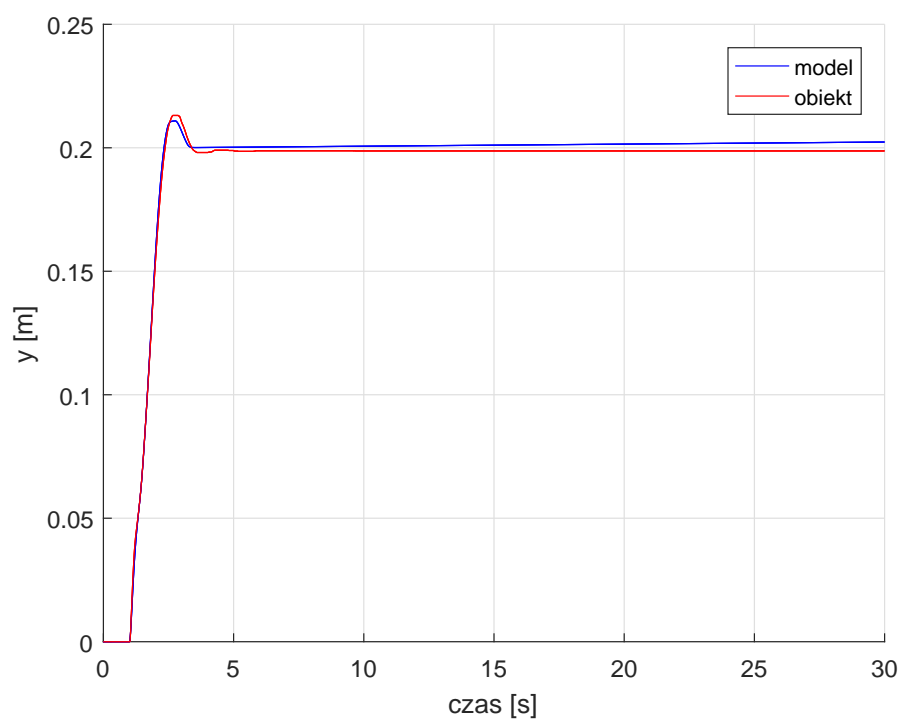
Rys. 3.14: Porównanie kąta wychYLENIA ładunku modelu z obiektem oś X.



Rys. 3.15: Porównanie położenia modelu wózka z obiektem, oś X.



Rys. 3.16: Porównanie kąta wychyleńia ładunku modelu z obiektem oś Y.



Rys. 3.17: Porównanie położenia modelu wózka z obiektem, oś Y.

Projektowanie regulatorów

4.1 Obserwator Luenbergera

Do zastosowania regulatora LQR wymagane są przebiegi wszystkich przyjętych w modelu zmiennych stanu - w tym przypadku położenie i prędkość wózka oraz kąt i prędkość kątowna ładunku. Dwa z tych stanów - położenie i kąt są rejestrowane w układzie za pomocą enkoderów. Prędkość liniową wózka jak i również prędkości kątowną ładunku można było uzyskać poprzez liczenie ilorazu różnicowego sygnałów położenia i kąta wychylenia lub zaprojektować do tego celu obserwator.

Jak można zaobserwować na wykresach 4.1 i 4.2 prędkości liniowa jak i kątowna otrzymane w wyniku zastosowania ilorazu różnicowego są w znacznym stopniu zaszumione. W celu odfiltrowania właściwego sygnału można by było zastosować odpowiedni zaprojektowany filtr dolnoprzepustowy. Jednak z racji na brak odpowiedniego doświadczenia w projektowaniu tego typu układów zdecydowano się zaprojektować obserwator Luenbergera do odtworzenia brakujących przebiegów.

Do stworzenia pełnego modelu rozpatrywanego systemu przyjęto następujące zmienne stanu:

$x_1 = x$ - położenie wózka wzdłuż kolejnych osi,
 $x_2 = \dot{x}_1$ - prędkość wózka,
 $x_3 = \alpha$ - kąt wychylenia wahadła
 $x_4 = \dot{\alpha}$ - pochodna kąta wychylenia wahadła

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s(Ts + 1)} \quad (4.1)$$

$$G_w(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.2)$$

Korzystając z przyjętych transmitancji opisujących silnik elektryczny 4.1 oraz wychylenie wahadła 4.2, otrzymano następujące równania stanu:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-K\omega_0^2}{T} & -\omega_0^2 & -2\xi\omega_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{T} \\ 0 \\ \frac{KK_m\omega_0^2}{T} \end{bmatrix} u \quad (4.3)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Następnie sprawdzono obserwowalność pary macierzy (A, C)

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}, \text{ gdzie } \dim(X) = n$$

Ponieważ $\text{rank}(O) = 4 = \dim(X)$ to układ jest obserwowalny i można było przystąpić do projektowania obserwatora.

Na podstawie równań 4.3 i 4.4 zaprojektowano obserwator pełnego rzędu, który opisany jest wzorem:

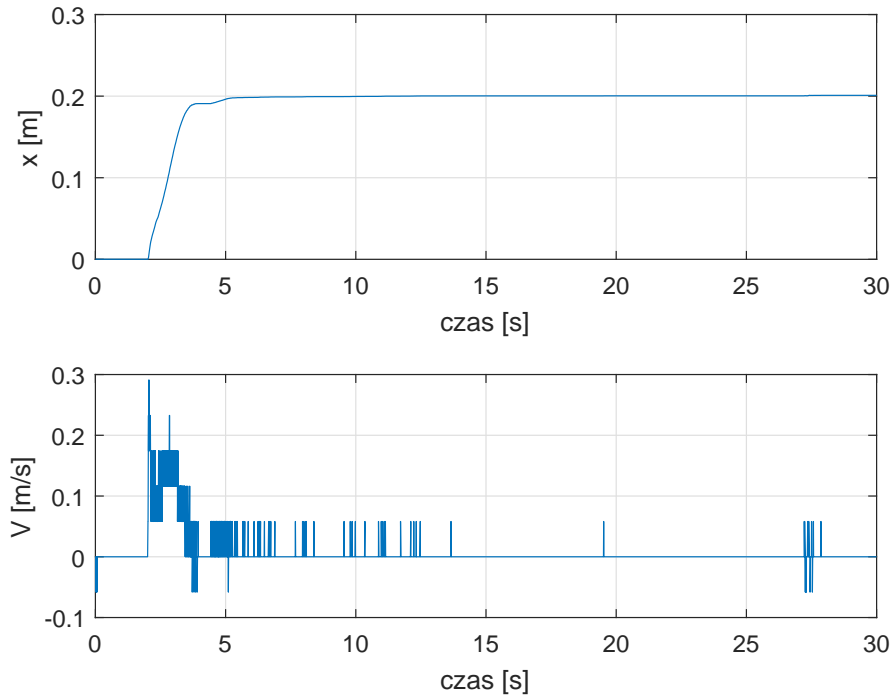
$$\dot{w}(t) = Fw(t) + G(y(t) + Bu(t)) \quad (4.5)$$

