



Laboratorium Problemowe

Suwnica 3d

Maciej Cebula
Maciej Talar

Plan prezentacji

- Cel sterowania
- Przyjęta struktura modelu obiektu
- Identyfikacja parametrów modelu
- Regulator PID wersja ciągła i dyskretna
- Obserwator Luenbergera
- Regulator LQR
- Podsumowanie

Cel sterowania

- Pozycjonowanie wózka w zadanym położeniu.
- Tłumienie drgań podwieszonego ładunku podczas pozycjonowania.
- Przyjęte wskaźniki jakości:
 1. Całka z kwadratu uchybu regulacji położenia wózka.
 2. Całka z kwadratu uchybu regulacji odchylenia ładunku od pionu.
 3. Maksymalne wychylenie ładunku.

Przyjęta struktura modelu obiektu

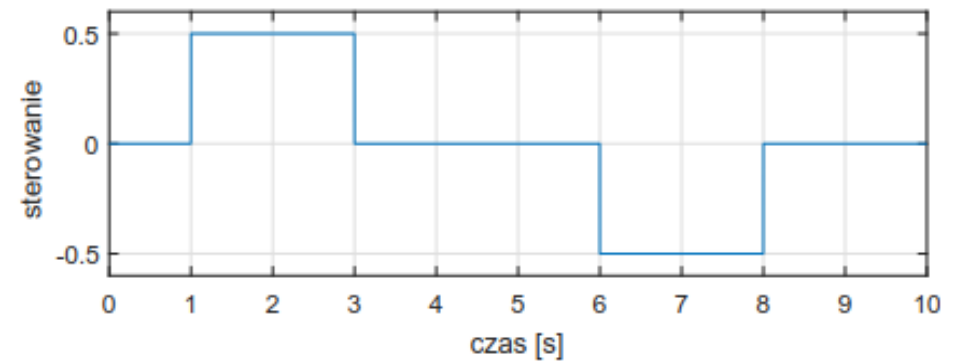
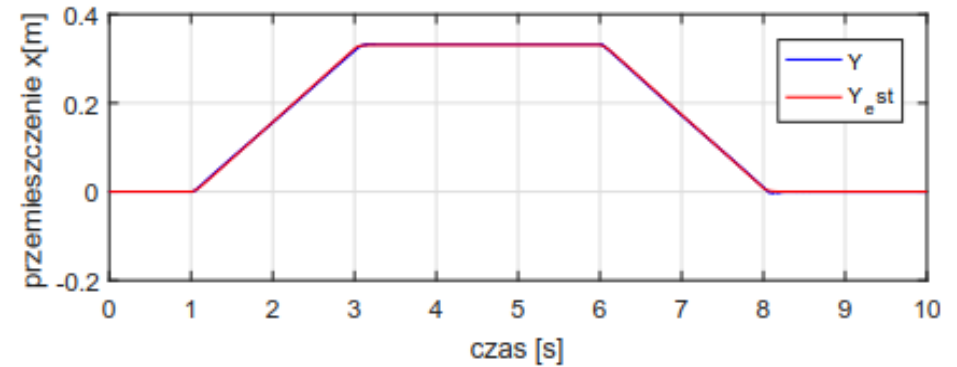
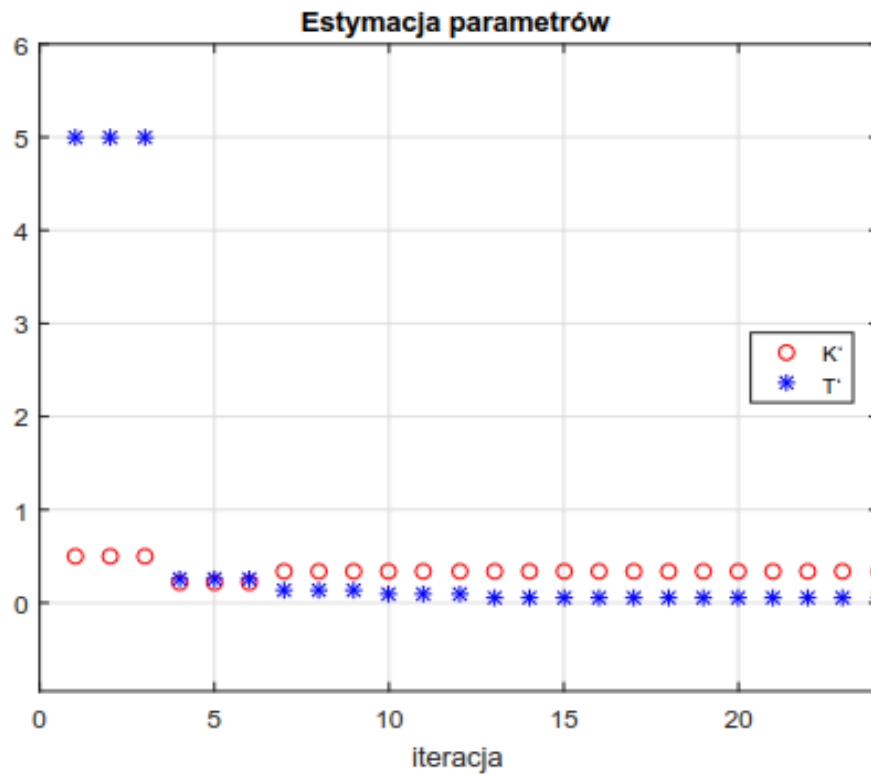
Model silnika elektrycznego

