

# Lewitacja magnetyczna

Marcin Kowalczyk  
Mateusz Ługowski  
Karolina Szmyd

30 maj, 2017

Data wykonania: 24 maj, 2017  
Przedmiot: Laboratorium Problemowe  
Prowadzący: Dawid Knapik

## 1 Wstęp

Celem projektu było zaprojektowanie systemu sterowania dla problemu lewitacji magnetycznej. Opiera się ona na powstanie siły w ferromagnetyku umieszczonym z zewnętrznym polu magnetycznym. Siła grawitacji działająca na metalową kulkę ma być równoważona przez oddziaływania magnetyczne. Wytwarzane pole magnetyczne zależy od prądu płynącego przez cewkę. Układ umożliwia pomiar położenia obiektu, sterowanie napięciem podawanym na cewkę generującą pole magnetyczne oraz umożliwia współpracę z urządzeniami sterującymi. Do pomiaru położenia lewitującej sfery służy układ optyczny. Im wyżej znajduje się sfera, tym bardziej zasłania źródło światła, a więc mniej światła pada na fototranzystor. Mierzony jest również prąd płynący przez cewkę za pomocą napięcia na rezystorze. Zakłada się, że ruch kulki odbywa się tylko w osi pionowej.

Do symulacji, obliczeń numerycznych i generowania kodu wykorzystano programy *Matlab* i *Simulink*. Wygenerowany kod jest wykonywany w czasie rzeczywistym. Możliwa jest również zmiana parametrów układu sterowania (np. pozycji zadanej) w czasie pracy układu. Mierzone wielkości są również wyświetlane na bieżąco w programie *Simulink*.

## 2 Model matematyczny

Model matematyczny układu został wyprowadzony z wykorzystaniem funkcji Lagrange'a. Jest ona różnicą energii kinetycznej i potencjalnej.

$$T = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{L(x)q^2}{2} + \frac{1}{2} \int_0^t R\dot{q}^2 dt + mgx + qu \quad (2.1)$$

Gdzie:

$x$  jest odległością sfery od elektromagnesu.

$q$  jest ładunkiem przepływającym przez cewkę.

$I = \dot{q}$  jest prądem płynącym w cewce.

$m$  jest masą sfery.

$R$  jest rezystancją cewki.

$L(x)$  jest indukcyjnością w zależności od położenia sfery.

$g$  jest przyspieszeniem ziemskim.

$u$  jest napięciem sterującym.

Funkcje  $x(t)$  i  $q(t)$  spełniają następujący układ równań:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{x}} - \frac{dT}{dx} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{q}} - \frac{dT}{dq} &= 0\end{aligned}\tag{2.2}$$

Na podstawie równań (2.1) i (2.2) otrzymuje się następujące równania opisujące dynamikę systemu:

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{1}{2m} \frac{dL}{dx} I^2 + g \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{1}{L} \left( -\frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt} I - RI + u \right)\end{aligned}\tag{2.3}$$

Siła działająca na sferę wyrażona jest następującą zależnością:

$$F(x, I) = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} I^2\tag{2.4}$$

Przyjęto, że wartość indukcyjności w zależności od odległości od cewki ma następującą postać:

$$L(x) = L_0 + L_1 e^{-ax}\tag{2.5}$$

Gdzie:

$L_0$  jest indukcyjnością cewki bez ferromagnetycznej sfery.

Założono, że układ, którego wyjściem jest prąd cewki, a wejściem napięcie podawane na cewkę, jest obiektem inercyjnym pierwszego rzędu.

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{T} I + \frac{k}{T} (u + u_c)\tag{2.6}$$

Gdzie:

$T$  jest stałą czasową.

$k$  jest współczynnikiem wzmocnienia.

$u$  jest napięciem sterującym.

$u_c$  jest stałym napięciem na cewce.

Wyliczono równania stanu opisujące działanie układu lewitacji magnetycznej.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{2m} \frac{dL(x_1)}{dx_1} x_3^2 + g + z_1(t) \\ \frac{dx_3}{dt} &= -\frac{1}{T} x_3 + \frac{k}{T} (u(t) + u_c + z_2(t))\end{aligned}\tag{2.7}$$

Gdzie:

$x_1$  jest odległością sfery od elektromagnesu.

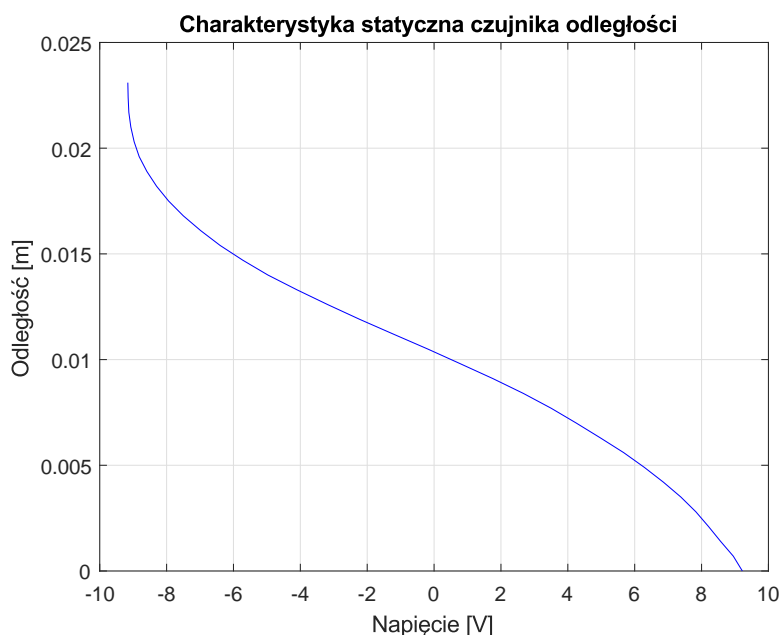
$x_2$  jest prędkością sfery.

$x_3$  jest prądem płynącym przez cewkę.

### 3 Identyfikacja

Zagadnienie identyfikacji modeli nieliniowych jest bardzo często zagadnieniem problematycznym. Dla modeli nieliniowych wystarczy zazwyczaj wykorzystać metodę najmniejszych kwadratów. Dla modelu nieliniowego metoda ta daje na ogół obciążoną estymację parametrów, a rozwiązanie zadania może być niejednoznaczne. Oprócz tego zadanie to jest skomplikowane pod względem numerycznym, gdyż rozwiązywanie nieliniowych równań różniczkowych jest złożone obliczeniowo. Aby ułatwić identyfikację należy zdekomponować ją na znacznie prostsze zadania. Dzięki temu identyfikacja modelu nieliniowego sprowadza się do wykonania kilkudziesięciu pomiarów oraz odpowiednich przekształceń algebraicznych.

Konieczne było wykonanie przeliczenia napięć z czujników na wartości odległości sfery. Zależność ta jest opisana funkcją nieliniową. Aby wykonać charakterystykę statyczną czujnika położenia, zmieniano położenie kulki za pomocą śruby, do której przymocowana była sfera. Pomiedzy pomiarami wykonywano jeden obrót śruby, co odpowiadało zmianie odległości sfery o 0.7 mm. Dla każdego położenia sfery odczytywano napięcie z czujnika. Pomiedzy zmierzonymi wartościami charakterystyka jest aproksymowana liniowo. Zostało to przedstawione na rysunku 3.1.



Rys. 3.1: Charakterystyka statyczna czujnika położenia lewitującej sfery.

Na podstawie rysunku 3.1 można określić zakres liniowości tego czujnika, który wynosi od około 5 do 15 mm.

Następnie wykonano podobną charakterystykę dla czujnika prądu w cewce. W tym celu w obwód cewki został włączony amperomierz. Dla różnych wartości napięcia (współczynnika wypełnienia PWM) podawanego na cewkę sprawdzano prąd płynący w obwodzie za pomocą amperomierza i napięcie z czujnika. Na podstawie zmierzonych danych wykonano następnie charakterystykę statyczną sensora. Funkcja opisująca tą charakterystykę została

następnie aproksymowana funkcją kwadratową:

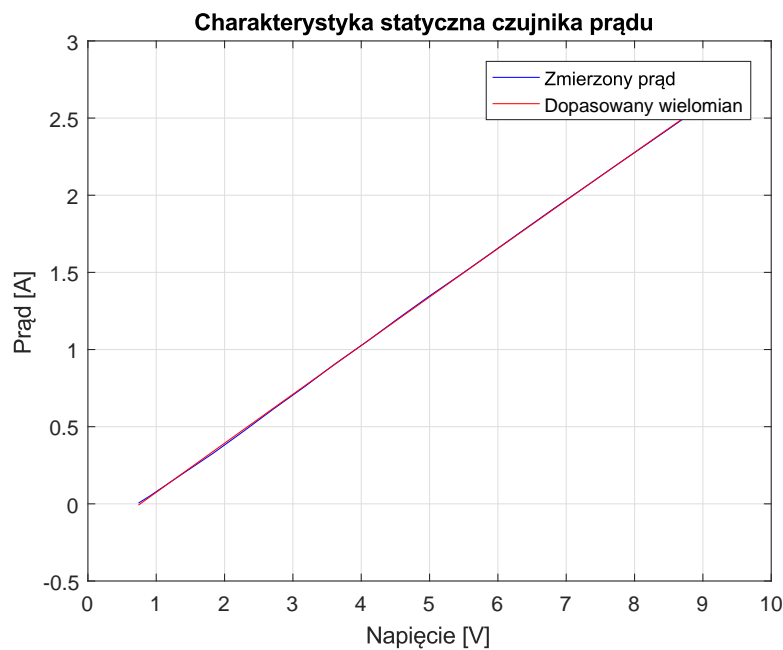
$$I = -0.006u^2 + 0.3201u - 0.2448 \quad (3.1)$$

Gdzie:

$I$  jest prądem płynącym w cewce.

$u$  jest napięciem z czujnika.

Na rysunku 3.2 przedstawiono porównanie danych pomiarowych i aproksymacji za pomocą wielomianu opisanego wzorem (3.1).



Rys. 3.2: Charakterystyka statyczna czujnika prądu cewki.

Wykonano również pomiary indukcyjności cewki w zależności od położenia sfery. W tym celu w obwód cewki włączony został induktometr. Co pomiar dokonywano obrotu śrubą, na której zamocowana była sfera. Przez to jej położenie zmieniał się o 0.7 mm. Dla kolejnych odległości zapisywano wskazanie induktometru. Otrzymane dane zostały aproksymowane funkcją eksponentialną:

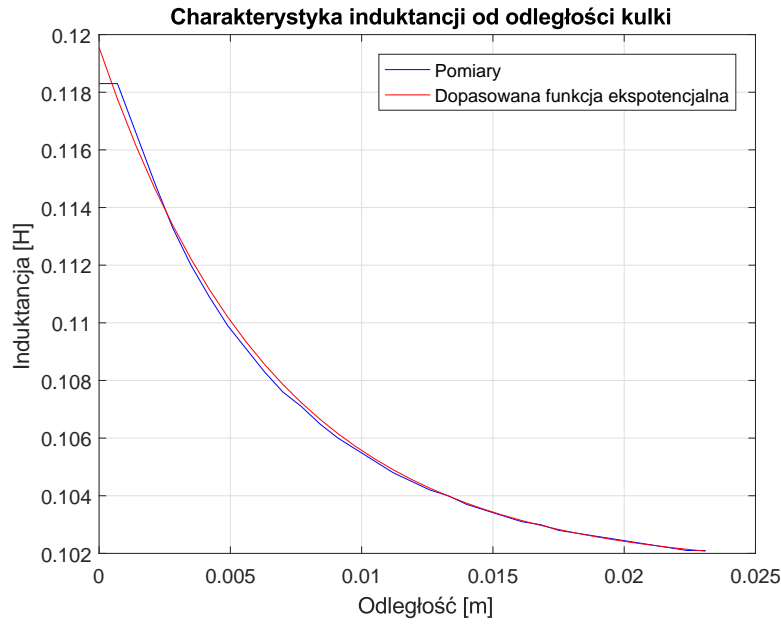
$$L = 0.1015 + 0.0181e^{-148.99x} \quad (3.2)$$

Gdzie:

$L$  jest indukcyjnością cewki.

$x$  jest odległością sfery od cewki.

Wykres 3.3 pokazuje porównanie danych pomiarowych i aproksymację za pomocą funkcji eksponentialnej opisanej wzorem (3.2).



Rys. 3.3: Zależność indukcyjności cewki od położenia sfery.

Na podstawie równania (3.2) wyznaczono zależność pochodnej indukcyjności od położenia sfery:

$$L' = -2.6967e^{-148.99x} \quad (3.3)$$

Zmierzono masę sfery za pomocą wagi laboratoryjnej:

$$m = 0.058 \text{ kg} \quad (3.4)$$

Przyjęto następującą wartość przyspieszenia ziemskiego:

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3.5)$$

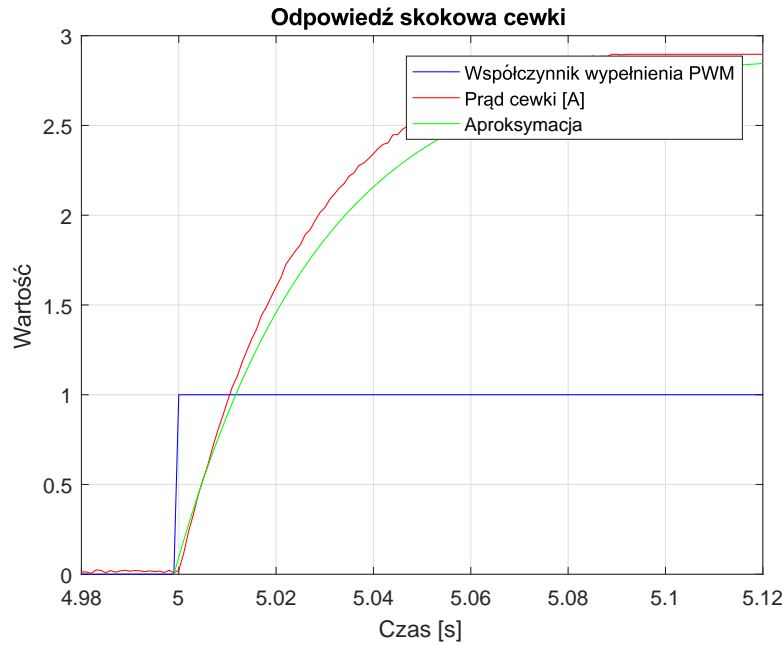
Zbadano ile wynosi maksymalne napięcie podawane na cewkę:

$$U_{max} = 11.43 \text{ V} \quad (3.6)$$

Konieczna była również identyfikacja parametrów równania 2.6. W tym celu dokonano pomiaru odpowiedzi skokowej prądu cewki na skok sterowania (współczynnika wypełnienia PWM). Na podstawie odpowiedzi skokowej dobrano następujące parametry:

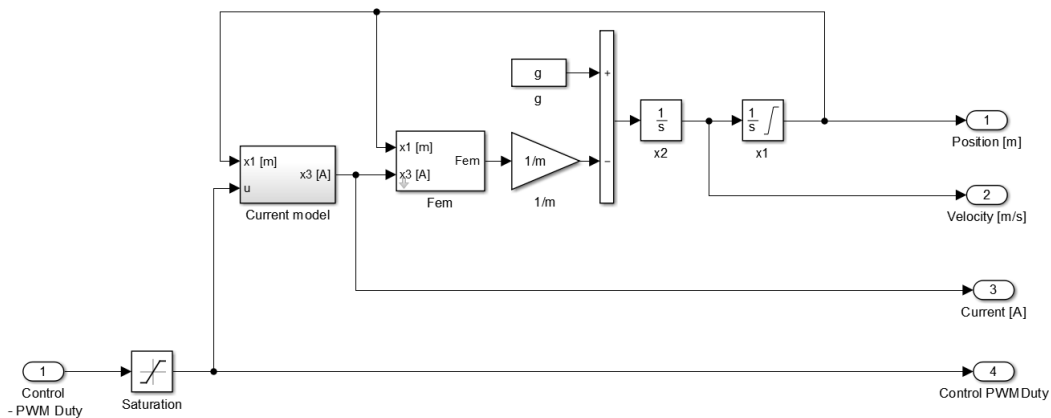
$$\begin{aligned} k &= 2.8964 \\ T &= 0.03 \\ u_c &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Na rysunku 3.4 przedstawiono porównanie zmierzonej odpowiedzi skokowej prądu cewki i odpowiedzi aproksymowanego modelu.