gdzie: $w(t)$ - estymata stanu systemu,

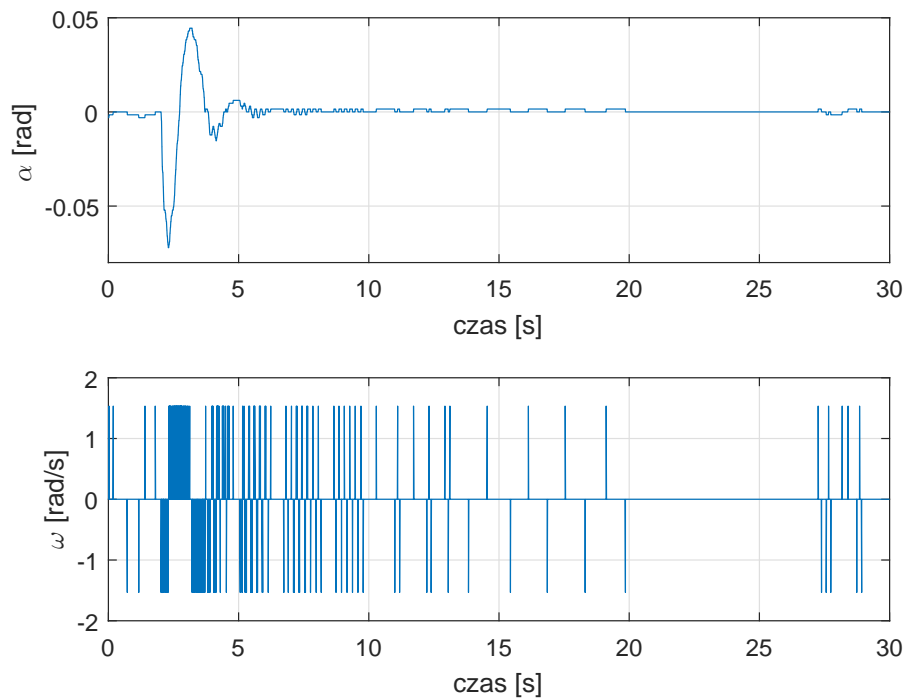
Wartości własne macierzy $f = A - GC$ przyjmowały wartości :

$$\lambda_1 = -11, \lambda_2 = -10$$

$$\lambda_3 = -9, \lambda_4 = -11$$



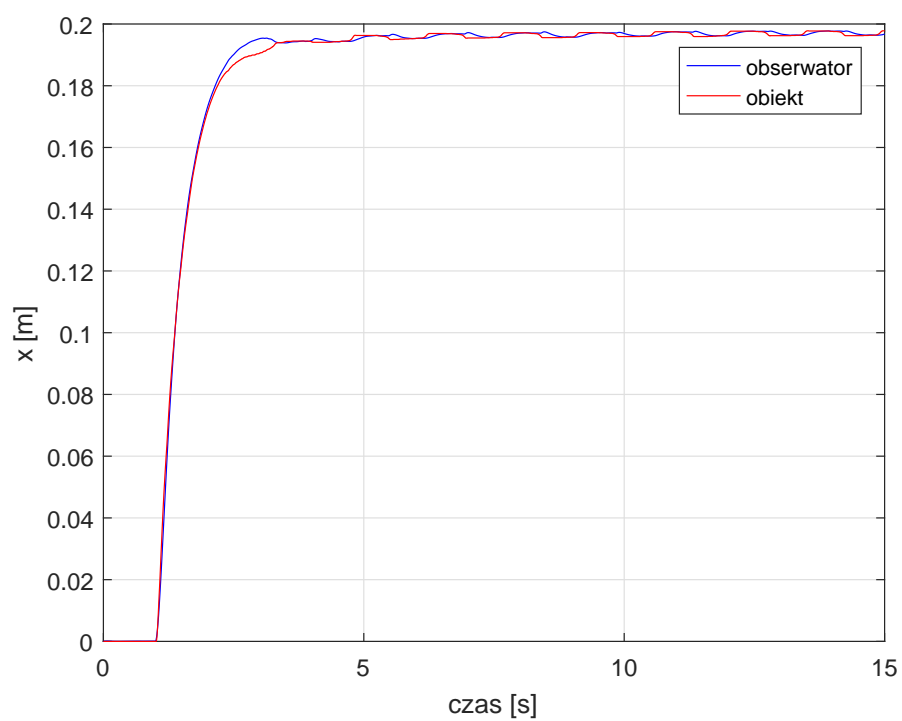
Rys. 4.1: Wyznaczenie prędkości wózka za pomocą ilorazu różnicowego.



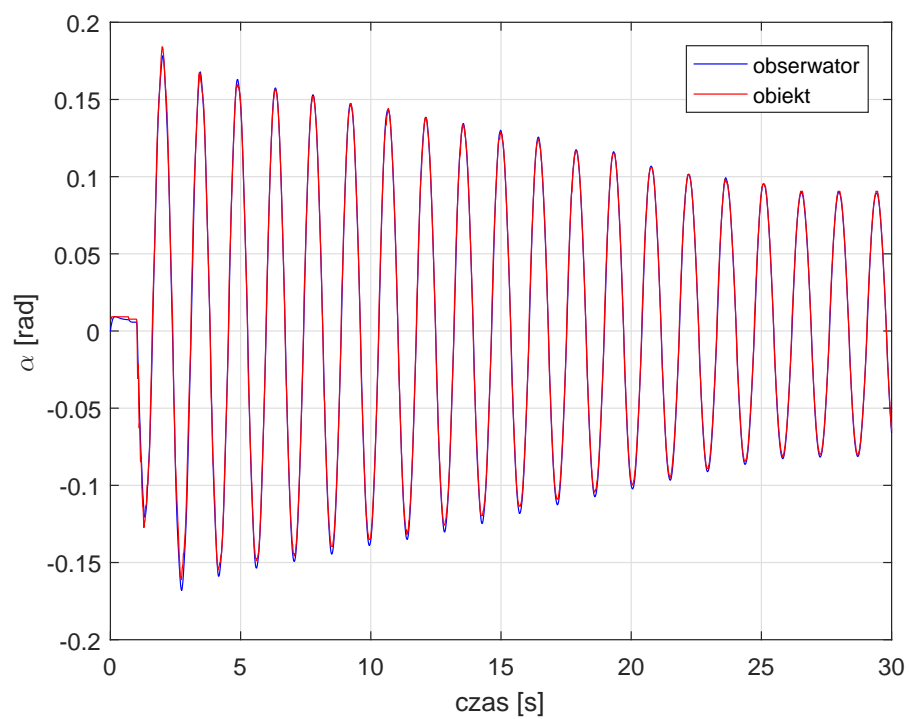
Rys. 4.2: Wyznaczenie prędkości kątowej ładunku za pomocą ilorazu różnicowego.

