Teoria sterowania (TST)
Projekt 1

Maciej Kłos

1 Założenia projektu

Przygotowano skrypt, który na podstawie zadanych mu wartości własnych, oblicza macierz podobną do macierzy diagonalnej z wartościami własnymi umieszczonymi na przekątnej. Następnie za pomocą polecenia eig() z pakietu MATLAB wyliczane są wektory własne i generowane odpowiednie wizualizacje zapisane w poleceniu zadania.

2 Przeprowadzone badania

Przeprowadzono badania dla różnych wartości własnych macierzy:

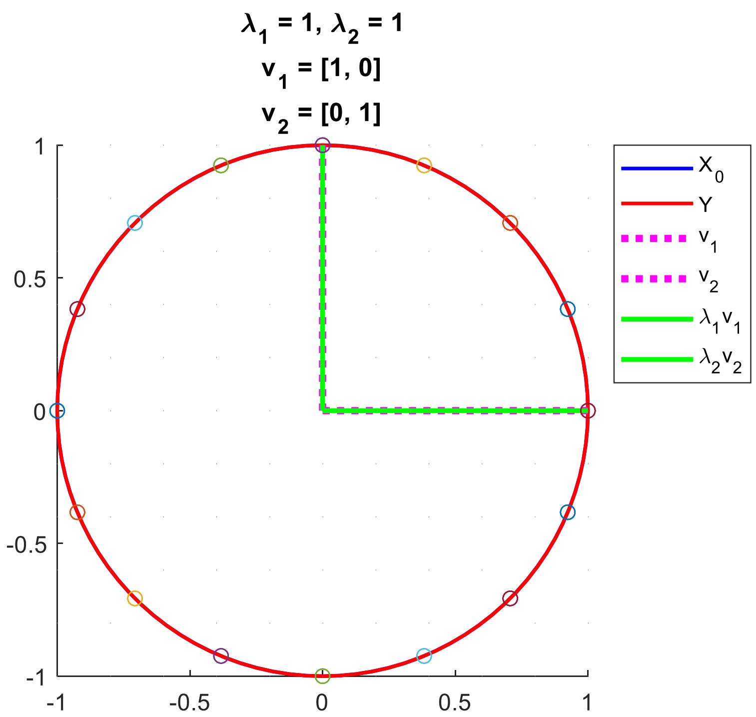
- Wartości własne rzeczywiste o tej samej wartości
- Wartości własne rzeczywiste o różnych wartościach
- Wartości własne zespolone sprzężone do siebie

3 Wyniki badań

3.1 Wartości własne o tej samej wartości

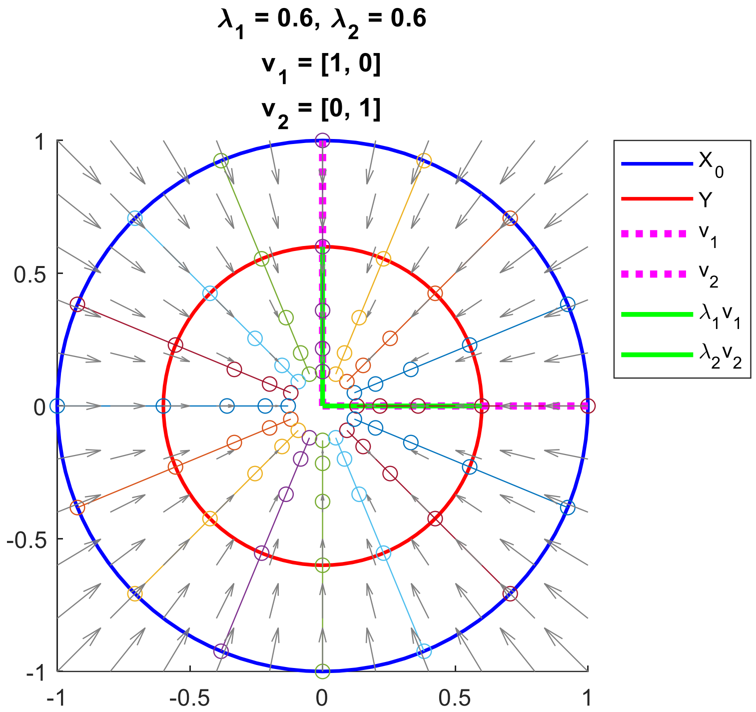
3.1.1 Wartości własne równe 1

Dla takich wartości układ jest stabilny, przez co trajektoria punktów początkowych zostaje w tym samym punkcie.