Rys. 3.4: Odpowiedź skokowa prądu cewki.

Zidentyfikowane parametry zostały użyte do stworzenia modelu układu w programie *Simulink*. Stworzony model został przedstawiony na rysunku 3.5.



Rys. 3.5: Model lewitacji magnetycznej w *Simulink*.

Porównana została odpowiedź modelu z odpowiedzią rzeczywistego układu. Stwierdzono, że model dobrze przybliża działanie systemu w otoczeniu punktu pracy układu (sfera odległa od elektromagnesu o około 10 mm).

## 4 Model zlinearyzowany

Do przeprowadzenia dalszych prac niezbędny był zlinearyzowany model układu w otoczeniu punktu pracy. Jest to model liniowy, który w otoczeniu punktu równowagi zachowuje się tak samo lub podobnie do modelu nieliniowego. W tym celu konieczne było najpierw wyznaczenie zbioru punktów równowagi układu. Po kilku przekształceniach otrzymano

następujący wynik:

$$\begin{aligned}
 x_1 &\in [0, 0.02] \\
 x_2 &= 0 \\
 x_3 &= \sqrt{\frac{bmg}{a}} e^{\frac{x_1}{b}} \\
 u &= \frac{x_3 - u_c}{k}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Po podstawieniu zidentyfikowanych parametrów otrzymuje się następujące równania:

$$\begin{aligned}
 x_1 &\in [0, 0.02] \\
 x_2 &= 0 \\
 x_3 &= \sqrt{0.2115} e^{\frac{x_1}{0.0067}} \\
 u &= \frac{x_3}{2.8964}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

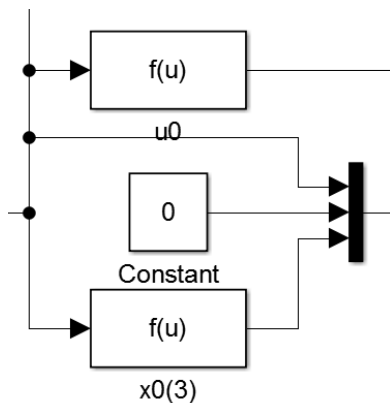
Aby znaleźć macierze A,B,C należy wyliczyć pochodne prawych stron układu równań (2.7). Wyliczone macierze mają następującą postać:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{a}{b^2 m} x_3^2 e^{-\frac{x_1}{b}} & 0 & \frac{2}{m} x_3 \frac{dL(x_1)}{dx_1} \\ \frac{ku+u_c-x_3}{f(x_1)^2} \frac{df(x_1)}{dx_1} & 0 & -\frac{1}{f(x_1)} \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k}{f(x_1)} \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 f(x_1) &= \frac{a}{b} e^{-\frac{x_1}{b}}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Układ został zlinearyzowany w punkcie, dla którego sfera znajduje się w odległości 10 mm od cewki. Dla tego punktu otrzymano następujące macierze układu liniowego:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 693.903 & 0 & -9.615 \\ 0 & 0 & -863.948 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2502.3 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Zaimplementowano obliczanie punktu równowagi w modelu *Simulink*. Wielkości te są potrzebne w zadaniu stabilizacji w określonym punkcie. Konieczne jest wtedy obliczenie sterowania w danym punkcie. Schemat realizujący te obliczenia przedstawiony jest na rysunku 4.1.



Rys. 4.1: Schemat *Simulink* realizujący obliczenie punktu równowagi.

## 5 Regulator LQ

Dla układu zlinearyzowanego opisanego równaniem (4.4) obliczono macierz wzmocnień regulatora LQ. Regulator ten minimalizuje następujący wskaźnik jakości:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

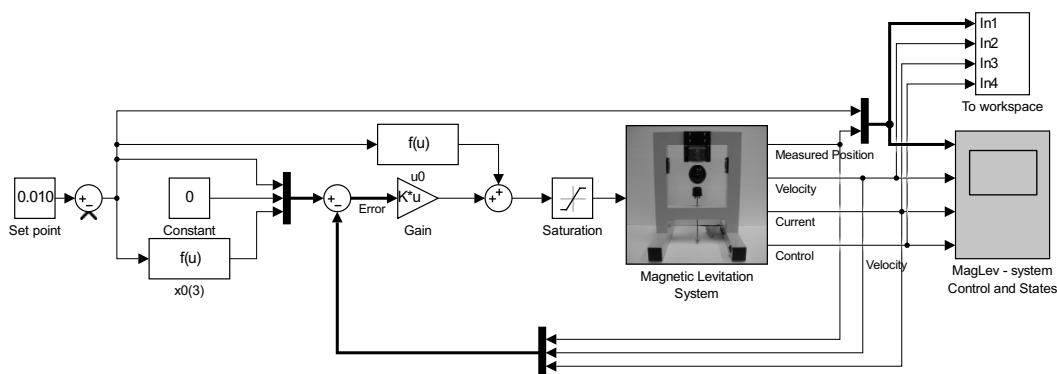
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$R = 1$$

Potrzebne obliczenia (rozwiązanie algebraicznego równania Riccatiego) zostały wykonane za pomocą funkcji programu *Matlab* - *lqr*. Otrzymana macierz wzmocnień ma następującą postać:

$$K = \begin{bmatrix} -154.245 & -5.940 & 0.734 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

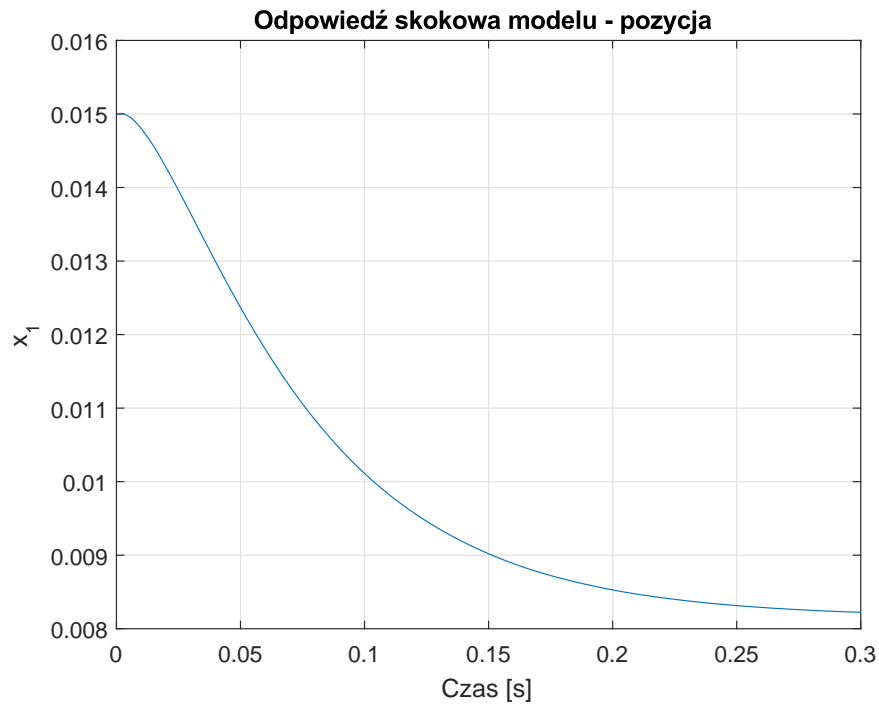
Regulator ten został następnie zaimplementowany w programie *Simulink*. Układ z tym regulatorem został przedstawiony na rysunku 5.1.



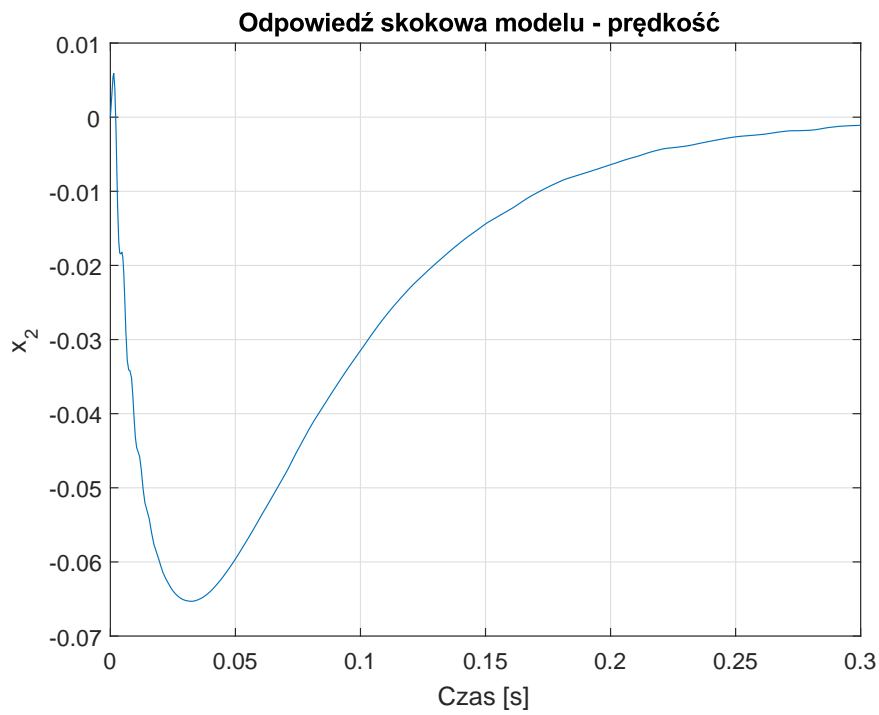
Rys. 5.1: Układ sterowania lewitacją magnetyczną z regulatorem LQ.

Najpierw przetestowano zadanie stabilizacji modelu układu w odległości 10 mm. Zostało one przedstawione na wykresach od 5.2 do 5.5.

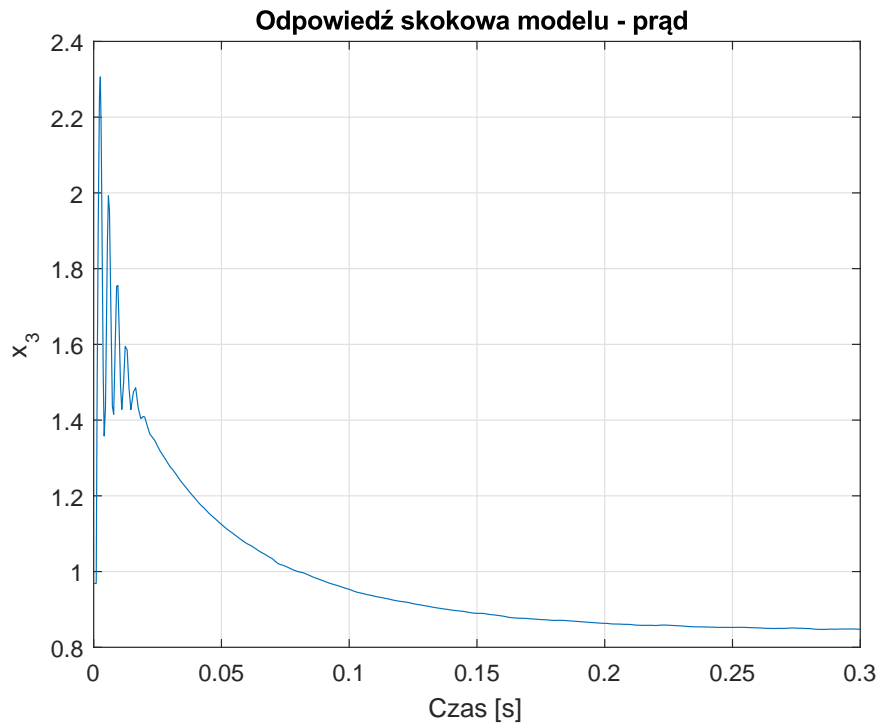




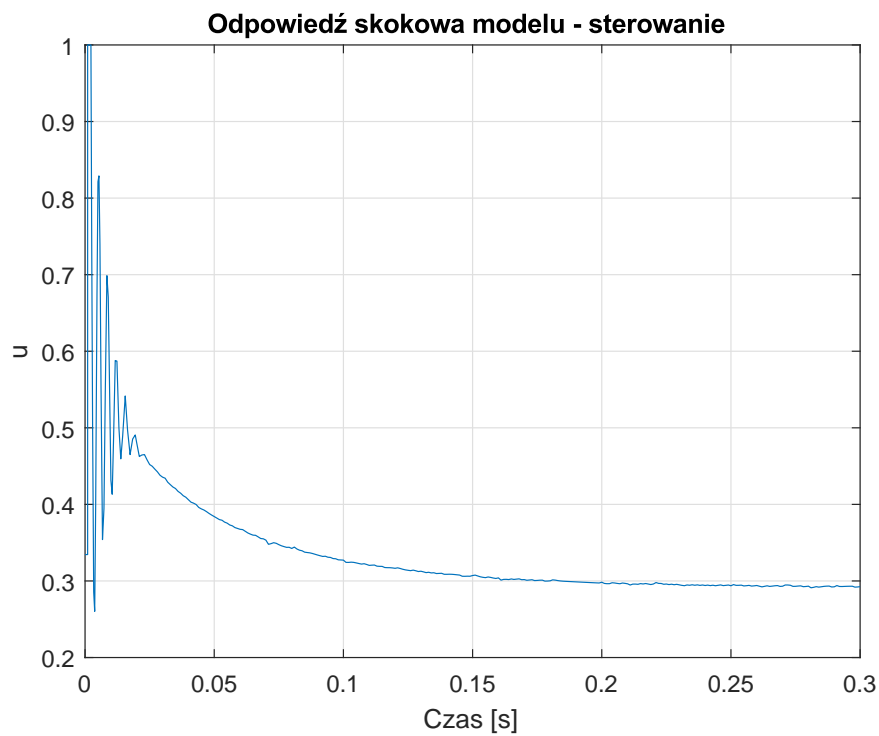
Rys. 5.2: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQ - położenie sfery.



Rys. 5.3: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQ - prędkość sfery.



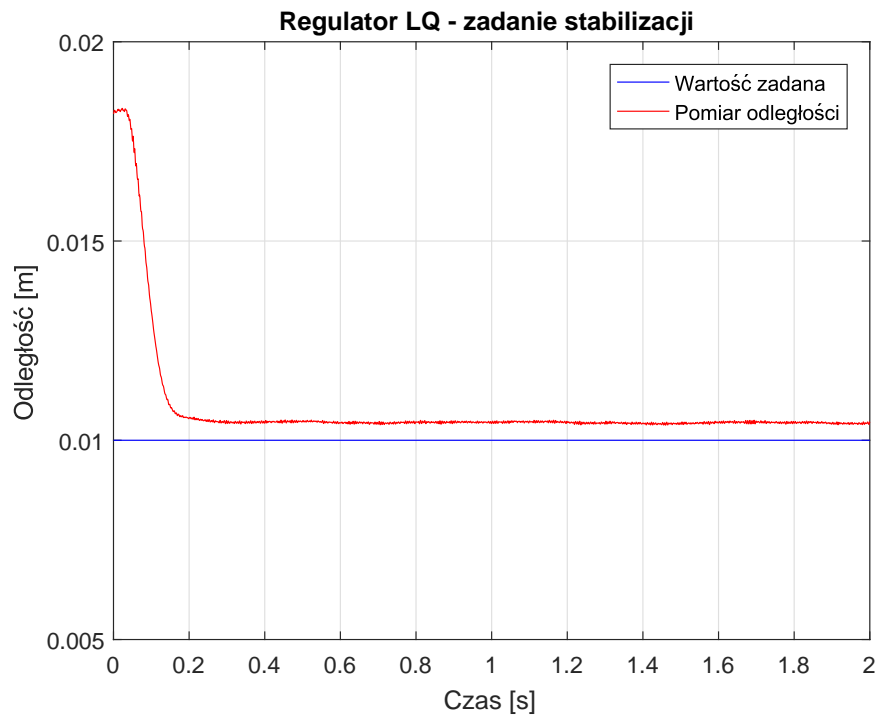
Rys. 5.4: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQ - prąd cewki.



