### Układy Sterowania Inteligentnego.

Maciej Cebula Marcin Kowalczyk Daniel Rubak

# Spis treści

1	$\mathbf{W}\mathbf{s}$ 1	tęp	2
	1.1	Cel zajęć	2
	1.2	Obiekt sterowania	2
	1.3	Wskaźniki jakość	2
2	Mo	del matematyczny	4
	2.1	Model silnika elektrycznego prądu stałego	4
	2.2	Model matematyczny obiektu	4
3	Reg	gulator	7
	3.1	Zaproponowany regulator	7
		3.1.1 Regulator PID	7
		3.1.2 Regulator neuronowy	8
	3.2	Optymalizacja nastaw regulatora	12
	3.3	Porównanie wskaźników jakości	14
	3.4	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	14
		v	15

### $\overline{ ext{Wstep}}$

### 1.1 Cel zajęć

Celem projektu wykonywanego w ramach zajęć z przedmiotu *Układy Sterowania Inteligent-nego* było zaprojektowanie regulatora dla manipulatora, którego zadaniem było zabranie szklanki z wodą z jednego miejsca i odstawienie jej w innym miejscu. Przemieszczał się on w płaszczyźnie poziomej. Napędzany był jednym silnikiem prądu stałego.

Projektowany regulator miał być układem sterowania inteligentnego. W ramach tego projektu należało również przeprowadzić porównanie inteligentnych algorytmów sterowania (np. sieć neuronowa lub regulator fuzzy) z regulatorami klasycznymi (np. PID, LQ lub czasooptymalny).

#### 1.2 Obiekt sterowania

Obiektem sterowania był manipulator, który przenosił szklankę z wodą, a następnie powracał do położenia początkowego. Musiał on przenieść szklankę bez wylewania jej zawartości. Takie zadanie nie jest tożsame z samym pozycjonowaniem manipulatora. Wymaganie, by nie wylać wody narzuca ograniczenia na ruch obiektu. Musi poruszać się on z odpowiednio małym przyspieszeniem, gdy trzyma szklankę z wodą. Ograniczenie to nie jest jednak ważne, gdy powraca do położenia początkowego. Jest więc oczywiste, że dla ruchu w obie strony powinny zostać użyte inne regulatory. Pierwszy z regulatorów powinien zapewnić spełnienie następującego ograniczenia:

$$\ddot{\phi}(t) \leqslant \epsilon_{max} \tag{1.1}$$

gdzie:

 $\phi$ jest położeniem kątowym manipulatora,

 $\epsilon_{max}$ jest maksymalnym przyspieszeniem kątowym.

### 1.3 Wskaźniki jakość

Aby móc porównać ze sobą różne struktury regulatorów konieczne było zdefiniowanie wskaźników jakości, które minimalizować miał projektowany regulator. Zdecydowano, że będą one następującej postaci:

1. całka z kwadratu uchybu regulacji  $J_1 = \int_0^{tk} e(t)^2 dt \ [rad^2 \cdot s]$ 

- 2. wskaźnik energetyczny  $J_2 = \int_0^{tk} u(t)^2 dt \ [V^2 \cdot s]$
- 3. suma powyższych wskaźników  $J_3=J_1+J_2\,$

(1.2)

gdzie:

- $e(t) = r \phi(t)$  to uchyb regulacji
- $\phi$  jest położeniem kątowym manipulatora,
- r jest zadaną pozycją manipulatora,
- u jest sterowaniem podawanym na obiekt.

Należy zwrócić uwagę, że postanowiono zaniedbać opory ruchu. W związku z tym jedynym momentem siły działającym na manipulator był moment pochodzący od silnika prądu stałego. W dalszej części projektu możliwe jest zmodyfikowanie zadania w taki sposób, by wziąć pod uwagę opory związane z ruchem obrotowym manipulatora.

### Model matematyczny

### 2.1 Model silnika elektrycznego prądu stałego

Silnik elektryczny odpowiedzialny za poruszanie ramieniem został zamodelowany jako obiekt inercyjny pierwszego rzędu. Równania 2.1 i 2.2 opisują zależność generowanego momentu obrotowego od prądu.

$$M(t) = k_e \cdot i(t) \tag{2.1}$$

$$U(t) = i(t) \cdot R + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$
(2.2)

gdzie:

M(t) - moment generowany przez silnik,

i(t) - prąd elektryczny,

 $k_e$  - stała elektryczna silnika,

L - indukcyjność silnika,

R - opór elektryczny silnika.