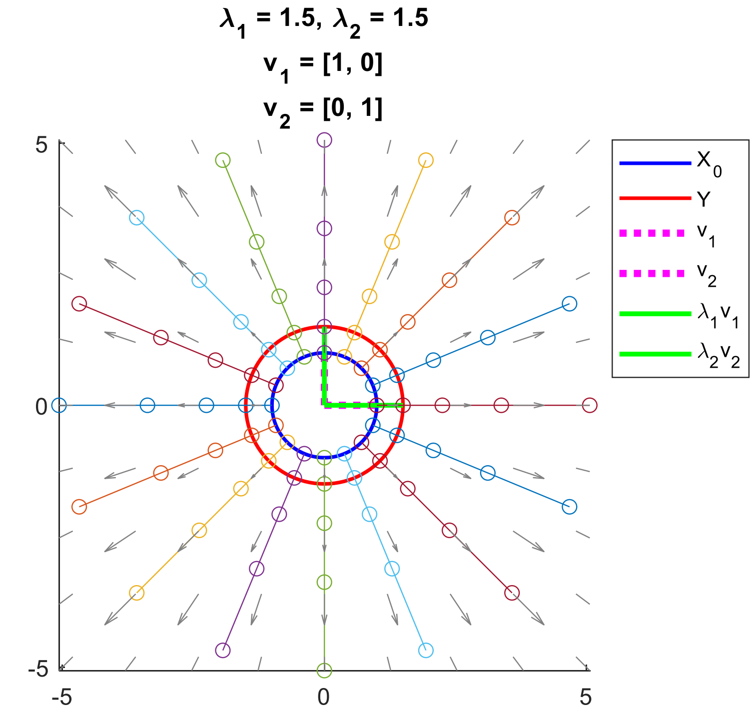
3.1.2 Wartości własne mniejsze od 1, większe od 0

W tym przypadku układ jest asymptotycznie stabilny, trajektorie układają się po liniach prostych, zbliżając się coraz bardziej do 0.



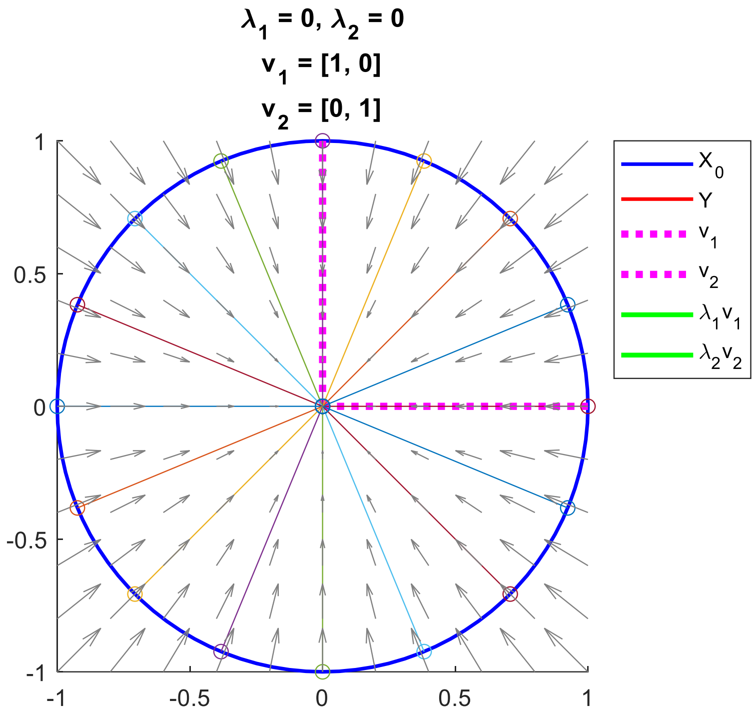
3.1.3 Wartości własne większe od 1

W tym przypadku układ jest niestabilny, trajektorie przemieszczają się wzdłuż linii prostych oddalając się coraz bardziej od punktu równowagi.



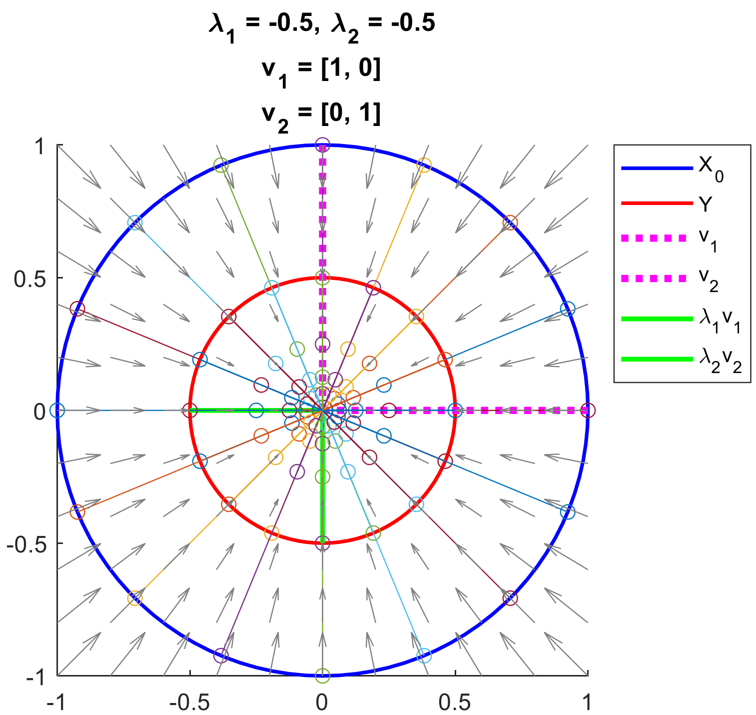
3.1.4 Wartości własne równe 0

W tym przypadku układ jest stabilny, trajektorie w jednym kroku zbiegają do 0.



