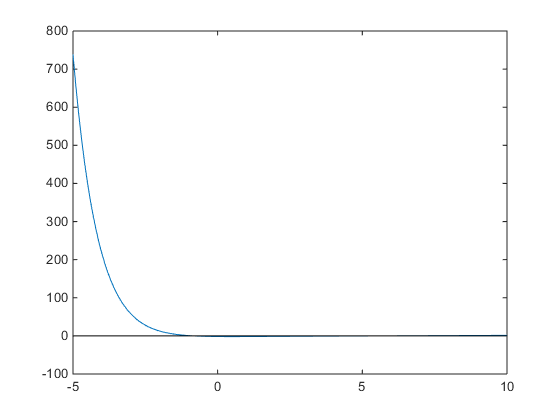
**MNUM – Projekt 3.15**

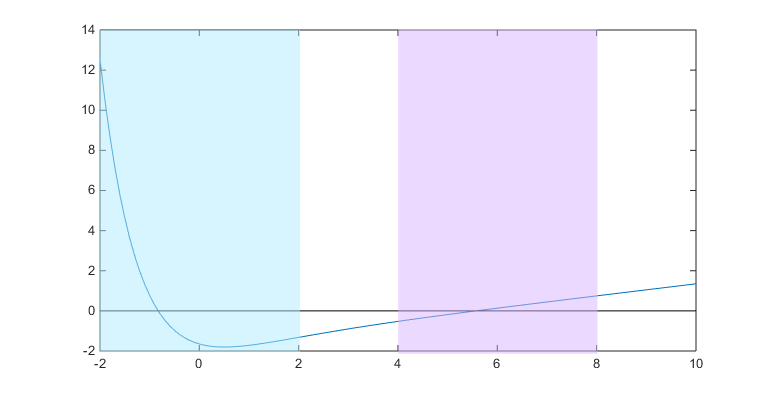
**Zadanie 1**  
Znajdowanie zer funkcji:

W przedziale [-5,10], używając metod:

1. bisekcji
2. siecznych.

Jako że funkcja ta przyjmuje duże wartości dla ujemnych x wykres na całym przedziale nie jest czytelny



Widać, że wartości dla ujemnych x są znacznie większe od zera, więc obszar poszukiwań miejsc zerowych zawęzimy do przedziału [-2, 10].

Stąd przedziały startowe to: [-2,2] oraz [4,8].

1. Metoda bisekcji

Startujemy z początkowego przedziału izolacji pierwiastka. W metodzie bisekcji, w każdej iteracji:

1. Bieżący przedział zawierający zero funkcji, , jest dzielony na dwie połowy, punktem środkowym ,

,

i obliczana jest wartość funkcji w nowym punkcie .

1. Obliczane są iloczyny i , nowy przedział zawierający pierwiastek jest wybierany jako ten z dwóch podprzedziałów, któremu odpowiada iloczyn ujemny. Końce tego przedziału oznaczane są przez , .

Metoda jest powtarzana tak długo, aż np. , gdzie to założona dokładność rozwiązania. Test ten może być nieprecyzyjny dla funkcji, których pochodna jest bardzo mała w otoczeniu zera funkcji, dlatego też sprawdzana jest długość przedziału, , żądając aby była dostatecznie mała.

Dokładność rozwiązania uzyskanego metodą bisekcji zależy jedynie od ilości wykonanych iteracji, a nie zależy od dokładności obliczania wartości funkcji na krańcach kolejnych przedziałów izolowanego pierwiastka. Niech oznacza długość przedziału w   
-tym kroku iteracji,

Wówczas

Stąd metoda bisekcji jest zbieżna liniowo (), z ilorazem zbieżności .

1. Metoda siecznych jest bardzo podobna do metody bisekcji – różnica polega na tym, że aktualny przedział izolacji pierwiastka dzielony jest nie na dwa równe, ale na dwa najczęściej nierówne podprzedziały, prostą (sieczną) łączącą na płaszczyźnie punkty i , przecinającą oś rzędnych w punkcie .   
   W przeciwieństwie jednak do metody bisekcji nie dbamy o zachowanie przedziału izolacji pierwiastka (sieczną prowadzimy zawsze pomiędzy dwoma ostatnio wyznaczonymi punktami i te dwa ostatnie punkty wyznaczają nowy przedział). Z konstrukcji graficznej będziemy mieli:

Skąd

Rząd zbieżności metody siecznych , tak więc metoda ta jest szybsza od metody bisekcji. Jednakże, jest ona zbieżna jedynie lokalnie, stąd w praktyce może być niezbieżna - jeśli początkowy przedział izolacji pierwiastka nie jest dostatecznie mały.