Laboratorium problemowe
Suwnica 3-D

Maciej Cebula
Maciej Talar

Spis treści

Laboratorium nr 1

1.1 Cel zajęć

Celem zajęć jest zaproponowanie sposobu sterowania suwnicą 3D, które umożliwi przetransportowanie podwieszonego ładunku pomiędzy dwoma punktami w przestrzeni. Zadanie to polega na przeprowadzeniu szeregu badań, na bazie których to zaprojektowany zostanie regulator realizujący postawione zadanie. Wartości sterowania w tym przypadku będą podawane na trzy silniki prądu stałego odpowiedzialne za przemieszczanie wózka z podwieszonym ładunkiem wzdłuż trzech osi. Przebieg całego zadania można wstępnie podzielić na następujące etapy:

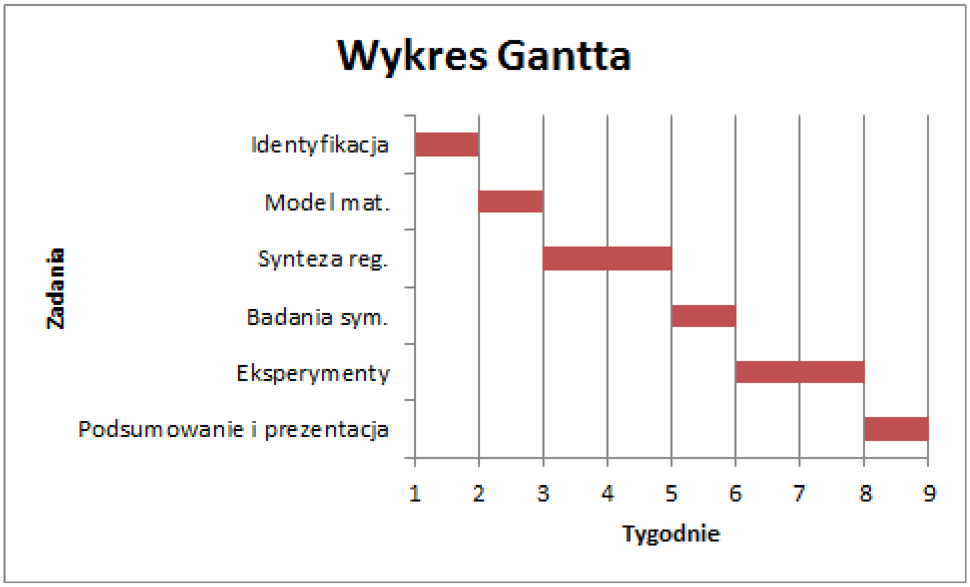
1. Identyfikacja parametrów obiektu
2. Stworzenie model matematycznego
3. Zaproponowanie struktury regulatora w formie ciągłej odpowiedzialnego za realizacje postawionego zadania
4. Przeprowadzenie badań symulacyjnych w środowisku MATLAB/SIMULINK
5. Przeprowadzeniu eksperymentów i porównaniu ich wyników z wynikami symulacji
6. Realizacja wybranego regulatora w formie dyskretnej i porównaniu efektów jego działania z wersją ciągłą
7. Prezentacja i omówienie otrzymanych wyników

Aby móc porównać poszczególne wyniki sterowania uzyskane dla różnych struktur regulatora konieczne będzie zdefiniowanie wskaźników jakości. Na tym etapie najbardziej odpowiednie wydają się być:

1. czas regulacji
2. maksymalne odchylenie od położenie pionowego podwieszonego ładunku

1.2 Plan działania

Z racji na dość napięty grafik na poniższym wykresie Gantta przedstawiającym szacunkowy czas potrzebny na realizacje poszczególnych etapów laboratorium nie uwzględniono syntezy regulatora dyskretnego. Przedstawiony podział może ulegać korektom w wyniku wystąpienia trudności w realizacji poszczególnych zadań.



Rys. 1.1: Wykres Gantta poszczególnych etapów laboratorium.

Laboratorium nr 2

2.1 Identyfikacja parametrów

Proces identyfikacji polegał na wyznaczeniu parametrów silników napędzających wózek wzdłuż osi X i Y. Z racji na to, że w układzie występuje racie statyczne przyjęto model o następującej transmitancji:

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(Ts+1)} \tag{2.1}$$

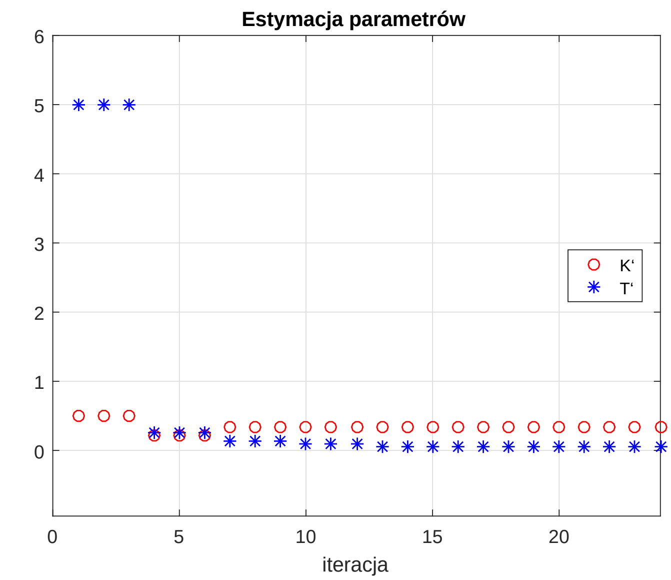
gdzie:
$X(s)$ - położenie wózka
$u(s)$ - sterowanie w postaci współczynnika wypełnienia sygnału PWM

Dla każdej z osi X i Y przeprowadzano eksperyment polegający na rejestrowaniu położenia wózka w reakcji na zadane sterowanie. Na podstawie otrzymanych danych otrzymano przybliżone wartości parametrów K, T, $I\tau$ z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. W tabeli 2.1 zamieszczono wyniki całej procedury.

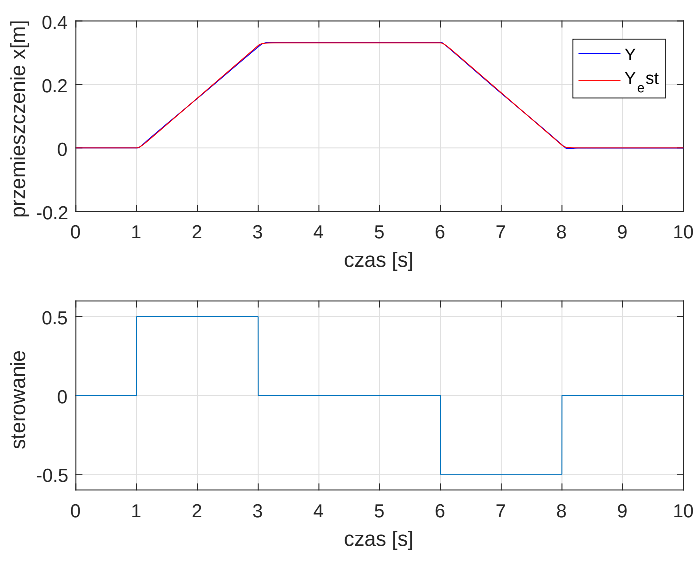
Tabela 2.1: Parametry przyjętego modelu silników.