3.1.5 Wartości własne mniejsze od 0

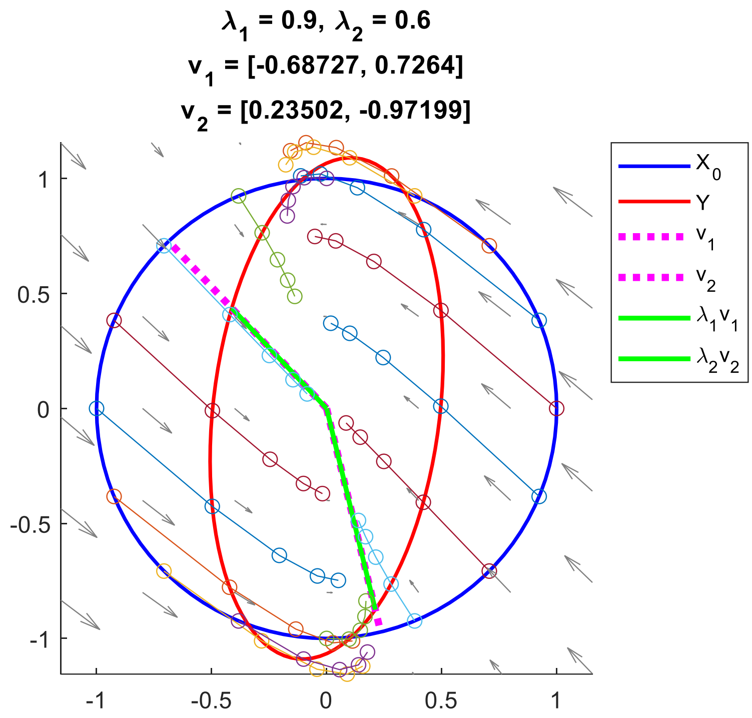
W tym przypadku trajektorie zbiegają do punktu 0, jednakże robią to przeskakując nad nim w każdej iteracji, podobnie poruszają się po liniach prostych.



3.2 Wartości własne o różnych wartościach

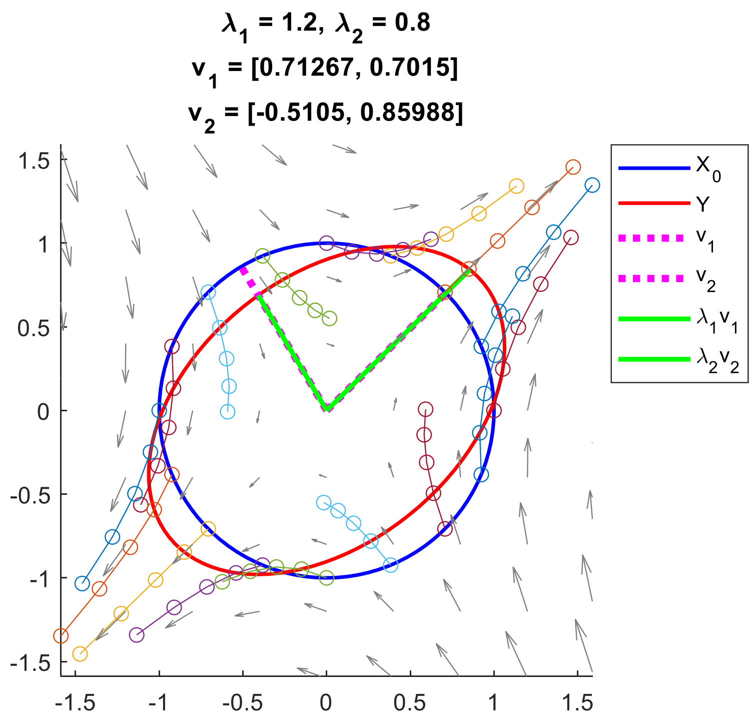
3.2.1 Obie wartości własne mniejsze od 1

W każdym kroku trajektoria danego punktu przesuwa się w kierunku zdefiniowanym przez wektor własny o odległość odpowiadającej mu wartości własnej. Układ jest stabilnym trajektorie mogą poruszać się po linii prostej, bądź też po łukach.



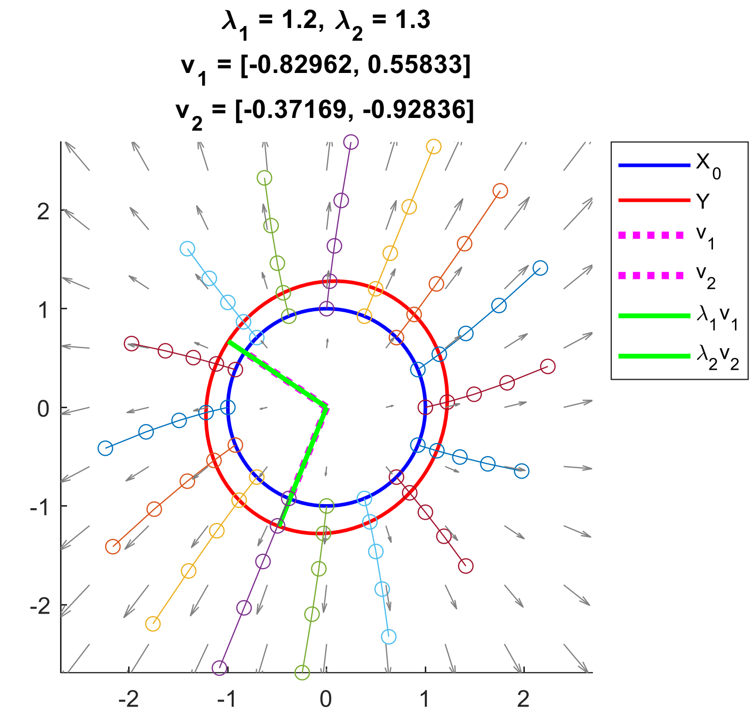
3.2.2 Jedna z wartości własnych większa od 1

Układ jest niestabilny punkty mogą się zbliżyć do punktu równowagi, jednakże w ostateczności odbiegają od niego.



