

Cyfrowe przetwarzanie sygnałów

Zadanie 3

Splot, filtracja i korelacja sygnałów

Operacja splotu

Splot dyskretny jest jedną z najważniejszych operacji stosowanych podczas filtracji sygnałów dyskretnych. Jest on operacją przetwarzania dwóch sygnałów dyskretnych dającą w wyniku pojedynczy sygnał dyskretny. W ogólnym przypadku splot dwóch sygnałów dyskretnych h oraz x , oznaczany dalej symbolem $(h * x)(n)$ zdefiniowany jest następującym wzorem:

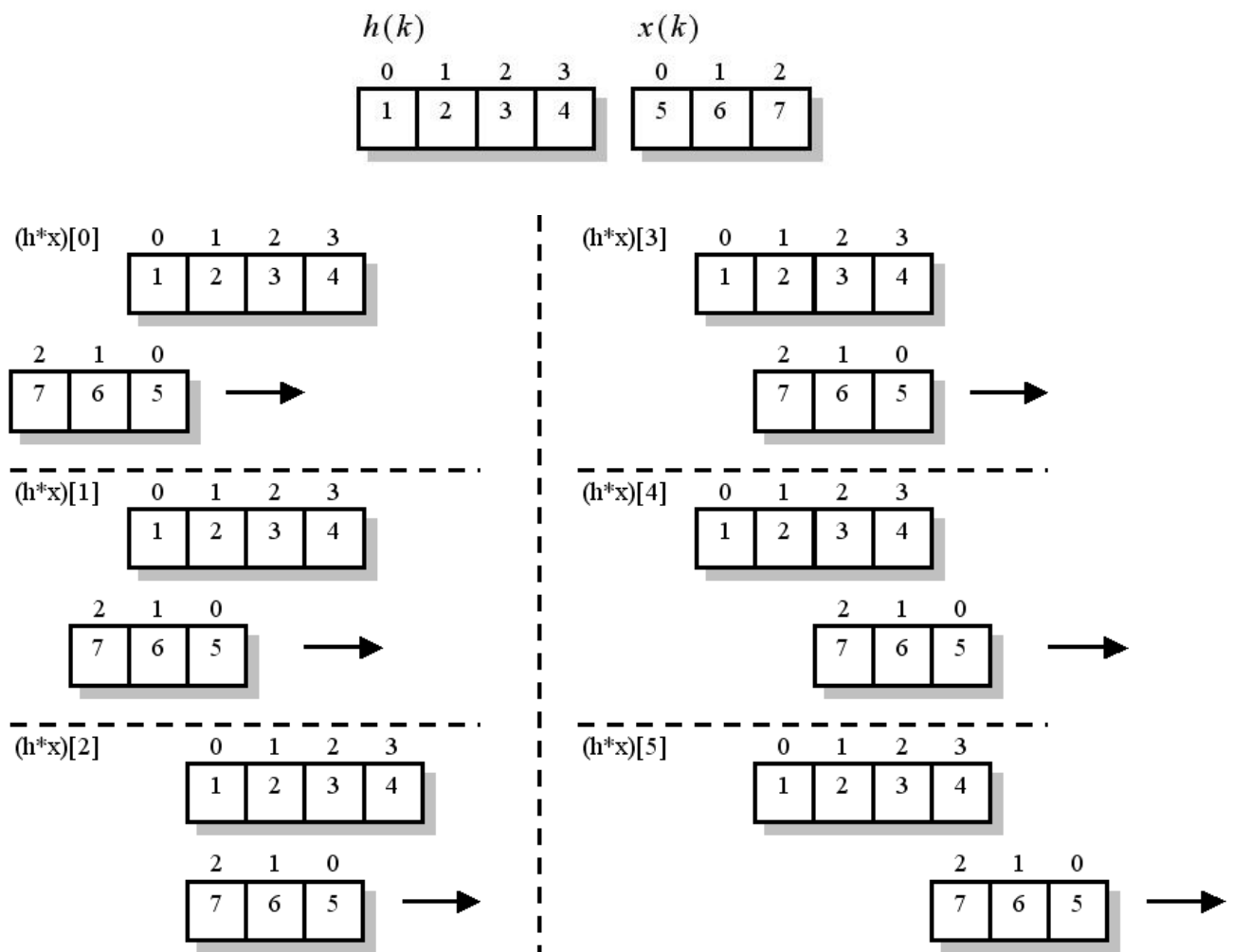
$$(h * x)(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)x(n-k). \quad (1)$$

W praktyce, w przypadku sygnałów dyskretnych o (niekoniecznie identycznych) skończonych ilościach próbek rozmieszczonych równomiernie w dowolnych miejscach osi czasowej zakres zmienności indeksu próbek n jest również skończony oraz dla każdego n zakresy sumowań zmieniają się odpowiednio zgodnie z położeniami na osi czasu i ilościami próbek każdego z wejściowych sygnałów dyskretnych h oraz x . W praktyce filtracji sygnałów dyskretnych najczęściej przyjmuje się konwencję indeksacyjną wg której obydwa sygnały wejściowe rozpoczynają się na osi czasowej dla próbki o indeksie zero i poza przedziałami próbkowania są oczywiście sygnałami zerowymi. Przykładowo, dla dwóch sygnałów dyskretnych, M - elementowego sygnału h oraz N - elementowego sygnału x rozpiętych na osi czasu począwszy od próbki o indeksie zero ich splot tworzy pojedynczy dyskretny sygnał wyjściowy również rozpięty na osi czasu począwszy od próbki o indeksie zero, który można przedstawić zależnością uproszczoną, wynikającą bezpośrednio ze wzoru (1) w następujący sposób:

$$(h * x)(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k). \quad (2)$$

Krótką refleksja nad postacią wzoru (2) skłania do wniosku, że sygnał wyjściowy będzie sygnałem dyskretnym o długości $M + N - 1$ próbek rozpiętym na osi czasu począwszy od próbki wyjściowej o indeksie zero. Obrazowo operację splotu opisaną wzorem (2) przedstawia rysunek 1. Ze wzoru (2) oraz z rysunku 1 wynika, że poszczególne współrzędne splotu dyskretnego $h * x$ tam przedstawione będą miały następujące wartości:

$$\begin{aligned}(h * x)(0) &= h(0) \cdot x(0) \\(h * x)(1) &= h(0) \cdot x(1) + h(1) \cdot x(0) \\(h * x)(2) &= h(0) \cdot x(2) + h(1) \cdot x(1) + h(2) \cdot x(0) \\(h * x)(3) &= h(1) \cdot x(2) + h(2) \cdot x(1) + h(3) \cdot x(0) \\(h * x)(4) &= h(2) \cdot x(2) + h(3) \cdot x(1) \\(h * x)(5) &= h(3) \cdot x(2)\end{aligned}$$



Rysunek 1: Na rysunku przedstawiono poglądowo operację splotu dla dwóch sygnałów: 4 - elementowego h oraz 3 - elementowego x dających w wyniku 6 - elementowy sygnał $h * x$.