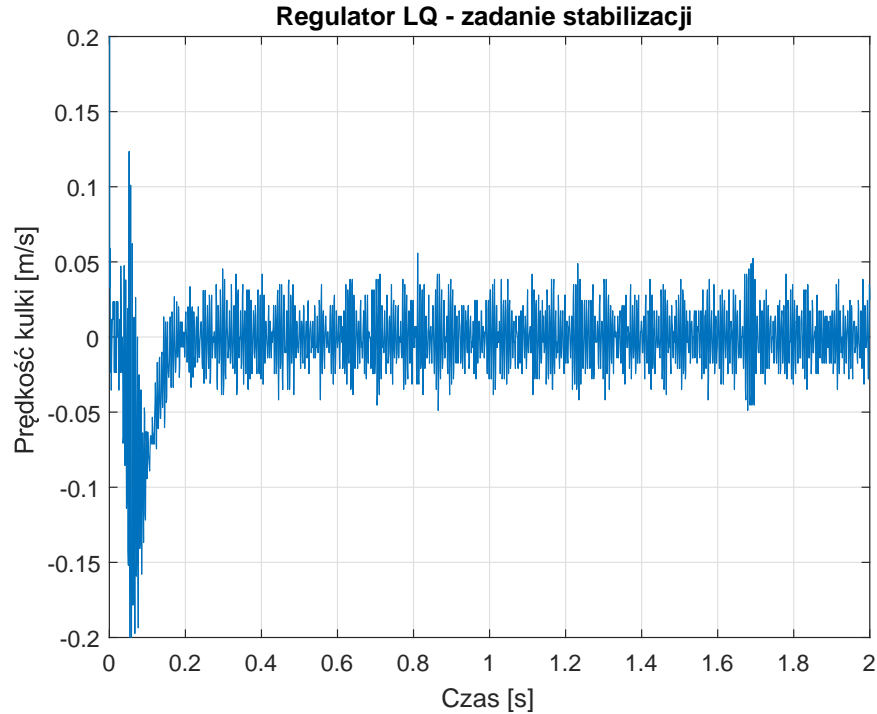
Rys. 5.5: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQ - sterowanie.

Regulator LQ stabilizował model, lecz można zauważyć duży uchyb ustalony. Następnie przeprowadzono doświadczenie na rzeczywistym układzie. Pierwszym zadaniem również była stabilizacja układu w odległości 10 mm. Zostało one przedstawione na wykresach od

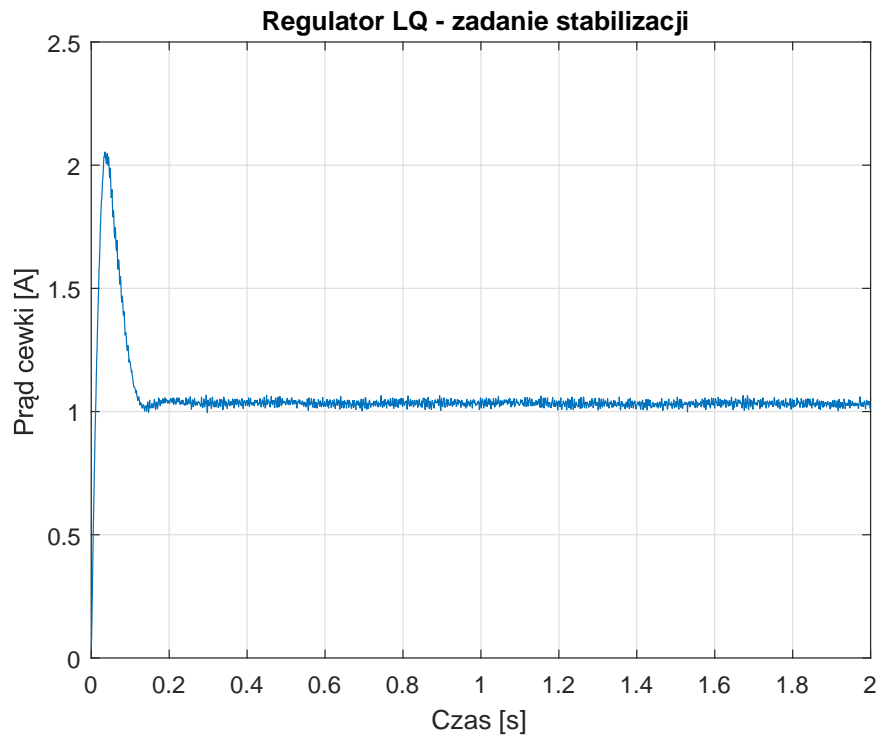
5.6 do 5.9.



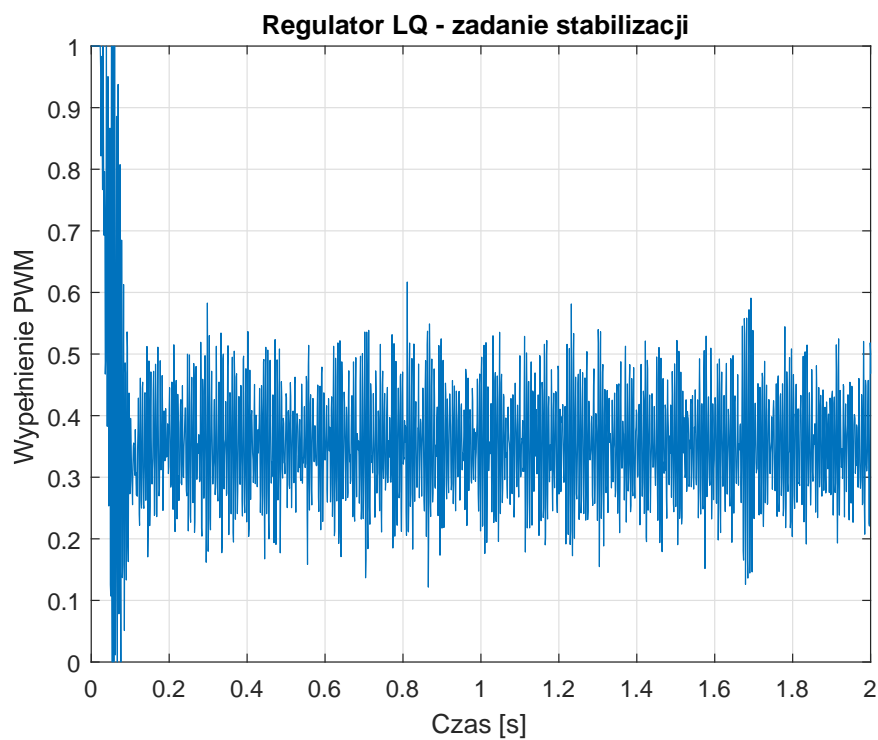
Rys. 5.6: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQ - położenie sfery.



Rys. 5.7: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQ - prędkość sfery.

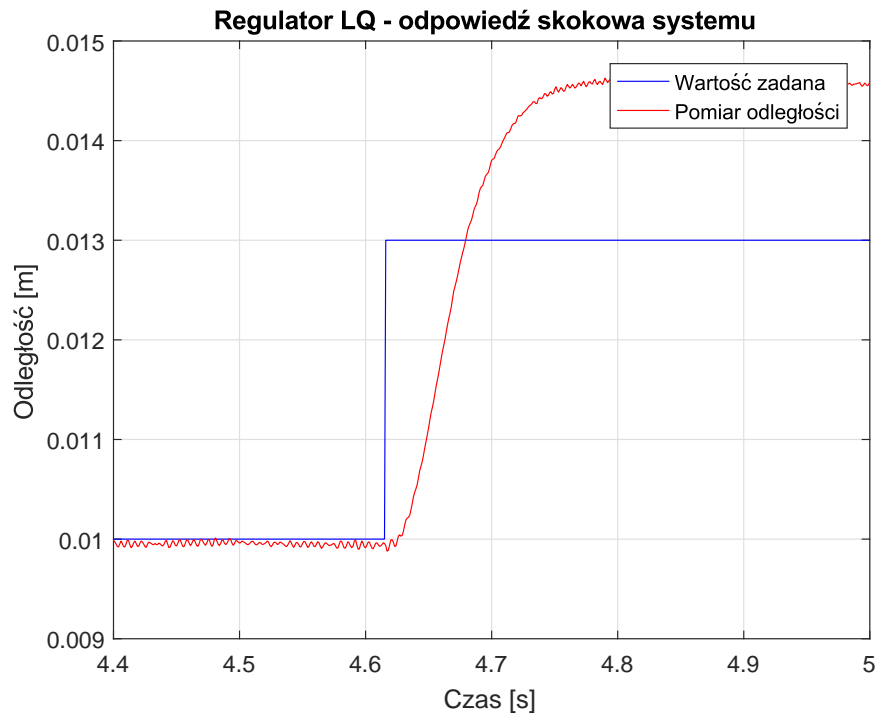


Rys. 5.8: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQ - prąd cewki.

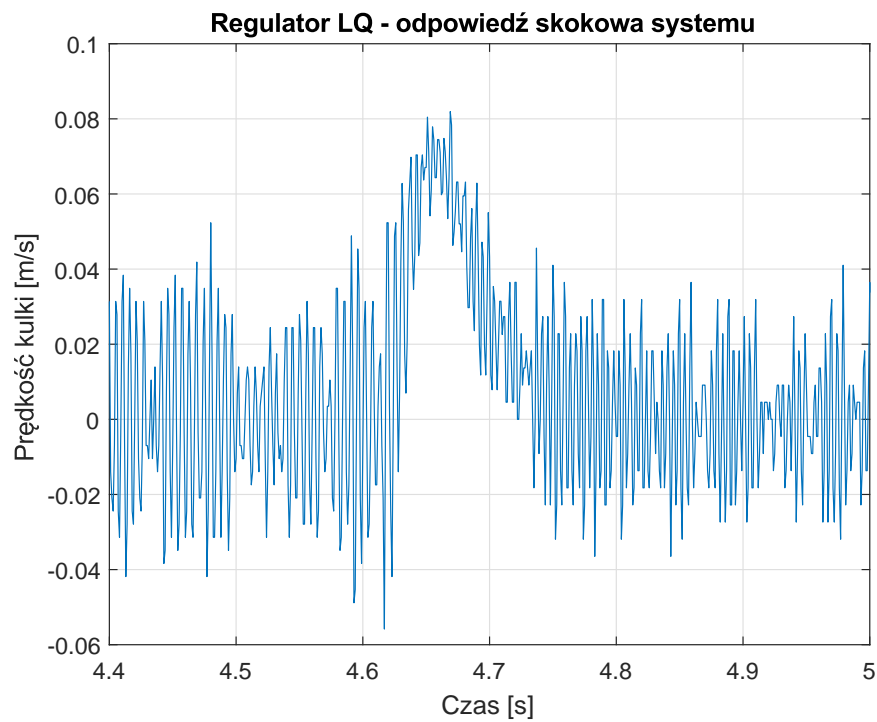


Rys. 5.9: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQ - sterowanie.

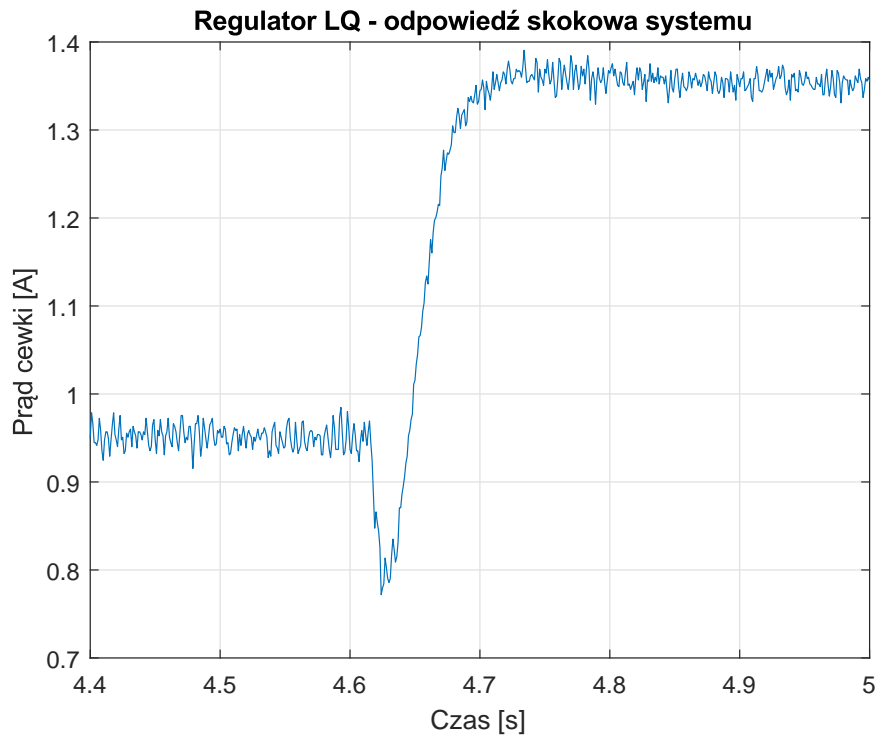
Następnie przetestowano odpowiedź skokową układu. W tym celu poczekano na ustabilizowanie pozycji sfery, a następnie skokowo zmieniono wartość zadaną. Wykresy od 5.10 do 5.13 przedstawiają zarejestrowaną odpowiedź skokową.



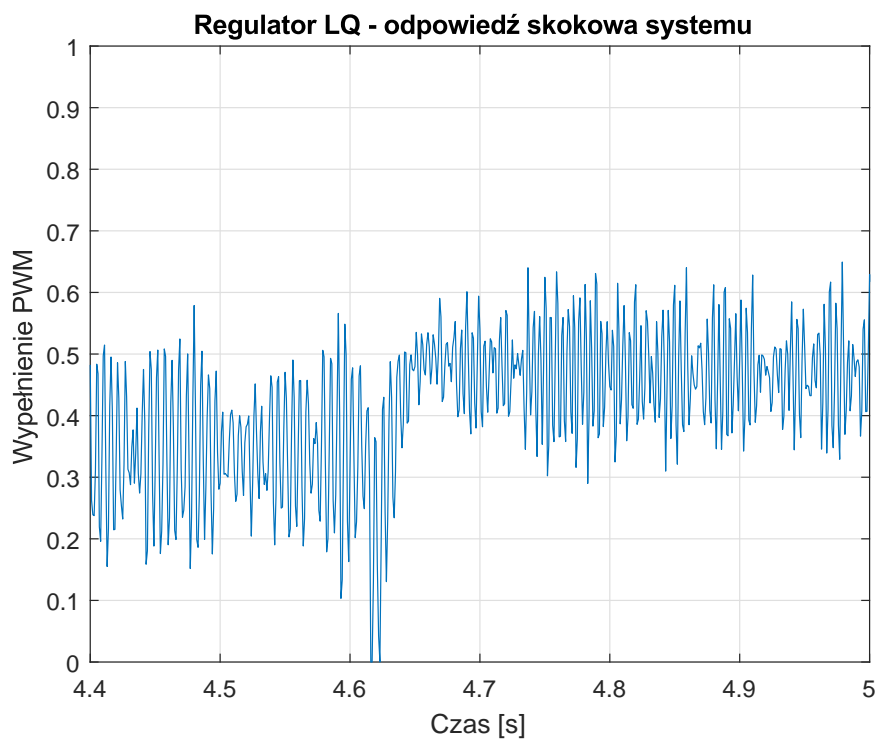
Rys. 5.10: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQ - położenie sfery.