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s(Ts + 1)}$$

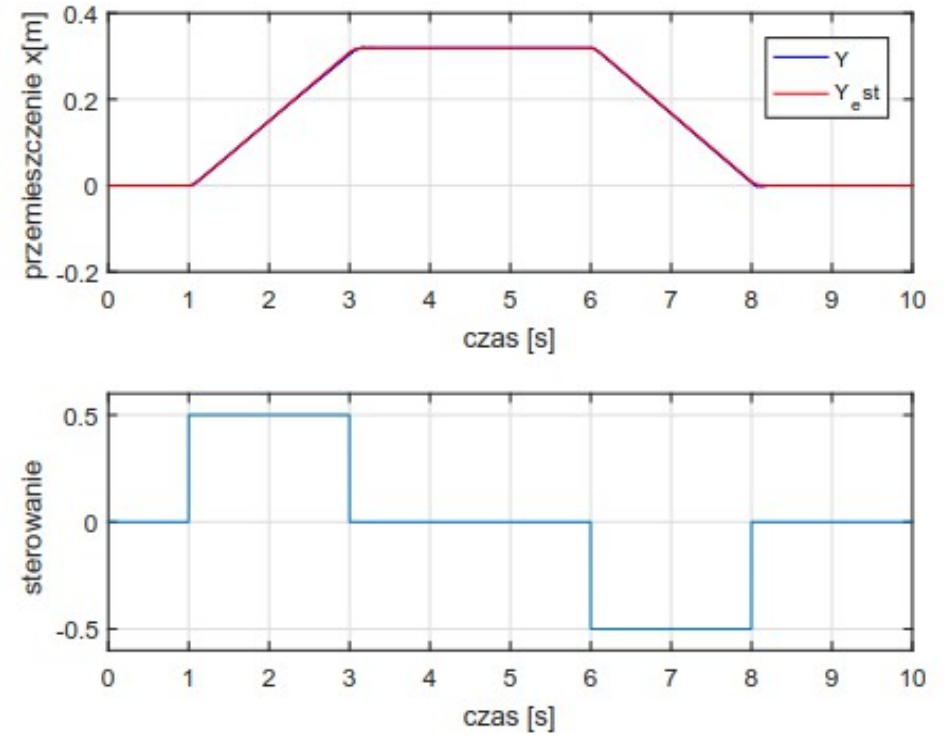
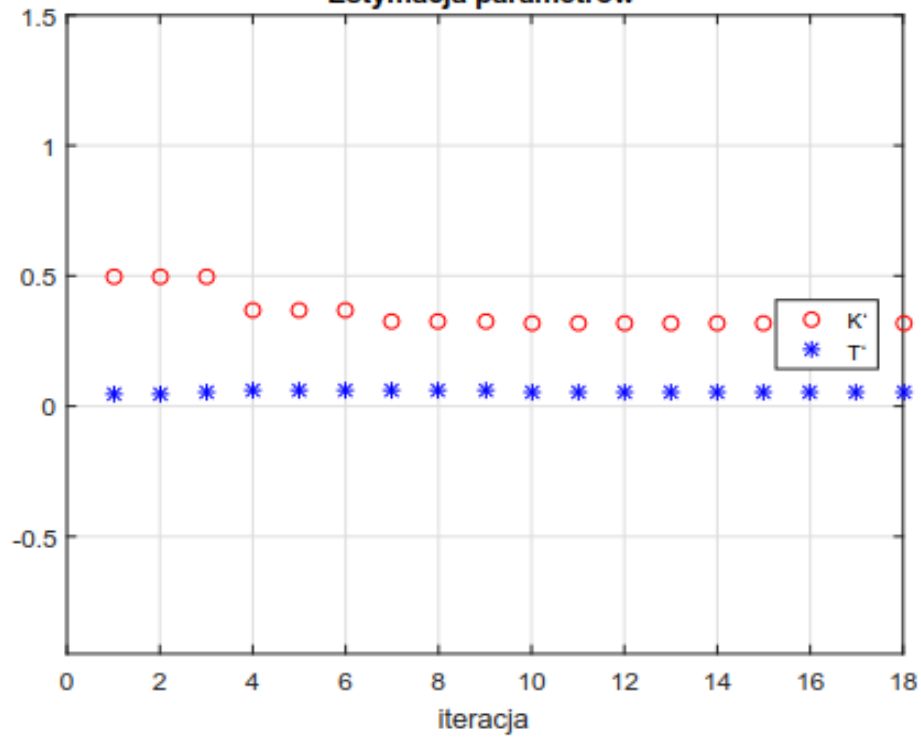
Model podwieszonego ładunku

$$G_w(s) = \frac{K \omega_0^2}{s^2 + \xi \omega_0 s + \omega_0^2}$$

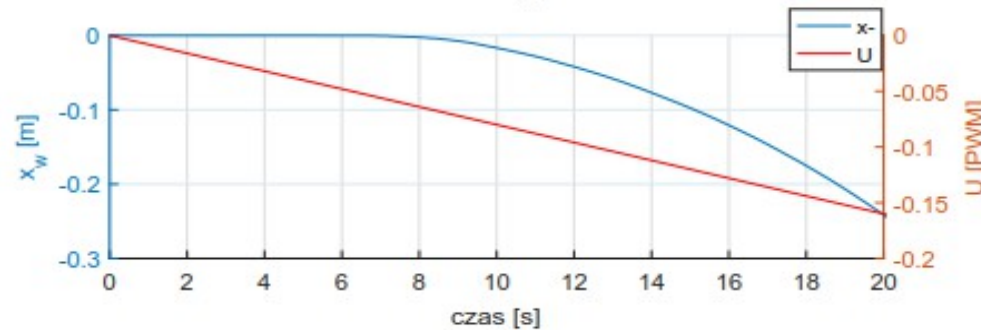
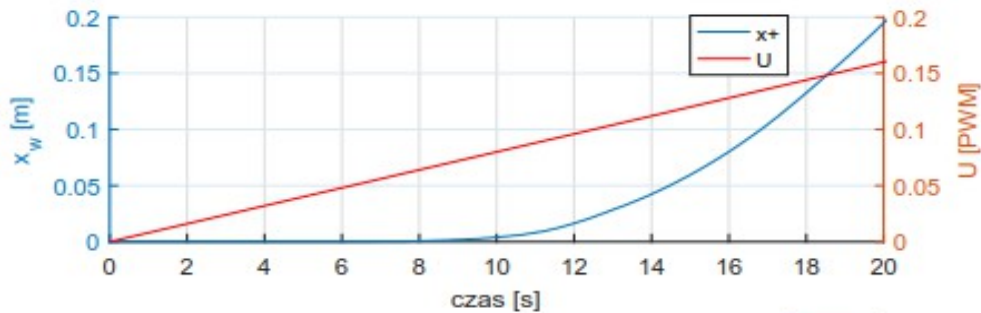
Identyfikacja parametrów modelu



Estymacja parametrów

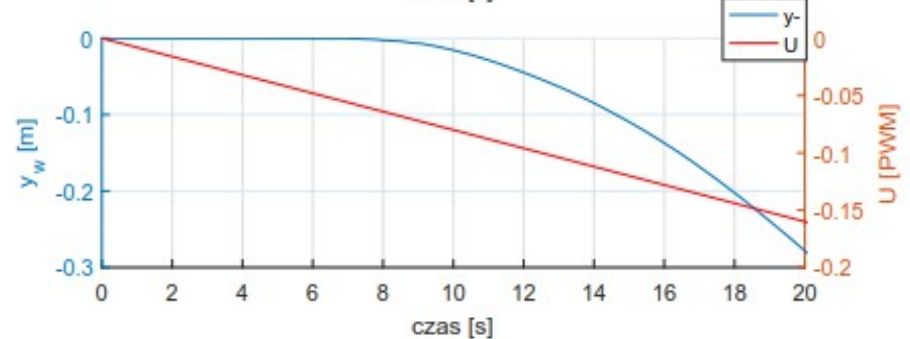
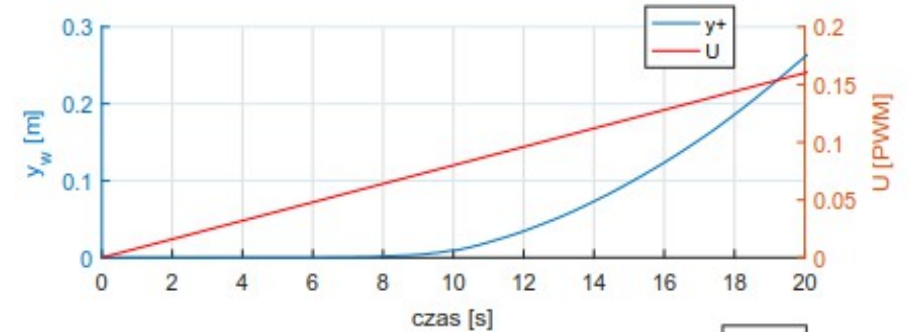