W ramach tej części ćwiczenia trzeciego należy zaimplementować operację splotu dyskretnego dla dowolnych dwóch sygnałów dyskretnych o arbitralnie podanych (mogących się różnić między sobą) ilościach próbek z wykorzystaniem wzoru (2).

Filtracja sygnałów

Filtracja stanowi jedną z podstawowych operacji cyfrowego przetwarzania sygnałów. W procesie filtracji widmo sygnału podlega pewnej modyfikacji. Zmiana ta polega na odfiltrowaniu składowych sygnału o częstotliwościach leżących w przedziale zwanym pasmem zaporowym podczas, gdy pozostała część widma, leżąca w tzw. paśmie przepustowym, nie jest zmieniana lub podlega niewielkiemu tłumieniu. Ze względu na umiejscowienie pasma przepustowego i zaporowego filtry dzielimy na:

- o **filtry dolnoprzepustowe** - pasmo przepustowe obejmuje przedział częstotliwości od 0 do f_0 , gdzie f_0 nazywamy częstotliwością odcięcia filtru,

- o **filtry górnoprzepustowe** - pasmo przepustowe leży z zakresie od f_0 do $f_p/2$ (f_p to częstotliwość próbkowania sygnału),
- o **filtry pasmowe** - pasmo przepustowe znajduje się w zakresie od f_d do f_g , przy czym $f_d, f_g > 0$, $f_d < f_g$ oraz $f_d, f_g < f_p/2$.

W ramach niniejszego ćwiczenia laboratoryjnego do filtracji sygnałów cyfrowych wykorzystamy filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej SOI (ang. FIR - *Finite Impulse Response*). Filtry te posiadają dwie bardzo istotne zalety: łatwość implementacji (obliczenia prowadzone w oparciu o równanie splotu (2) oraz łatwość projektowania postaci filtru.

Jak już wspomniano, w przypadku filtrów SOI proces filtracji sygnału jest realizowany w oparciu o równanie splotu. Oznacza to, iż każdorazowo dla obliczenia pojedynczej próbki sygnału wyjściowego, tj. odfiltrowanego ($y(n)$), wykorzystuje się próbkę bieżącą i pewną liczbę M przeszłych próbek sygnału wejściowego ($x(n)$). Kolejne wartości $y(n)$ obliczane są wówczas jako sumy ważone $x(n)$ względem współczynników filtru $h(n)$, tj.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k). \quad (3)$$

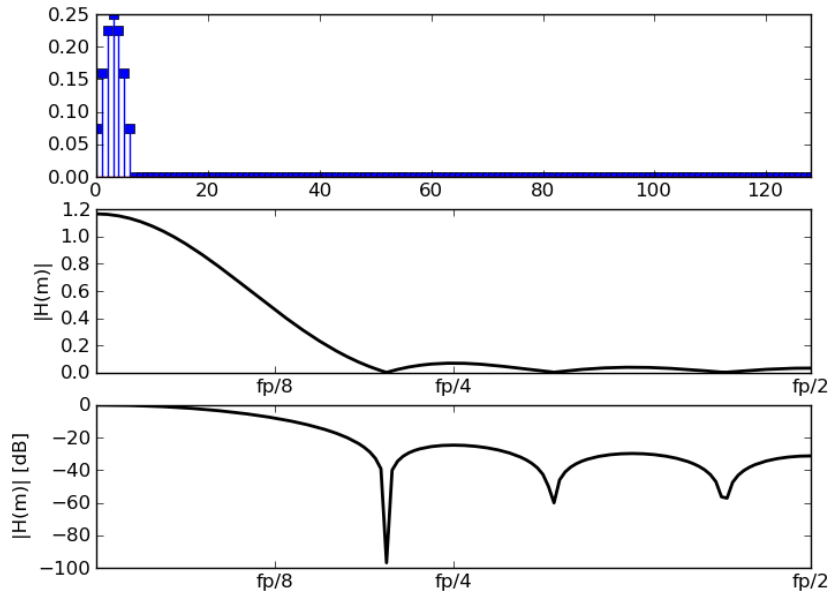
Wartość M nazywamy rzędem filtru, natomiast zbiór współczynników $h(k)$ filtru nazywamy odpowiedzią impulsową ze względu na fakt, iż można go łatwo uzyskać poddając filtracji sygnał wejściowy $x(n)$ w postaci impulsu Kroneckera. Należy jeszcze zwrócić uwagę na to, że jeśli ciąg próbek sygnału wejściowego stanie się ciągiem wartości zerowych, to filtr SOI wygeneruje na wyjściu zawsze skończony ciąg wartości niezerowych. Stąd właśnie pochodzi nazwa filtrów SOI.

Posługując się znanym twierdzeniem o splocie w łatwy sposób można wyjaśnić istotę działania filtru SOI. Widmo sygnału wyjściowego $Y(m)$ będzie wówczas iloczynem widma sygnału wejściowego $X(m)$ oraz widma $H(m)$ odpowiedzi impulsowej, zwanego również transmitancją filtru. Zatem transmitancja filtru jest definiowana jako widmo Fouriera odpowiedzi impulsowej $h(n)$. W oparciu o wspomniane twierdzenie można łatwo zaprojektować postać odpowiedzi impulsowej filtru SOI.