#### 2.2 Model matematyczny obiektu

Równania mechaniczne opisujące dynamikę całego układu mają postać:

$$\frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} \cdot J = k_e \cdot i(t) \tag{2.3}$$

$$U(t) = i(t) \cdot R + \frac{di(t)}{dt} \cdot L \tag{2.4}$$

gdzie:

 $\alpha$  - kat wychylenia,

J - moment bezwładności ramienia,

U(t) - napięcie podawane na silnik,

W przyjętym modelu obiektu założono że wielkością sterującą jest napięcie podawane na silnik, a wyjściową kąt wychylenia ramienia.

Na podstawie równań 2.3 i 2.4 zapisano model matematyczny w postać równań stanu przyjmując następujące zmienne stanu:

 $x_1$  - prad silnika

 $x_2$  - położenie kątowe ramienia

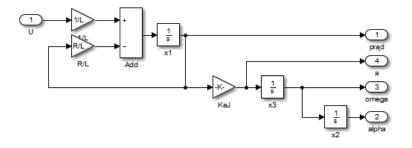
 $\boldsymbol{x}_3$  - prędkość kątowa ramienia

$$\dot{x_1} = -x_1 \cdot \frac{R}{L} + \frac{U}{L} \tag{2.5}$$

$$\dot{x_2} = x_3 \tag{2.6}$$

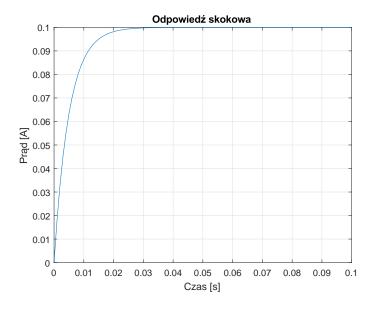
$$\dot{x_3} = \frac{k_e}{J} \cdot x_1 \tag{2.7}$$

Schemat blokowy programu  $\mathit{Simulink}$ realizujący opisany powyższy model został przedstawiony na rysunku

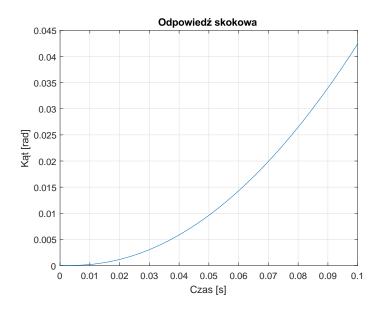


Rys. 2.1: Schemat blokowy programu Simulink.

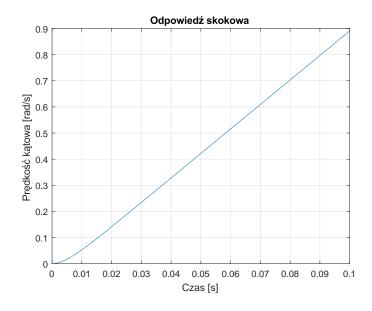
Na rysunkach przedstawiono odpowiedzi zmiennych stanu na skok napięcia.



Rys. 2.2: Odpowiedź prądu na skok napięcia.



Rys. 2.3: Odpowiedź kąta na skok napięcia.



Rys. 2.4: Odpowiedź prędkości kątowej na skok napięcia.

### Regulator

### 3.1 Zaproponowany regulator

#### 3.1.1 Regulator PID

Do pozycjonowania manipulatora zaproponowany został regulator składający się z dwóch równolegle połączonych regulatorów PID. Kiedy trzymana jest pełna szklanka, to na wyjście przekazywane jest sterowanie z pierwszego regulatora, a kiedy jest pusta to z drugiego. Regulatorom postanowiono zadać inne nastawy, takie, by ograniczyć przyspieszenie kątowe w sytuacji, gdy trzymana jest pełna szklanka. Ma to na celu spełnienie warunku, by przyspieszenie było małe, aby nie wylać wody. Struktura obu regulatorów jest identyczna, wyrażona następujący wzorem:

$$U = (P + I\frac{1}{s} + D\frac{sN}{S+N})E$$
(3.1)

gdzie:

U - sterowanie

E - uchyb regulacji

P, I, D - współczynniki odpowiednio od części proporcjonalnej, całkującej i różniczkującej. Na podstawie przeprowadzonych symulacji przyjęto następujące nastawy regulatorów:

Regulator odpowiedzialny za pozycjonowanie ramienia z napełniona szklanka:

P = 3

I = 0.2

D = 1.5

Regulator pozycjonujący ramie z pustą szklanką:

P=3

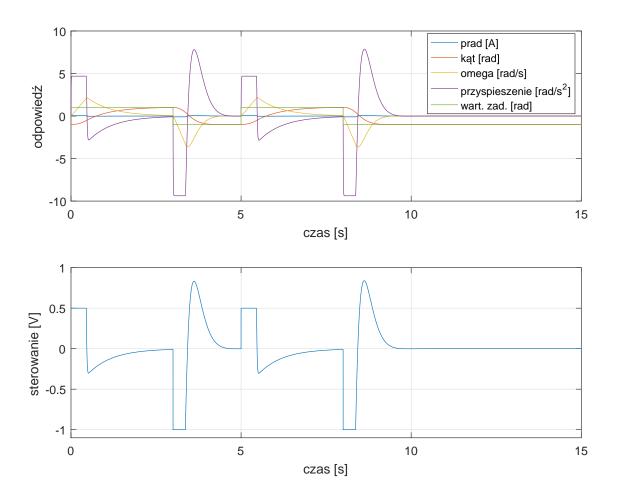
I = 0.002

D=1

Pozycja zadana podawana na regulator manipulatora miała postać funkcji prostokątnej. Stwierdzono jednak, że z uwagi na ograniczenie przyspieszenia, czas pozycji zadanej dla ruchu z pełną szklanką powinien być dłuższy. Na tej podstawie przyjęto czas pozycjonowania ramienia z napełnioną szklanką na 3 s, a czas powrotu ramienia na pozycję początkową na 2 s.

Na rysunku 3.1 przedstawiono odpowiedz układ dla opisanych powyżej regulatorów. Dla tak przyjętych nastaw regulatorów otrzymano następujące wartości wskaźników jakość:

$$J_1 = 3.847 \ [rad^2 \cdot s]$$



Rys. 3.1: Wartości zmiennych stanu i sterowania.

$$J_2 = 0.7587[V^2 \cdot s]$$
$$J_3 = 4.606$$

### 3.1.2 Regulator neuronowy

Regulator neuronowy został zaprojektowany w ten sposób aby otrzymać analogiczne przebiegi sygnałów jak w przypadku klasycznego regulatora PID, wykorzystując do tego celu jeden neuron. Przyjęto, że wektor sygnałów wejściowych będzie miał następującą postać:

$$x = \begin{bmatrix} \dot{e} \\ e \\ \int e \\ \frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}} \end{bmatrix}$$
 (3.2)

gdzie:

e - uchyb regulacji

z - wart. zadana

 $z_{min},\ z_{max}$  - odpowiednio minimalna i maksymalna wart. zadana

Współczynnik skalujący z racji na to, że w rozważanym przypfdku wymagane są dwa regulatory jest w postaci macierzy:

$$W = \begin{bmatrix} D_1 & P_1 & I_1 & 0 \\ D_2 & P_2 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (3.3)

Stała składowa dla tak przyjętej postaci regulatora jest trójelementowym wektorem:

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

Z racji na to że w zależności od tego czy przestawiamy pustą szklankę czy pełną należy zmieniać nastawy regulatora oraz saturację sygnału sterującego. Po uwzględnieniu tych wymagań przyjęto następującą postać funkcji:

$$f(u,z) = f_{sat1}((1-z) \cdot u_1 + z \cdot u_2) \cdot (1-z) + f_{sat2}((1-z) \cdot u_1 + z \cdot u_2) \cdot z \tag{3.5}$$

gdzie:

z-przeskalowania wartość zadana do przedziału [0,1]

 $u_1$ ,  $u_2$ —wartości sterowania odpowiednio od regulatorów dla pełnej i pustej szklanki.

 $f_{sat1}$ ,  $f_{sat2}$  - funkcje saturacji dla pełnej i pustej szklanki.