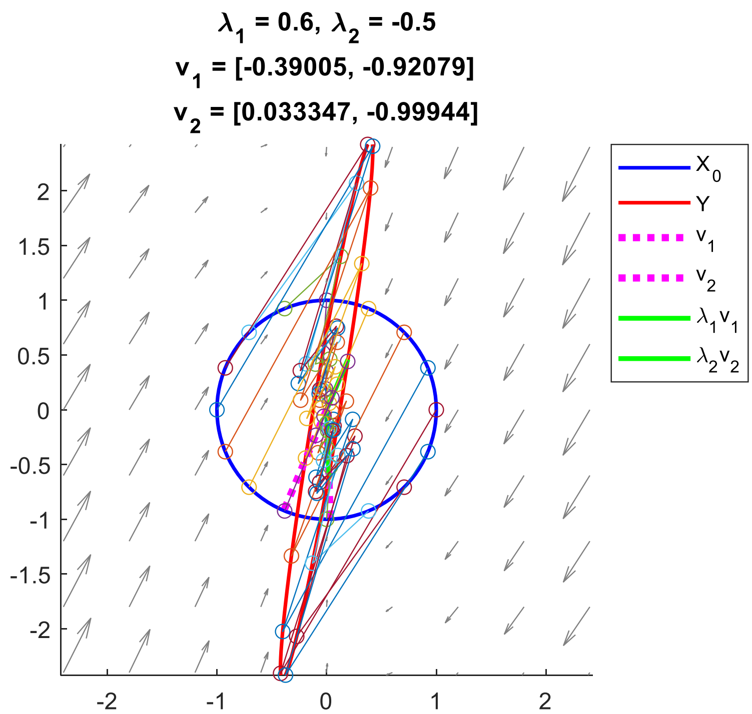
3.2.3 Obie wartości własne większe od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie oddalają się od punktu równowagi zgodnie z kierunkiem wektorów własnych o odległość równą odpowiadającym im wartościom własnym. W zależności od punktu początkowego mogą się poruszać po liniach prostych lub krzywych.



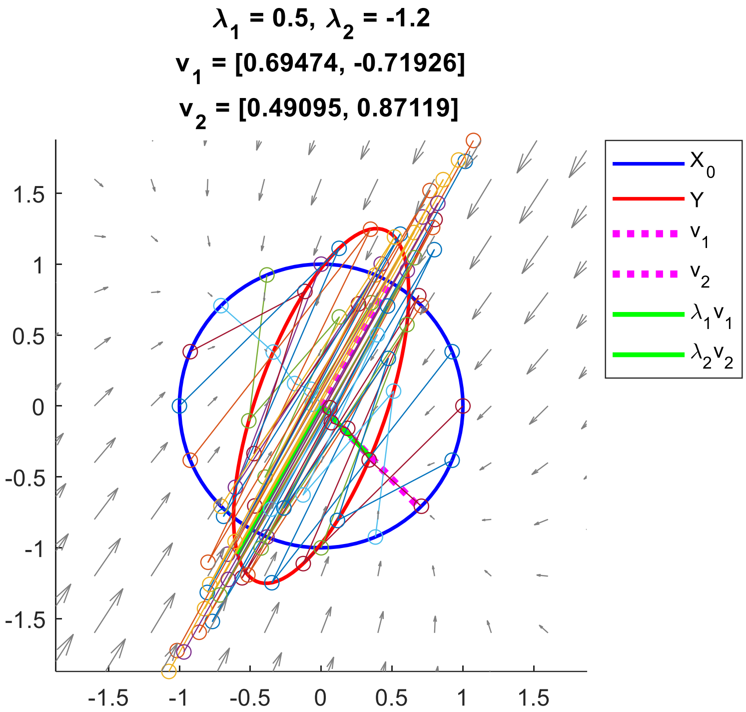
3.2.4 Jedna wartość dodatnia mniejsza od 1, oraz jedna ujemna większa od -1

Układ jest stabilny jednakże w każdym kroku trajektorie przeskakują nad punktem równowagi