W ramach ćwiczenia do projektowania filtrów SOI wykorzystamy jedną z najpopularniejszych metod zwaną metodą okna. Jako pierwszy rozważymy przypadek filtrów dolnoprzepustowych. W metodzie tej zakłada się idealny filtr dolnoprzepustowy, tzn. taki, który w paśmie przepustowym nie zmienia widma sygnału wejściowego, tj. transmitancja filtru przyjmuje tutaj wartości 1, natomiast w paśmie zaporowym składowe częstotliwościowe są całkowicie tłumione, tj. transmitancja filtru przyjmuje wartości 0. Obliczając odwrotne przekształcenie Fouriera dla tak zdefiniowanej transmitancji otrzymujemy odpowiedź impulsową filtru postaci:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{2}{K} & \text{dla } n=0, \\ \frac{\sin\left(\frac{2\pi n}{K}\right)}{\pi n} & \text{w pozostałych przypadkach,} \end{cases}$$

gdzie $n \in \mathbb{Z}$, natomiast jako częstotliwość odcięcia filtru przyjmuje się $f_0 = f_p/K$. Oczywiście filtr

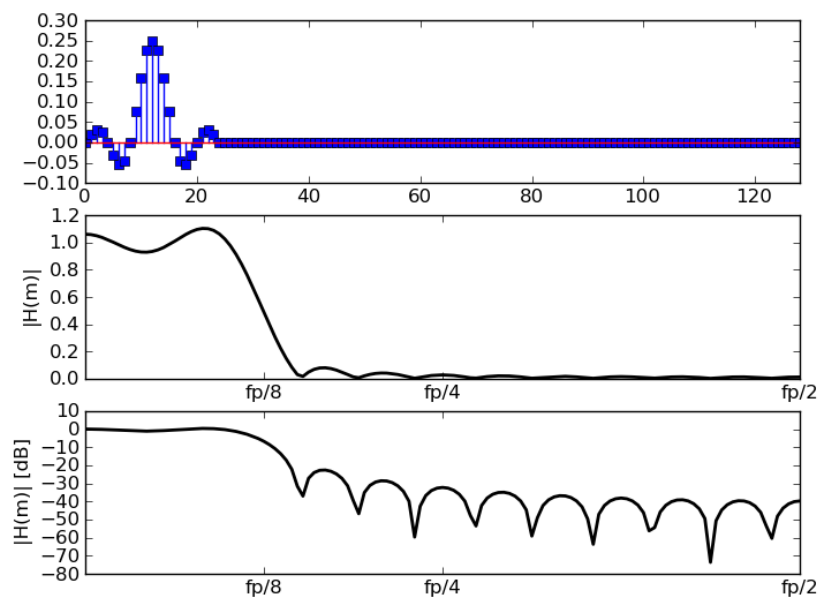


Rysunek 2: Na rysunku przedstawiono kolejno: odpowiedź impulsową filtru dolnoprzepustowego dla $K=8$ i $M=7$ przy $N=256$, moduł transmitancji filtru oraz moduł transmitancji wyrażony w skali logarytmicznej

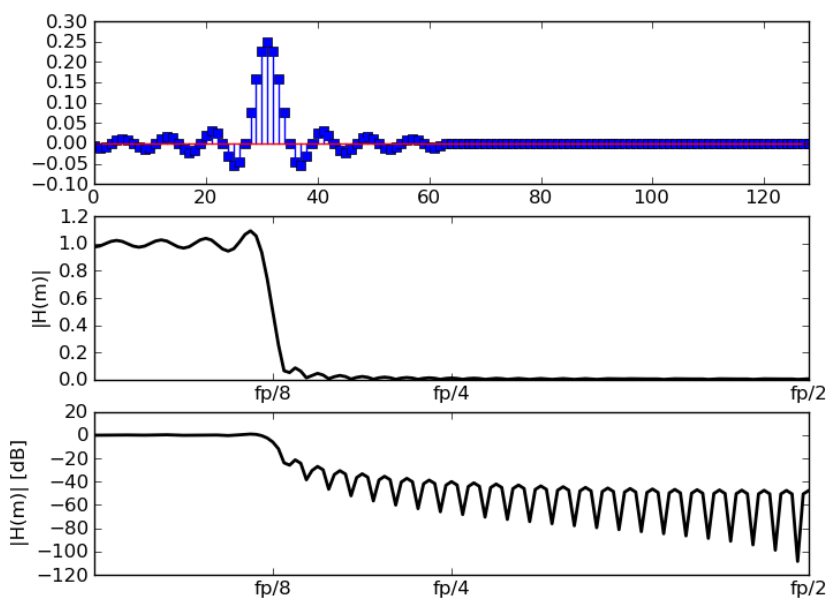
o takiej odpowiedzi impulsowej nie nadaje się do realizacji praktycznej ze względu na nieskończoną liczbę współczynników $h(n)$. W praktyce musimy przyjąć ich skończoną liczbę M , przy czym M dobieramy stosunkowo niewielkie ze względu na złożoność obliczeniową rzędu $\mathcal{O}(NM)$. Załóżmy dodatkowo M nieparzyste. Zatem ciąg współczynników $h(n)$ musi zostać zawężony poprzez odpowiednie obcięcie do długości M względem punktu $n=0$. W najprostszym wydaniu współczynniki $h(n)$ dla n powyżej $(M-1)/2$ i poniżej $-(M-1)/2$ są zerowane. Odpowiada to operacji wymnożenia odpowiedzi impulsowej filtru przez tzw. funkcję okna $w(n)$, która w danym przypadku jest funkcją prostokątną. Odpowiednikiem tej operacji w dziedzinie częstotliwości będzie spłot widma idealnego filtru dolnoprzepustowego z widmem funkcji okna, tutaj z funkcją sinc, co w konsekwencji sprowadza się do zniekształcenia transmitancji tak zaprojektowanego filtru (patrz Rysunek 2 do 4). Poniżej prezentujemy wzór na odpowiedź impulsową filtru o liczbie M współczynników z odpowiednim przesunięciem w celu uzyskania nieujemnych indeksów.

$$h(n) = \begin{cases} \frac{2}{K} & \text{dla } n=(M-1)/2, \\ \frac{\sin\left(\frac{2\pi(n-(M-1)/2)}{K}\right)}{\pi(n-(M-1)/2)} & \text{w pozostałych przypadkach,} \end{cases} \quad (4)$$

gdzie $n=0,1, \dots, M-1$. Podczas analizy Rysunków 2 do 4 zauważymy nieliniowość w paśmie przewodzenia, co jest wynikiem spłotu funkcji prostokątnej z funkcją sinc, a także stosunkowo niewielkie wygaszenie pewnych składowych częstotliwościowych w paśmie zaporowym. Polepsze-



Rysunek 3: Na rysunku przedstawiono kolejno: odpowiedź impulsową filtra dolnoprzepustowego dla $K=8$ i $M=25$ przy $N=256$, moduł transmitancji filtra oraz moduł transmitancji wyrażony w skali logarytmicznej



Rysunek 4: Na rysunku przedstawiono kolejno: odpowiedź impulsową filtra dolnoprzepustowego dla $K=8$ i $M=63$ przy $N=256$, moduł transmitancji filtra oraz moduł transmitancji wyrażony w skali logarytmicznej

nie tych dwóch parametrów jest możliwe, jeśli podczas zawężania liczby elementów ciągu $h(n)$, współczynniki te zostaną wyodrębnione przez inną funkcję okna, niż funkcja prostokątna. Ponadto można zaobserwować, iż wraz ze wzrostem liczby współczynników filtru jego transmitancja będzie coraz bliższa transmitancji filtru idealnego.