Przeanalizowano dwie postaci funkcji saturacji:

1. klasyczna funkcja opisana równaniem:

$$f_{sat}(x) = \begin{cases} -K & x < y_{min} \\ x & x \in [y_m in, y_m ax] \\ K & x > y_{max} \end{cases}$$

$$(3.6)$$

2. przybliżenie funkcją sigmoidalną postaci:

$$f_{sat}(x) = \left(\frac{2}{1 + \exp{-\beta \cdot x}} - 1\right) \cdot K \tag{3.7}$$

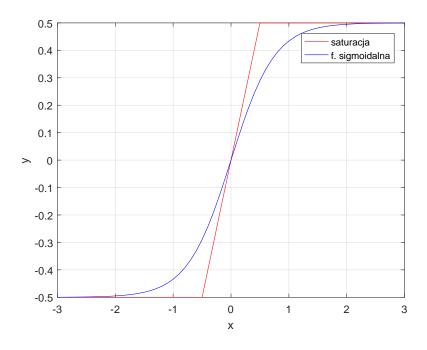
gdzie:

K - maksymalna dozwolona wartość sterowania podawanego na obiekt.

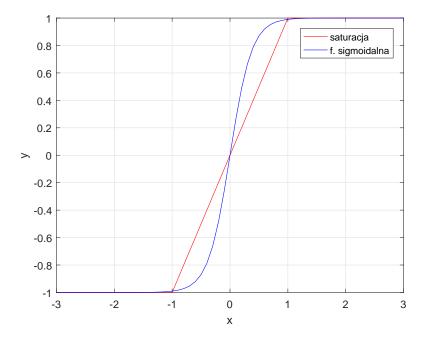
Parametry funkcji sigmoidlanych  $\beta$  zostały dobrane za pomocą funkcji fmincon tak aby zminimalizować różnice w stosunku do zależności opisanych równaniami 3.6. Finalnie otrzymano następujące wartości parametrów:

$$\beta 1 = -2.65$$

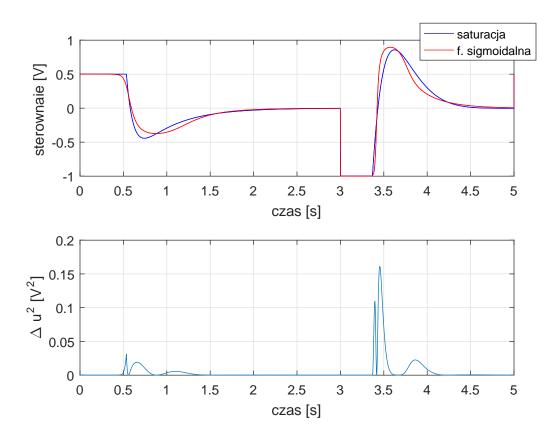
$$\beta 2 = -5.33$$



Rys. 3.2: Porównanie saturacji i funkcji sigmoidalnej - pełna szklanka.



Rys. 3.3: Porównanie saturacji i funkcji sigmoidalnej - pusta szklanka.



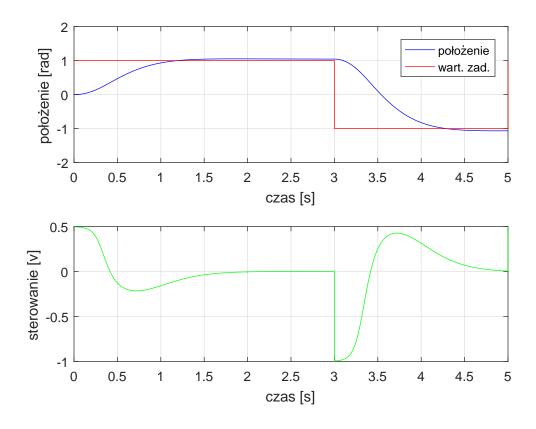
Rys. 3.4: Porównanie sterowania dla regulatora neuronowego.

### 3.2 Optymalizacja nastaw regulatora

Wykorzystując funkcję optymalizacyjną fmincon środowiska MATLAB dobrano nastawy regulatora neuronowego opisanego w poprzedniej części tak aby minimalizować wskaźnik jakości  $J_3$ . Poniżej zaprezentowano wartości poszczególnych parametrów regulatora oraz wartości wskaźników jakości.

$$J1 = 2.089 [rad^2 \cdot s]$$
  
 $J2 = 0.438 [v^2 \cdot s]$   
 $J3 = 2.527$ 

$$W = \begin{bmatrix} D_1 & P_1 & I_1 & 0 \\ D_2 & P_2 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2402 & 2.6707 & 1.282 & 0 \\ 0.0661 & 0.7348 & 0.3541 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Rys. 3.5: Opdowiedź układu po optymalizacji  $J = J_3$ .