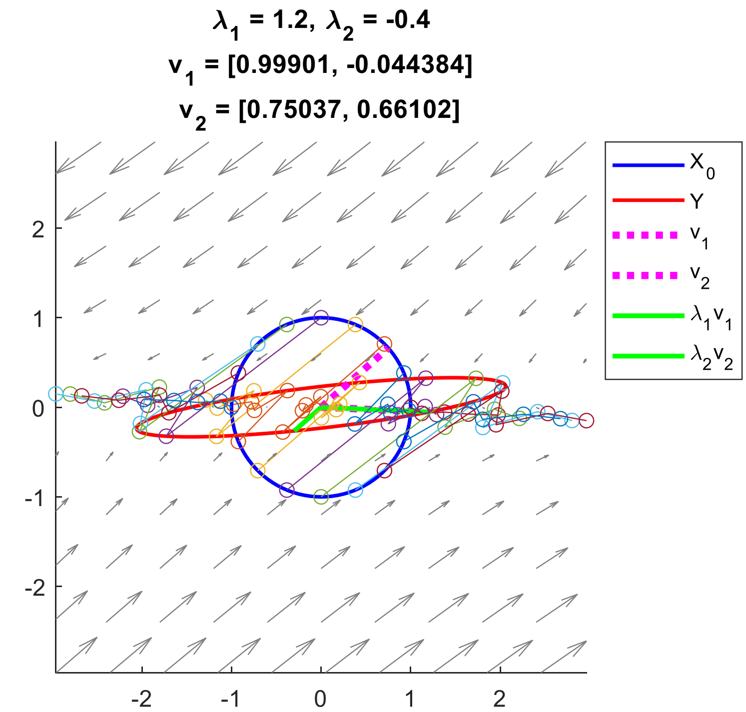
3.2.5 Jedna wartość dodatnia mniejsza od 1, oraz jedna ujemna mniejsza od -1

Układ jest niestabilny, na początku trajektoria może zbiegać w kierunku punktu równowagi, jednak później w każdym kroku przeskakuje nad punktem 0, coraz bardziej się od niego oddalając.



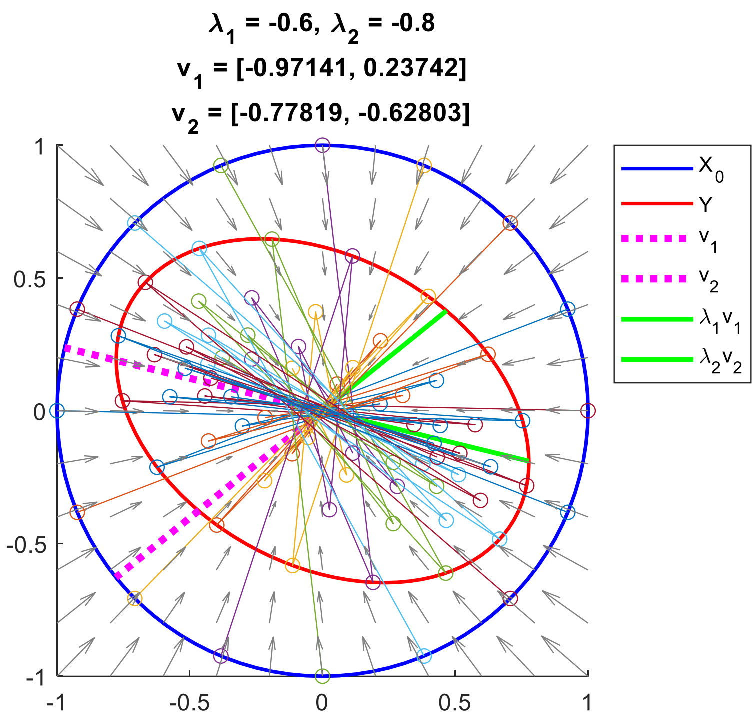
3.2.6 Jedna wartość dodatnia większa od 1, oraz jedna ujemna większa od -1

Układ jest niestabilny, na początku trajektorie mogą zbiegać do punktu równowagi, jednakże potem coraz bardziej od niego odbiegają.



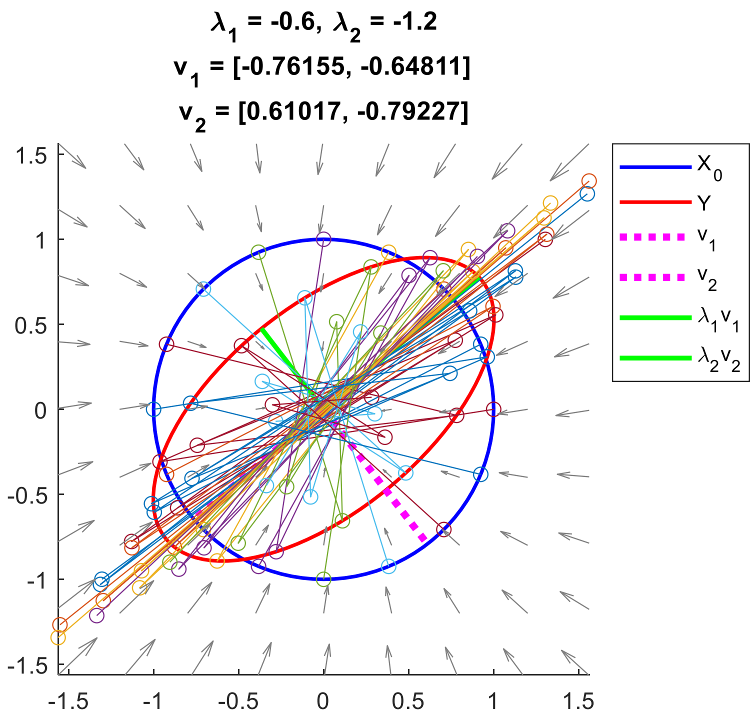
3.2.7 Obie wartości ujemne większe od -1

Układ jest stabilny asymptotycznie, jednakże w każdym kroku trajektoria przeskakuje nad punktem równowagi.