Poniżej prezentujemy wybrane funkcje okien często stosowane w praktyce cyfrowej filtracji sygnałów (patrz Rysunek 5):

- *okno Hamminga*

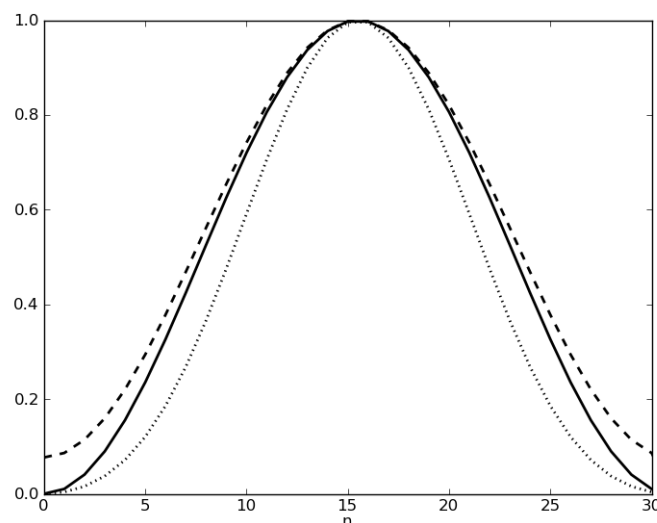
$$w(n)=0.53836-0.46164 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), \quad (5)$$

- *okno Hanninga*

$$w(n)=0.5-0.5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), \quad (6)$$

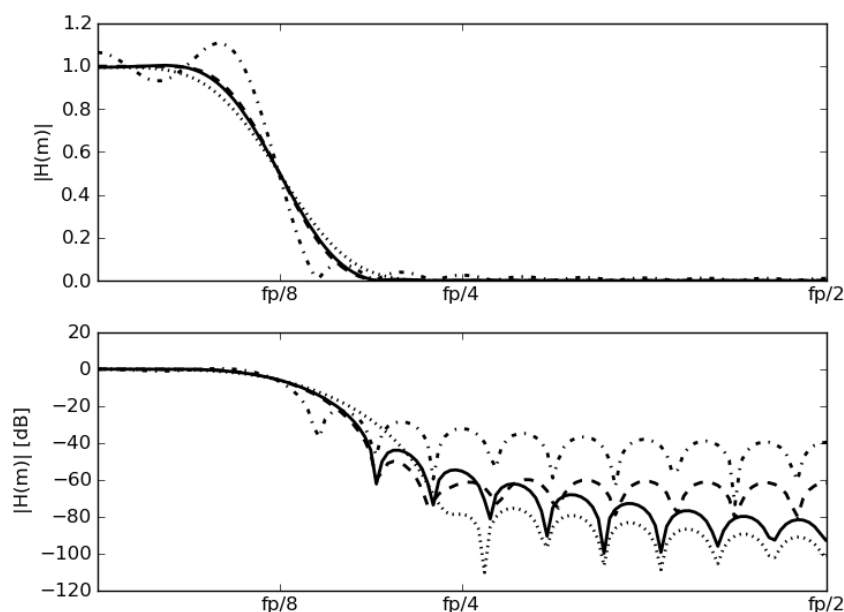
- *okno Blackmana*

$$w(n)=0.42-0.5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)+0.08 \cdot \cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right). \quad (7)$$



Rysunek 5: Funkcje okien: okno Hanninga (linia ciągła), okno Hamminga (linia przerywana) i okno Blackmana (linia wykropkowana)

Wpływ innych funkcji okien na widmo amplitudowe transmitancji filtru dolnoprzepustowego zademonstrowano na Rysunku 6. Na podstawie analizy rysunku można stwierdzić w sposób jednoznaczny, iż pozostałe okna, tj. okno Hanninga, Hamminga i Blackmana w znacznym stopniu redukują nieliniowość transmitancji w paśmie przepustowym oraz istotnie polepszają tłumienie składowych w paśmie zaporowym w odniesieniu do okna prostokątnego. Jednakże polepszenie tych parametrów uzyskuje się kosztem szerszego przedziału przejściowego, tzn. wolniejszego przejścia pomiędzy pasmem przepustowym i zaporowym.



Rysunek 6: Widma amplitudowe transmitancji filtru dolnoprzepustowego przy $M=25$ i $N=256$ uzyskane dla różnych okien: okno Hanninga (linia ciągła), okno Hamminga (linia przerywana) i okno Blackmana (linia kropkowana)

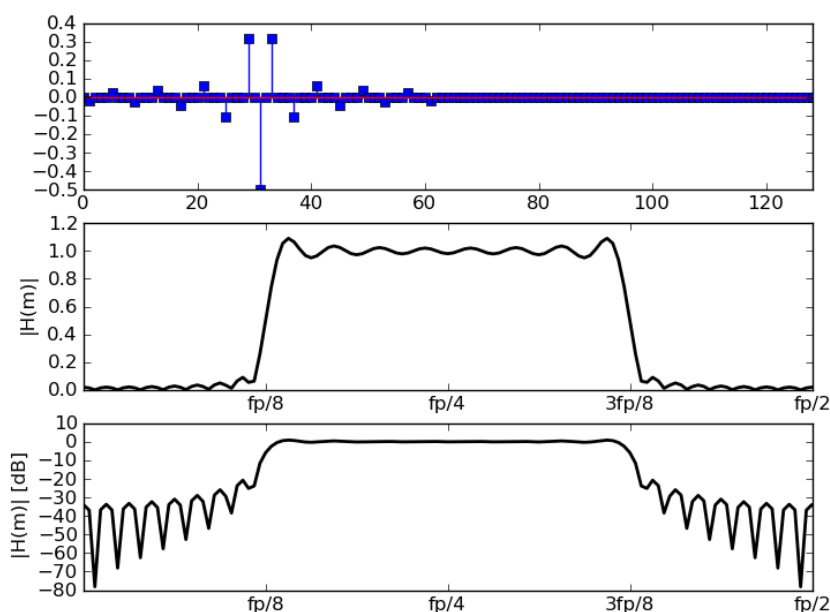
Do tego momentu rozważaliśmy przypadek filtru dolnoprzepustowego. Korzystając ze znane twierdzenia o modulacji można w łatwy sposób przekształcić odpowiedź impulsową filtru dolnoprzepustowego do postaci będącej odpowiedzią filtru:

- środkowoprzepustowego: w tym celu należy wymnożyć współczynniki $h(n)$ przez sygnał sinusoidalny o częstotliwości $f=f_p/4$, tj. sygnał $s(n)=2\sin(\pi n/2)$. Wówczas $f_d=f_p/4-f_0$ oraz $f_g=f_p/4+f_0$,
- górnoprzepustowego: w tym celu należy wymnożyć współczynniki $h(n)$ przez sygnał sinusoidalny o częstotliwości $f=f_p/2$, tj. przez sygnał postaci $s(n) = (-1)^n$. Wówczas $\bar{f}_0=f_p/2-f_0$, gdzie \bar{f}_0 to nowa wartość częstotliwości odcięcia.

Na Rysunkach 7 i 8 pokazano przykłady odpowiedzi impulsowych i transmitancji filtrów: środkowoprzepustowego i górnoprzepustowego.

Dotychczas nie rozważaliśmy widma fazowego tak projektowanych filtrów. Należy zwrócić uwagę na to, iż filtry te w paśmie przewodzenia posiadają liniowe widma fazowe (patrz Rysunek 9), co sprawia, że filtracja nie zmienia postaci sygnału. Taka zmiana mogłaby mieć katastrofalne skutki w przypadku sygnałów modulowanych amplitudowo.

Podsumowując, proces projektowania filtru rozpoczynamy od obliczenia współczynników filtru dolnoprzepustowego zgodnie ze wzorem (4), ustalając wcześniej rząd filtru i częstotliwość odcięcia. Jeżeli chcemy zastosować inne okno niż okno prostokątne, to współczynniki filtru wymnażamy przez wybraną funkcję okna (patrz wzory (5)-(7)). W celu uzyskania filtru o charakterystyce środkowoprzepustowej lub górnoprzepustowej współczynniki filtru należy dodatkowo przemnożyć

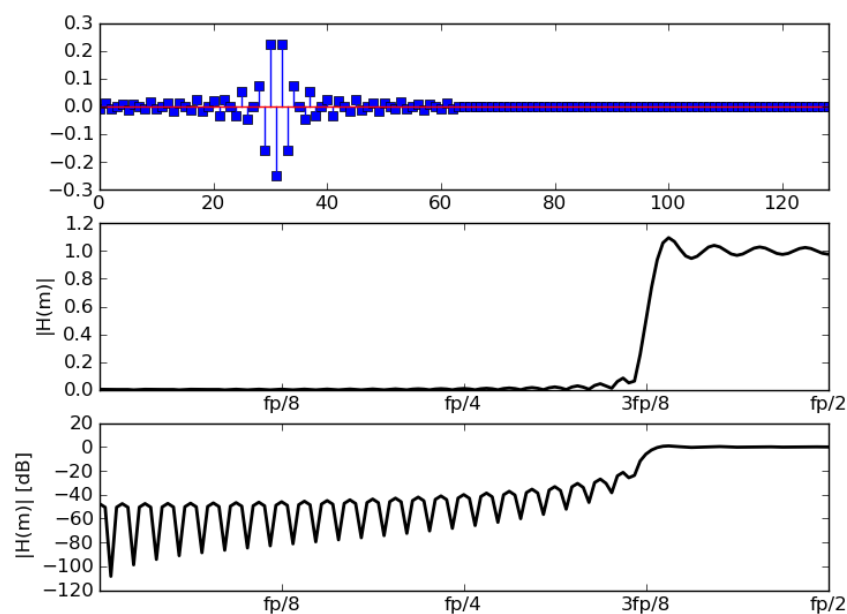


Rysunek 7: Odpowiedź impulsowa i transmitancja filtra środkowoprzepustowego ($M=63$, $N=256$, okno prostokątne)

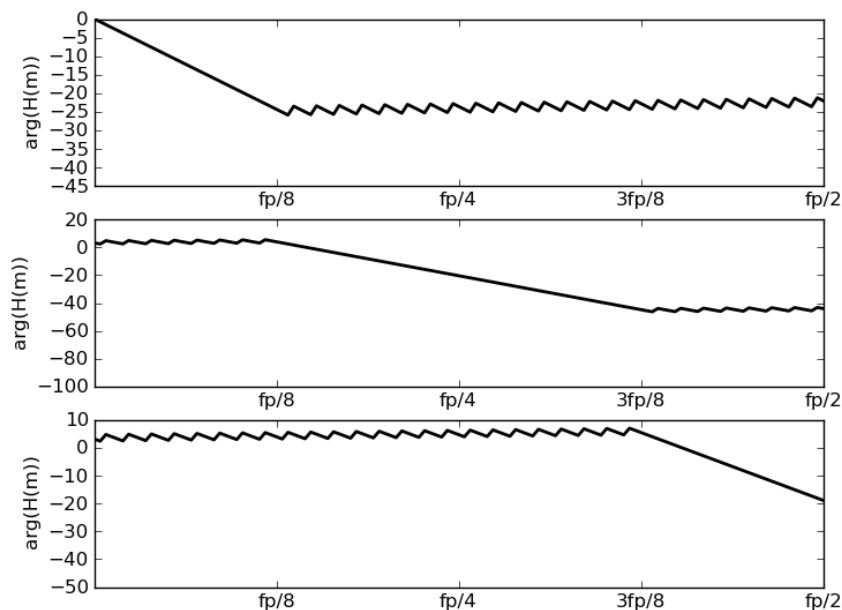
przez funkcję $s(n)=2\sin(\pi n/2)$ lub $s(n) = (-1)^n$. Operację filtracji sygnału realizujemy w oparciu o równanie splotu (3).