Rys. 5.11: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQ - prędkość sfery.



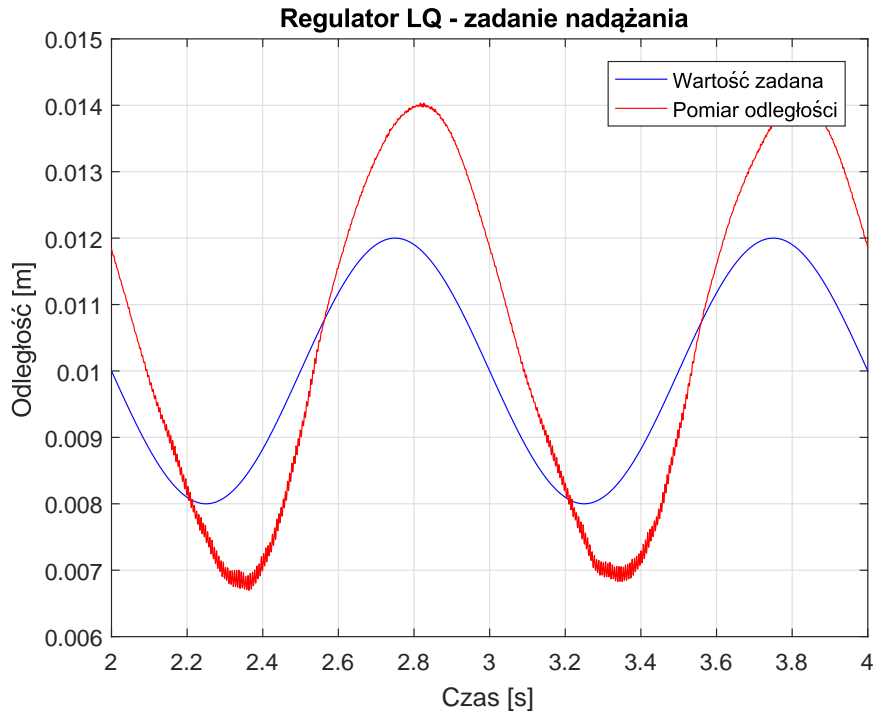
Rys. 5.12: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQ - prąd cewki.



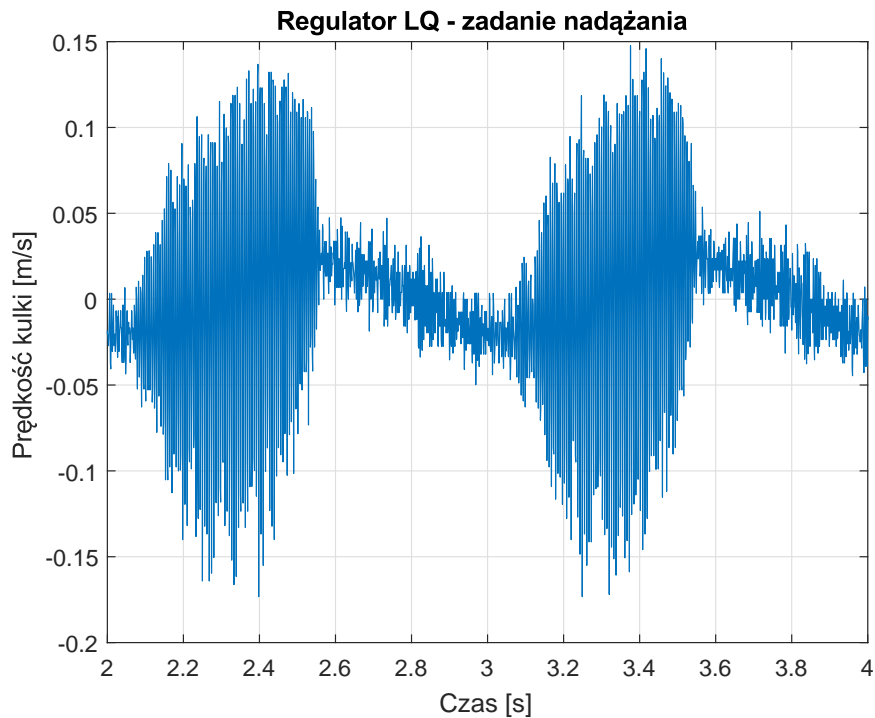
Rys. 5.13: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQ - sterowanie.

Wykresy 5.6 i 5.10 potwierdzają to, co zauważono w odpowiedziach modelu dla regulatora LQ. Przy zastosowaniu tego regulatora występuje duży uchyb ustalony. Porównując odpowiedzi modelu i rzeczywistego układu można również wnioskować, że w układzie wy-

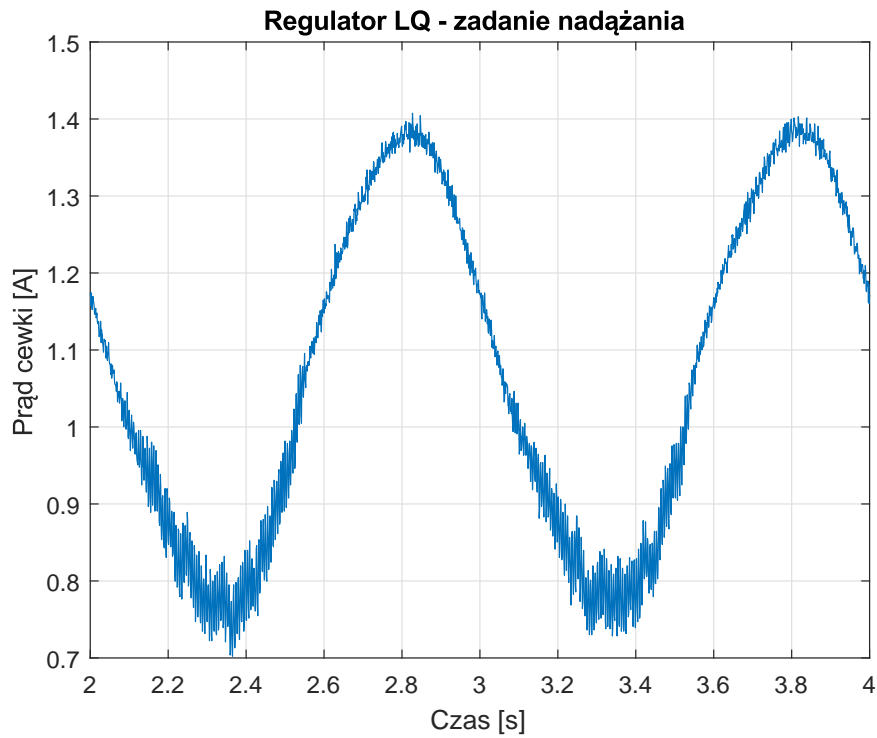
stępują znacznie większe zakłócenia, niż dodane w modelu. Postanowiono również zbadać działanie regulatora LQ dla zadania nadążania. W tym wypadku jako pozycję zadaną podawano funkcję  $0.01 + 0.002 \sin(2\pi t)$ , gdzie  $t$  oznacza czas. Zadanie nadążania zostało przedstawione na wykresach od 5.14 do 5.17.



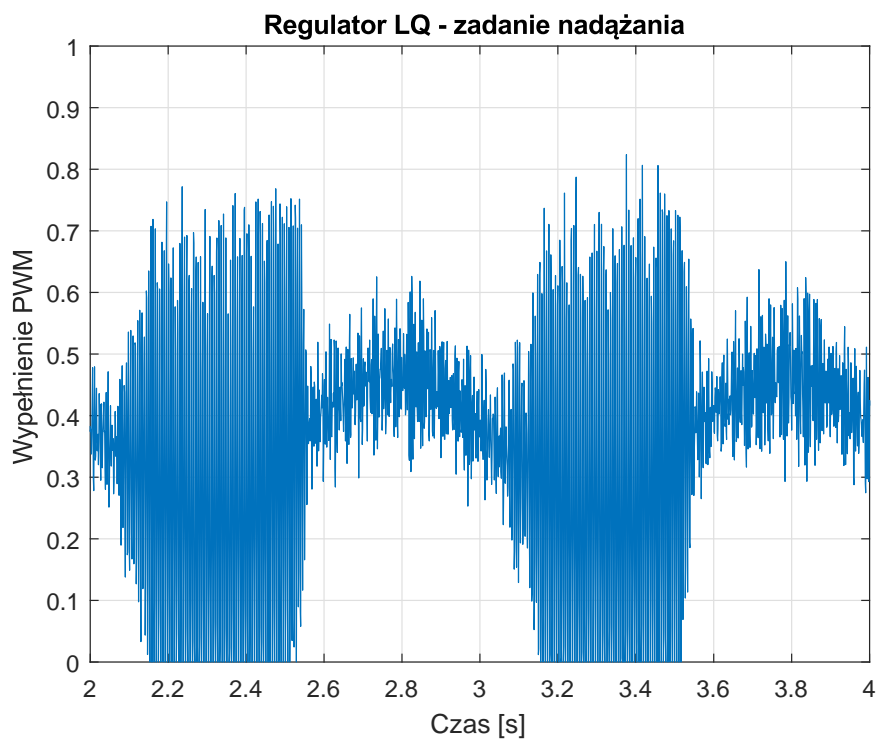
Rys. 5.14: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQ - położenie sfery.



Rys. 5.15: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQ - prędkość sfery.



Rys. 5.16: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQ - prąd cewki.



Rys. 5.17: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQ - sterowanie.

Na podstawie powyższych wykresów można zaobserwować, że amplituda położenia sfery jest większa niż amplituda pozycji zadanej. Oprócz tego są one względem siebie przesunięte w fazie. Zauważalne jest również zniekształcenie sinusoidy spowodowane nieliniowością



systemu lewitacji magnetycznej.

## 6 Regulator LQI

Aby pozbyć się uchybu ustalonego postanowiono użyć regulatora LQI. Jest to regulator LQ dla którego w modelu obiektu został wprowadzony dodatkowy, sztuczny stan, który jest proporcjonalny do całki z uchybu. Nowy wektor stanu ma więc następującą postać:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Gdzie:

$x_1$  jest położeniem sfery.

$x_2$  jest prędkością sfery.

$x_3$  jest prądem cewki.

$x_4$  jest całką z uchybu.

Macierze zlinearyzowanych równań stanu dla regulatora LQI mają więc następującą postać:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 693.903 & 0 & -9.615 & 0 \\ 0 & 0 & -863.948 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2502.3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.2)$$

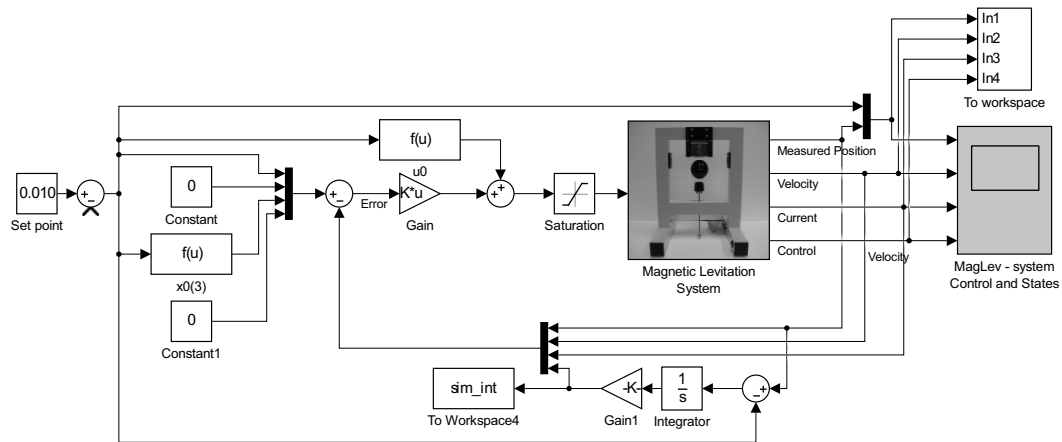
Macierz wzmocnień dla regulatora LQI wyznaczono ponownie z użyciem funkcji programu *Matlab* - *lqr*. Regulator LQI ma minimalizować następującą funkcję kosztu:

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \\ Q &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R &= 1 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Wyznaczona została następująca macierz wzmocnień dla regulatora LQI:

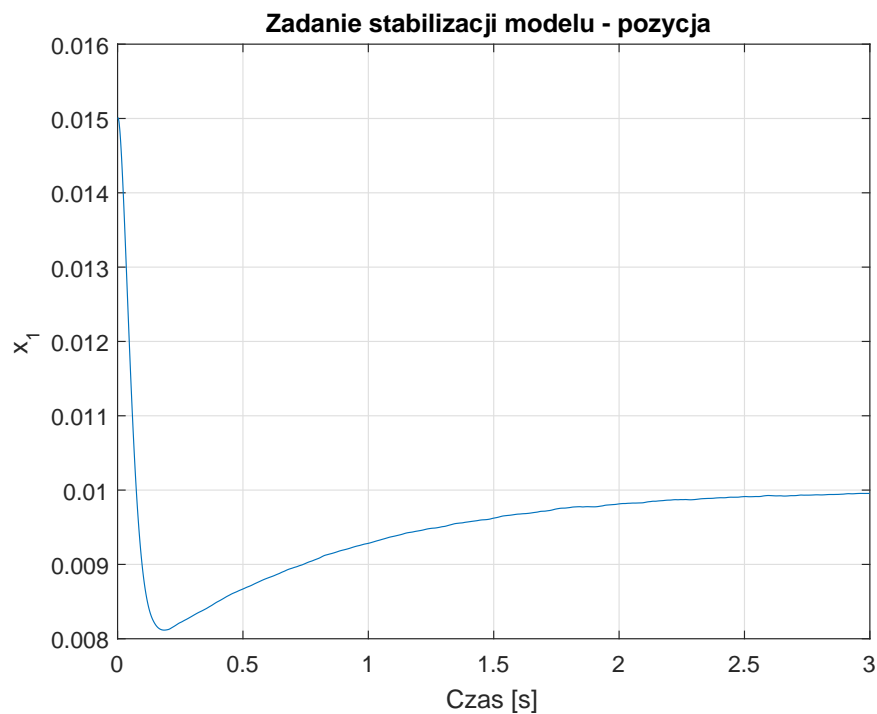
$$K = \begin{bmatrix} -162.271 & -4.3266 & 0.8074 & -1.0000 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Regulator ten został również zaimplementowany w programie *Simulink*. Układ z tym regulatorem został przedstawiony na rysunku 6.1.

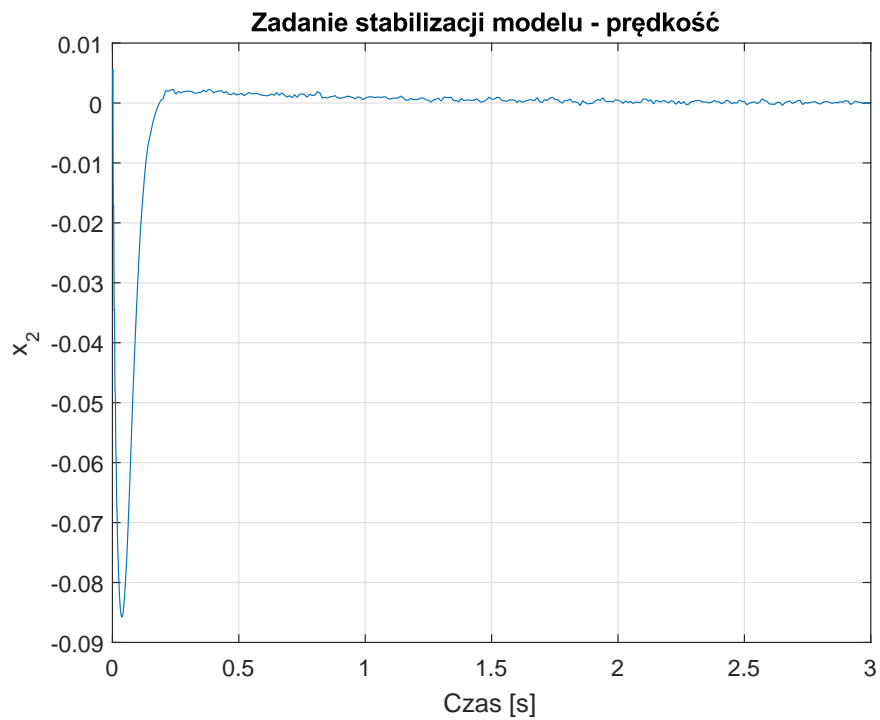


Rys. 6.1: Układ sterowania lewitacją magnetyczną z regulatorem LQI.