Wyznaczenie tarcia statycznego



$$U_- = 0.056648$$

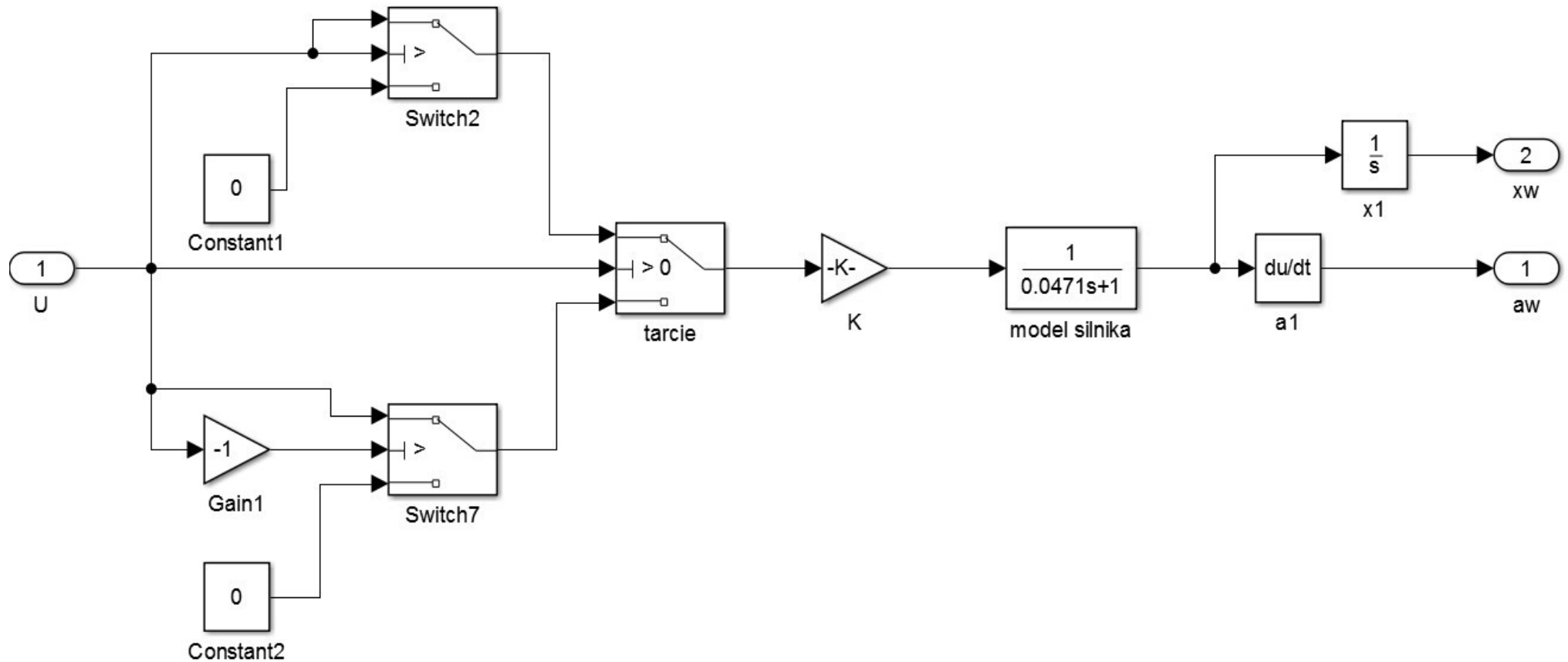
$$U_+ = 0.05782$$



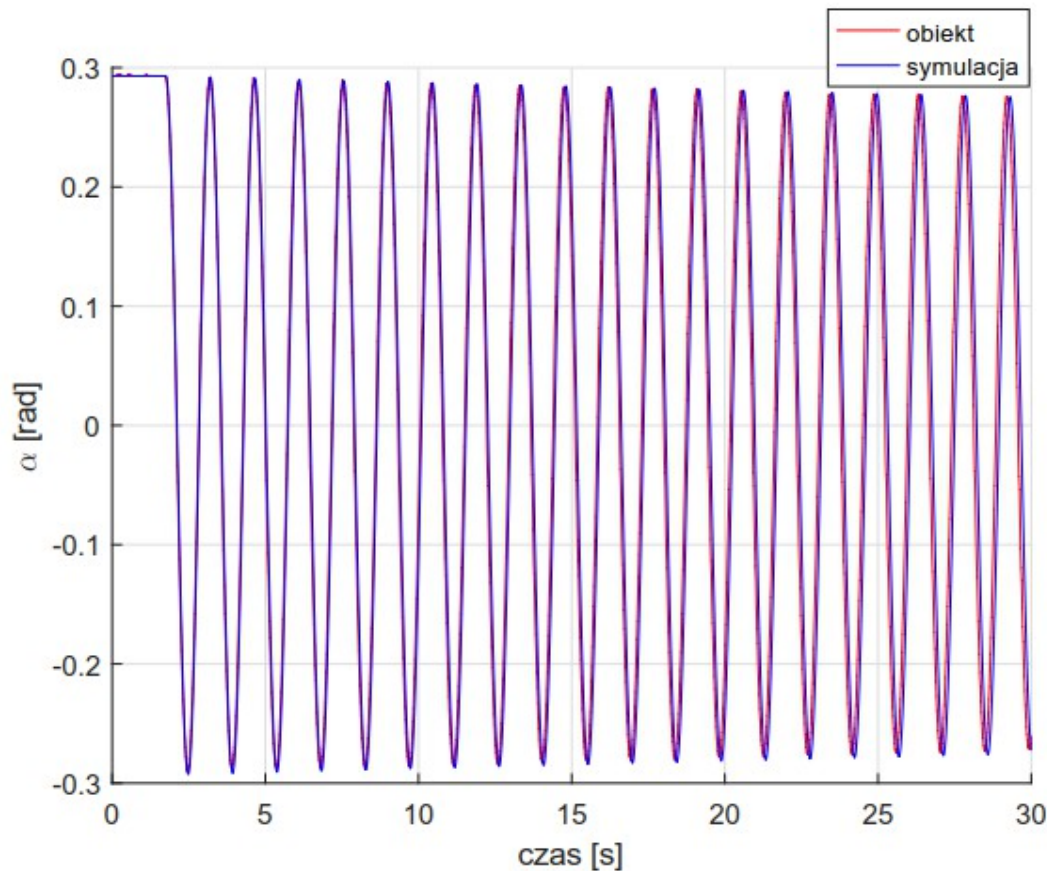
$$U_- = 0.06738$$

$$U_+ = 0.06692$$

Model silnika



Wyznaczenie parametrów obiektu oscylacyjnego



