

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Matematyka
<i>Poziom:</i>	Poziom podstawowy
<i>Formy arkusza:</i>	MMAP-P0-100, MMAP-P0-200, MMAP-P0-300, MMAP-P0-400, MMAP-P0-600, MMAP-P0-700, MMAP-P0-Q00, MMAP-P0-Z00
<i>Termin egzaminu</i>	2 czerwca 2023 r.

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n - 1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024 ¹	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje [...] nierówności typu: [...] $ x - 2 < 3$, $ x + 3 \geq 4$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022, poz.1246).

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych.

Zasady oceniania2 pkt – przekształcenie danego wyrażenia do postaci $7 \cdot (7k^2 + k - 1) + 5$ oraz zapisanie, że $7k^2 + k - 1$ jest liczbą całkowitą.1 pkt – przekształcenie wyrażenia $49k^2 + 7k - 2$ do postaci $7 \cdot (7k^2 + k - 1) + 5$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:Jeżeli zdający sprawdza prawdziwość tezy dla wybranych wartości k , to otrzymuje**0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przekształcamy równoważnie dane wyrażenie

$$49k^2 + 7k - 2 = 49k^2 + 7k - 7 + 5 = 7 \cdot (7k^2 + k - 1) + 5$$

Ponieważ k jest liczbą całkowitą, więc $7k^2 + k - 1$ jest liczbą całkowitą. Zatem $7 \cdot (7k^2 + k - 1)$ jest wielokrotnością liczby 7. Stąd $7 \cdot (7k^2 + k - 1) + 5$ przy dzieleniu przez 7 daje resztę 5. To należało pokazać.

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. [...] stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: II.5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 8. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Zasady oceniania

2 pkt – spełnienie warunków określonych w zasadach oceniania za 1 pkt oraz zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (lub $x \in \left(0, \frac{3}{2}\right)$)

ALBO

- spełnienie warunków określonych w zasadach oceniania za 1 pkt oraz przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału.

1 pkt – obliczenie/podanie pierwiastków trójmianu kwadratowego $2x^2 - 3x$: $x = 0$ oraz $x = \frac{3}{2}$

ALBO

- zaznaczenie na wykresie funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 - 3x$ miejsc zerowych tej funkcji i podanie tych miejsc zerowych: $x = 0$ oraz $x = \frac{3}{2}$,

ALBO

- poprawne rozwiązanie nierówności $x(2x - 1) < 2x$ dla dwóch przypadków (spośród trzech) rozpatrywanych w sposobie II.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $2x^2 - 3x$, popełni błąd (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionego błędu zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego w przypadku, gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $2x^2 - x$) i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $2x^2 - x < 0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Jeżeli zdający dzieli obie strony nierówności przez x (albo $2x$) bez stosownego założenia, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający pomyli porządek liczb na osi liczbowej, np. zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ (lub $x \in \left(\frac{3}{2}, 0\right)$), to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązania**Sposób I**

Przekształcamy nierówność równoważnie:

$$x(2x - 1) < 2x$$

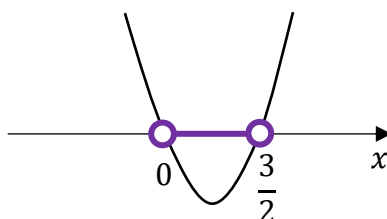
$$2x^2 - x - 2x < 0$$

$$2x^2 - 3x < 0$$

$$2x \left(x - \frac{3}{2} \right) < 0$$

Odczytujemy i zapisujemy pierwiastki trójmianu $2x \left(x - \frac{3}{2} \right)$: $x = 0$ lub $x = \frac{3}{2}$.