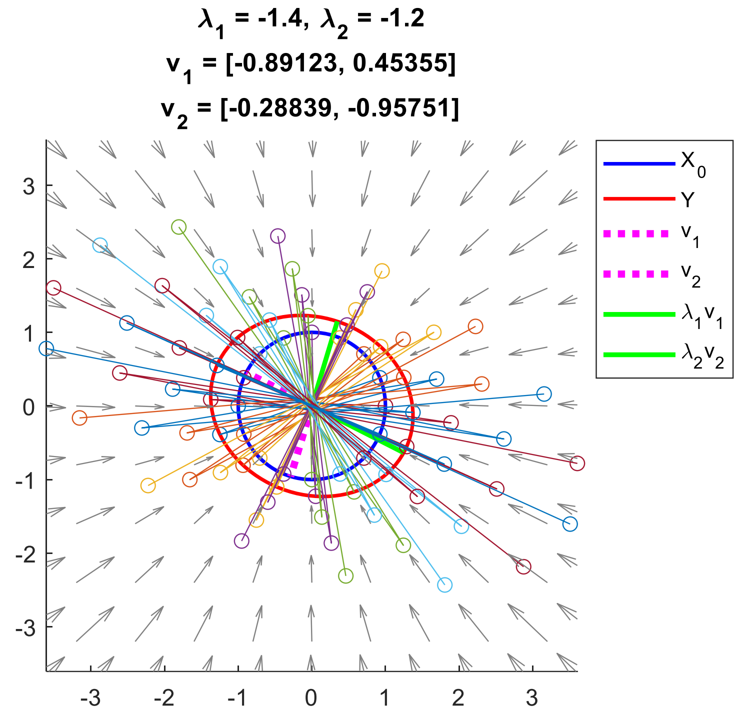
3.2.8 Jedna wartość ujemna mniejsza od -1 i jedna ujemna większa od -1

Jak widać na początku trajektoria na początku może zbiegać do punktu 0 przeskakując nad punktem równowagi, jednakże w końcu oddala się od niego coraz bardziej.



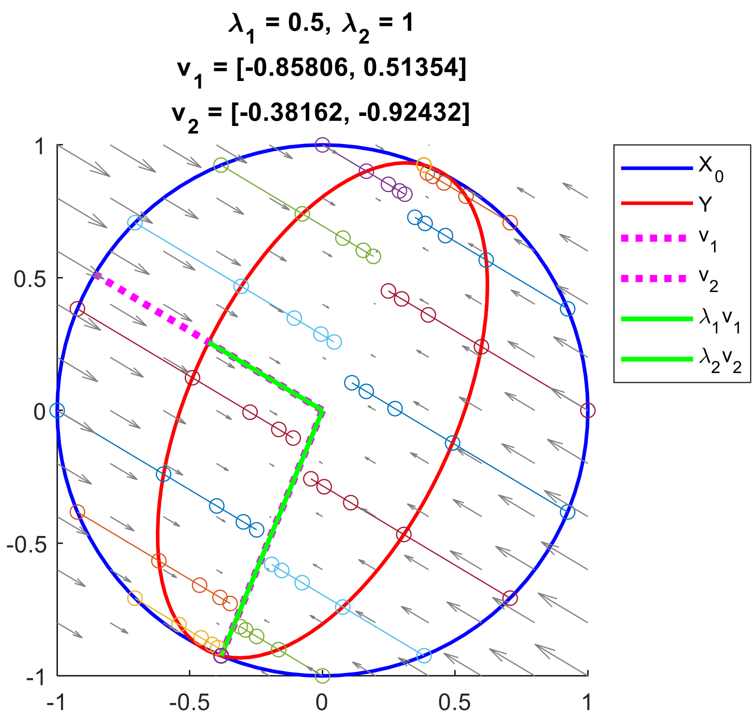
3.2.9 Obie wartości ujemne mniejsze od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie w każdym kroku przeskakują nad punktem równowagi, coraz bardziej się od niego oddalając.



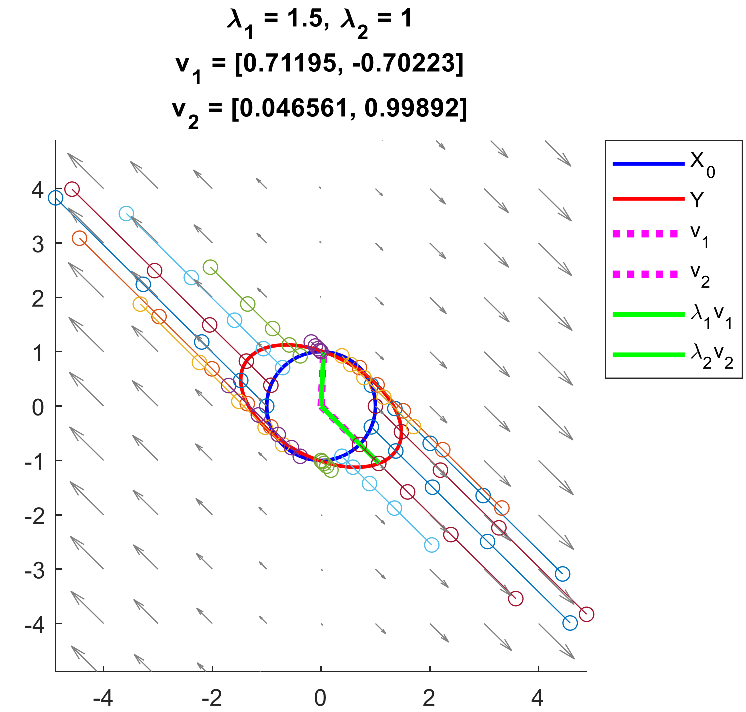
3.2.10 Jedna wartość równa 1, druga dodatnia mniejsza od 1

Układ jest stabilny, trajektorie w liniach prostych zbiegają do prostej przechodzącej przez punkt 0.