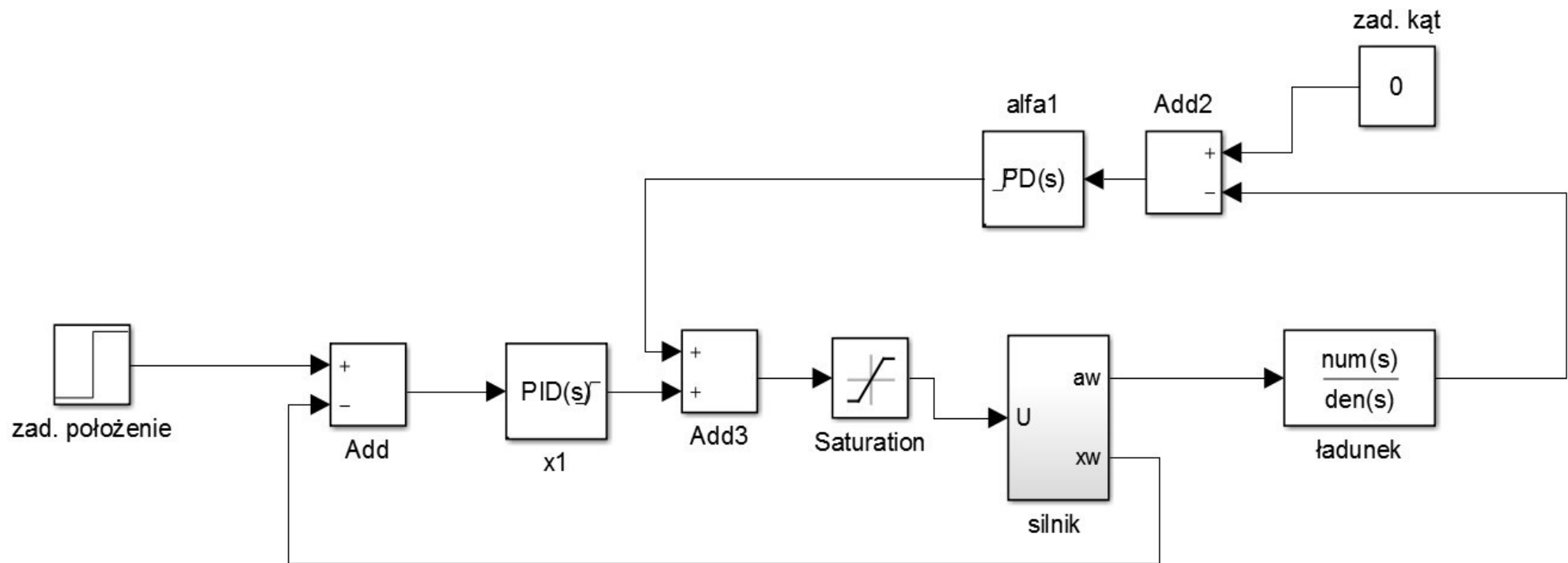
$$K_x = 0.107$$

$$\omega_w = 4.331 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

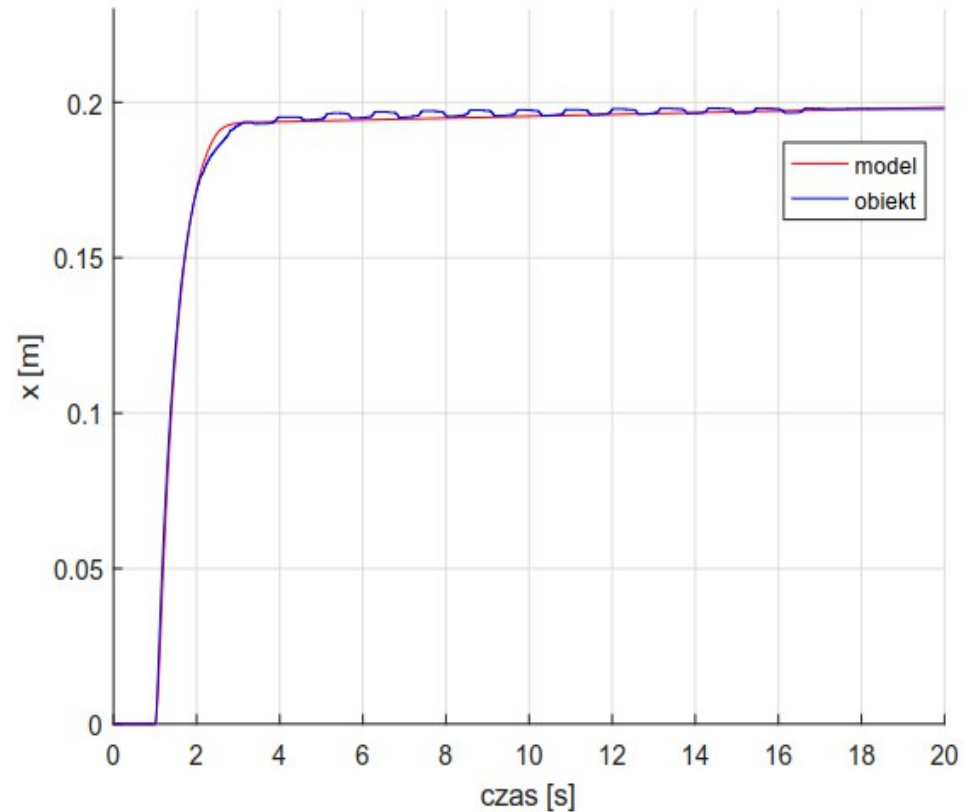
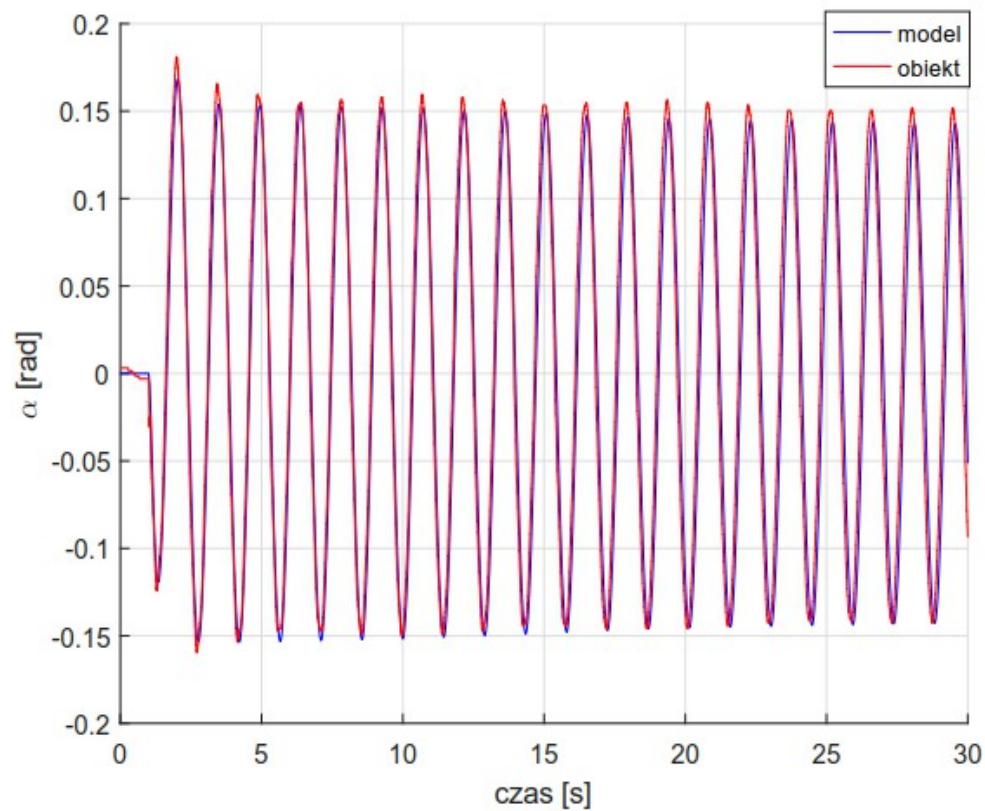
$$\xi_x = 5.139 \cdot 10^{-4}$$