W ramach tej części ćwiczenia trzeciego należy:

- zaimplementować algorytm, który umożliwi projektowanie filtrów dolnoprzepustowych o zadanej liczbie współczynników i zadanej częstotliwości obcięcia z wykorzystaniem okna prostokątnego,
- w zależności od przydzielonego wariantu zadania zastosować dodatkowo jedno z poniższych okien:
 - (O1) okno Hamminga,
 - (O2) okno Hanninga,
 - (O3) okno Blackmana,
- w zależności od przydzielonego wariantu zadania umożliwić dodatkowo zaprojektowanie filtra:
 - (F1) środkowoprzepustowego,
 - (F2) górnoprzepustowego
 z możliwością wyboru funkcji okna i parametrów filtra jak wyżej,
- zaimplementować operację filtracji podstawiając odpowiedź impulsową filtra do wzoru na splot,



Rysunek 8: Odpowiedź impulsowa i transmitancja filtra górnoprzepustowego ($M=63$, $N=256$, okno prostokątne)



Rysunek 9: Widma fazowe dla filtrów dolno-, środkowo- i górnoprzepustowego przy $M=63$ i $N=256$ (okno prostokątne)

- zademonstrować efekt filtracji na arbitralnie wybranych sygnałach testowych.

Korelacja sygnałów dyskretnych

Analiza korelacyjna sygnałów dyskretnych stanowi bardzo ważną część praktyki przetwarzania sygnałów. Zastosowanie znajduje wszędzie tam gdzie zachodzi konieczność porównywania analizowanego sygnału z innym sygnałem, w szczególności ze swoją własną, przesuniętą na osi czasu kopią. Podobnie jak operacja splotu korelacja wzajemna sygnałów dyskretnych jest operacją przetwarzania dwóch sygnałów dyskretnych dającą w wyniku pojedynczy sygnał dyskretny. W ogólnym przypadku korelacja wzajemna dwóch sygnałów dyskretnych h oraz x , oznaczana dalej symbolem R_{hx} zdefiniowana jest następującym wzorem:

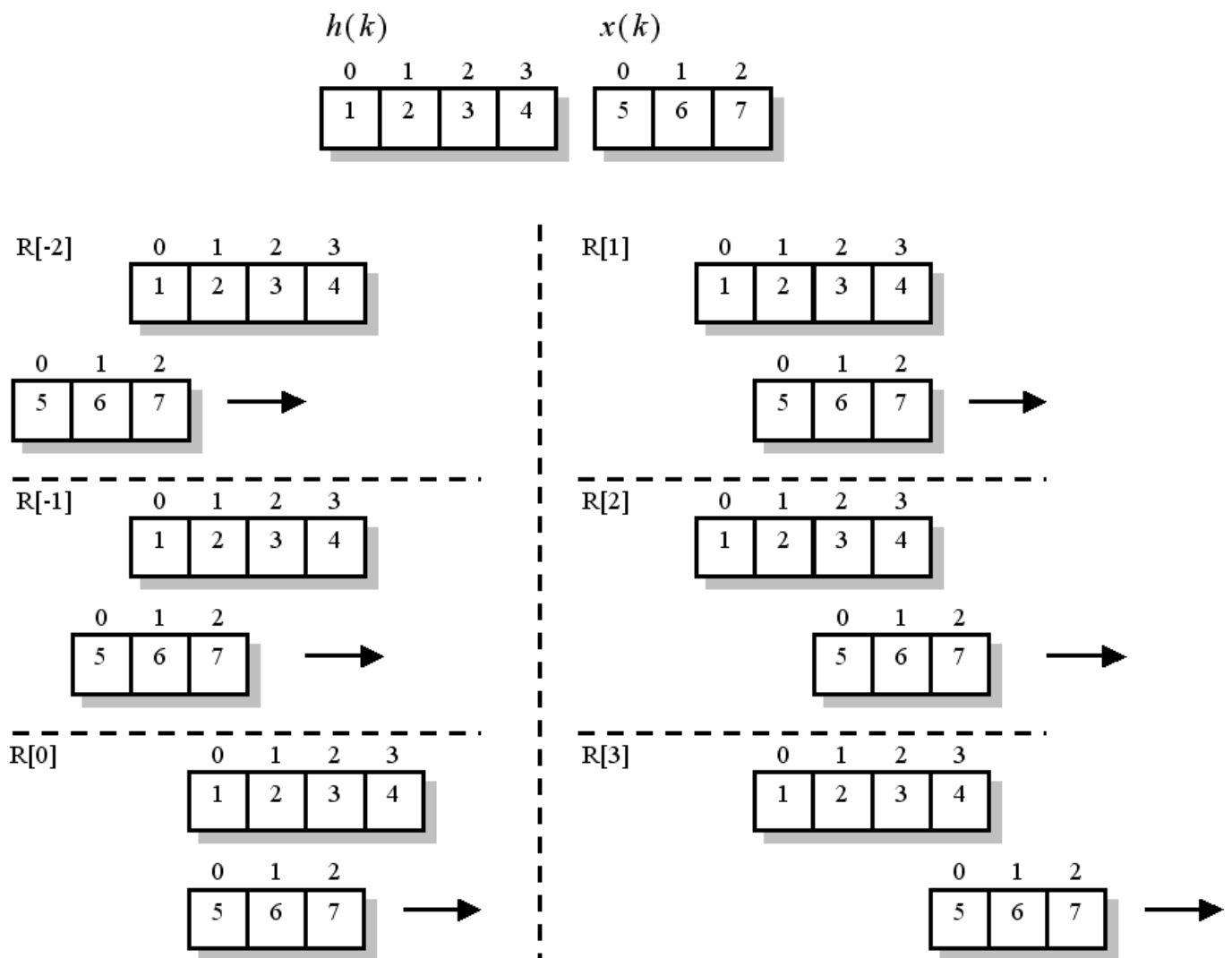
$$R_{hx} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)x(k-n). \quad (8)$$

Tutaj również, tak jak w przypadku operacji splotu, dla sygnałów dyskretnych o (niekoniecznie identycznych) skończonych ilościach próbek rozmieszczonych równomiernie w dowolnych miejscach osi czasowej zakres zmienności indeksu próbek n jest również skończony oraz dla każdego n zakresy sumowań zmieniają się odpowiednio zgodnie z położeniami na osi czasu i ilościami próbek każdego z wejściowych sygnałów dyskretnych h oraz x . Tutaj także przyjmuje się konwencję indeksacyjną wg której obydwa sygnały wejściowe rozpoczynają się na osi czasowej dla próbki o indeksie zero i poza przedziałami próbkowania są sygnałami zerowymi. Przykładowo, dla dwóch sygnałów dyskretnych, M - elementowego sygnału h oraz N - elementowego sygnału x rozpiętych na osi czasu począwszy od próbki o indeksie zero ich funkcja korelacji wzajemnej tworzy pojedynczy dyskretny sygnał wyjściowy również rozpięty na osi czasu począwszy od próbki o indeksie -2, który można przedstawić zależnością uproszczoną, wynikającą bezpośrednio ze wzoru (8) w następujący sposób:

$$R_{hx} = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(n-k). \quad (9)$$