Na poniższych wykresach przedstawiono w jaki sposób obserwator estymuje położenie wózka i kąt wychylenia ładunku. W obu rozpatrywanych przypadkach (os X i Y) estymata kąta niemal idealnie pokrywa się z rzeczywistym pomiarem, natomiast w przypadku estymaty położenia można dostrzec pewne różnice wynikające głównie z występowania niewielkich luzów na przekładniach oraz nieuwzględnieniem w modelu wpływu odchylonego ładunku na położenie wózka.

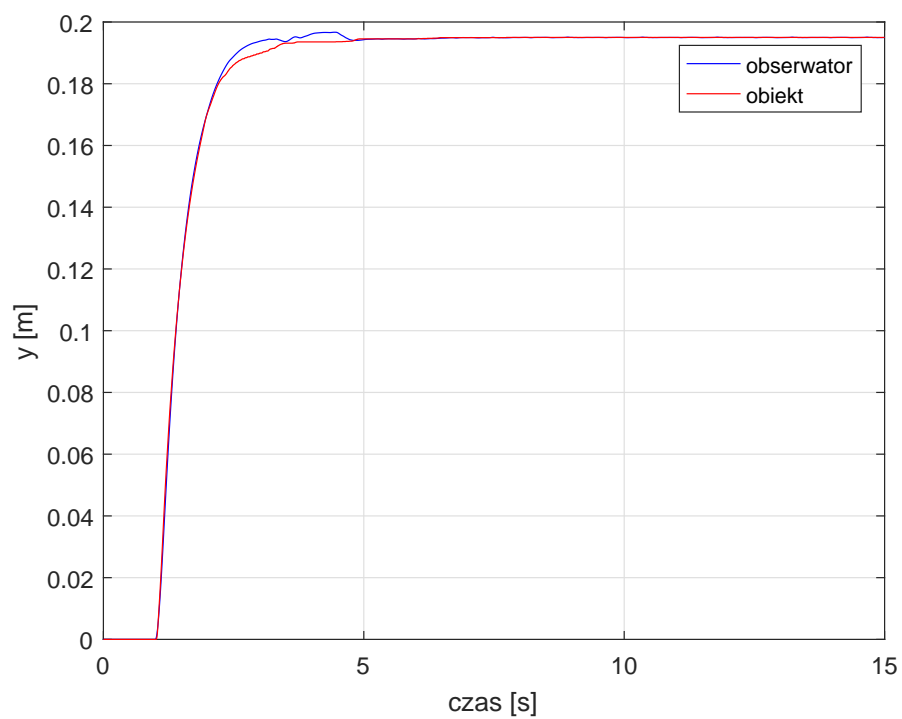
Dzięki temu że w układzie pomiarowym nie występowały zakłócenia związane z pomiarem położenia i kąta to można było przyjąć wartość własne macierzy $A - GC$ o stosunkowo małych stałych czasowych. Dzięki temu można było osiągnąć zadawalające wyniki estymacji stanu przez obserwator.



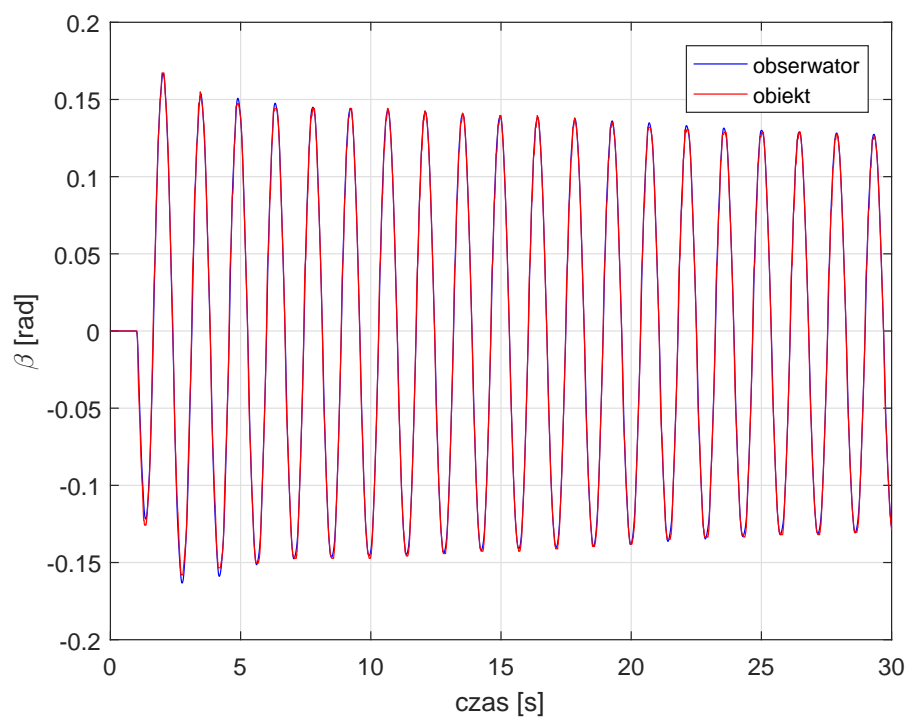
Rys. 4.3: Porównanie obserwatora z obiektem, położenie oś X.



Rys. 4.4: Porównanie obserwatora z obiektem, kąt α .



Rys. 4.5: Porównanie obserwatora z obiektem, położenie oś Y.



Rys. 4.6: Porównanie obserwatora z obiektem, kąt β .

4.2 Regulator LQR

Dla wyznaczonego w sekcji wcześniejszej obserwatora Luenbergera został zaprojektowany regulator LQR. Z racji na to że, zadany stan końcowy nie jest zerowy to na wejście regulatora podawany był uchyb regulacji.