Oś	**K**	**T**
X	0.3224	0.0471
Y	0.3184	0.057

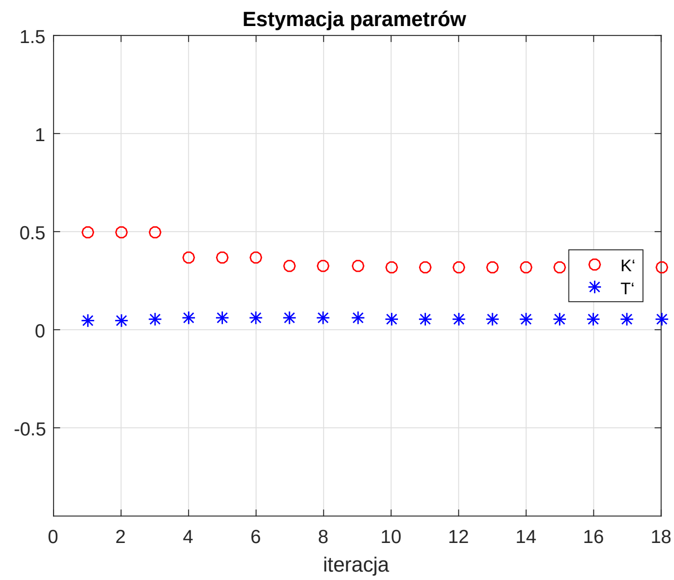
2.1.1 Wyznaczenie parametrów silników elektrycznych.



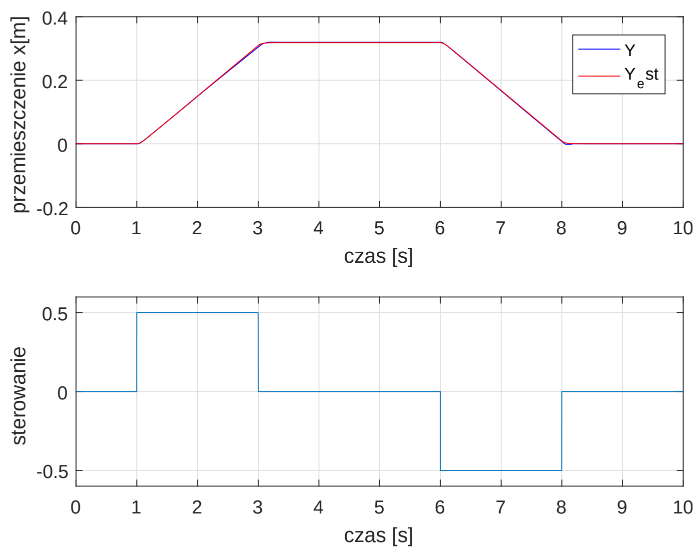
Rys. 2.1: Przebieg estymacji parametrów . Ruch wzdłuż osi X. Metoda najmniejszych kwadratów.



Rys. 2.2: Porównanie odpowiedzi obiektu z modelem.

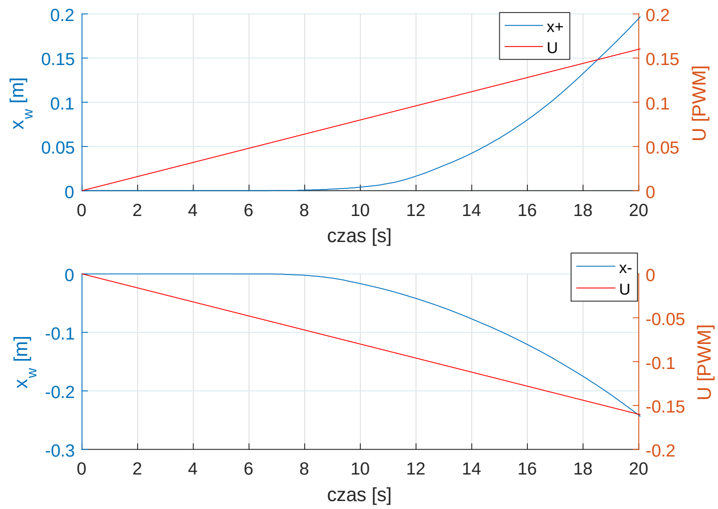


Rys. 2.3: Przebieg estymacji parametrów . Ruch wzdłuż osi Y. Metoda najmniejszych kwadratów.



Rys. 2.4: Porównanie odpowiedzi obiektu z modelem.

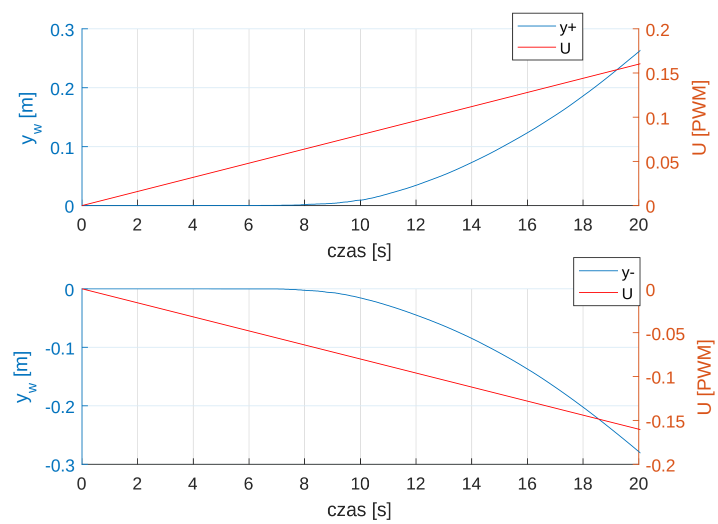
2.1.2 Wyznaczenie tarcia statycznego.