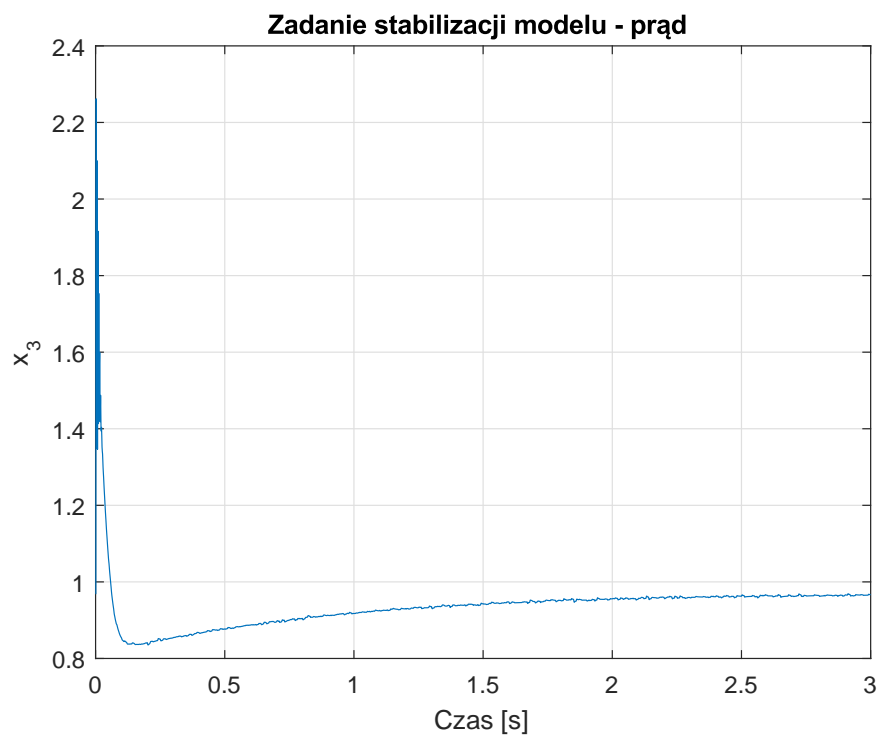
Na schemacie 6.1 widoczna jest metoda obliczania zmiennej  $x_4$ . Jest ona obliczana poprzez całkowanie zmiennej  $x_1$ . Na podstawie wykonanych doświadczeń postanowiono również zwiększyć wzmocnienie regulatora dla zmiennej  $x_4$ , aby przyspieszyć wygasanie oscylacji położenia wokół pozycji zadanej. Najpierw przetestowano zadanie stabilizacji modelu układu w odległości 10 mm. Zostało one przedstawione na wykresach od 6.2 do 6.5.



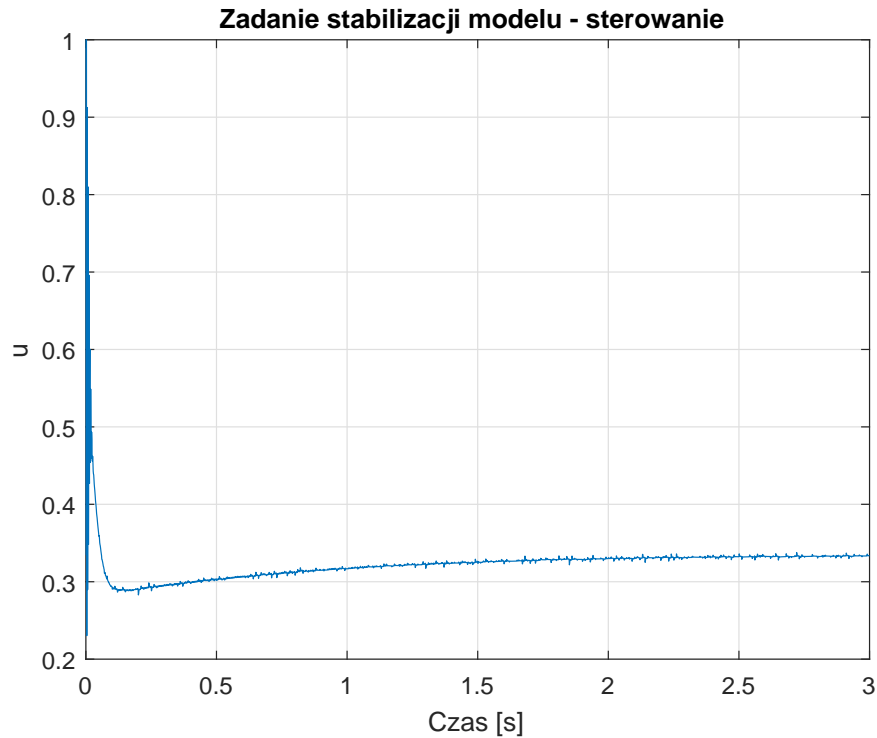
Rys. 6.2: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQI - położenie sfery.



Rys. 6.3: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQI - prędkość sfery.

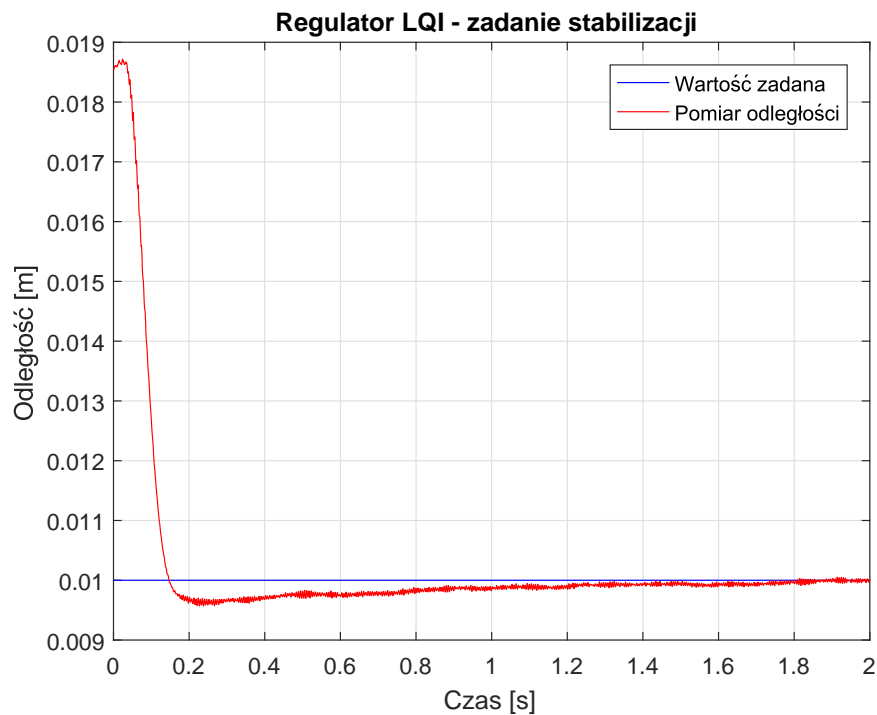


Rys. 6.4: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQI - prąd cewki.

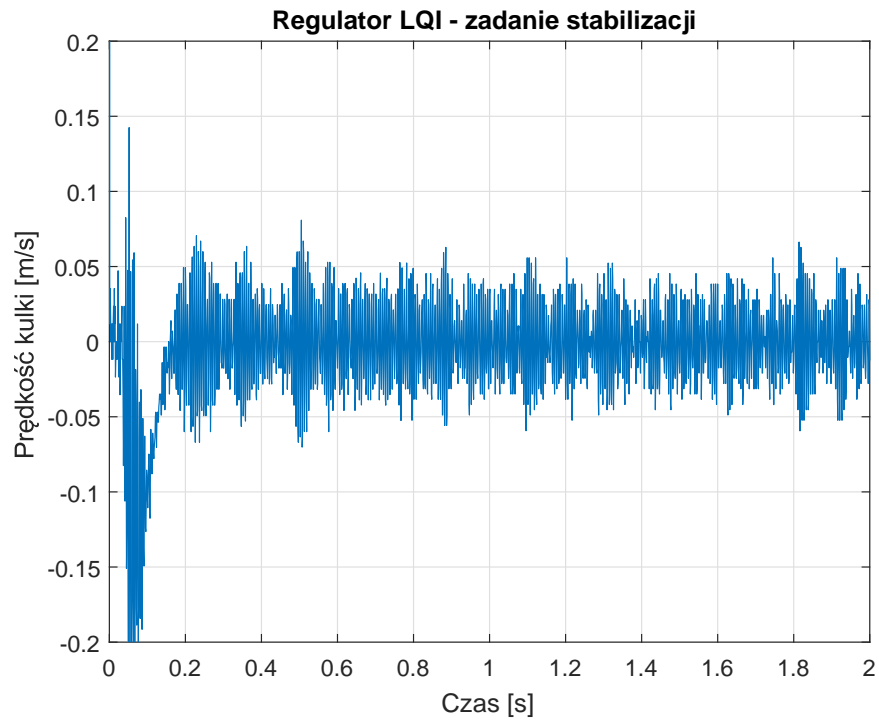


Rys. 6.5: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem LQI - sterowanie.

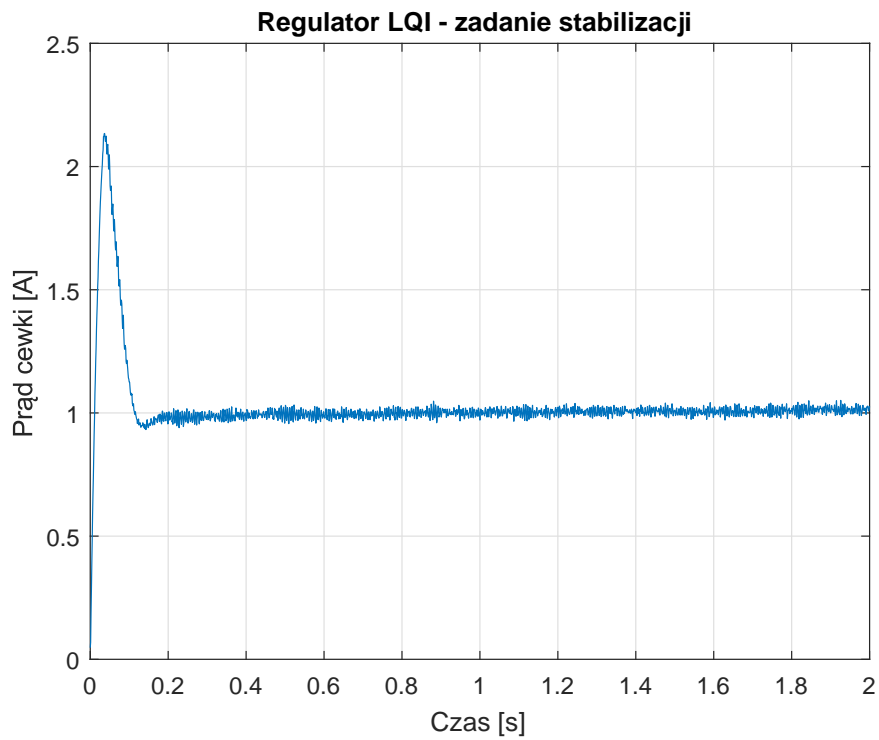
Regulator LQI również stabilizował model i w tym wypadku nie ma uchybu ustalonego. Następnie przeprowadzono doświadczenie na rzeczywistym układzie. Pierwszym zadaniem również była stabilizacja układu w odległości 10 mm. Zostało one przedstawione na wykresach od 6.6 do 6.9.



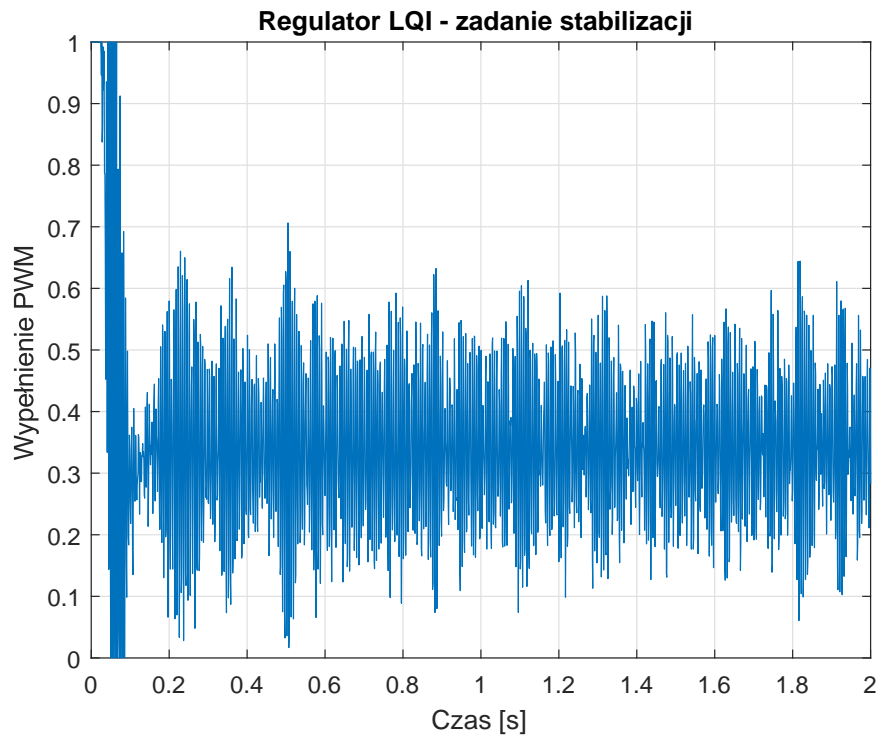
Rys. 6.6: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQI - położenie sfery.



Rys. 6.7: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQI - prędkość sfery.

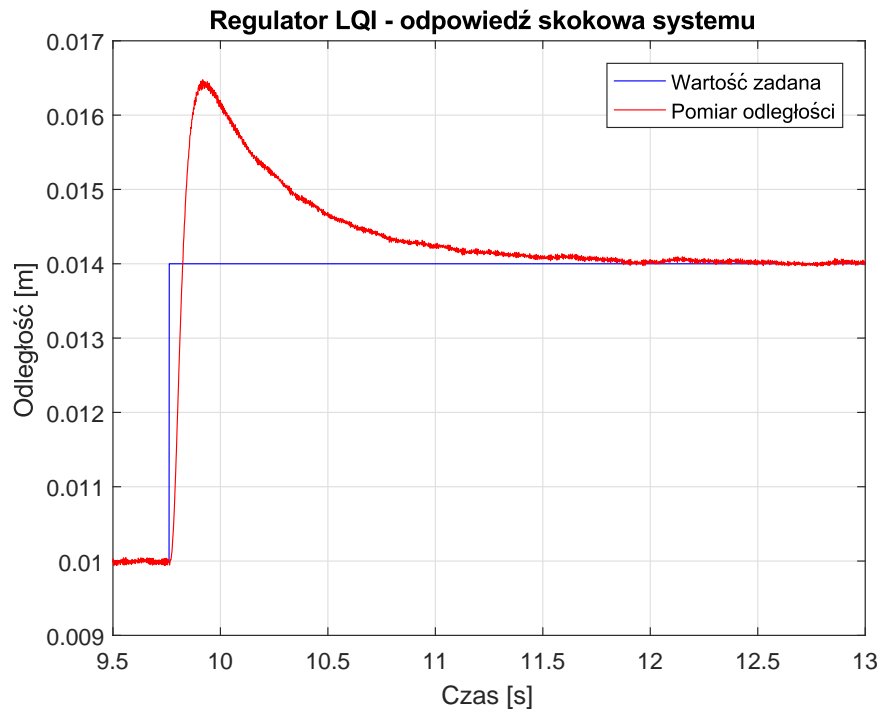


Rys. 6.8: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQI - prąd cewki.