Z racji tej, że w układzie saturację zastąpiono funkcją sigmoidalną w wyniku działania regulatora otrzymano uchyb ustalony. Aby zniwelować ten efekt zmieniono postać wskaźnika jakości wykorzystywanego w funkcji optymalizującej na :

$$J = J_3 + 10 \cdot |z - \alpha_k| \tag{3.8}$$

gdzie:

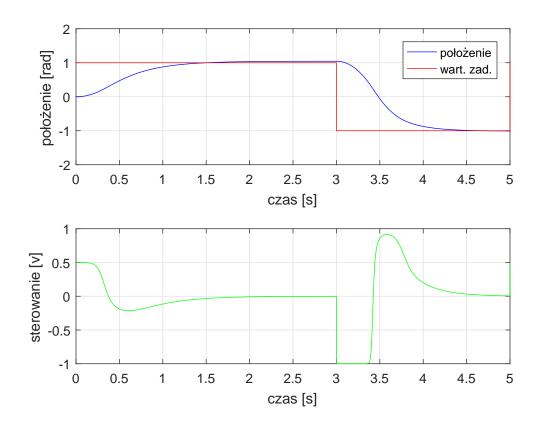
z – wartość zadana,

 $\alpha_k$  - położenie ramienia w stanie ustalonym.

Dla tak zmodyfikowanego wskaźnika jakości otrzymano następujące parametry układu regulacji:

$$J1 = 1.963 [rad^2 \cdot s]$$
  
 $J2 = 0.7543 [v^2 \cdot s]$   
 $J3 = 2.718$ 

$$W = \begin{bmatrix} D_1 & P_1 & I_1 & 0 \\ D_2 & P_2 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2410 & 2.9867 & 1.5563 & 0 \\ 0.0635 & 3.0089 & 0.9648 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Rys. 3.6: Opdowiedź układu po optymalizacji  $J = J_3 + |z - \alpha_k|$ .

### 3.3 Porównanie wskaźników jakości

Tabela 3.1: Porównanie wskaźników jakości regulator PID - neuronowy + saturacja - neuronowy + f. sigmoidalna.

Regulator	$J_1$	$J_2$	$J_3$
PID	3.739	0.841	4.580
Neuronowy + saturacja	3.739	0.841	4.580
Neuronowy + f. sigmoidalna	3.741	0.857	4.597
OPTYMALIZACJA			
Neuronowy1	2.08	0.438	2.527
Neuronowy2	1.963	0.7543	2.718

# 3.4 Projektowanie regulatora neuronowego z użyciem Neural Toolbox.

Zadanie polegało na zbadaniu jaka struktura regulatora neuronowego najlepiej odwzoruje pracę układu z regulatorem PID. Na podstawie sygnału sterującego wygenerowanego przez zaprojektowany we wcześniejszej części regulator PID badano która z rozpatrywanych struktur regulatora jest najlepsza pod względem minimalizacji całki z różnicy pomiędzy sterowaniem referencyjnym i sygnałem pochodzącym z otrzymanego regulatora. Do przeprowadzenia tej części ćwiczenia wykorzystano przybornik Neural Network ze środowiska MATLAB.

Rozpatrywano różne postaci sygnałów wejściowych

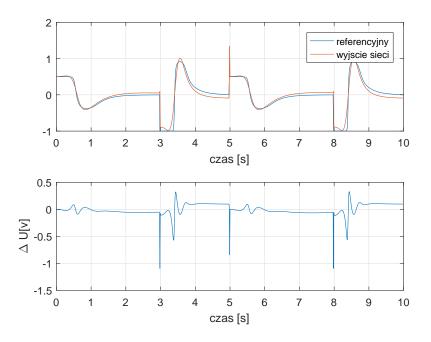
- 1. trzy ostatnie wartości uchybu regulacji,
- 2. trzy ostatnie wartości uchybu regulacji plus ostatnia wartość referencyjnego sygnału sterującego

Dodatkowo sprawdzono jak liczba neuronów wpływa na wyniki eksperymentu. Rozpatrywano odpowiednio 10 i 20 neuronów w strukturze regulatora.