Rys. 2.5: Wyznaczenie tarcia statycznego oś X .

$$U_{-} = 0.056648$$

$$U_{+} = 0.05782$$

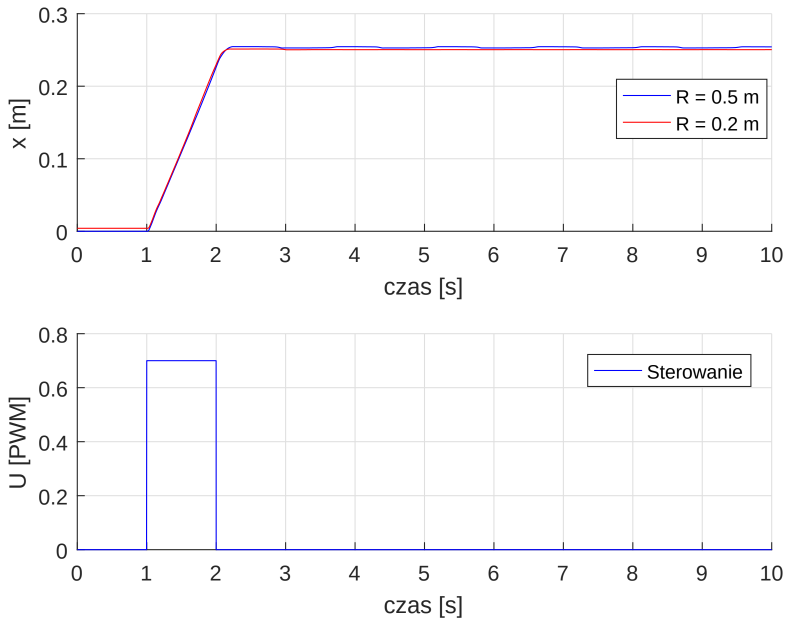


Rys. 2.6: Wyznaczenie tarcia statycznego oś Y.

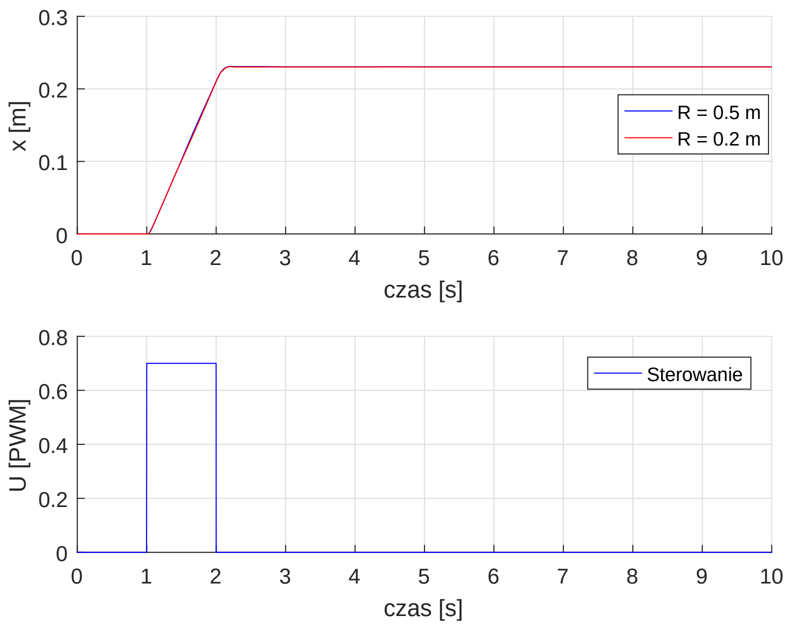
$$U_{-} = 0.06738$$

$$U_{+} = 0.06692$$

2.1.3 Badanie wpływu ruchu ciężarka na ruch wózka.



Rys. 2.7: Porównanie położenia wózka dla różnych długości linki - R, oś Y.



Rys. 2.8: Porównanie położenia wózka dla różnych długości linki - R, oś X.

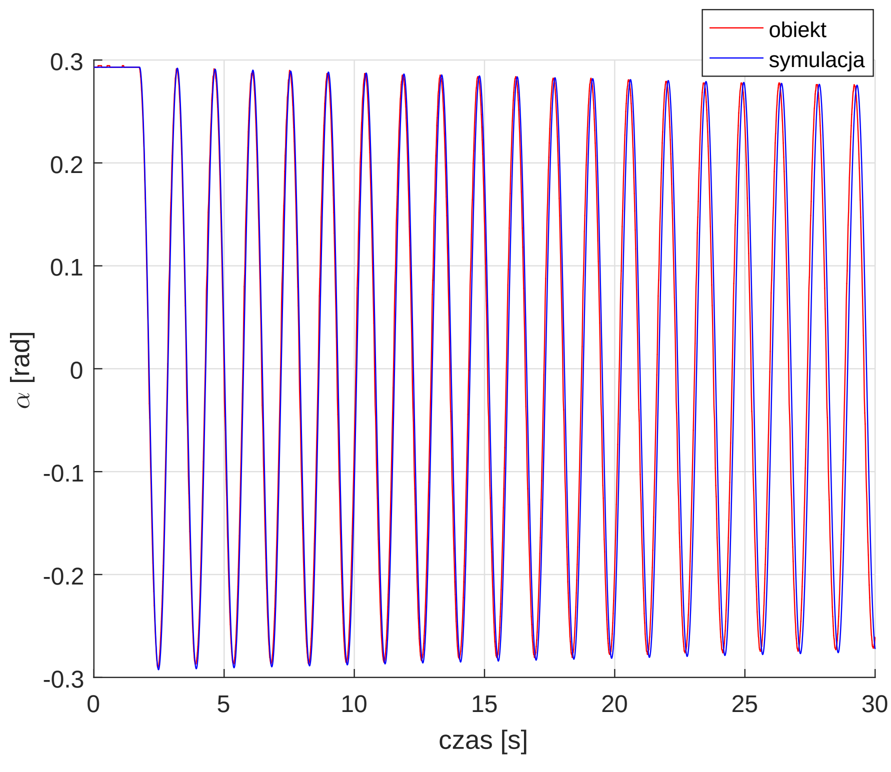
2.1.4 Wyznaczenie modelu oscylacyjnego dla podwieszonego ciężarka

Przyjęty model wahadła z tłumieniem:

$$G(s) = \frac{K{\omega_0}^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + {\omega_0}^2} \tag{2.2}$$

gdzie:
K - współczynnik wzmocnienia,
ξ - współczynnik tłumienia,
ω_w - częstotliwość drgań własnych ciężarka,
$\omega_0 = \frac{\omega_w}{\sqrt{1-\xi^2}}$ - częstotliwość drgań swobodnych