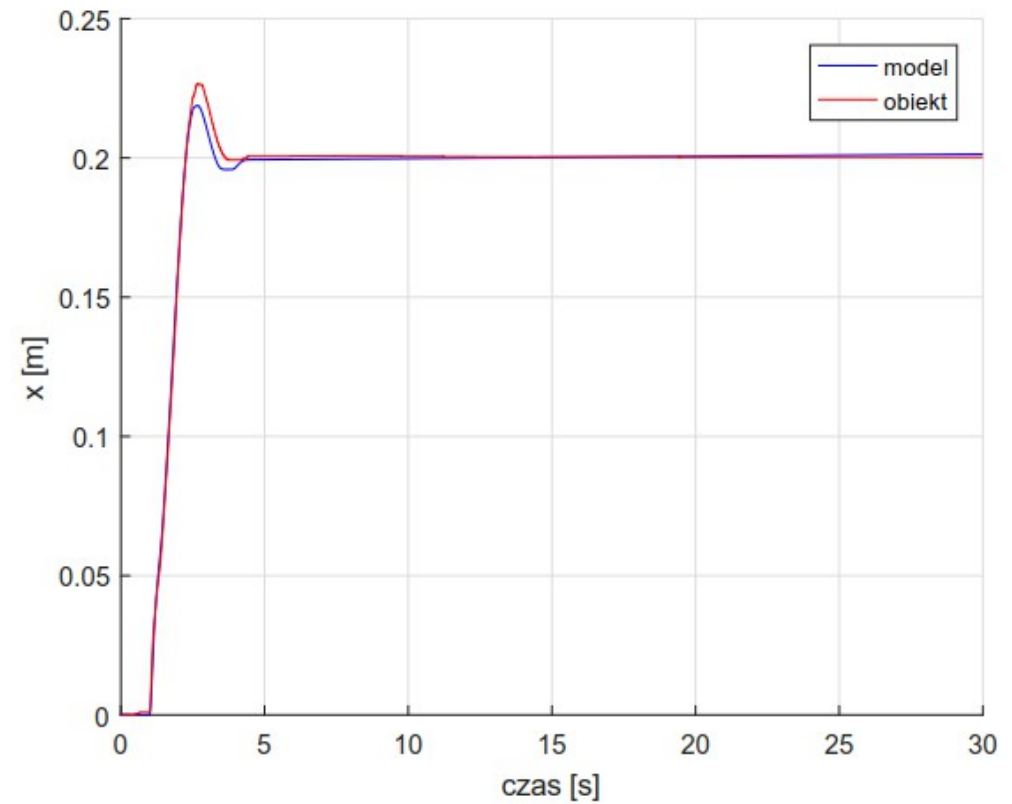
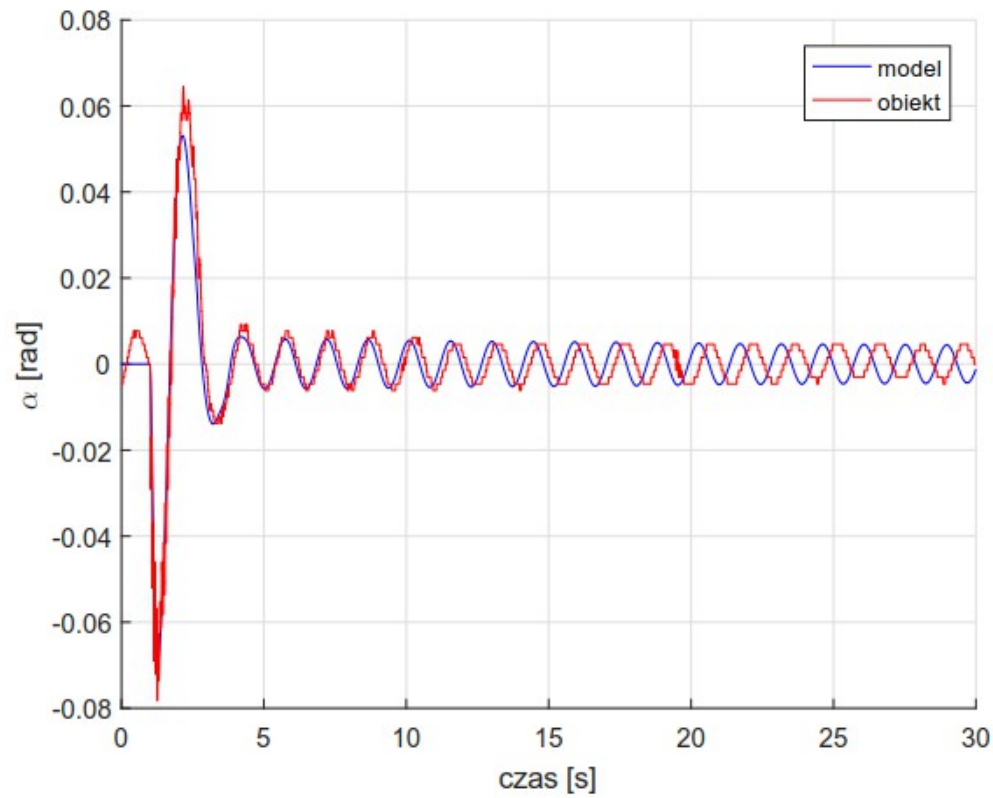
$$\omega_{0x} = \frac{\omega_w}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 4.331 \frac{rad}{s}$$