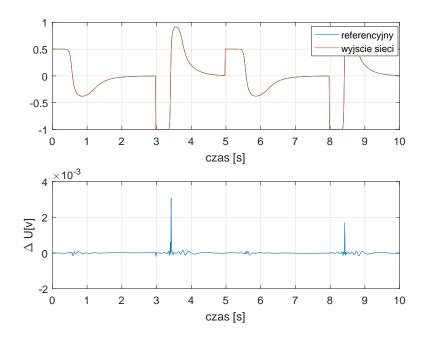
Otrzymane wyniki przedstawione są w tabeli 3.2

Tabela 3.2: Porównanie różnych struktur regulatora neuronowego w stosunku do regulatora PID.

	wskaźnik jakości	10 neuronów	20 neuronów 20 neuro		nów 20 nauronów 20 ne	20 neuronów
	wskazilik jakosci	10 Heuronow	20 Heuronow	+ sterowanie	+ sterowanie	
	$e[V^2 \cdot s]$	11.7862	1.5767	0.1073	$1.391 \cdot 10^{-5}$	



Rys. 3.7: Porównanie sterowanie referencyjnego z wyjściem regulatora neuronowego l. neuronów = 10.



Rys. 3.8: Porównanie sterowanie referencyjnego z wyjściem regulatora neuronowego l. neuronów = 20, + sterowanie.

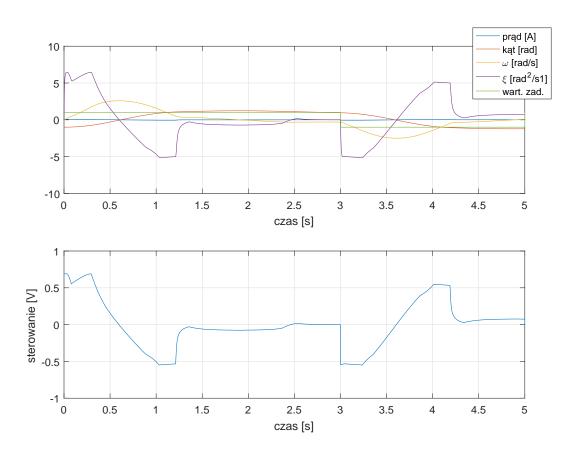
#### 3.4.1 Regulator rozmyty

Ze względu na różna dynamie układu w zależności czy ramię przemieszcza się z pełną i pusta szklanka wprowadzono różne reguły dla sterowania. Odpowiednio  $P, P_p$  - reguła "dodatnia"

dla pełnej i pustej szklanki.

Tabela 3.3: Tabla regul<br/> regulatora fuzzy. N - wart. ujemna,<br/> Z - wart. zerowa, P - wart. dodatnia,<br/>  $P_p$  - wart dodatnia dla pustej szklanki

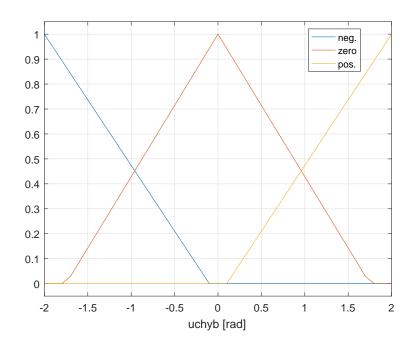
$e/\frac{de(t)}{dt}$	N	Z	P
N	Z	N	N
Z	N	Z	P
P	$P_p$	$P_p$	Z



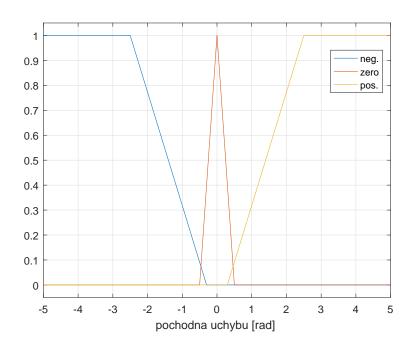
Rys. 3.9: Odpowiedź obiektu dla regulatora rozmytego.

Tabela 3.4: Wskaźniki jakości regulator PD - fuzzy.

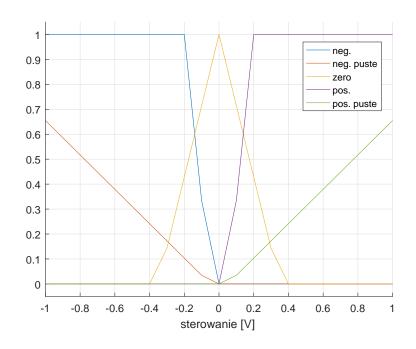
Regulator	$J_1$	$J_2$	$J_3$
Fuzzy	3.624	1.96	5.583



Rys. 3.10: Reguły dla uchybu regulacji.



Rys. 3.11: Reguły dla pochodnej uchybu regulacji.



Rys. 3.12: Reguły dla sterowania.

## Bibliografia