Kąt α



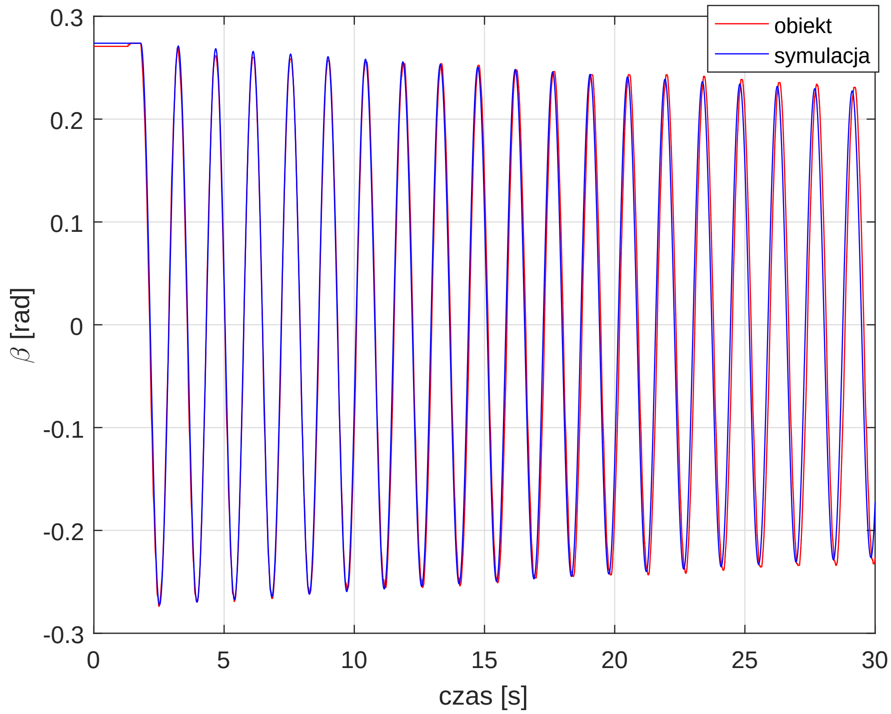
Rys. 2.9: Porównanie kąta wychylenia wahadła wzdłuż osi X.

$$K_x = 0.107$$

$$\omega_w = 4.331 \; [\frac{rad}{s}]$$

$$\xi_x = 5.139 \cdot 10^{-4}$$

$$\omega_{0x} = \frac{\omega_w}{\sqrt{1-\xi^2}} = 4.331 \ \frac{rad}{s}$$



Rys. 2.10: Porównanie kąta wychylenia wahadła wzdłuż osi Y.

$$K_y = 0.09107$$

$$\omega_w = 4.37 \ [\frac{rad}{s}]$$

$$\xi_y = 1.5526 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_{0y} = \frac{\omega_w}{\sqrt{1-\xi^2}} = 4.371 \ \frac{rad}{s}$$

2.1.5 Porównanie pełnego modelu z obiektem

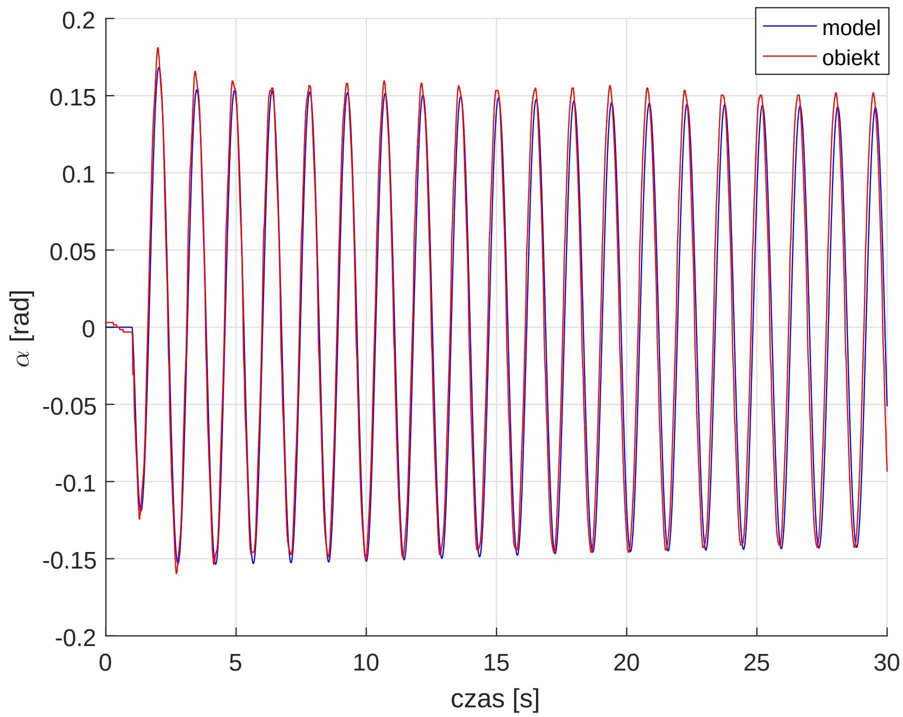
Tłumienie drgań

Nastawy regulatorów:
Regulator PID pozycjonujący wózek:

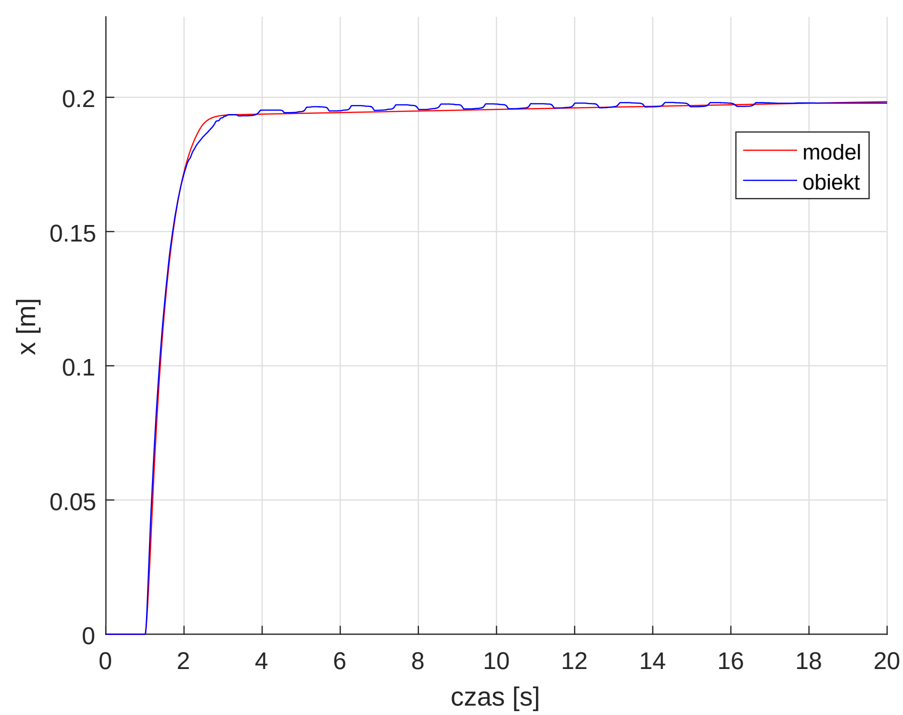
$$K \ = \ 10, \ \ T_i \ = \ 0.005, \ \ T_d \ = \ 2 \tag{2.3}$$

Regulator PD niwelujący kąt odchylenia ciężarka:

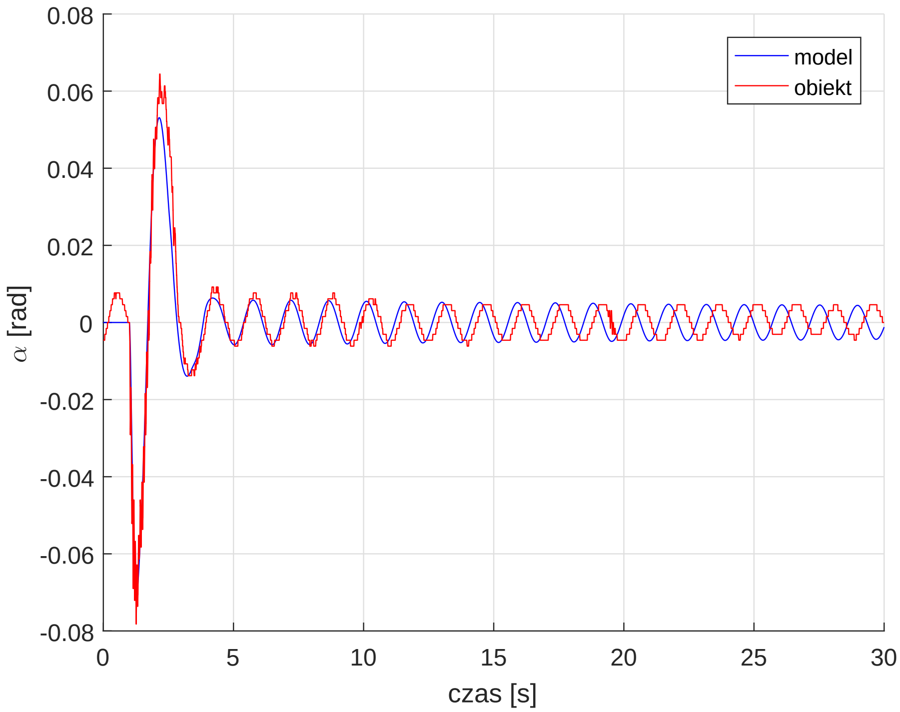
$$P \ = \ 10, \ \ T_d \ = \ 0.01 \tag{2.4}$$



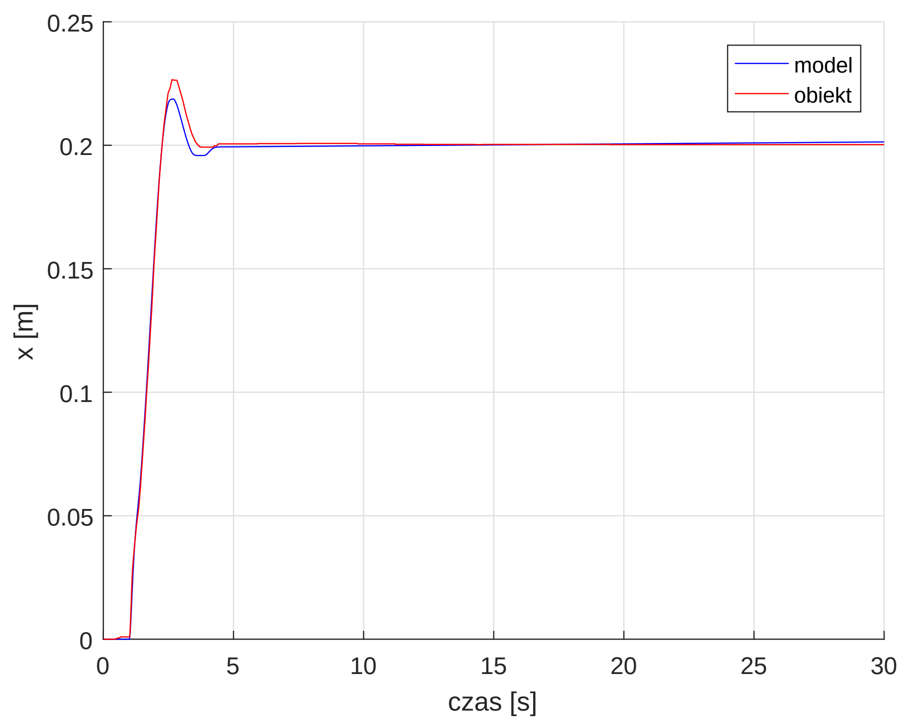
Rys. 2.11: Porównanie kąta wychylenia ładunku modelu z obiektem oś X.



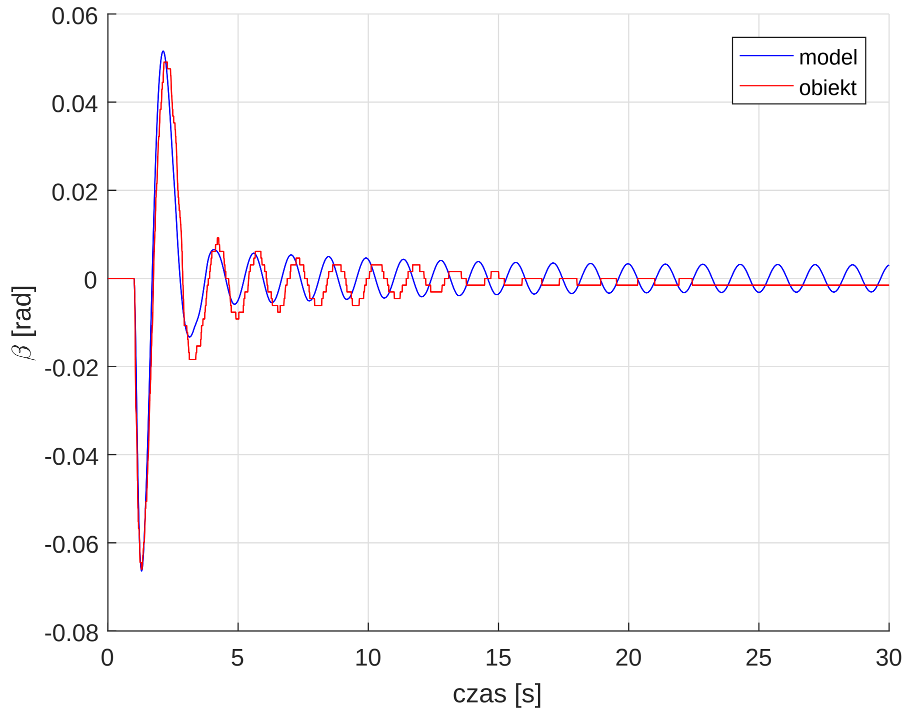
Rys. 2.12: Porównanie położenia wózka modelu z obiektem, oś X.