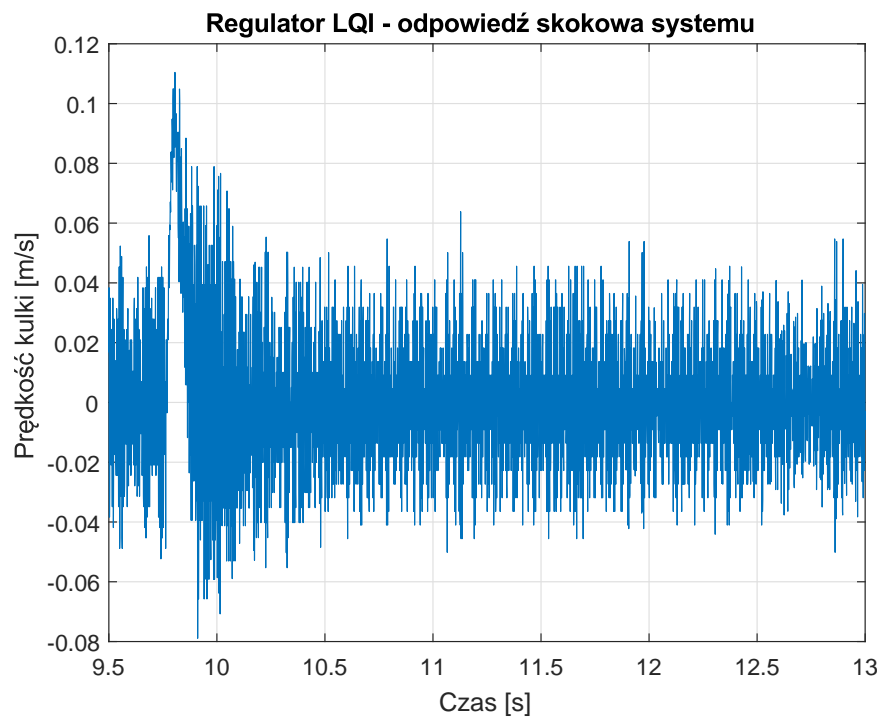


Rys. 6.9: Zadanie stabilizacji układu z regulatorem LQI - sterowanie.

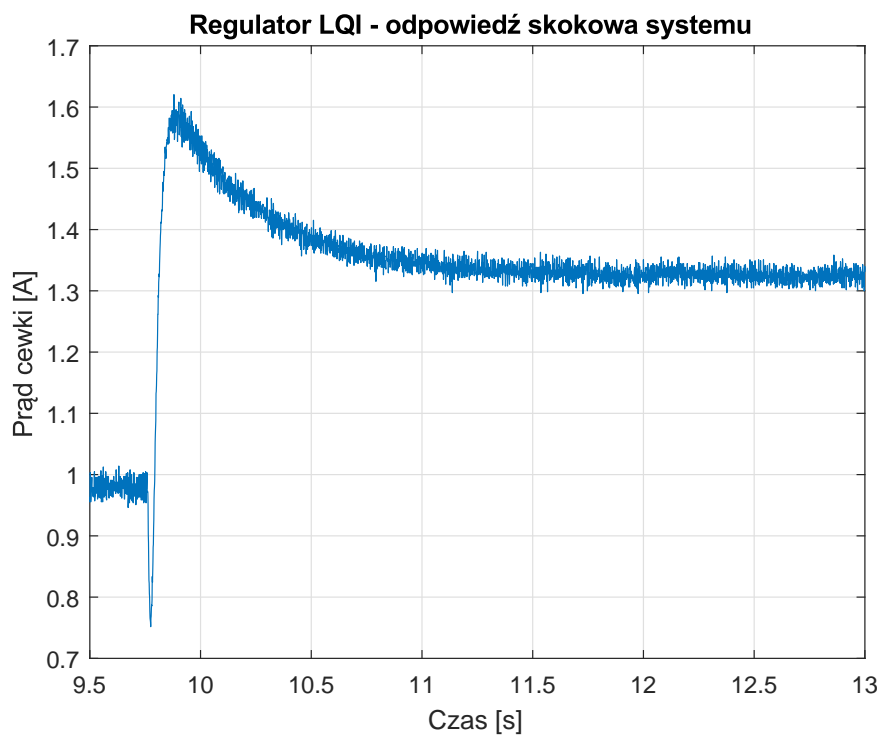
Powyższe wykresy potwierdzają wnioski z modelu. Regulator LQI poprawnie stabilizuje pozycję i pozwala na usunięcie uchybu ustalonego. Następnie przetestowano odpowiedź skokową układu. W tym celu poczekano na ustabilizowanie pozycji sfery, a następnie skokowo zmieniono wartość zadaną. Wykresy od 6.10 do 6.13 przedstawiają zarejestrowaną odpowiedź skokową.



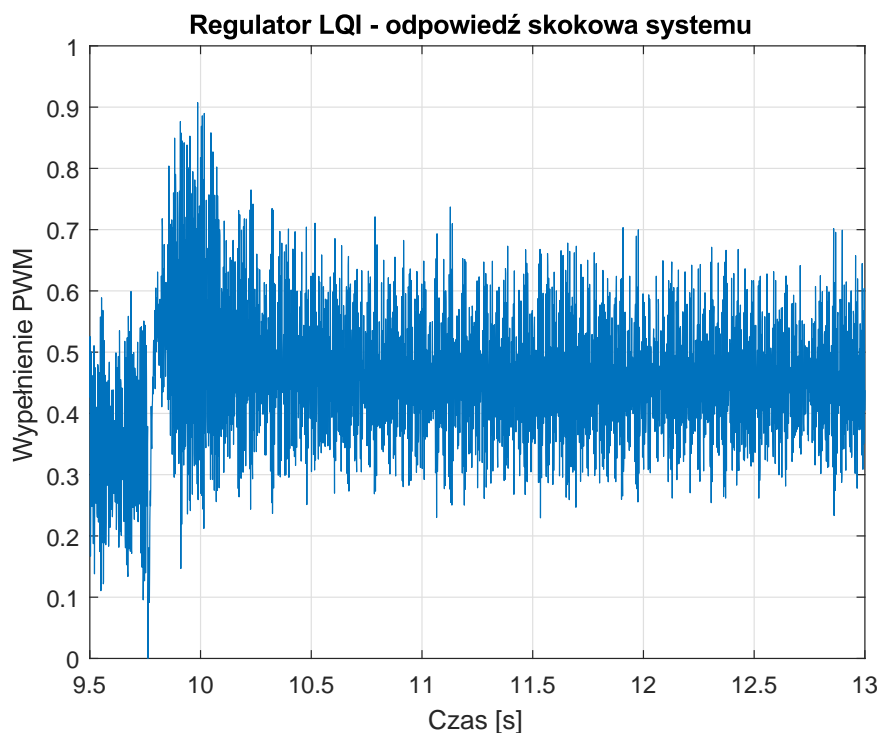
Rys. 6.10: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQI - położenie sfery.



Rys. 6.11: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQI - prędkość sfery.



Rys. 6.12: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQI - prąd cewki.

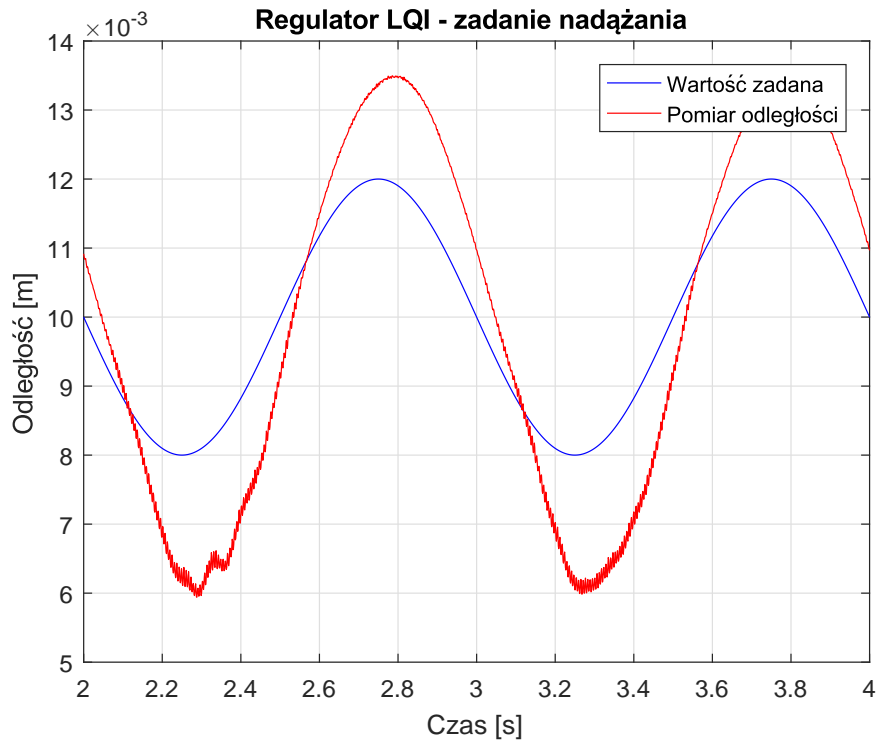


Rys. 6.13: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem LQI - sterowanie.

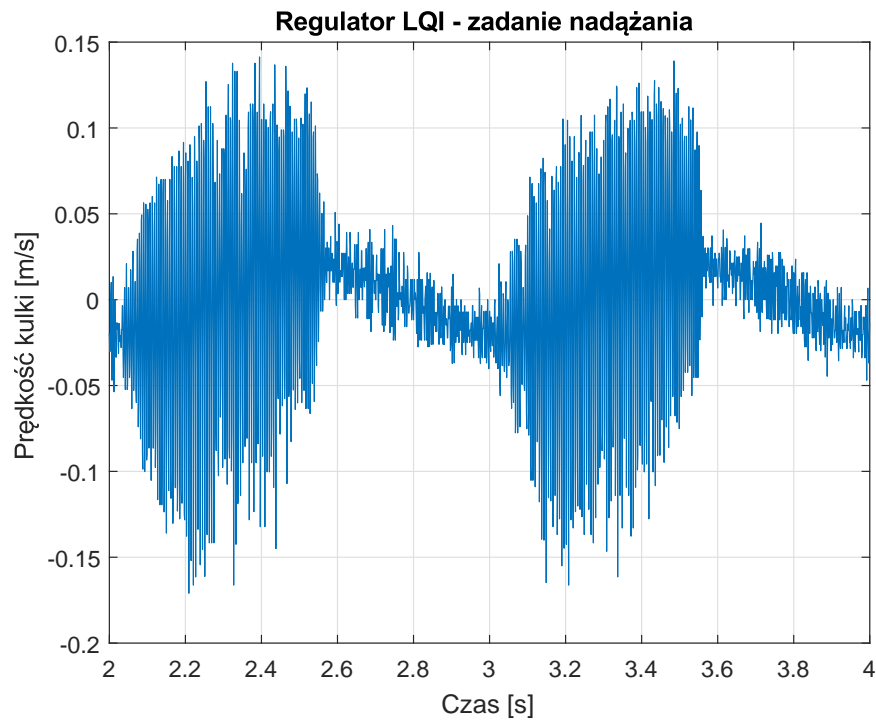
Na podstawie powyższych wykresów również można stwierdzić, że układ z regulatorem LQI poprawnie eliminuje uchyb ustalony, lecz zwiększa przeregulowania w systemie. Stabilizacja pozycji trwa dłużej, ale jest znacznie bardziej dokładna. Postanowiono również



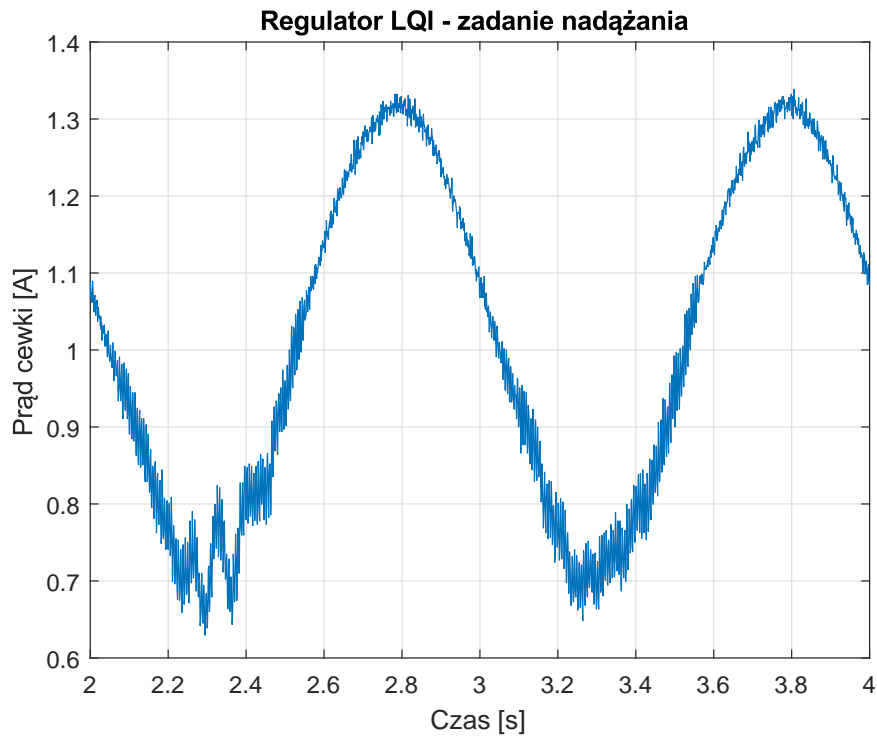
zbadać działanie regulatora LQI dla zadania nadążania. W tym wypadku jako pozycję zadaną podawano funkcję  $0.01 + 0.002\sin(2\pi t)$ , gdzie  $t$  oznacza czas. Zadanie nadążania zostało przedstawione na wykresach od 6.14 do 6.17.



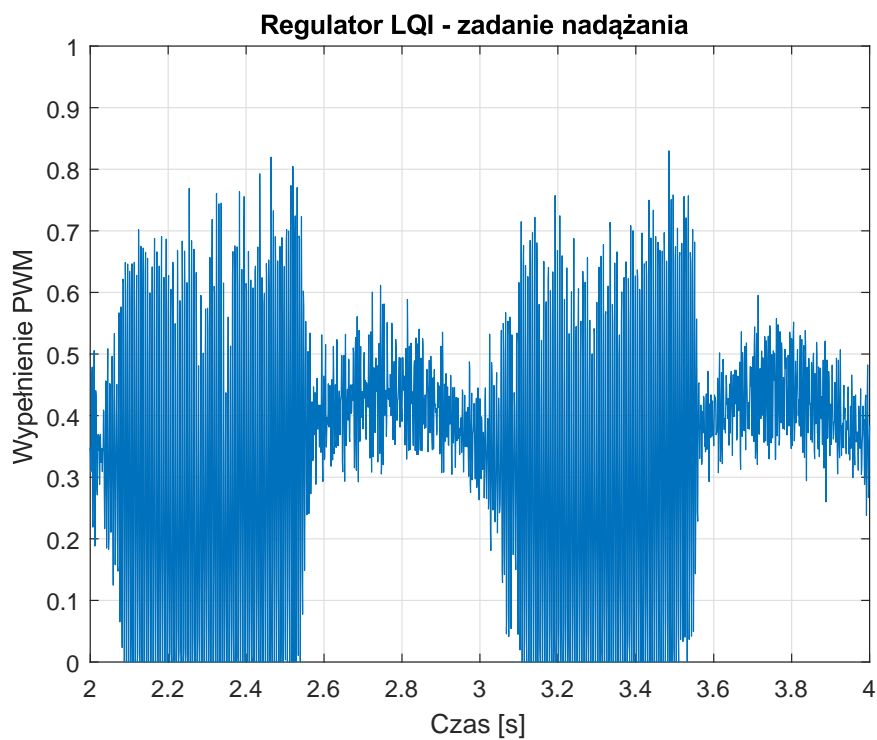
Rys. 6.14: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQI - położenie sfery.