Równania opisujące regulator:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKw(t) \quad (4.6)$$

$$K = R^{-1}B^T X \quad (4.7)$$

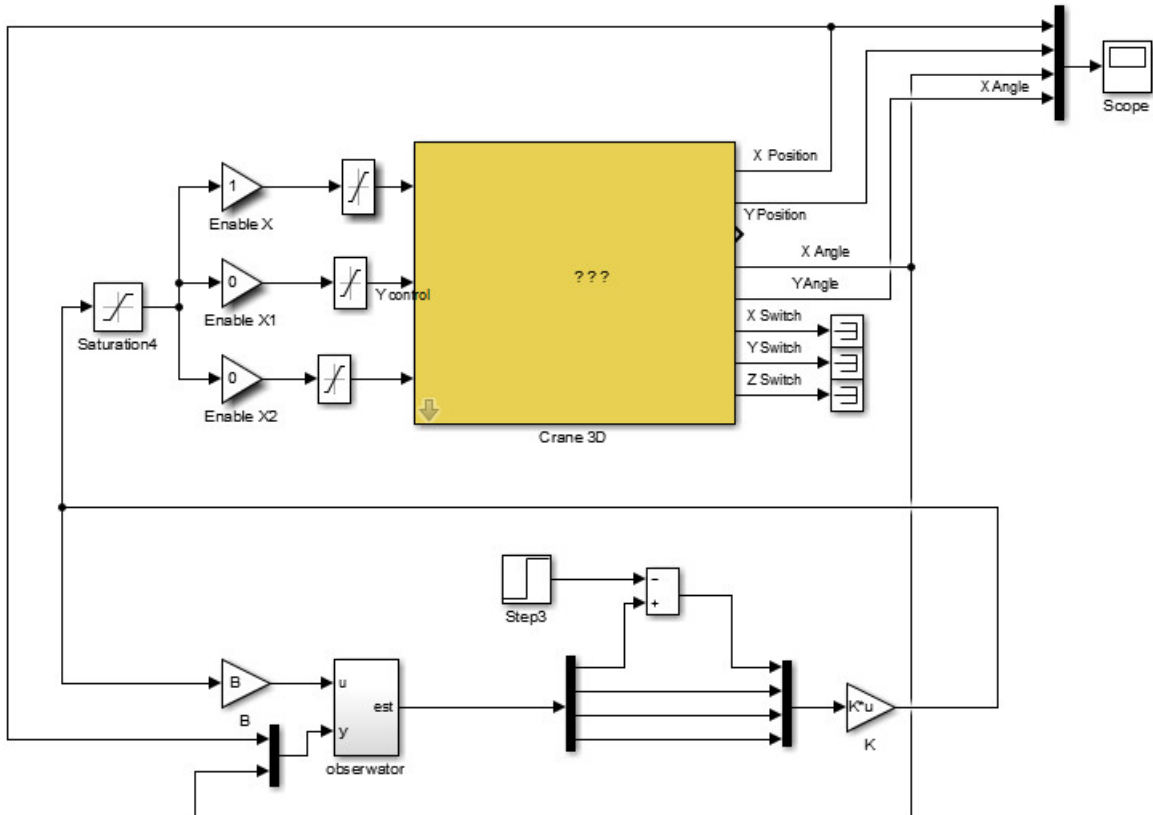
gdzie X jest rozwiązaniem równania Ricatti'ego:

$$A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + Q = 0 \quad (4.8)$$

$$X = X^T, Q = Q^T > 0, R = R^T > 0$$

Regulator wyznacza takie sterowanie aby zminimalizować następujący wskaźnik jakości:

$$J_{LQR} = \int_0^\infty x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) \quad (4.9)$$



Rys. 4.7: Schemat układu regulacji z regulatorem LQR.

W celu sprawdzenie jak różne wartości macierzy Q , R i K wpływają na sposób działania całego układu przetestowano następujące ic postaci:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_1 = 1, K_1 = \begin{bmatrix} 3.1623 \\ 0.6667 \\ -4.3374 \\ -0.2316 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_2 = 10, K_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.1102 \\ -1.3501 \\ -0.0778 \end{bmatrix}$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_3 = 1, K_3 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.3447 \\ -5.0814 \\ -0.3953 \end{bmatrix}$$

$$Q_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_4 = 10, K_4 = \begin{bmatrix} 0.3162 \\ 0.0484 \\ -1.6148 \\ -0.1065 \end{bmatrix}$$

$$Q_5 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_5 = 1, K_5 = \begin{bmatrix} 10.0000 \\ 1.7656 \\ -5.2824 \\ 0.2005 \end{bmatrix}$$

$$Q_6 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_6 = 10, K_6 = \begin{bmatrix} 3.1623 \\ 0.3323 \\ -1.6733 \\ -0.0314 \end{bmatrix}$$

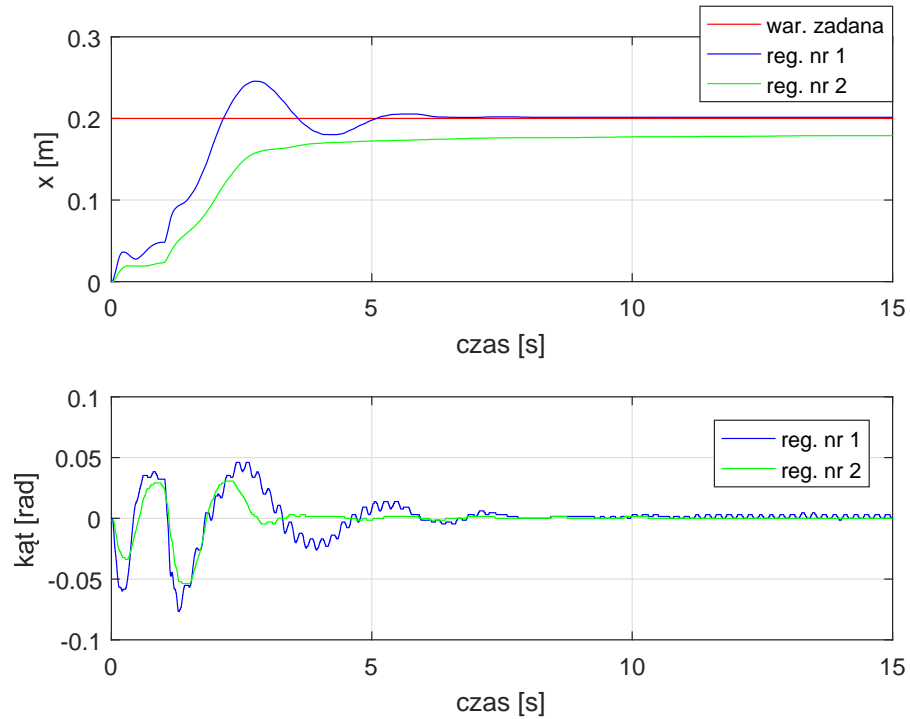
Działanie regulatorów zostało porównane za pomocą następujących wskaźników jakości:

1. $J_1 = \int_0^{t_k} e_x(t)^2 dt$ - całka z kwadratu uchybu regulacji położenia wózka [$m^2 \cdot s$],
2. $J_2 = \int_0^{t_k} e_\alpha(t)^2 dt$ - całka z kwadratu uchybu regulacji wychylenia ładunku [$rad^2 \cdot s$],
3. J_3 - maksymalna odchyłka ładunku od pionu [rad].