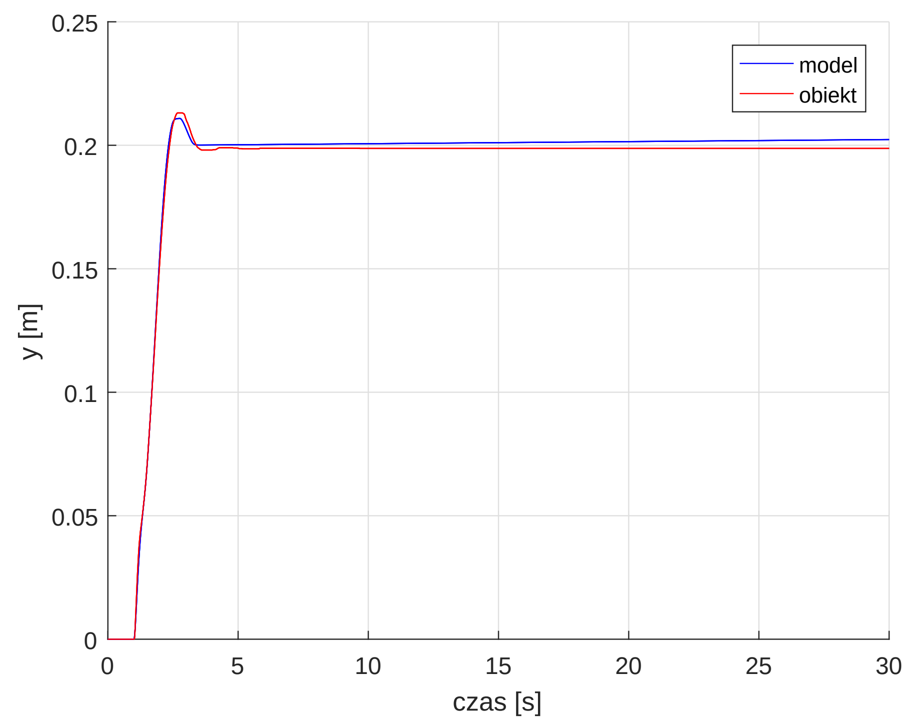
Rys. 2.13: Porównanie kąta wychylenia ładunku modelu z obiektem oś X.



Rys. 2.14: Porównanie położenia modelu wózka z obiektem, oś X.



Rys. 2.15: Porównanie kąta wychylenia ładunku modelu z obiektem oś Y.



Rys. 2.16: Porównanie położenia modelu wózka z obiektem, oś Y.

2.2 Obserwator Luenbergera

Przyjęte zmienne stanu:
$x_1 = x$ - położenie wózka wzdłuż kolejnych osi,
$x_2 = \alpha$ - kąt wychylenia wahadła
$x_3 = \dot{\alpha}$ - pochodna kąta wychylenia wahadła

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s(Ts+1)} \tag{2.5}$$

$$G_w(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \xi\omega_0 s + \omega_0^2} \tag{2.6}$$

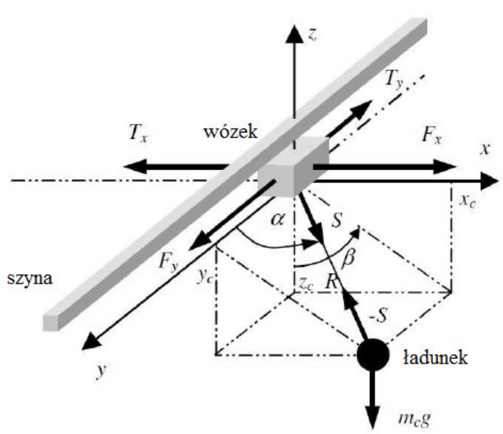
Korzystając z przyjętych transmitancji opisujących silnik elektryczny i wychylenie wahadła równania 2.5 i 2.6, otrzymano następujące równania stanu:

$$\begin{bmatrix}\dot{x_1}\\ \dot{x_2}\\ \dot{x_3}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{-1}{T} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{-K\omega_0^2}{T} & -\omega_0^2 & -2\xi\omega_0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{K_m}{T}\\ 0\\ \frac{KK_m\omega_0^2}{T}\end{bmatrix} u \tag{2.7}$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Na podstawie równań 2.7 i 2.8 zaprojektowano obserwator pełnego rzędu.

2.3 Model matematyczny



Rys. 2.17: Schemat stanowiska. Opracowano na podstawie [2]

Na podstawie [1] i [2] opracowano następujący model matematyczny obiektu.
W zaprezentowanych poniżej równaniach przyjęto następujące oznaczenia:

$x_c,\ y_c$ - położenie wózka odpowiednio wzdłuż osi x i y,
$x_c,\ y_c,\ z_c$ - położenie ładunku odpowiednio wzdłuż osi X, Y, Z,
R - długość linki na której podwieszony jest ładunek,
α - kąt pomiędzy osią X a liną,
β - kąt pomiędzy ujemną częścią osi Z a rzutem liny na płaszczyznę YZ,
$m_w = 1.155\ kg$ - masa wózka,
$m_s = 2.2\ kg$ - masa szyny,
$m_c = 1\ kg$ - masa ładunku,
$u_1,\ u_2,\ u_3$ - sterowania w postaci przyspieszenia działające wzdłuż kolejnych osi X,Y,Z.

Do opisu całego układu za pomocą równań stanu przyjęto następujące zmienne stanu:
$x_1 = x_c$
$x_2 = \dot{x_c} = \dot{x_1}$
$x_3 = y_c$
$x_4 = \dot{y_c} = \dot{x_3}$
$x_5 = \alpha$
$x_6 = \dot{\alpha} = \dot{x_5}$
$x_7 = \beta$
$x_8 = \dot{\beta} = \dot{x_7}$
$x_9 = R$
$x_{10} = \dot{R} = \dot{x_9}$

Dodatkowo wprowadzono oznaczenia:

$$\sin(x_i) = s_i \tag{2.9}$$

$$\cos(x_i) = c_i \tag{2.10}$$

$$\mu_1 = \frac{m_c}{m_w} \tag{2.11}$$

$$\mu_2 = \frac{m_c}{m_w + m_s} \tag{2.12}$$

$$V_5 = c_5 s_5 {x_8}^2 x_9 - 2x_{10}x_6 + gc_5c_7 \tag{2.13}$$

$$V_6 = 2x_8(c_5x_6x_9 + s_5x_{10}) + 2gs_7 \tag{2.14}$$

$$V_7 = (s_5x_8)^2x_9 + gs_5c_7 + x_6^2x_9 \tag{2.15}$$

2.3.1 Model nieliniowy

$$
\begin{aligned}
\dot{x_1} &= x_2 \\
\dot{x_2} &= u_1 = \mu_1 c_5 u_3 \\
\dot{x_3} &= x_4 \\
\dot{x_4} &= u_2 + \mu_2 s_5 s_7 u_3 \\
\dot{x_5} &= x_6 \\
\dot{x_6} &= (s_5 u_1 - c_5 s_7 u_2 + (\mu - \mu_2 s_7^2) c_5 s_5 u_3 + V_5)/x_9 \\
\dot{x_7} &= x_8 \\
\dot{x_8} &= -(c_7 u_2 + \mu_2 s_5 c_7 s_7 u_3 + V_6)/(s_5 x_9) \\
\dot{x_9} &= x_9 \\
\dot{x_{10}} &= -c_5 u_1 - s_5 s_7 u_2 - (1 + \mu_1 c_5^2 + \mu_2 s_5^2 s_7^2) u_3 + V_7
\end{aligned}
\tag{2.16}
$$