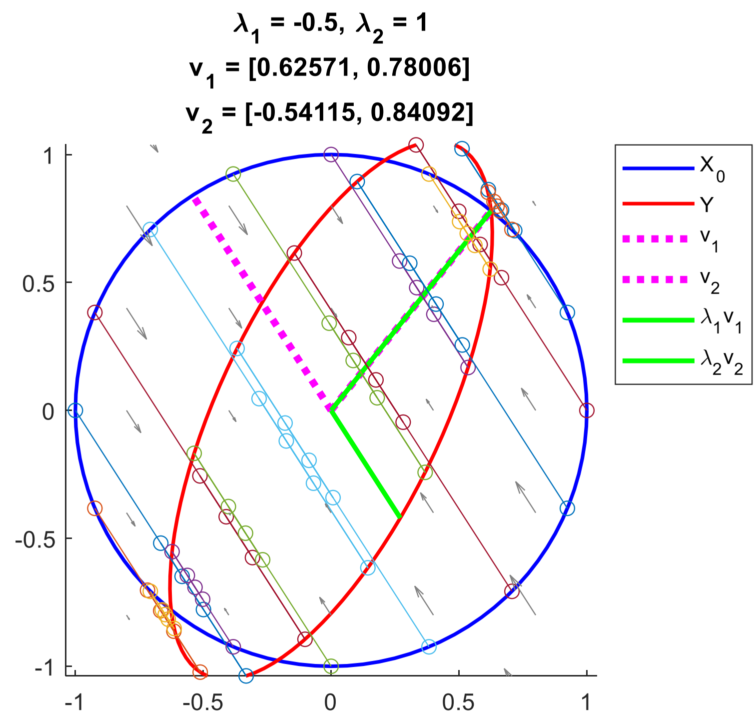
3.2.11 Jedna wartość równa 1, druga dodatnia większa od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie w równoległych liniach prostych oddalają się od punktu równowagi.



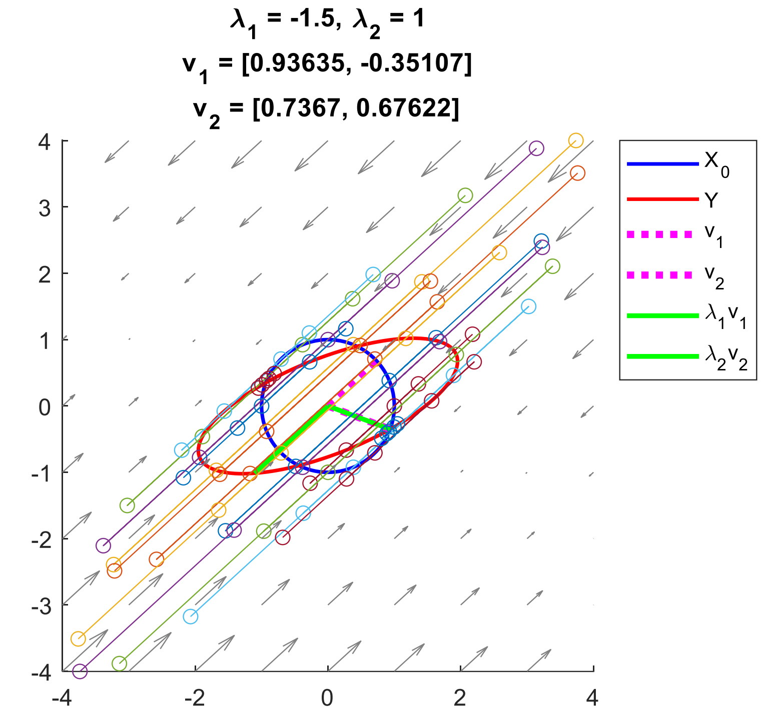
3.2.12 Jedna wartość równa 1, druga ujemna większa od -1

Układ jest stabilny, trajektorie w liniach prostych zbiegają do prostej przechodzącej przez punkt 0, przeskakując nad tą prostą w każdej iteracji.