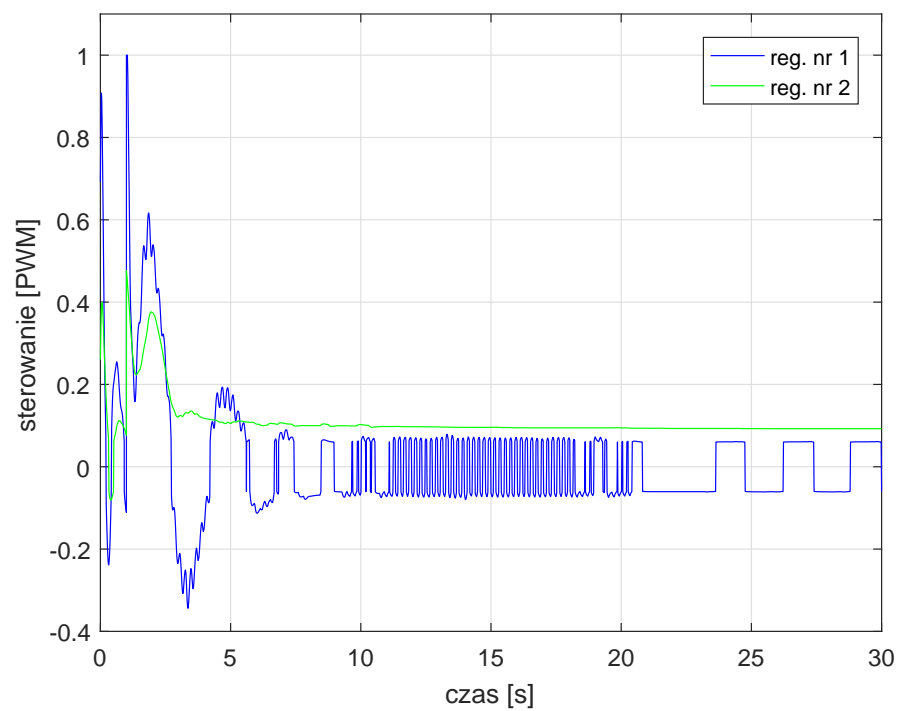
Z tabeli 4.1 można wysnuć wniosek, że najlepszą konfiguracją macierzy Q , R , i K spośród rozpatrywanych jest zestaw nr 3. otrzymano dla niego najlepszą wartość wskaźnika jakości nr J_1 , a także odpowiednio drugi i trzecie wartości w przypadku wskaźników J_2 i J_3 . Na rysunku 4.10 i 4.11 można zauważyć jak zmiana wartości współczynnika R z 1 na 10 ma wpływ na działanie układu. W przypadku $R = 10$ otrzymano co prawda najlepsze wartości wskaźników jakości J_2 i J_3 jednak podawanie na obiekt bardzo "ekonomicznego" sterowania skutkowało bardzo powolnym pozycjonowaniem się wózka w zadanym położeniu.

Tabela 4.1: Porównanie poszczególnych regulatorów LQR.

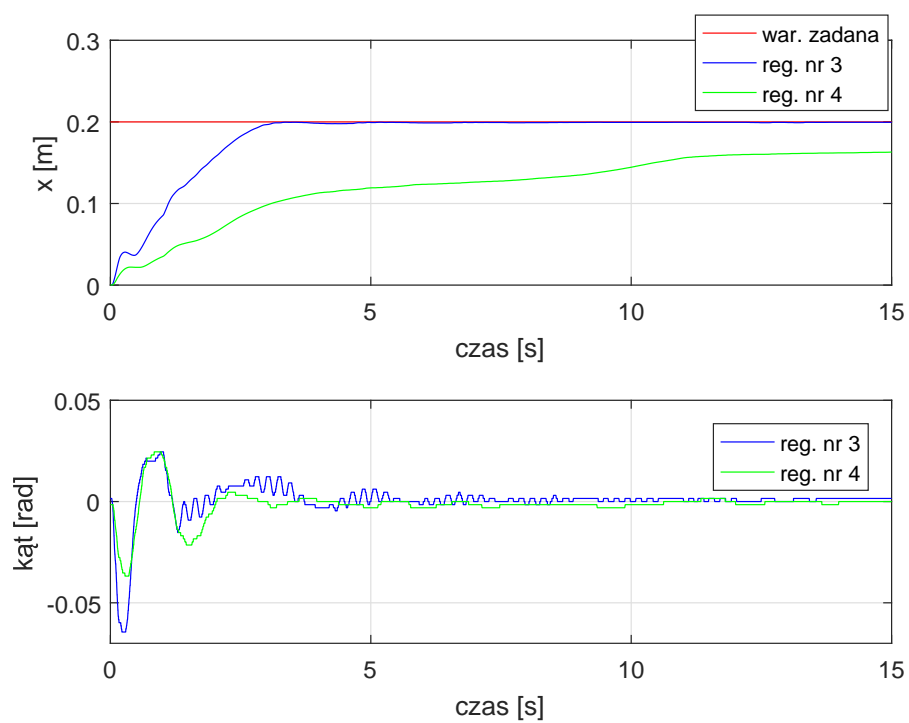
Nr regulatora	$J_1[m^2 \cdot s]$	$J_2[rad^2 \cdot s]$	$J_3[rad]$
1	0.02123	0.0049	0.0767
2	0.1826	0.0022	0.0537
3	0.1011	0.0014	0.0644
4	0.2958	0.0008	0.0368
5	0.2095	0.0206	0.1549
6	0.2010	0.0130	0.1365



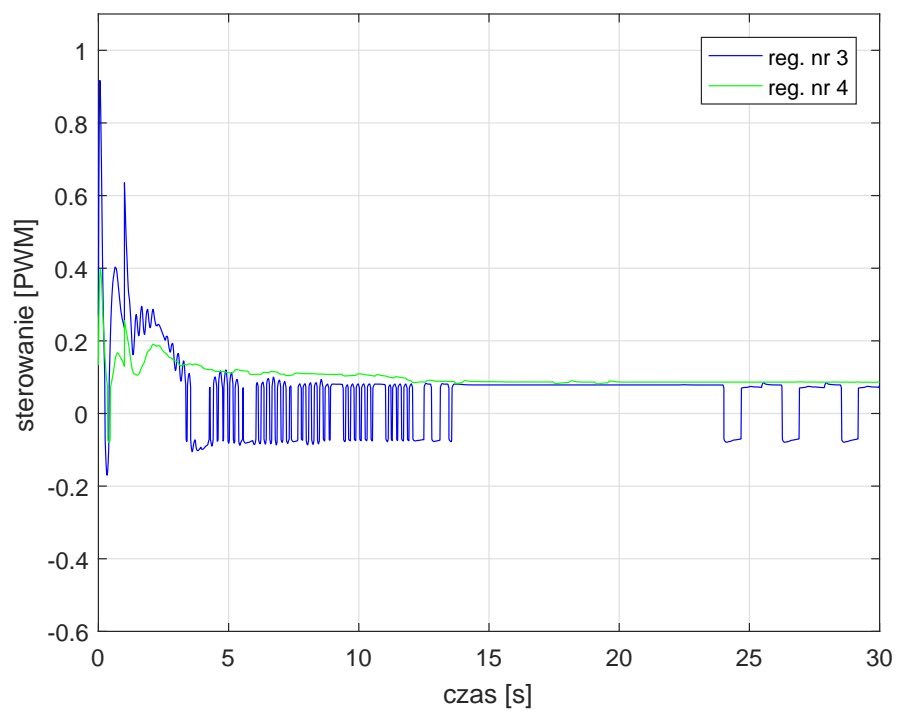
Rys. 4.8: Porównanie działania regulatorów nr 1 i 2.