Krótką refleksja nad postacią wzoru (9) skłania do wniosku, że sygnał wyjściowy będzie sygnałem dyskretnym o długości $M + N - 1$ próbek rozpiętym na osi czasu począwszy od próbki wyjściowej o indeksie -2. Obrazowo operację korelacji wzajemnej opisaną wzorem (9) przedstawia rysunek 10. Ze wzoru (9) oraz z rysunku 10 wynika, że poszczególne współrzędne funkcji korelacji wzajemnej R_{hx} tam przedstawione będą miały następujące wartości:

$$\begin{aligned} R_{hx}(-2) &= h(0) \cdot x(2) \\ R_{hx}(-1) &= h(0) \cdot x(1) + h(1) \cdot x(2) \\ R_{hx}(0) &= h(0) \cdot x(0) + h(1) \cdot x(1) + h(2) \cdot x(2) \\ R_{hx}(1) &= h(1) \cdot x(0) + h(2) \cdot x(1) + h(3) \cdot x(2) \\ R_{hx}(2) &= h(2) \cdot x(0) + h(3) \cdot x(1) \\ R_{hx}(3) &= h(3) \cdot x(0) \end{aligned}$$



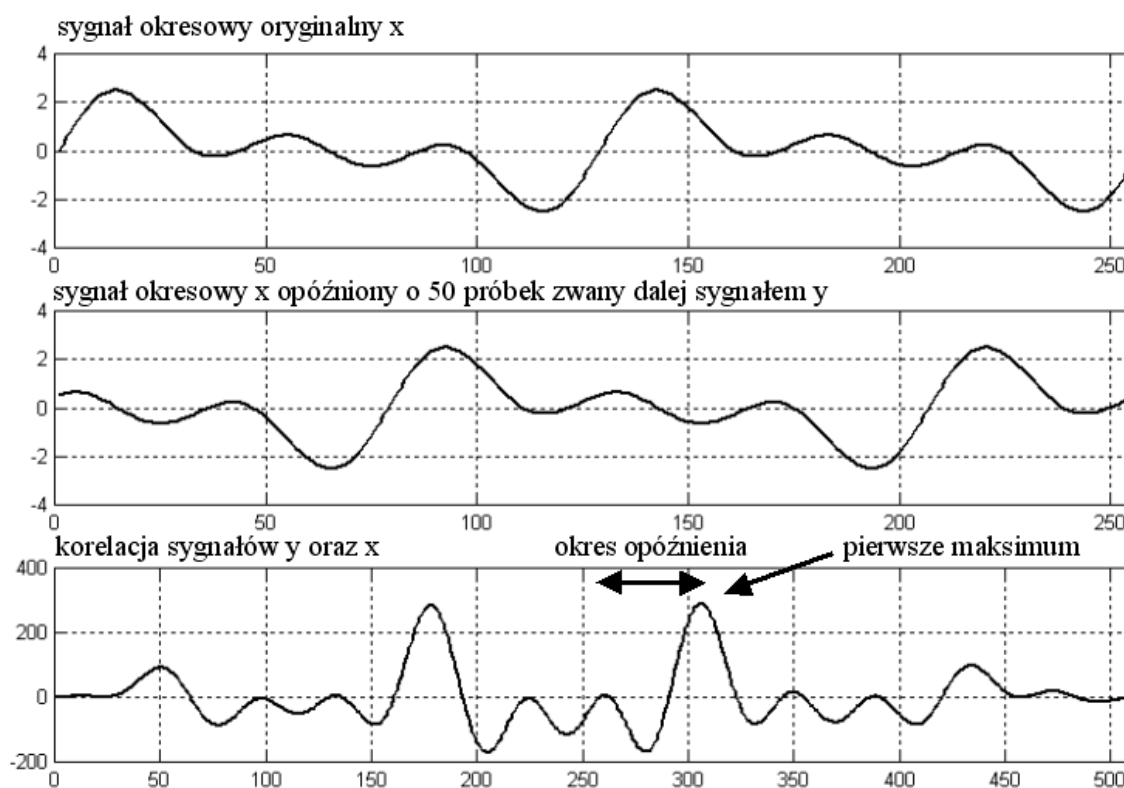
Rysunek 10: Na rysunku przedstawiono poglądowo operację korelacji wzajemnej dla dwóch sygnałów: 4 - elementowego h oraz 3 - elementowego x dających w wyniku 6 - elementowy sygnał R_{hx} .

W ramach tej części ćwiczenia trzeciego należy zaimplementować operację korelacji wzajemnej dla dowolnych dwóch sygnałów dyskretnych o arbitralnie podanych (mogących się różnić między sobą) ilościach próbek. Oczywiście w przypadku implementacji ćwiczenia należy przeindeksować elementy wektora wyjściowego R_{hx} , tak aby kolejne jego próbki wyjściowe znajdowały się w elementach odpowiedniej tablicy wyjściowej o indeksach rozpoczynających się od zera. Ponadto implementacja powinna zawierać dwa obligatoryjne, następujące warianty:

- o **implementację bezpośrednią** - to znaczy algorytm wykonujący operację korelacji wzajemnej dwóch dowolnych sygnałów dyskretnych bezpośrednio w oparciu o wzór (9) (i rysunek pomocniczy 10).
- o **implementację z użyciem splotu** - to znaczy algorytm wykonujący operację korelacji wzajemnej dwóch dowolnych sygnałów dyskretnych w oparciu o wzór (2) (i rysunek pomocniczy 1) z użyciem zaimplementowanej w pierwszej części ćwiczenia operacji splotu dyskretnego.