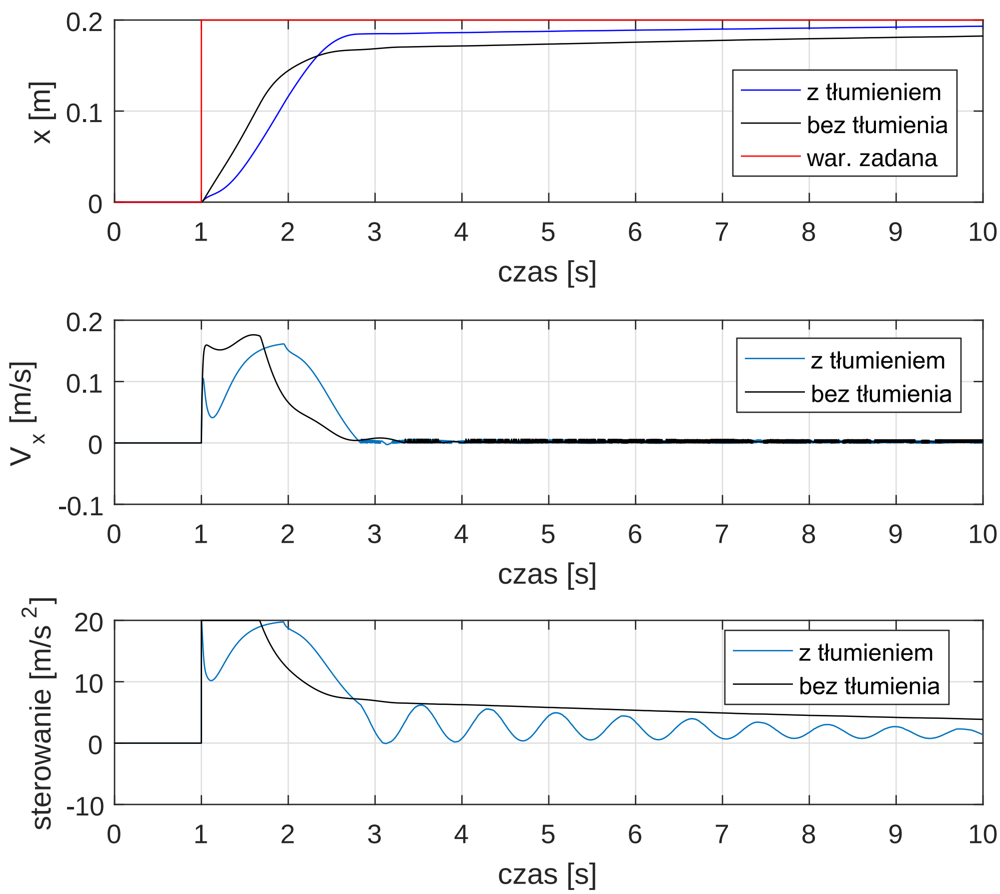
2.3.2 Model liniowy

Przyjmując następujące przybliżenia:
dla $\alpha \simeq \frac{\pi}{2}$ $\cos(\alpha) \simeq -\alpha$, $\sin(\alpha) \simeq 1$ oraz dla $\beta \simeq 0$ $\cos(\beta) \simeq 1$, $\sin(\beta) \simeq \beta$ otrzymano:

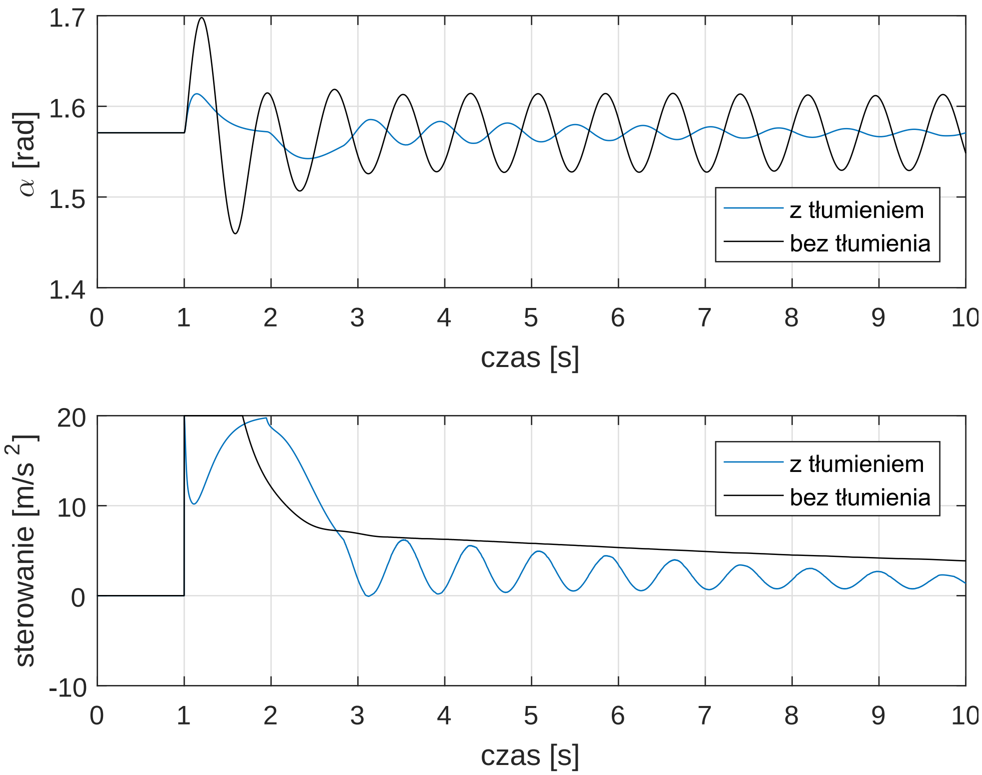
$$
\begin{aligned}
\dot{x_1} &= x_2 \\
\dot{x_2} &= u_1 - \mu_1 x_5 u_3 \\
\dot{x_3} &= x_4 \\
\dot{x_4} &= u_2 + \mu_2 x_7 u_3 \\
\dot{x_5} &= x_6 \\
\dot{x_6} &= (u_1 - \mu_1 x_5 u_3 - g x_5 - 2 x_6 x_{10})/x_9 \\
\dot{x_7} &= x_8 \\
\dot{x_8} &= -(u_2 + \mu_2 x_7 u_3 + g x_7 + 2 x_8 x_{10})/x_9 \\
\dot{x_9} &= x_{10} \\
\dot{x_{10}} &= 0;
\end{aligned}
\tag{2.17}
$$