Podajemy zbiór rozwiązań nierówności: $(0, \frac{3}{2})$ lub $x \in (0, \frac{3}{2})$, lub zaznaczamy zbiór rozwiązań na osi liczbowej

Inny sposób realizacji obliczenia pierwiastków trójmianu:

Przekształcamy równoważnie nierówność do postaci $2x^2 - 3x < 0$, obliczamy wyróżnik Δ trójmianu $2x^2 - 3x$, a następnie pierwiastki tego trójmianu:

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 9$$

$$x = \frac{-(-3) - 3}{2 \cdot 2} = 0 \quad \text{lub} \quad x = \frac{-(-3) + 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

Sposób II

Rozpatrujemy trzy przypadki:

a) $x \in (-\infty, 0)$

Przekształcamy nierówność, otrzymując:

$$x(2x - 1) < 2x \quad / : x$$

$$2x - 1 > 2$$

$$x > \frac{3}{2}$$

Nierówność $x(2x - 1) < 2x$ nie ma rozwiązań w zbiorze $(-\infty, 0)$.

b) $x = 0$

Gdy $x = 0$, to otrzymujemy nierówność $0 \cdot (2 \cdot 0 - 1) < 2 \cdot 0$, która jest fałszywa. Zatem liczba 0 nie jest rozwiązaniem nierówności $x(2x - 1) < 2x$.

c) $x \in (0, +\infty)$

Przekształcamy nierówność, otrzymując:

$$x(2x - 1) < 2x \quad /: x$$

$$2x - 1 < 2$$

$$x < \frac{3}{2}$$

W zbiorze $(0, +\infty)$ rozwiązaniami nierówności $x(2x - 1) < 2x$ są wszystkie liczby z przedziału $(0, \frac{3}{2})$.

Ostatecznie zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $x(2x - 1) < 2x$ jest $(0, \frac{3}{2})$.

Zadanie 9. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda rozwiązania równania i obliczenie wszystkich rozwiązań równania:

$(-4), (-3), 3$

ALBO

- wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $(-4), (-3), 3$, oraz uzasadnienie, że są to jedyne rozwiązania równania.

2 pkt – równoważne przekształcenie równania do postaci alternatywy równań stopnia co najwyżej drugiego i rozwiązanie jednego z tych równań

ALBO

- obliczenie jednego z pierwiastków wielomianu W (np. $x = 3$) oraz podzielenie wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ przez odpowiedni dwumian [np. $(x - 3)$],

ALBO

- rozłożenie wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ na czynniki liniowe,

ALBO

- przekształcenie lewej strony równania do postaci iloczynu wielomianów stopnia co najwyżej drugiego oraz rozwiązanie jednego z równań wynikających z tego rozkładu.

1 pkt – przekształcenie lewej strony równania do postaci iloczynu wielomianów stopnia co najwyżej drugiego, np. $(x + 4)(x^2 - 9) = 0$

ALBO

- zapisanie jednego z rozwiązań równania $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ (jeśli to rozwiązanie nie zostało otrzymane w wyniku zastosowania błędnej metody).

ALBO

– przekształcenie równania $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ do postaci alternatywy równań, np. $x + 4 = 0$ lub $x^2 - 9 = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przekształcamy równanie równoważnie i stosujemy metodę grupowania wyrazów:

$$x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$x^2(x + 4) - 9(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x + 4)(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad \text{lub} \quad x + 3 = 0 \quad \text{lub} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -4 \quad \text{lub} \quad x = -3 \quad \text{lub} \quad x = 3$$

Rozwiązaniami równania są liczby: (-4) , (-3) , 3 .

Sposób II

Przekształcamy równanie równoważnie i stosujemy metodę grupowania wyrazów:

$$x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$x(x^2 - 9) + 4(x^2 - 9) = 0$$

$$(x^2 - 9)(x + 4) = 0$$

$$(x - 3)(x + 3)(x + 4) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{lub} \quad x + 3 = 0 \quad \text{lub} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{lub} \quad x = -3 \quad \text{lub} \quad x = -4$$

Rozwiązaniami równania są liczby: (-4) , (-3) , 3 .