Przyjęta struktura modelu obiektu

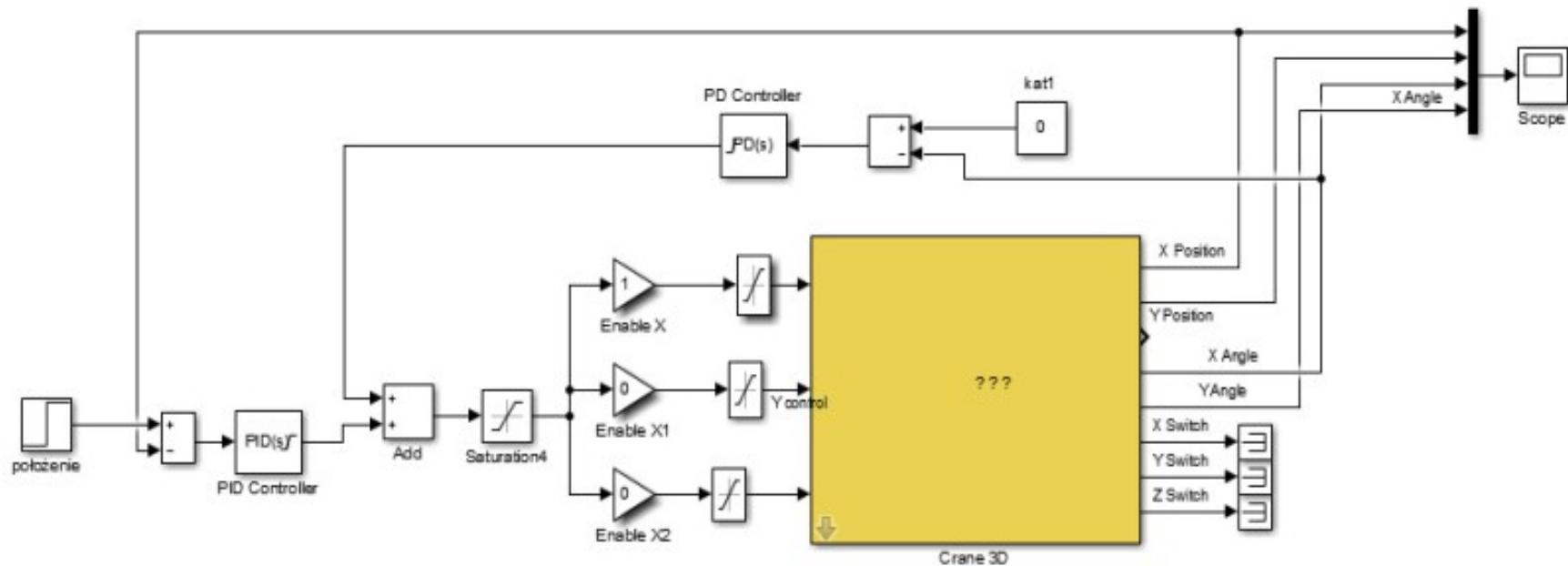


Weryfikacja modelu





Układ regulacji z regulatorem PID



Regulatory PID

$$G_{PIDx}(s) = K_{px} + I_x \frac{1}{s} + D_x \frac{s}{D_x/Ns + 1}$$

$$K_{px} = 10$$

$$I_x = 0.4$$

$$D_x = 5$$

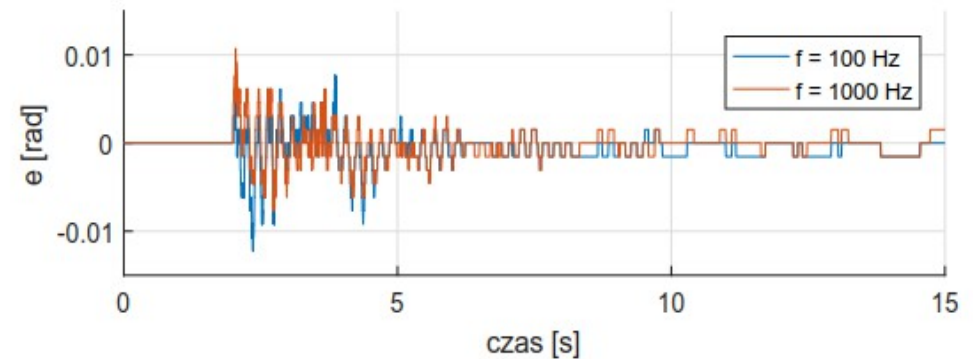
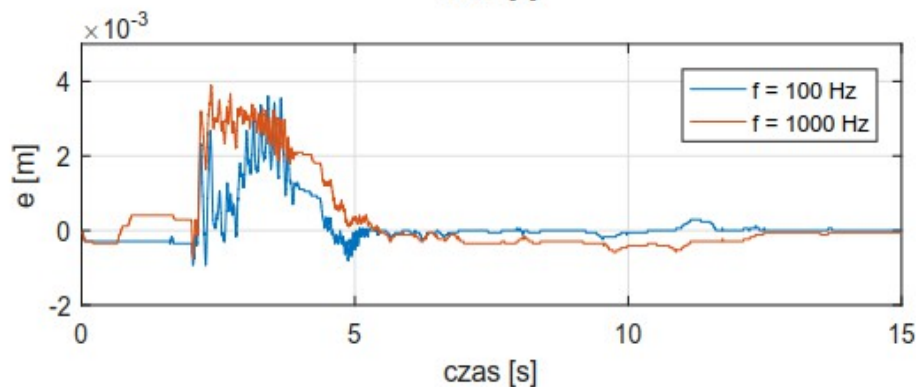
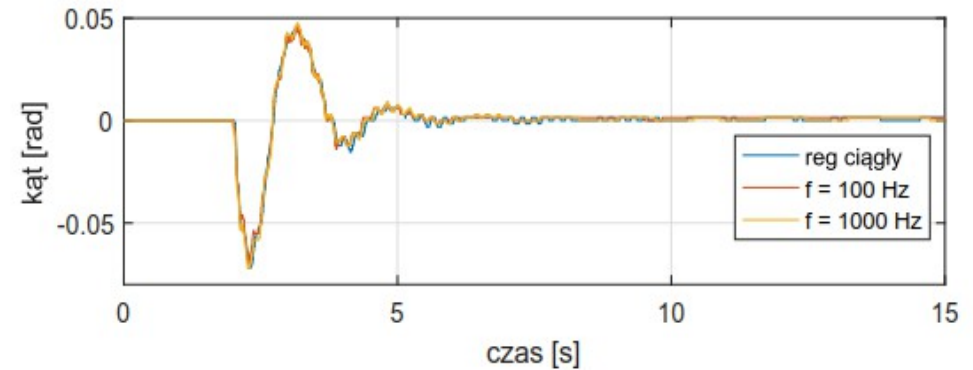
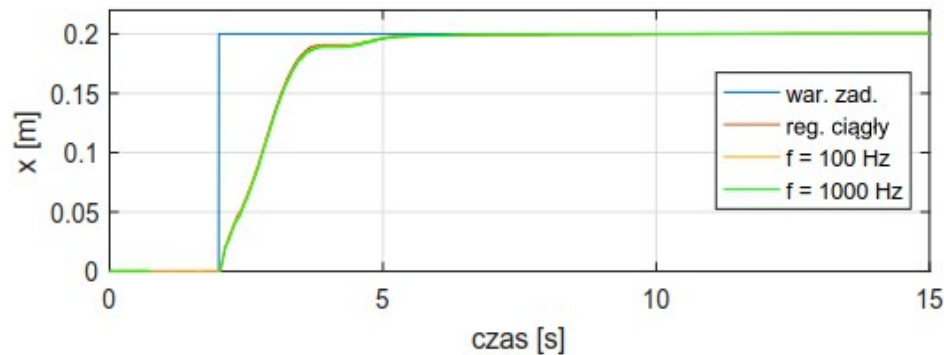
$$G_{PID\alpha}(s) = K_{p\alpha} + D_\alpha \frac{s}{D_\alpha/Ns + 1}$$