2.3.3 Przykładowy regulator PID i PD

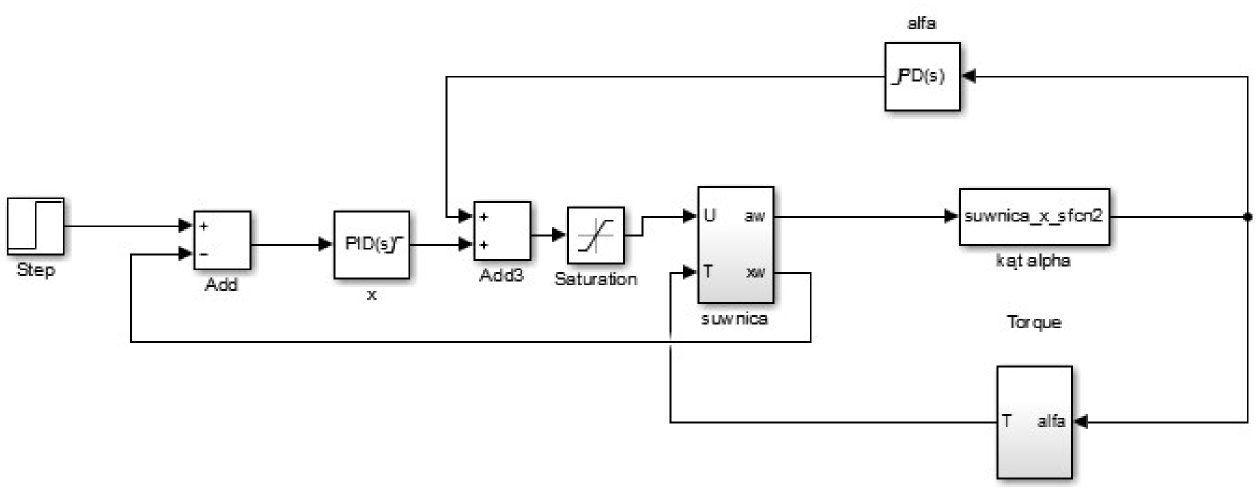
Nastawy regulatora PID oś X.
$K = 10$
$Ti = 0.005$
$Td = 2$
Nastawy regulatora PD kąt α.
$P = 10$
$Td = 0.5$



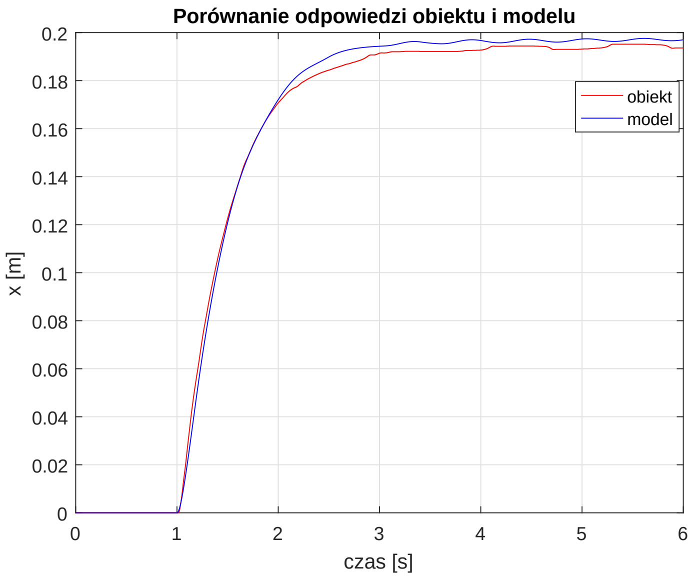
Rys. 2.18: Model liniowy - współrzędne wózka.



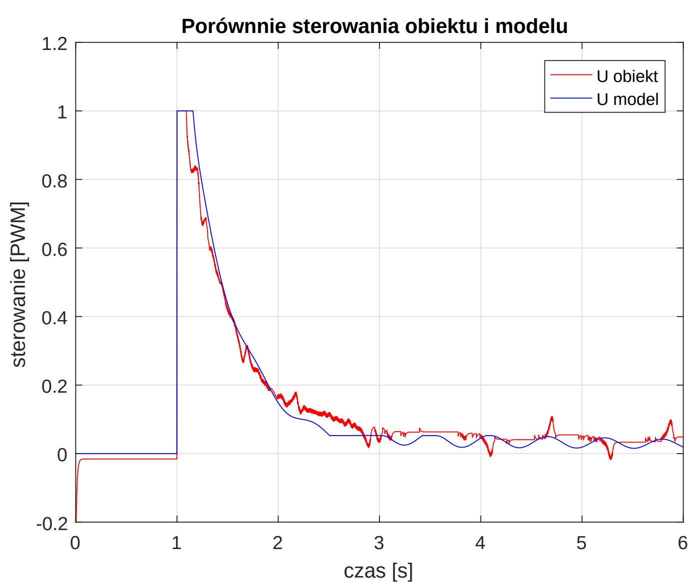
Rys. 2.19: Model liniowy - kąty wychylenia ładunku.



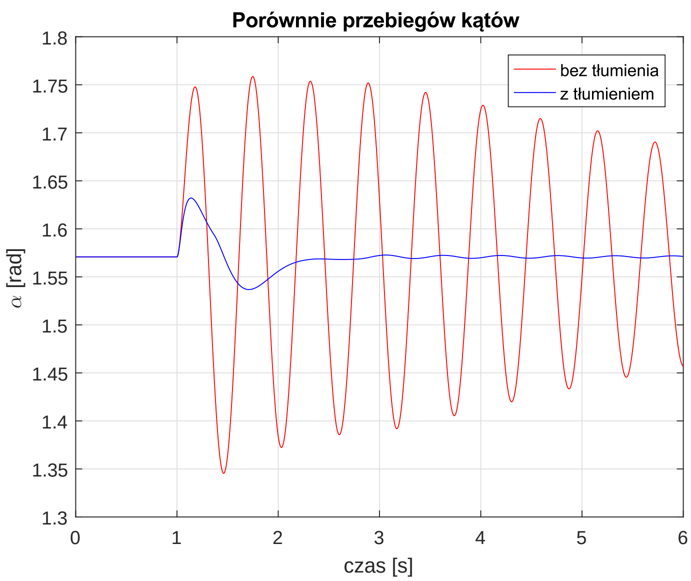
Rys. 2.20: Schemat sterowania oś X.



Rys. 2.21: Porównanie odpowiedzi obiektu i modelu .



Rys. 2.22: Porównanie sterowania obiektu i modelu .



Rys. 2.23: Przykład działania tłumienia drgań ładunku - model oś X.

Bibliografia

[1] Pauluk, M.: *Model matematyczny trójwymiarowej suwnicy.* W: **Automatyka** 2002 tom 6 s. 69-102, ISSN: 1429-3447

[2] Pauluk, M.: *Optimal and robust control of 3D crane.* W: **Przegląd Elektrotechniczny**, 2012 vol. 2 pp. 205-212 ISSN: 0033-2097