Sposób III

Obliczamy $W(3) = 0$ i stwierdzamy, że liczba 3 jest pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36.$$

Zatem wielomian W jest podzielny przez dwumian $x - 3$. Dzielimy wielomian W przez dwumian $x - 3$ i otrzymujemy

$$(x^3 + 4x^2 - 9x - 36) : (x - 3) = x^2 + 7x + 12$$

Zatem $W(x) = (x - 3)(x^2 + 7x + 12)$.

Obliczamy pierwiastki trójmianu $x^2 + 7x + 12$:

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1$$

$$x = \frac{-7 - 1}{2 \cdot 1} = -4 \quad \text{oraz} \quad x = \frac{-7 + 1}{2 \cdot 1} = -3$$

Rozwiązaniami równania są liczby: (-4) , (-3) , 3 .

Sposób IV

Obliczamy $W(3) = 0$ i stwierdzamy, że liczba 3 jest pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36.$$

Obliczamy $W(-3) = 0$ i stwierdzamy, że liczba (-3) jest pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36.$$

Obliczamy $W(-4) = 0$ i stwierdzamy, że liczba (-4) jest pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36.$$

Ponieważ W jest wielomianem stopnia trzeciego, więc ma co najwyżej trzy pierwiastki rzeczywiste. Oznacza to, że jedynymi rozwiązaniami równania $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ są liczby: (-4) , (-3) , 3 .

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.6) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: V.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 13.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości [...].

Zasady oceniania

- 2 pkt – wybranie dwóch poprawnych odpowiedzi.
1 pkt – wybranie jednej poprawnej odpowiedzi.
0 pkt – odpowiedzi niepoprawne albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

FA

Zadanie 13.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: [...] przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby [...].

Zasady oceniania

- 1 pkt – rozwiązanie poprawne.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-3, -5)$, to otrzymuje **1 punkt**.

Rozwiązanie

$(-5, -3)$

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 15.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa [...]. II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.13) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną [...] do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna metoda rozwiązania zadania i poprawny wynik: 43,2 mg.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli zdający zastosuje poprawną metodę, uzyska wynik liczbowy 43,2 i nie poda jednostki, to otrzymuje **1 punkt**.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy $m(12) = 200 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 12} = 200 \cdot (0,6)^3 = 43,2 \text{ mg}$.

Zadanie 15.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawna metoda rozwiązania zadania i poprawny wynik: $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (lub $(0,6)^{0,5}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy iloraz q ciągu geometrycznego:

$$q = \frac{m(4,5)}{m(2,5)} = \frac{m_0 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 4,5}}{m_0 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 2,5}} = (0,6)^{0,25 \cdot (4,5 - 2,5)} = (0,6)^{0,5}$$

Inna przykładowa realizacja:

$$q = \frac{m(6,5)}{m(4,5)} = \frac{m_0 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 6,5}}{m_0 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 4,5}} = \frac{(0,6)^{1,625}}{(0,6)^{1,125}} = (0,6)^{0,5}$$

Zadanie 16. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 17. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 18. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 19. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 20. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.3) stosuje [...] wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.

Zasady oceniania

2 pkt – wybranie dwóch odpowiedzi, z których obie są poprawne: C i F.

1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna: C albo F.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

CF

Zadanie 21. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 22. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.	Zdający: VIII.4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 23. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 24. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV.3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.	Zdający: VIII.9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A2

Zadanie 25. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 26. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład [...] prostopadłość do innej prostej [...]).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 27. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 28. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: X.4) (SP) znajduje środek odcinka [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 29.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym [...].	Zdający: X.4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zasady oceniania