Rys. 6.15: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQI - prędkość sfery.



Rys. 6.16: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQI - prąd cewki.



Rys. 6.17: Zadanie nadążania układu z regulatorem LQI - sterowanie.

Dla zadania nadążania, gdy funkcją wejściową jest sinus, odpowiedź regulatora LQI jest bardzo podobna do odpowiedzi regulatora LQ. W tym wypadku również amplituda położenia sfery jest większa niż amplituda pozycji zadanej. Przesunięcie fazowe również jest

podobne w obu przypadkach.

## 7 Regulator PID

Postanowiono również sprawdzić jak z zadaniem sterowania układu lewitacji magnetycznej sprawdzi się regulator najczęściej stosowany w przemyśle, czyli PID. Nastawy regulatora zostały dobrane na podstawie zlinearyzowanego modelu, opisanego równaniem (4.4). Użyto funkcji programu *Matlab* - *pdtune*. Otrzymano następujące parametry:

$$\begin{aligned} K_p &= -38 \\ K_i &= -188 \\ K_d &= -1.92 \end{aligned} \quad (7.1)$$

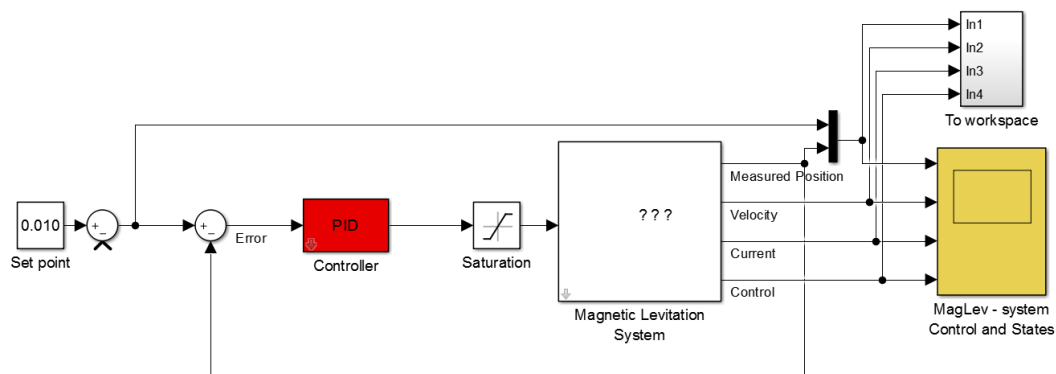
Gdzie:

$K_p$  jest wzmocnieniem części proporcjonalnej.

$K_i$  jest wzmocnieniem części całkującej.

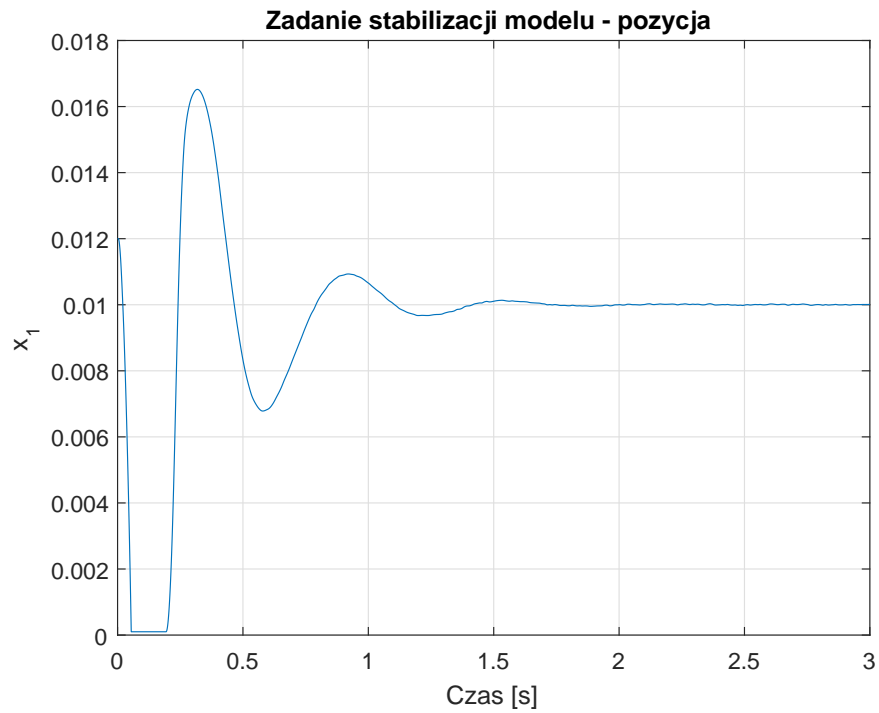
$K_d$  jest wzmocnieniem części różniczkującej.

Regulator ten został również zaimplementowany w programie *Simulink*. Układ z tym regulatorem został przedstawiony na rysunku 7.1.

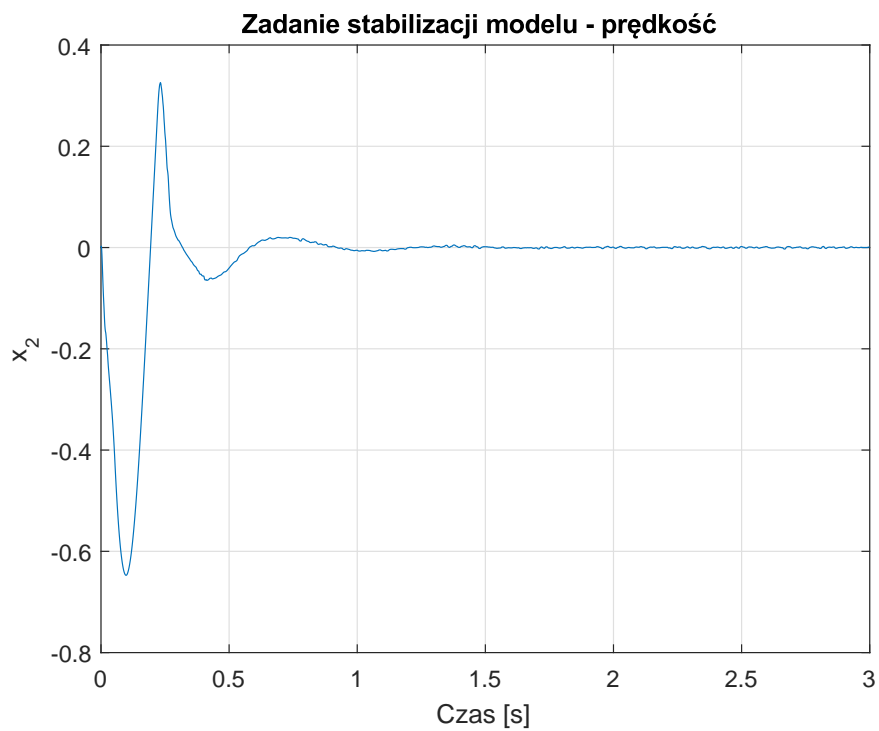


Rys. 7.1: Układ sterowania lewitacją magnetyczną z regulatorem PID.

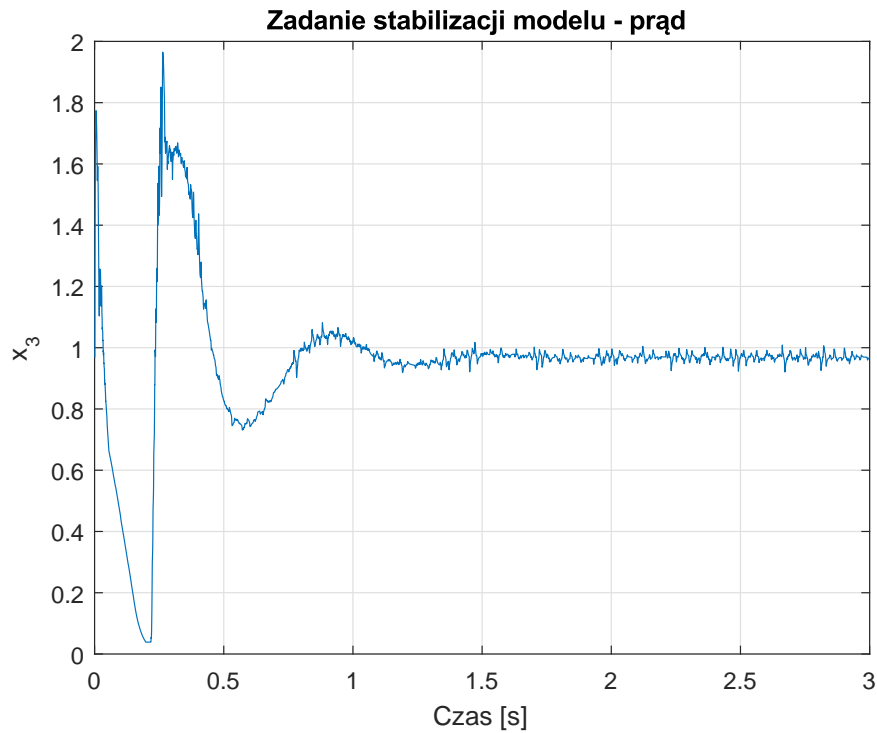
Najpierw przetestowano zadanie stabilizacji modelu układu w odległości 10 mm. Zostało one przedstawione na wykresach od 7.2 do 7.5.



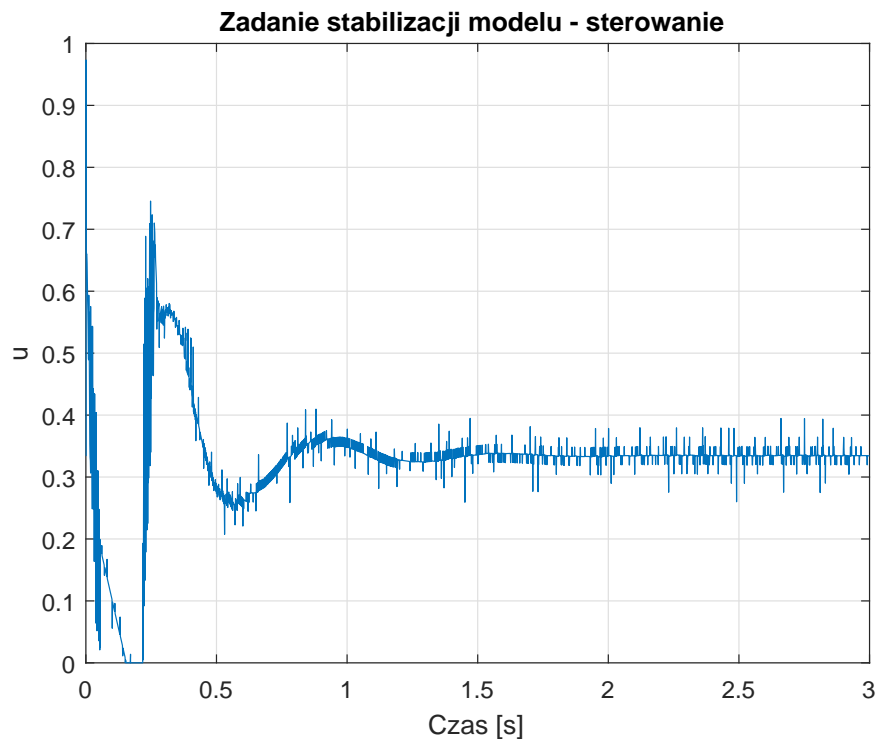
Rys. 7.2: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem PID - położenie sfery.



Rys. 7.3: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem PID - prędkość sfery.



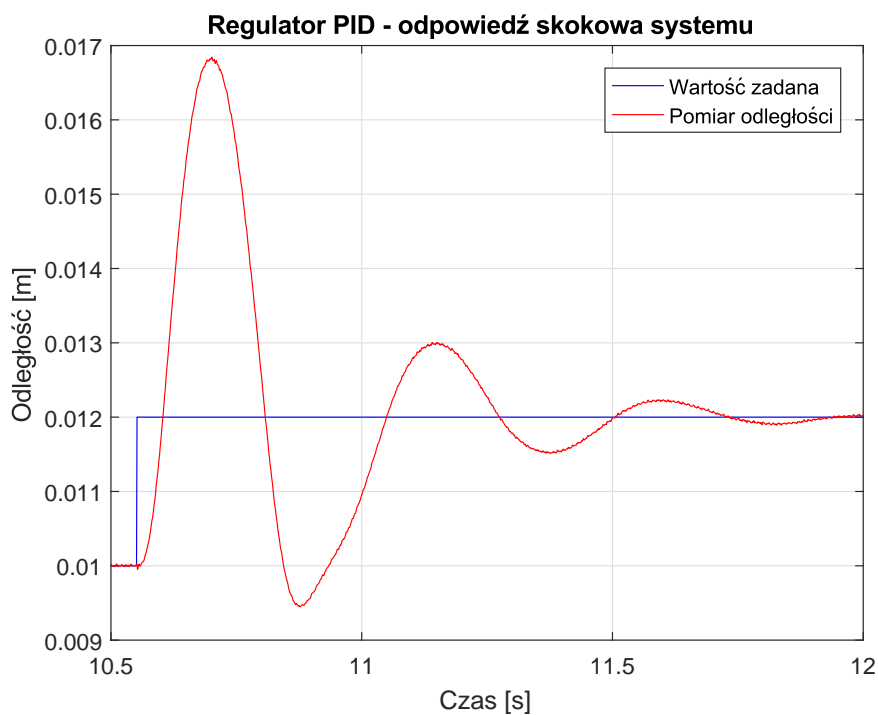
Rys. 7.4: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem PID - prąd cewki.



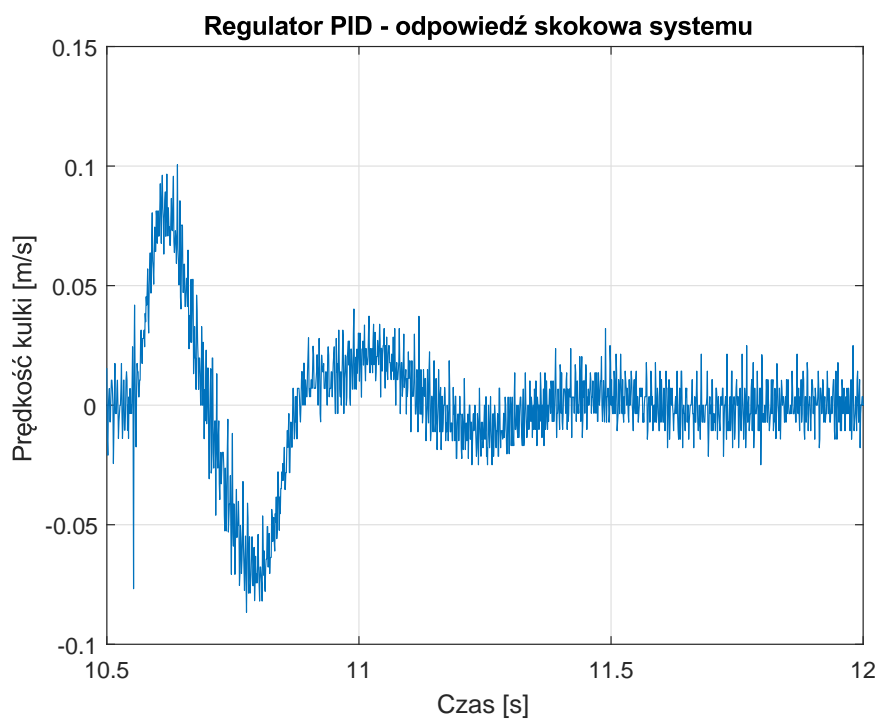
Rys. 7.5: Zadanie stabilizacji modelu z regulatorem PID - sterowanie.