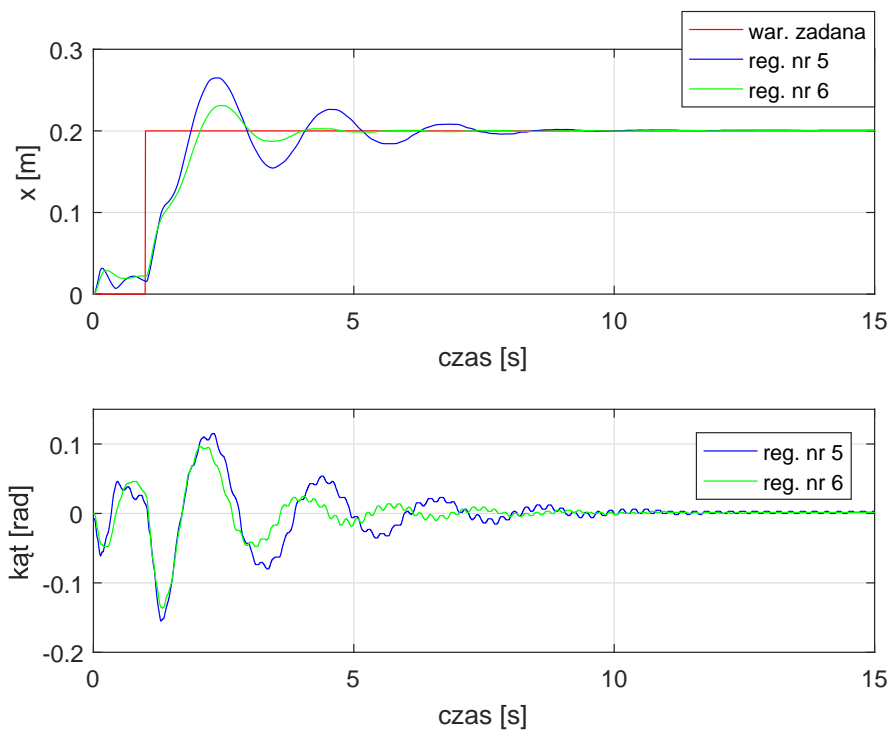
Rys. 4.9: Porównanie sterowania regulatorów nr 1 i 2.



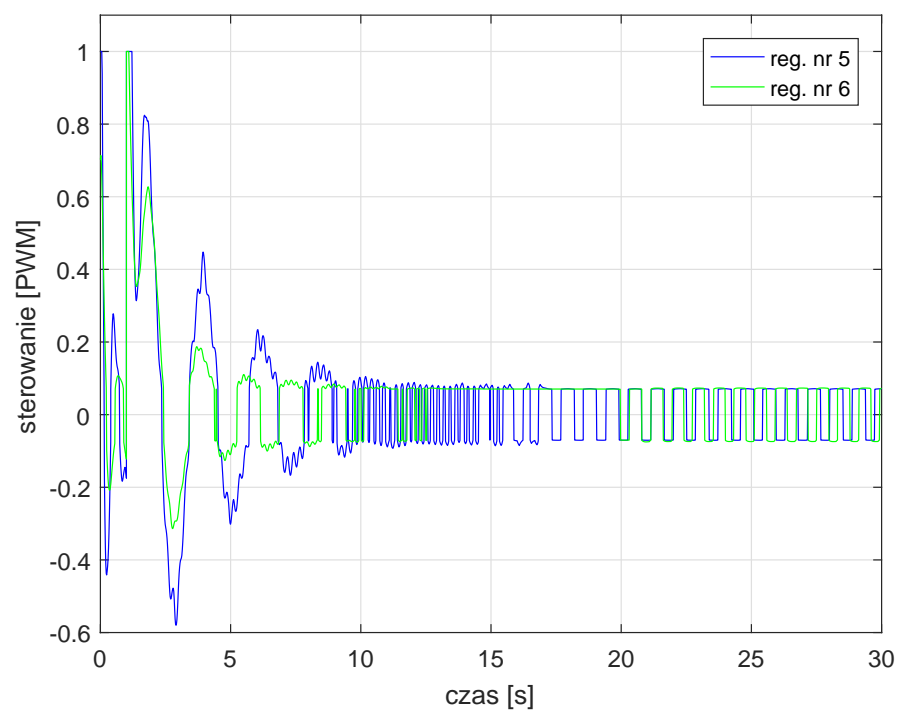
Rys. 4.10: Porównanie działania regulatorów nr 3 i 4.



Rys. 4.11: Porównanie sterowania regulatorów nr 3 i 4.



Rys. 4.12: Porównanie działania regulatorów nr 5 i 6.



Rys. 4.13: Porównanie sterowania regulatorów nr 5 i 6.

4.3 Dyskretny regulator PID

Kolejnym etapem pracy podczas laboratorium było zaprojektowanie regulatorów dyskretnych i sprawdzenie jak zmiana częstotliwości próbkowania wpływa na jakość sterowania.

Regulatory dyskretny PID oraz PD zostały otrzymane na drodze dyskretyzacji regulatorów ciągłych zapisanych w postaci 4.10 i 4.11 metodami **Eulera w przód** oraz **Tustina** (metoda trapezowa).

