Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice
Laboratorium 3
Równania nieliniowe

21 października 2017

Przydatne funkcje Matlaba

- `digits`, `vpa` (Variable-precision accuracy)

Funkcje do testów

1. $f_1(x) = \cos(x)\cosh(x) - 1$, $[\frac{3}{2}\pi, 2\pi]$
2. $f_2(x) = \frac{1}{x} - \tan(x)$, $[0, \frac{\pi}{2}]$
3. $f_3(x) = 2^{-x} + e^x + 2\cos(x) - 6$, $[1, 3]$

Zadanie 1 Metoda bisekcji

Napisz funkcję realizującą metodę bisekcji dla danej funkcji f w oparciu o arytmetykę o zmiennej precyzji (`digits`). Funkcja przyjmuje następujące argumenty:

- Minimalną precyzję obliczeń (liczba cyfr znaczących) - patrz funkcje `digits` i `vpa`
- Krańce przedziału
- Błąd bezwzględny obliczeń[1]

Funkcja ma zwracać wyznaczone miejsce zerowe i liczbę iteracji potrzebną do uzyskania określonej dokładności. Przetestuj działanie metody dla funkcji podanych na początku instrukcji. Jaka liczba iteracji jest potrzebna do uzyskania bezwzględnej dokładności rzędu: 10^{-7}, 10^{-15}, 10^{-33}? W jaki sposób możemy obliczyć k pierwszych dodatnich pierwiastków funkcji $f_1(x)$?

[1] Można pokazać, że uzyskanie bezwzględnej dokładności ε wymaga $n = \left\lceil \frac{\log \frac{b-a}{\varepsilon}}{\log 2} \right\rceil$ iteracji

Zadanie 2 Metoda Newtona

Napisz funkcję realizującą metodę Newtona w oparciu o arytmetykę o zmiennej precyzji (`digits`). Funkcja ma wykorzystywać dwa kryteria stopu:

- maksymalną liczbę iteracji
- moduł różnicy kolejnych przybliżeń mniejszy od danej wartości ε

Oprócz przybliżonej wartości pierwiastka funkcja ma zwrócić liczbę iteracji potrzebną do uzyskania określonej dokładności ε. Przetestuj działanie metody dla funkcji podanych na początku instrukcji (dodatkowo dostępne pochodne tych funkcji). Porównaj zbieżność metody ze zbieżnością uzyskaną dla metody bisekcji.

Zadanie 3 Metoda siecznych

Napisz funkcję realizującą metodę siecznych w oparciu o arytmetykę o zmiennej precyzji (`digits`). Funkcja powinna stosować te same kryteria stopu co funkcja realizująca metodę Newtona. Przetestuj działanie metody dla funkcji podanych na początku instrukcji. Porównaj zbieżność metody ze zbieżnością uzyskaną dla metody bisekcji oraz metody Newtona.