Na podstawie powyższych wykresów można stwierdzić, że regulator PID dobrze stabilizuje obiekt w pozycji zadanej, lecz w porównaniu do opisanych wcześniej regulatorów wprowadza w układzie duże oscylacje, które trwają nawet przez kilka sekund po zmianie pozycji

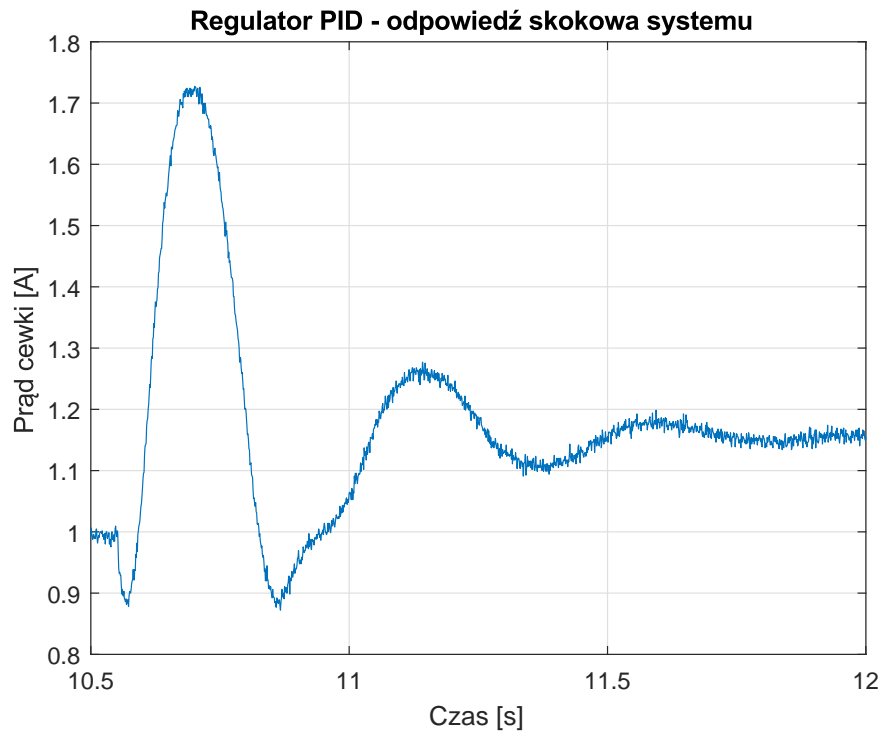
zadanej. Następnie przetestowano odpowiedź skokową układu. W tym celu poczekano na ustabilizowanie pozycji sfery, a następnie skokowo zmieniono wartość zadaną. Wykresy od 7.6 do 7.9 przedstawiają zarejestrowaną odpowiedź skokową.



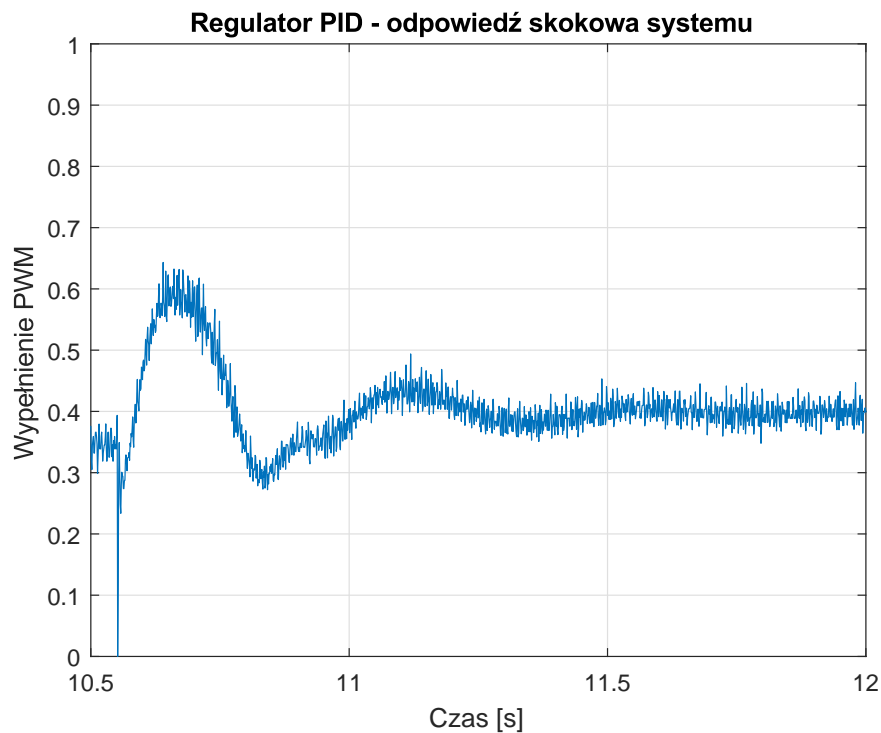
Rys. 7.6: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem PID - położenie sfery.



Rys. 7.7: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem PID - prędkość sfery.



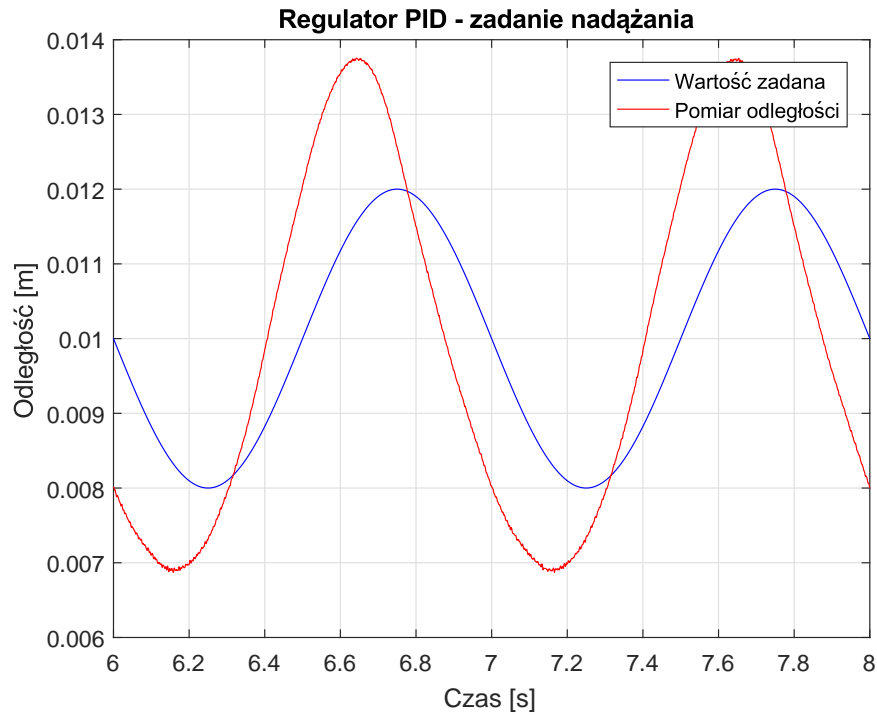
Rys. 7.8: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem PID - prąd cewki.



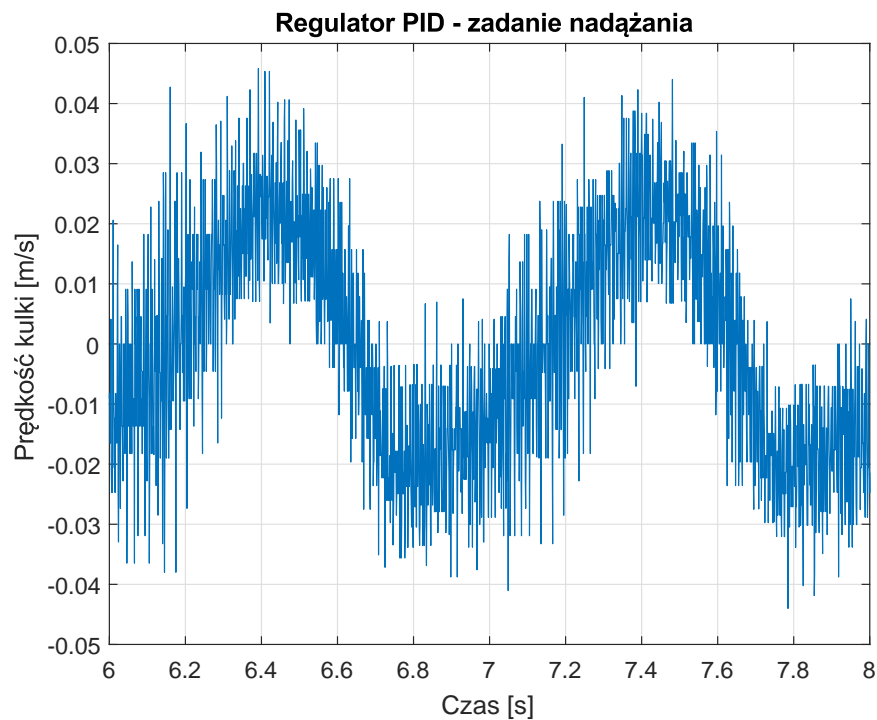
Rys. 7.9: Odpowiedź skokowa układu z regulatorem PID - sterowanie.

Wykresy odpowiedzi skokowej potwierdzają wnioski z wykresów dla zadania stabilizacji. W układzie występują oscylacje wokół pozycji zadanej. Możliwe jest, że inny dobór nastaw regulatora pozwoliłby ich uniknąć. Ostatnim przeprowadzonym doświadczeniem było

zbadanie działanie regulatora PID dla zadania nadążania. W tym wypadku jako pozycję zadaną podawano funkcję  $0.01 + 0.002\sin(2\pi t)$ , gdzie  $t$  oznacza czas. Zadanie nadążania zostało przedstawione na wykresach od 7.10 do 7.13.

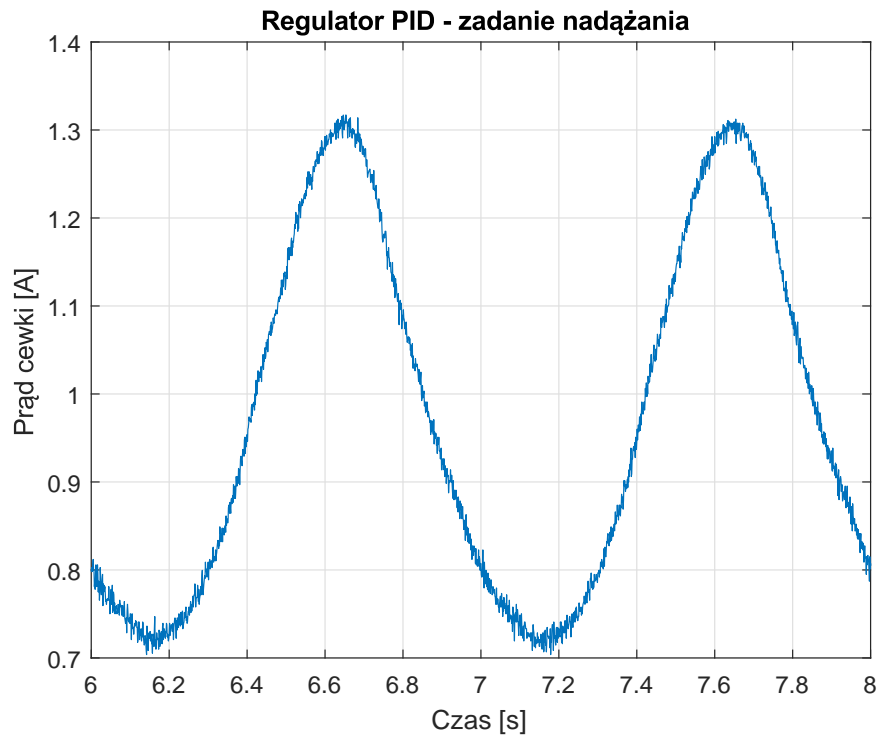


Rys. 7.10: Zadanie nadążania układu z regulatorem PID - położenie sfery.

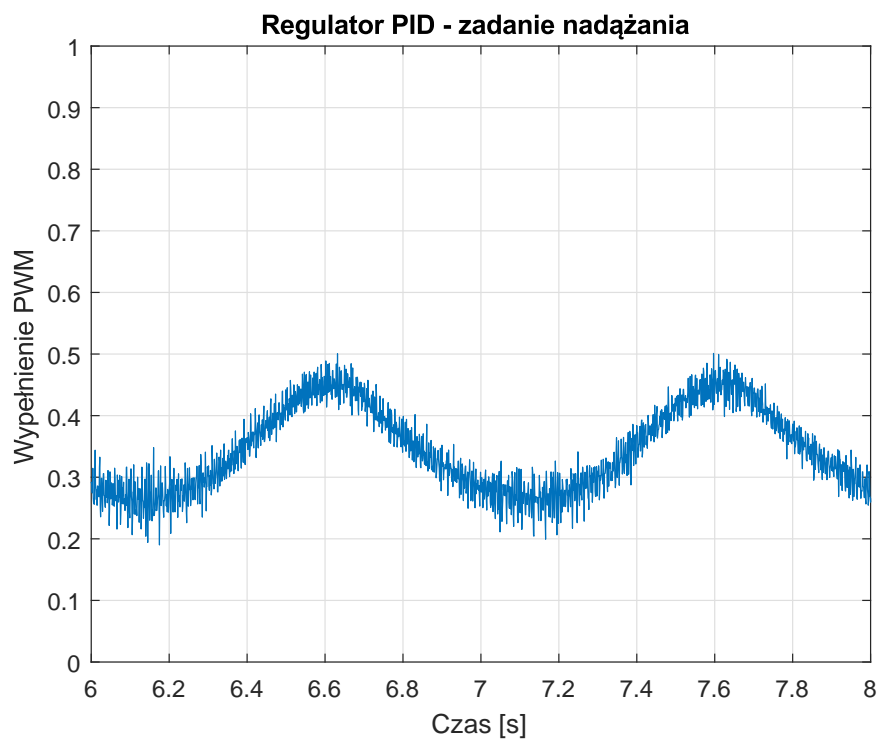


Rys. 7.11: Zadanie nadążania układu z regulatorem PID - prędkość sfery.





Rys. 7.12: Zadanie nadążania układu z regulatorem PID - prąd cewki.



Rys. 7.13: Zadanie nadążania układu z regulatorem PID - sterowanie.

Gdy na wejściu podawano funkcję sinus, odpowiedź systemu lewitacji magnetycznej ma większą amplitudę i jest przesunięta w fazie względem pozycji zadanej. Przesunięcie w fazie jest jednak przeciwne niż dla regulatorów LQ i LQI.

## 8 Wnioski

Regulator dobrany dla obiektu zlinearyzowanego w otoczeniu punktu pracy może poprawnie stabilizować układ. Konieczne jest jednak wyznaczenie nieliniowego modelu matematycznego dobrze przybliżającego działanie rzeczywistego układu. Posiadając zlinearyzowany model układu można użyć funkcji programu *Matlab*, by dobrać regulator. W ten sposób wyliczono macierz wzmocnień dla regulatorów LQ i LQI oraz dobrano nastawy regulatora PID.

Regulator LQ stabilizował układ, lecz występował duży uchyb ustalony. Aby go wyeliminować postanowiono zastosować regulator LQI, który bierze pod uwagę dodatkowo całkę z uchybu regulacji. W tym wypadku udało się wyeliminować uchyb ustalony, lecz układ potrzebował znacznie więcej czasu, by ustabilizować pozycję. W układzie występowało również znacznie większe przeregulowanie. Na końcu został przetestowany najpopularniejszy regulator stosowany w przemyśle - PID. Dla dobranych nastaw odpowiedź układu z tym regulatorem cechowała się dużymi i długimi oscylacjami wokół pozycji zadanej.

Najlepiej spośród użytych regulatorów oceniono działanie systemu lewitacji magnetycznej z regulatorem LQI.