Zastosowania analizy korelacyjnej - pomiar odległości

Jednym z przykładów zastosowań, w których wykorzystuje się rezultaty porównywania sygnałów przesuniętych w czasie jest pomiar odległości od celu za pomocą radaru np. impulsowego. Radar wysyła sygnał sondujący, który w jednym z możliwych przypadków może stanowić (odpowiednio zmodulowany) sygnał okresowy. Sygnał po odbiciu się od celu powraca do anteny nadawczo-odbiorczej z pewnym opóźnieniem (pomijamy tu fakt potencjalnego zniekształcenia sygnału powracającego). Pomiar odległości jest dokonywany na podstawie pomiaru tego opóźnienia za pomocą analizy korelacyjnej sygnału wysłanego i zwrotnego. Jeśli tylko częstotliwość próbkowania - identyczna dla obydwu sygnałów - jest dostatecznie duża, można w określonych odstępach czasu dokonywać analizy korelacyjnej spróbkowanej i zbuforowanej (przy użyciu tej samej ilości próbek dyskretnych) pary sygnałów sondującego i zwrotnego poprzez obliczenie korelacji wzajemnej wybranej pary odpowiadających sobie sygnałów, aby uaktualnić odczyt odległości od zadanego celu. Ponieważ korelacja jest największa gdy nałożone na siebie sygnały pokrywają się wzajemnie w największym stopniu, a wzór (9) dokonuje właśnie takiego nałożenia obydwu sygnałów dla każdego odstępu czasowego próbkowania, przesuując odpowiednio sygnały sondujący i zwrotny względem siebie i obliczając pojedynczą wartość korelacji dla każdego z takich odstępów, to można odnaleźć maksimum funkcji korelacji (na prawo od środkowego argumentu funkcji korelacji wzajemnej) i na podstawie znajomości częstotliwości (a zatem i okresu) próbkowania funkcji korelacji (której próbki wyjściowe reprezentują tę samą częstotliwość próbkowania, co sygnały sondujący i zwrotny) określić opóźnienie czasowe z jakim sygnał zwrotny powraca do anteny odbiorczej. Sytuację taką obrazuje poniższy rysunek:



Rysunek 11: Zasada działania korelacyjnego czujnika odległości.

Wykorzystując znany wzór fizyczny $S = V \cdot t$ i znając częstotliwość (a co za tym idzie i okres Δt) próbkowania można już w prosty sposób na podstawie wspomnianej wcześniej odległości maksimum funkcji korelacji wzajemnej określić czas w jakim sygnał powraca do anteny, a co za tym idzie również i (dwukrotną) drogę S jaką pokonał od anteny do obiektu i z powrotem (przy dodatkowym założeniu, że prędkość V jest prędkością światła, gdyż mamy do czynienia z sygnałem radarowym). Znając tę drogę i dzieląc ją przez dwa uzyskujemy chwilową odległość pomiędzy czujnikiem a rozważanym obiektem.

Podsumowując, aby wyznaczyć szukaną odległość, odpowiedni czujnik musi wykonać następujące operacje:

- o **Krok 1** - Wygenerować i wysłać anteną nadawczo - odbiorczą okresowy, ciągły sygnał sondujący o odpowiednim okresie (w opisie pomijamy konieczność modulacji tego sygnału) oczekując odbicia sygnału od najbliższego obiektu.
- o **Krok 2** - nieprzerwanie próbować z odpowiednio dużą częstotliwością i buforować obydwa sygnały do postaci dyskretnej (najprościej aby obydwa bufory zawierały tę samą liczbę próbek)
- o **Krok 3** - co pewien okres, zależny od wymagań konstrukcyjnych czujnika, dokonać analizy korelacyjnej obydwu zbuforowanych w ten sposób sygnałów dyskretnych, aby uaktualnić odległość od zadanego obiektu
- o **Krok 4** - podczas takiej analizy wyznaczyć dyskretną funkcję korelacji wzajemnej spróbkowanych sygnałów dyskretnych R_{yx} według wzoru (9) i przejrzeć prawą połowę wykresu tej funkcji w poszukiwaniu próbki maksymalnej
- o **Krok 5** - po znalezieniu próbki maksymalnej, korzystając z faktu znanej wartości okresu próbkowania Δt sygnałów sondującego i zwrotnego, a co za tym idzie również znanemu i identycznemu co do wartości (też Δt) odstępu między dyskretnymi próbkami funkcji korelacji wzajemnej, określić czas t odpowiadający odległości próbki maksymalnej od próbki środkowej w buforze dyskretnej funkcji korelacji wzajemnej
- o **Krok 6** - na podstawie znanego czasu t opóźnienia określić ze wzoru $S = V \cdot t$ (gdzie $V = c$ jest prędkością światła) drogę jaką pokonał sygnał od radaru do obiektu i z powrotem
- o **Krok 7** - podzielić tę drogę przez 2 otrzymując chwilową odległość d czujnika od monitorowanego obiektu.

Celem tej części ćwiczenia jest symulacja działania korelacyjnego czujnika odległości. Należy napisać program, który będzie symulował taki czujnik i dokonywał porównania rzeczywistej chwilowej odległości od śledzonego obiektu z pomiarem raportowanym przez symulowany czujnik. W parametrach programu należy uwzględnić możliwość regulacji takich wartości jak - od strony śledzonego obiektu i (abstrakcyjnego) ośrodka rozchodzenia się sygnału:

- podstawową, dostatecznie małą jednostkę czasową symulatora
- rzeczywistą prędkość śledzonego obiektu (może być stała)
- prędkość rozchodzenia się sygnału w abstrakcyjnym ośrodku (dla uogólnionego, abstrakcyjnego ośrodka nie musi być to prędkość światła - unikamy w ten sposób operacji na b. dużych/ b. małych liczbach),

zaś os strony czujnika należy uwzględnić możliwość regulacji następujących parametrów:

- okres ciągłego sygnału sondującego - sygnał sondujący powinien być ciągły i okresowy z możliwością regulowania okresu, a także powinien być skonstruowany z kilku (najmniej dwóch) podstawowych, ciągłych sygnałów okresowych (patrz instrukcja do ćwiczenia nr. 1)
- częstotliwość próbkowania sygnałów sondującego i zwrotnego
- długości (identyczne) buforów dyskretnych sygnałów sondującego i zwrotnego
- okres raportowania przez symulowany czujnik przybliżonej, chwilowej wartości odległości śledzonego obiektu

Należy przeprowadzić eksperymenty z tak symulowanym czujnikiem dla różnych wartości parametrów podanych wyżej i w sprawozdaniu umieścić najciekawsze spostrzeżenia i obserwacje dokonane na podstawie przeprowadzonych eksperymentów. Ciekawa, choć oczywiście nie obowiązkowa, byłaby także graficzna prezentacja działania czujnika, np. w formie wykresów, takich jak te przedstawione na rysunku 11.