Nastawy regulatorów zostały dobrane w sposób eksperymentalny dla regulatorów w postaci ciągłej.

$$G_{PIDx}(s) = K_{px} + I_x \frac{1}{s} + D_x \frac{s}{D_x/Ns + 1} \quad (4.10)$$

$$G_{PID\alpha}(s) = K_{p\alpha} + D_\alpha \frac{s}{D_\alpha/Ns + 1} \quad (4.11)$$

gdzie:

$$K_{px} = 10$$

$$I_x = 0.4$$

$$D_x = 5$$

$$K_{p\alpha} = 10$$

$$D_\alpha = 0.01$$

$$N = 100$$

Do porównanie poszczególnych danych zostały wykorzystane następujące wskaźniki jakości:

$$J_1 = \int_0^T e_x^2(t) dt \quad (4.12)$$

$$J_2 = \int_0^T e_\alpha^2(t) dt \quad (4.13)$$

$$J_3 = \max(k(t)) \quad (4.14)$$

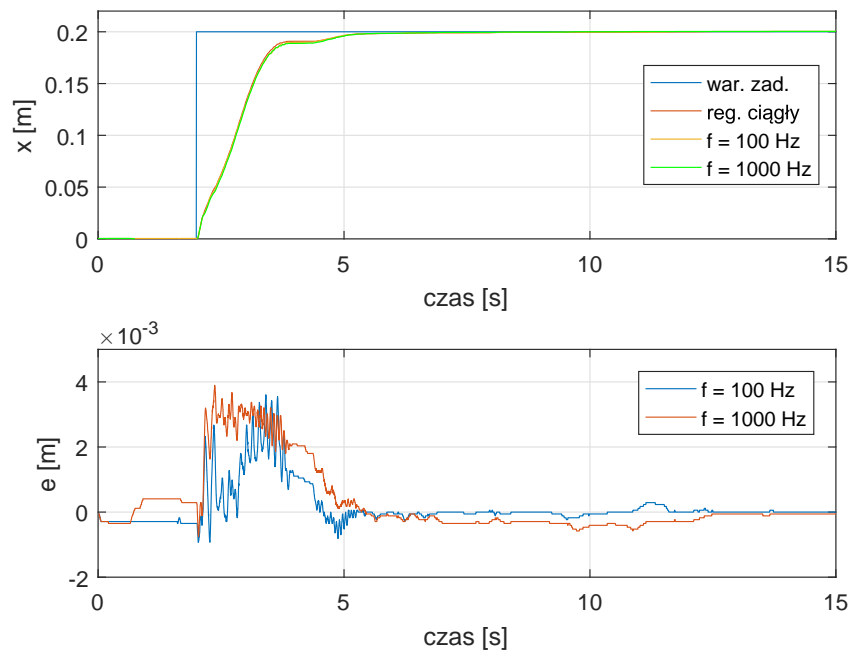
gdzie:

e_x - uchyb położenie wózka [m],

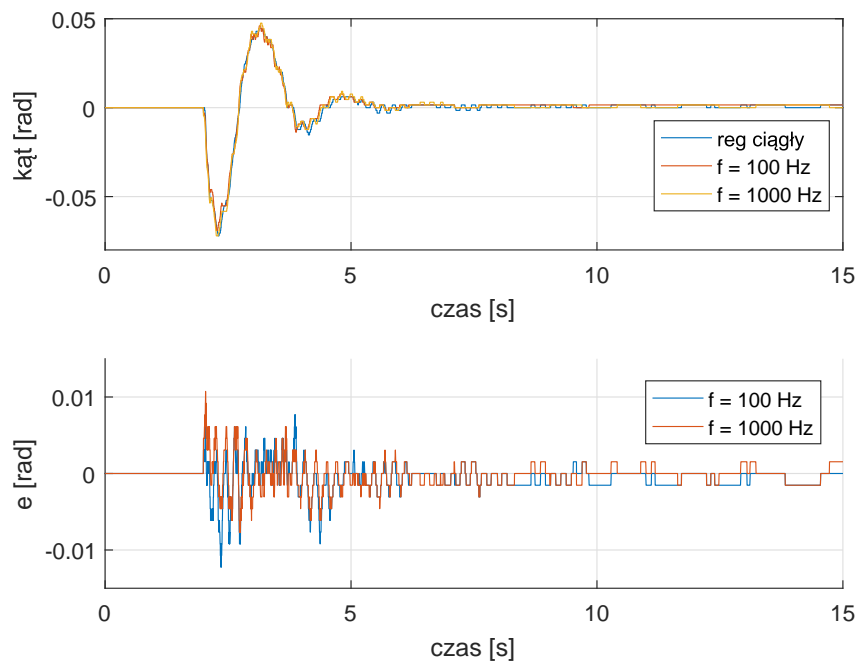
e_α - kąt odchylenia ładunku od pionu [rad].

$k(t)$ - kąt wychylenia ładunku od pionu

Badania były przeprowadzane dla trzech częstotliwości próbkowania 10 Hz, 100 Hz i 1000 Hz. Dla częstotliwości równej 10 Hz w każdym przypadku otrzymano niestabilnie działający układ.



Rys. 4.14: Porównanie położenie wózka. Reg. ciągły - reg. dyskretny - Euler w przód, dla różnych częstotliwości próbkowania.



Rys. 4.15: Porównanie kąt wychYLENIA ładunku. Reg. ciągły - reg. dyskretny - Euler w przód, dla różnych częstotliwości próbkowania.

Tabela 4.2: Porównanie wskaźników jakości dla różnych częstotliwości, metoda Eulera w przód.

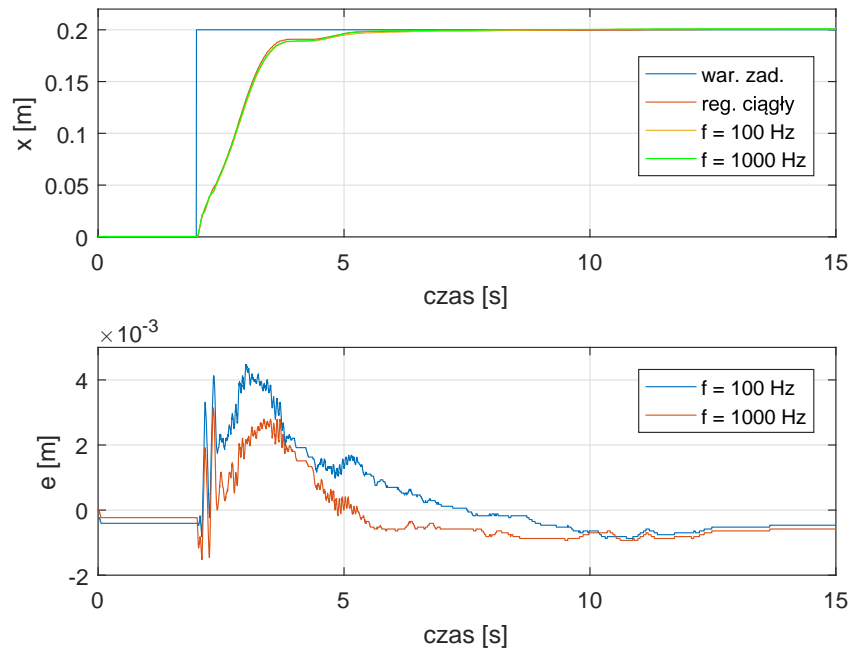
Wsk. jakości	$f = 100Hz$	$f = 1000Hz$	reg. ciągły
$J_1[m^2 \cdot s]$	0.0209	0.0214	0.0206
$J_2[rad^2 \cdot s]$	0.0025	0.0028	0.0027
$J_3[rad]$	0.0460	0.0476	0.0445

W przypadku całkowania metodą Eulera w przód nie otrzymano znaczących różnic we wskaźnikach jakości pomiędzy częstotliwością 100 Hz, a 1000 Hz.