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

144

Zadanie 29.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 30. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.4) oblicza [...] pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 31. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: XI.1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 32. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda rozwiązania zadania i poprawny wynik: $P(A) = \frac{8}{56}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych lub obliczenie/podanie ich liczby:

$$|\Omega| = 8 \cdot 7$$

ALBO

- wypisanie (zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A (bez żadnego zdarzenia niewłaściwego):

$$(1, 3), (1, 7), (2, 6), (3, 1), (3, 5), (5, 3), (6, 2), (7, 1),$$

ALBO

- podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A :

$$|A| = 8,$$

ALBO

- sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A , oraz zapisanie prawdopodobieństwa $\frac{1}{8}$ na co najmniej

jednym z odcinków pierwszego etapu doświadczenia i prawdopodobieństwa $\frac{1}{7}$ na co najmniej jednym z odcinków drugiego etapu doświadczenia,

ALBO

- zapisanie tylko $P(A) = \frac{8}{56}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 8 oraz 56 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający sporządzi jedynie tabelę o 64 (lub 56) pustych polach, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania*Sposób I*

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (a, b) , gdzie $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ i $a \neq b$.

Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa $|\Omega| = 8 \cdot 7 = 56$.

Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:

$$(1, 3), (1, 7), (2, 6), (3, 1), (3, 5), (5, 3), (6, 2), (7, 1),$$

więc $|A| = 8$.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$.

Sposób II

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (a, b) , gdzie $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ i $a \neq b$.

Jest to model klasyczny. Budujemy tabelę ilustrującą sytuację opisaną w zadaniu.

		I losowanie							
		1	2	3	4	5	6	7	8
II losowanie	1			+				+	
	2						+		
	3	+				+			
	4								
	5			+					
	6		+						
	7	+							
	8								

Białe pola tabeli odpowiadają zdarzeniom elementarnym. Symbolem „+” oznaczono pola odpowiadające zdarzeniom elementarnym sprzyjającym zdarzeniu A .

Wszystkich zdarzeń elementarnych w tym doświadczeniu jest 56.

Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A jest równa 8.

Stąd $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$.

Zadanie 33. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: XIII) Zdający rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda rozwiązania i poprawne wyniki: 50 m x 200 m, 10 000 m².

3 pkt – zapisanie dziedziny funkcji $P(x)$: $(0, 75]$, wyznaczenie argumentu, dla którego funkcja pola przyjmuje wartość największą: $x = 50$ m.

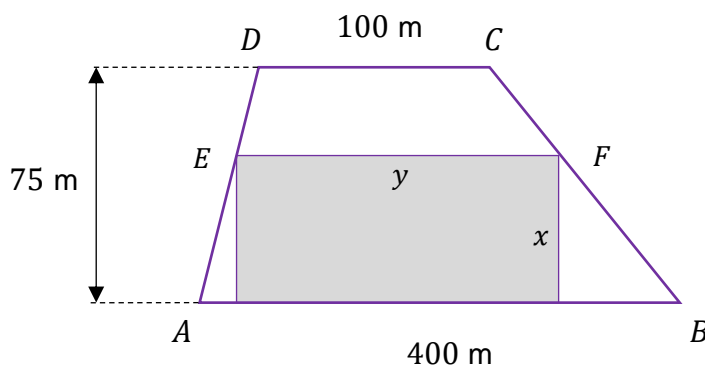
2 pkt – zapisanie wzoru na pole powierzchni placu (prostokąta) w zależności od długości jednego z jego boków, np. $P(x) = x \cdot (400 - 4x)$.

1 pkt – zapisanie zależności między wymiarami placu (prostokąta), np. $y = 400 - 4x$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku.



Z porównania sumy pól trapezów $ABFE$ i $EFCD$ otrzymujemy

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

$$\frac{100 + 400}{2} \cdot 75 = \frac{400 + y}{2} \cdot x + \frac{100 + y}{2} \cdot (75 - x)$$

Stąd otrzymujemy

$$y = 400 - 4x$$

Zatem pole P placu wyraża się wzorem $P(x) = x \cdot (400 - 4x)$ dla $x \in (0, 75]$.

Korzystamy z własności funkcji kwadratowej i obliczamy wartość x , dla którego wyrażenie $x(400 - 4x)$ osiąga wartość największą:

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 100}{2} = 50$$