$$K_{p\alpha} = 10$$

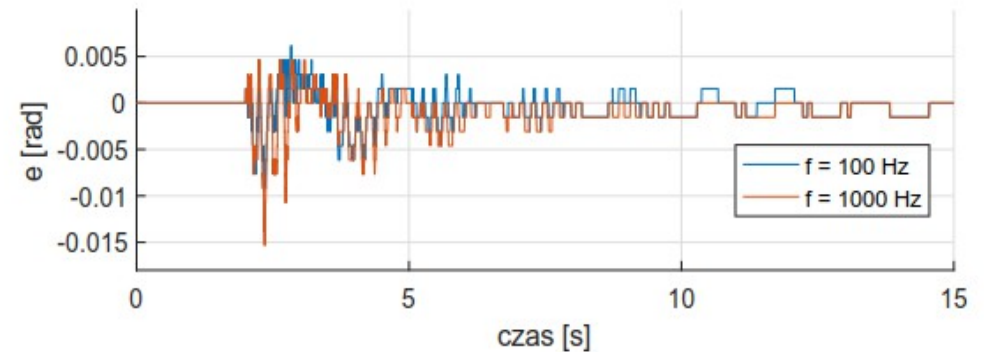
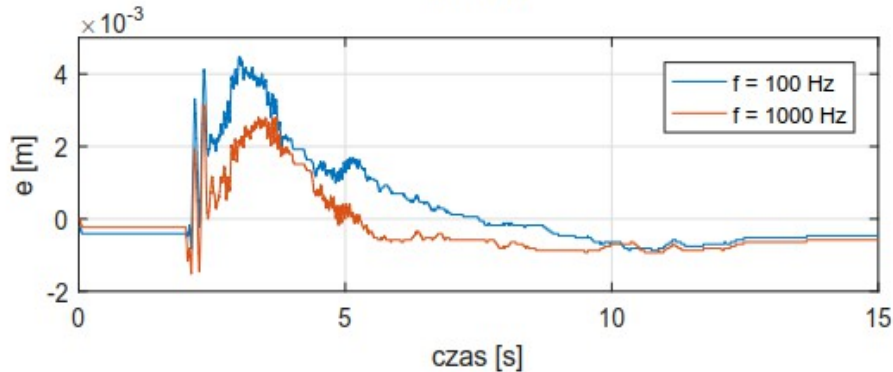
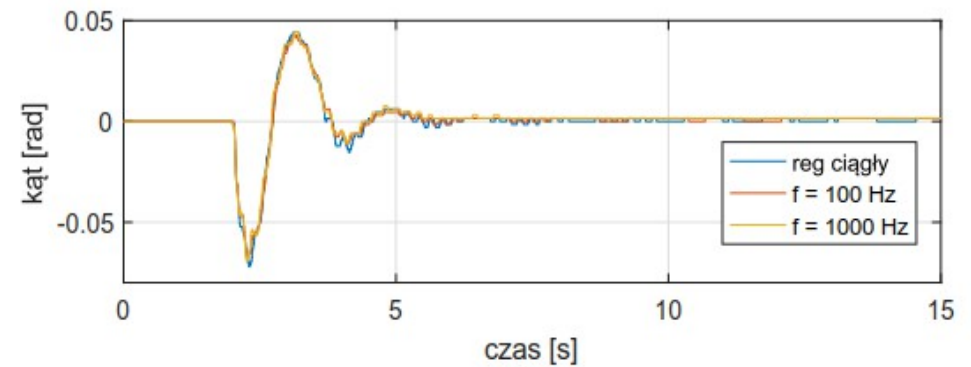
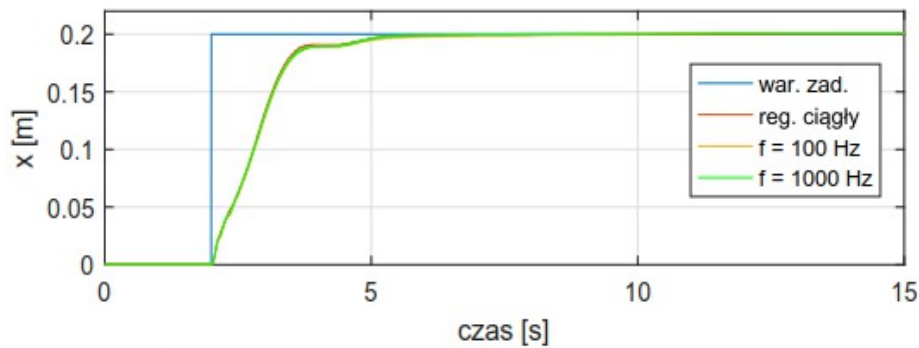
$$D_\alpha = 0.01$$

$$N = 100$$

Regulatory PID – wersja ciągła i dyskretna (Euler w przód)



Regulatory PID – wersja ciągła i dyskretna (metoda trapezowa)



Obserwator Luenbergera

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s(Ts + 1)}$$

$$G_w(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$x_1 = x$ - położenie wózka wzdłuż kolejnych osi,

$x_2 = \dot{x}_1$ - prędkość wózka,

$x_3 = \alpha$ - kąt wychylenia wahadła

$x_4 = \dot{\alpha}$ - pochodna kąta wychylenia wahadła

$$\dot{w}(t) = Fw(t) + G(y(t) + Bu(t))$$

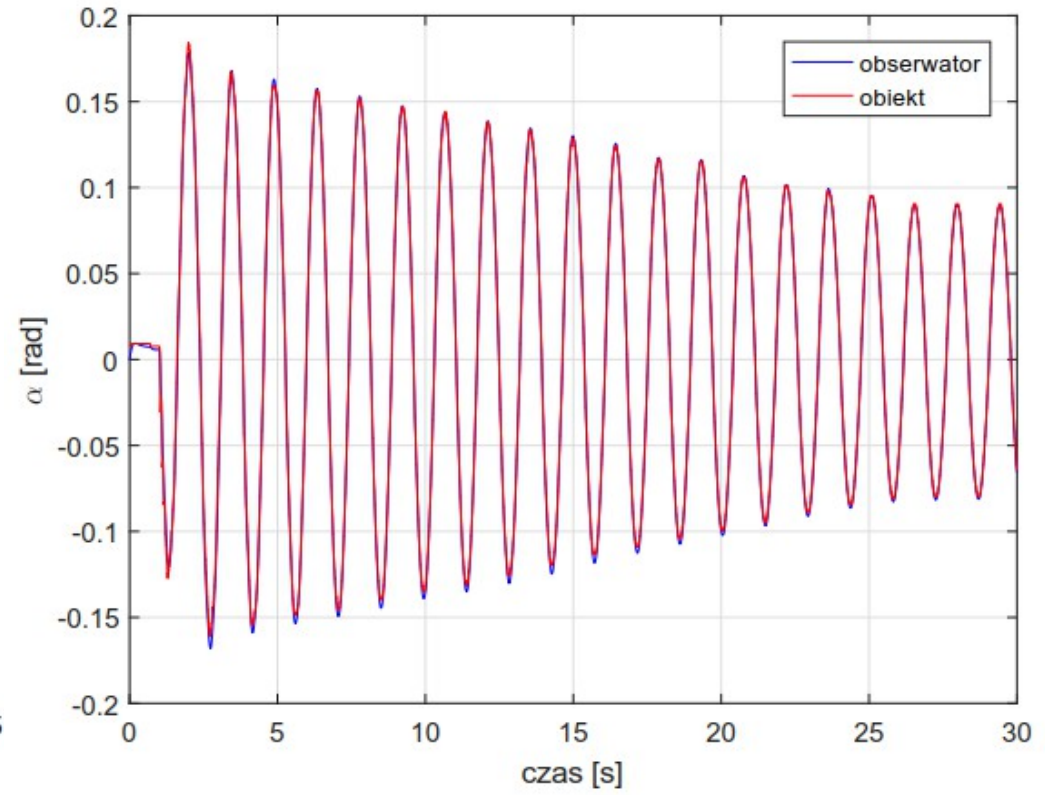
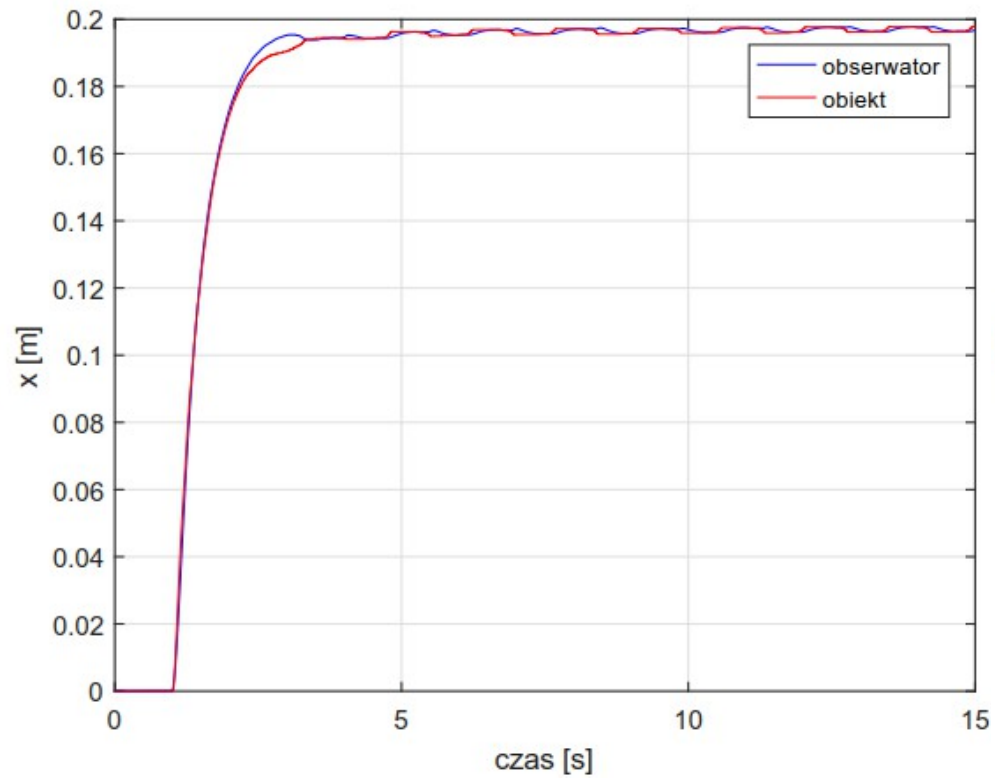
$$\lambda_1 = -11$$

$$\lambda_2 = -10$$

$$\lambda_3 = -9$$

$$\lambda_4 = -11$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-K\omega_0^2}{T} & -\omega_0^2 & -2\xi\omega_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{T} \\ 0 \\ \frac{KK_m\omega_0^2}{T} \end{bmatrix} u$$