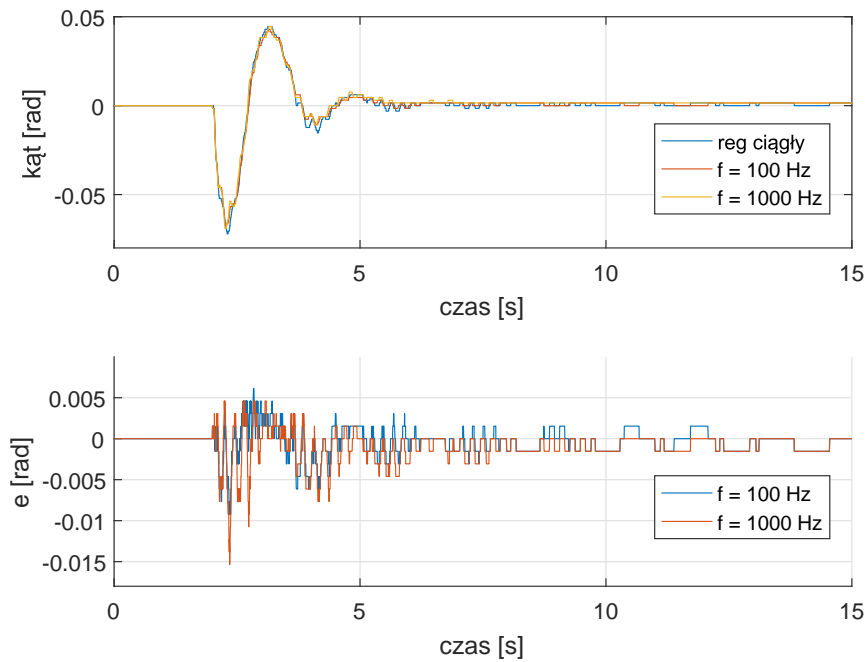
Na wykresach 4.14 i 4.15 przedstawiono porównanie działania regulatora ciągłego z dyskretnymi. Na podstawie dolnych wykresów przedstawiających różnice pomiędzy przebiegiem ciągłym i dyskretnym można stwierdzić, że dla rozważanych częstotliwości próbkowania oba typy regulatorów są sobie równoważne.

Tabela 4.3: Porównanie wskaźników jakości dla różnych częstotliwości, metoda Tustina.

Wsk. jakości	$f = 100Hz$	$f = 1000Hz$	reg. ciągły
$J_1[m^2 \cdot s]$	0.0214	0.0209	0.0206
$J_2[rad^2 \cdot s]$	0.0025	0.0025	0.0027
$J_3[rad]$	0.0430	0.0445	0.0445



Rys. 4.16: Porównanie położenie wózka. Reg. ciągły - reg. dyskretny - Tustin, dla różnych częstotliwości próbkowania.



Rys. 4.17: Porównanie kąt wychYLENIA ładunku. Reg. ciągły - reg. dyskretny - Tustin, dla różnych częstotliwości próbkowania.

W przypadku dyskretyzacji metodą trapezową na podstawie wartości wskaźnika J_1 w tabeli 4.3 można dostrzec polepszenie jakości pozycjonowania dla większej częstotliwości próbkowania. Ma także swoje odzwierciedlenie w mniejszej różnicy pomiędzy przebiegiem ciągłym, a dyskretnym (rys. 4.16).

Podsumowując w przypadku dyskretyzacji metodą Eulera nie stwierdzono znaczących różnic pomiędzy różnymi częstotliwościami próbkowania. Natomiast w przypadku metody trapezowej otrzymano nieznacznie lepsze pozycjonowanie dla częstotliwości równej 1000 Hz. W obu przypadkach różnice w tłumieniu kąta są pomijalnie małe.

Podsumowanie i wnioski

Realizacja postawionego w rozdziale pierwszym zadania tj.

- dobranie odpowiedniej struktury modelu obiektu,
- identyfikację parametrów przyjętego modelu,
- dobór odpowiedniej struktury regulatorów i ich nastaw,
- porównanie działania układu regulacji według przyjętych kryteriów,
- realizacja regulatora dyskretnego i porównanie jego działania z regulatorem ciągłym

pozwoлиła wykorzystać wiedzę zdobytą na wcześniejszych latach studiów w przypadku praktycznego problemu.

Bardzo ważna z perspektywy późniejszego projektowania regulatora LQR okazała się identyfikacja parametrów całego układu. Ze względu na brak szczegółowych informacji na temat poszczególnych elementów suwnicy byliśmy zmuszeni do porzucenia koncepcji wykorzystania modelu z prac [1] i [2] na rzecz stworzenia własnego modelu. Jak się później okazało przyjęcie modelu zastępczego silnika prądu stałego jako obiektu inercyjnego z całkowaniem oraz modelu podwieszonego ładunku jako obiektu oscylacyjnego drugiego rzędu z tłumieniem przyniosło dobry skutek. Podejście takie umożliwiło zaprojektowanie obserwatora Luenbergera i w konsekwencji regulatora LQR.

W przypadku drugiej wersji regulatora LQR można zaobserwować bardzo powolne zmierzanie położenia wózka do pozycji zadanej (rys. 4.8, 4.10). W tym przypadku można było by spróbować zastosować regulator proporcjonalny od stanu z członem całkującym. Niestety z braku czasu nie udało się przetestować tej koncepcji w warunkach eksperymentalnych.

Zaprojektowanie regulatora dyskretnego PID poprzez dyskretyzację regulatorów ciągłych nie wpłynęło negatywnie na sposób działania całego układu dla dostatecznie dużych częstotliwości próbkowania.

Podsumowując jednym z najważniejszych wniosków z danego laboratorium jest to, że w nie wszystkich przypadkach potrzebna jest pełna informacja o obiekcie do stworzenia zadawającego modelu matematycznego. W rozważanym przypadku do tego celu wystarczyła wiedza na temat podstawowych modeli matematycznych i odpowiednia estymacja ich parametrów. Wykorzystywane stanowisko oferuje wiele możliwości jeżeli chodzi o projektowanie różnych układów regulacji dlatego też wyniki zamieszczone w tym sprawozdaniu mogą posłużyć jako punkt wyjścia w dalszych pracach na zajęciach w przyszłym semestrze.

Bibliografia

- [1] Pauluk, M.: *Model matematyczny trójwymiarowej suwnicy*. W: **Automatyka** 2002 tom 6 s. 69-102, ISSN: 1429-3447
- [2] Pauluk, M.: *Optimal and robust control of 3D crane*. W: **Przegląd Elektrotechniczny**, 2012 vol. 2 pp. 205-212 ISSN: 0033-2097