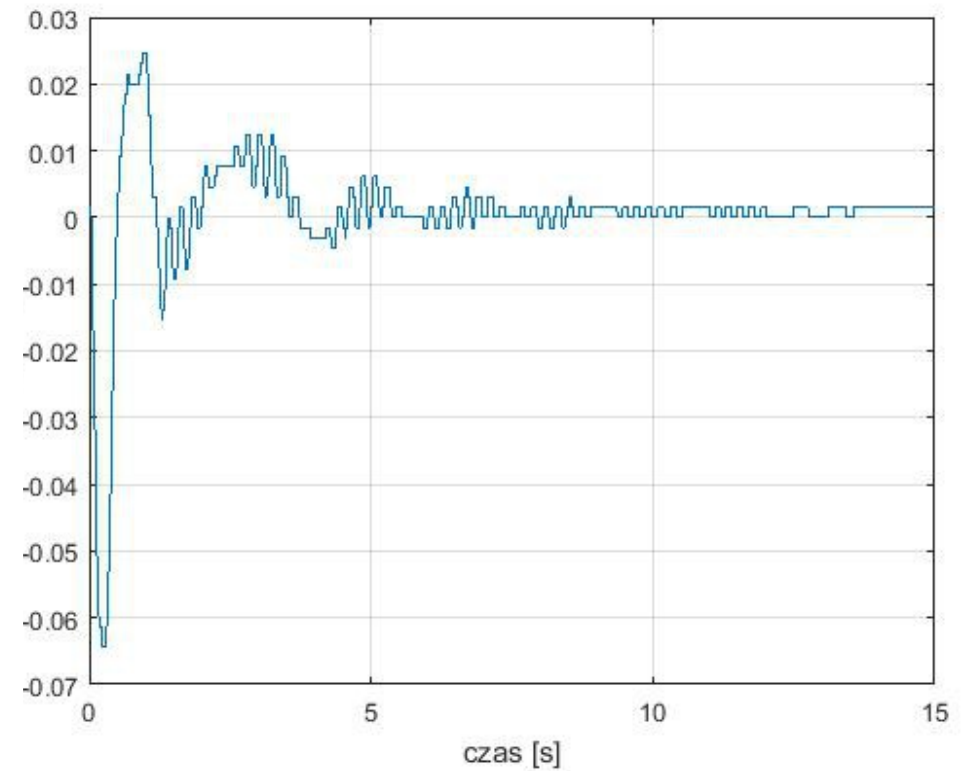
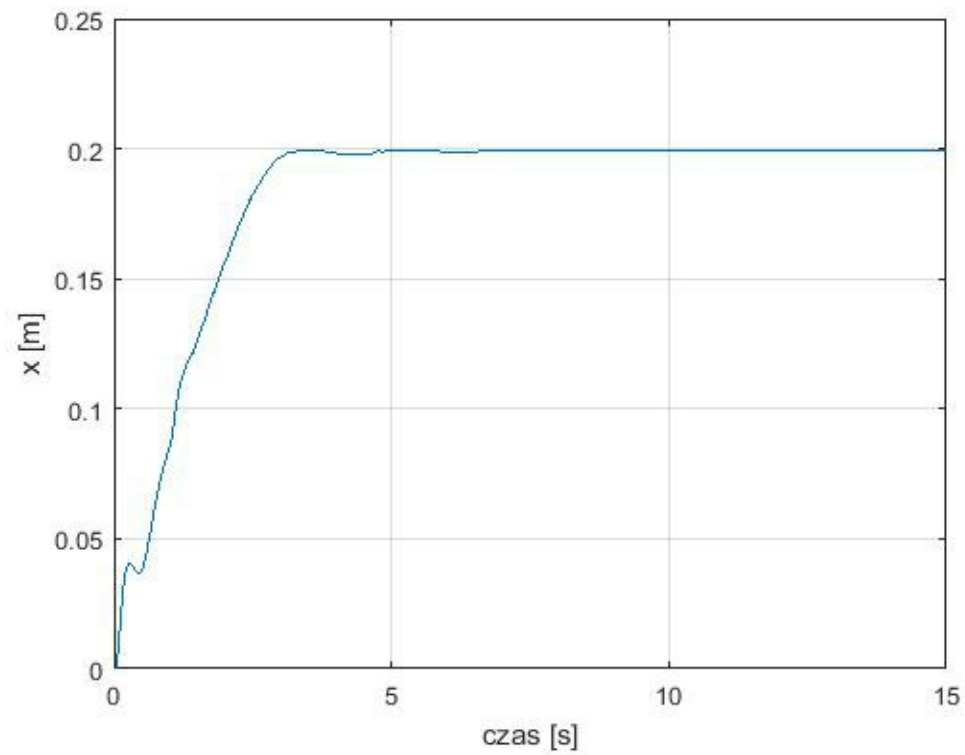
Regulator LQR

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKw(t)$$

$$K = R^{-1}B^T X$$

$$J_{LQR} = \int_0^\infty x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_3 = 1, \quad K_3 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.3447 \\ -5.0814 \\ -0.3953 \end{bmatrix}$$



Porównanie regulatorów PID i LQR

Tabela 3.3: Porównanie regulatora PID ciągłego , dyskretnego (Euler w przód) i LQR.

Wsk. jakości	$f = 100Hz$	$f = 1000Hz$	reg. ciągły	LQR
$J_1[m^2 \cdot s]$	0.0209	0.0214	0.0206	0.1011
$J_2[rad^2 \cdot s]$	0.0025	0.0028	0.0027	0.0014
$J_3[rad]$	0.0460	0.0476	0.0445	0.00644

Tabela 3.4: Porównanie regulatora PID ciągłego , dyskretnego (met. trapezowa) i LQR.

Wsk. jakości	$f = 100Hz$	$f = 1000Hz$	reg. ciągły	LQR
$J_1[m^2 \cdot s]$	0.0214	0.0209	0.0206	0.1011
$J_2[rad^2 \cdot s]$	0.0025	0.0025	0.0027	0.0014
$J_3[rad]$	0.0430	0.0476	0.0445	0.00644

Wnioski

- Przyjęty model matematyczny pozwolił na skuteczne zaprojektowanie i wykorzystanie obserwatora.
- Regulator PID najlepszy pod kątem J_1 i J_3 .
- Regulator LQR najlepszy pod kątem wsk. J_2 .
- Brak znaczących różnic pomiędzy wersją ciągłą i dyskretną reg. PID.

Dziękuję za uwagę.