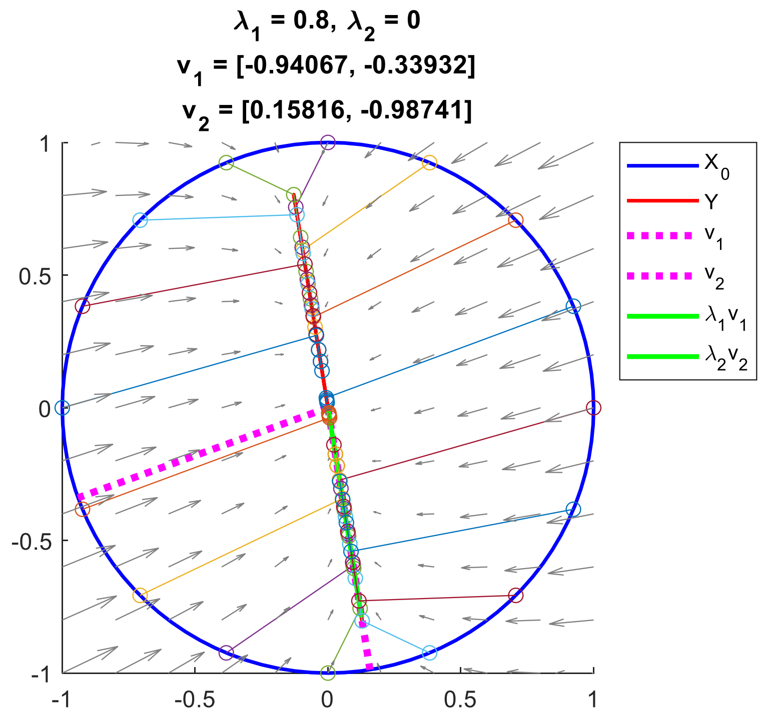
3.2.13 Jedna wartość równa 1, druga ujemna mniejsza od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie w równoległych liniach przeskakują nad punktem równowagi, oddalając się od niego coraz bardziej.



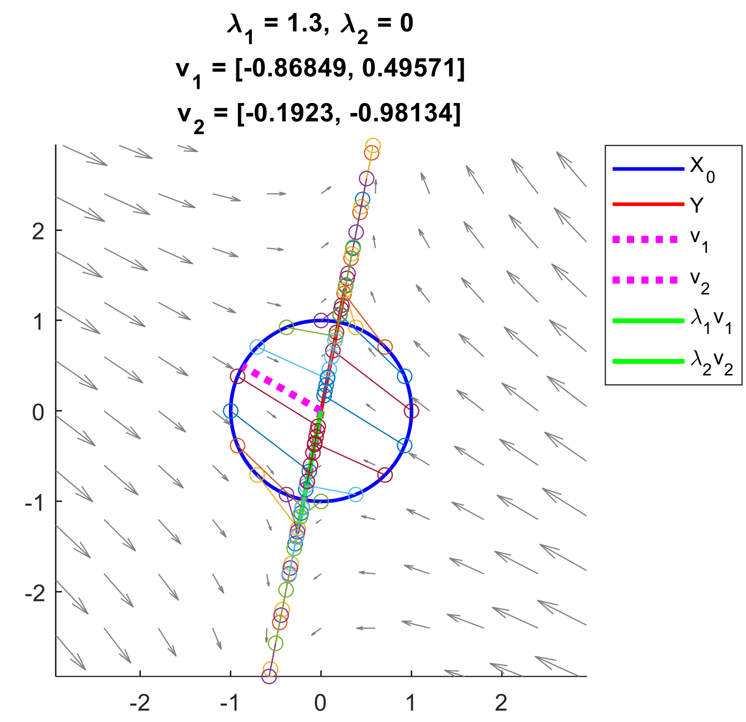
3.2.14 Jedna wartość równa 0, druga dodatnia mniejsza od 1

Układ jest stabilny asymptotycznie, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie porusza wzdłuż niej do punktu równowagi.



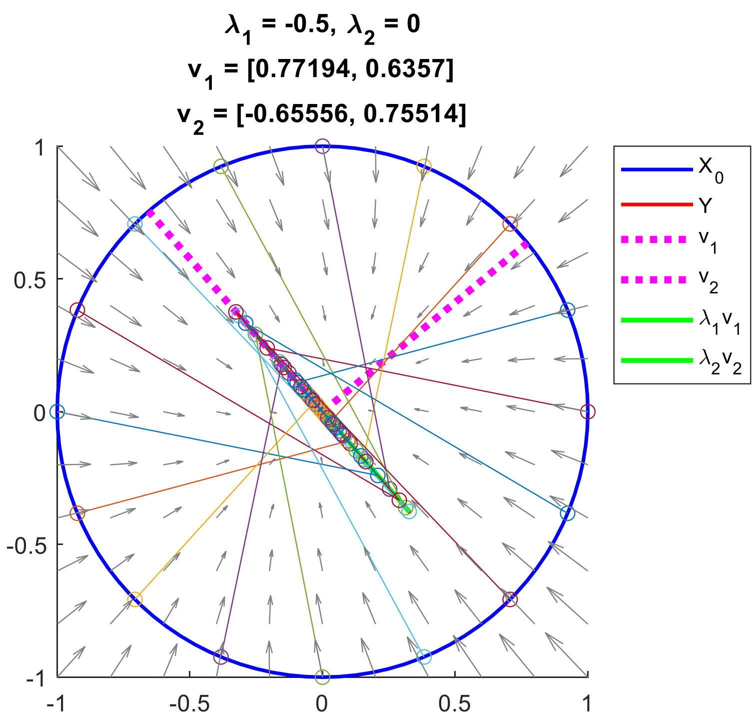
3.2.15 Jedna wartość równa 0, druga dodatnia większa od 1

Układ jest niestabilny, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie wzdłuż niej oddala się od punktu równowagi.



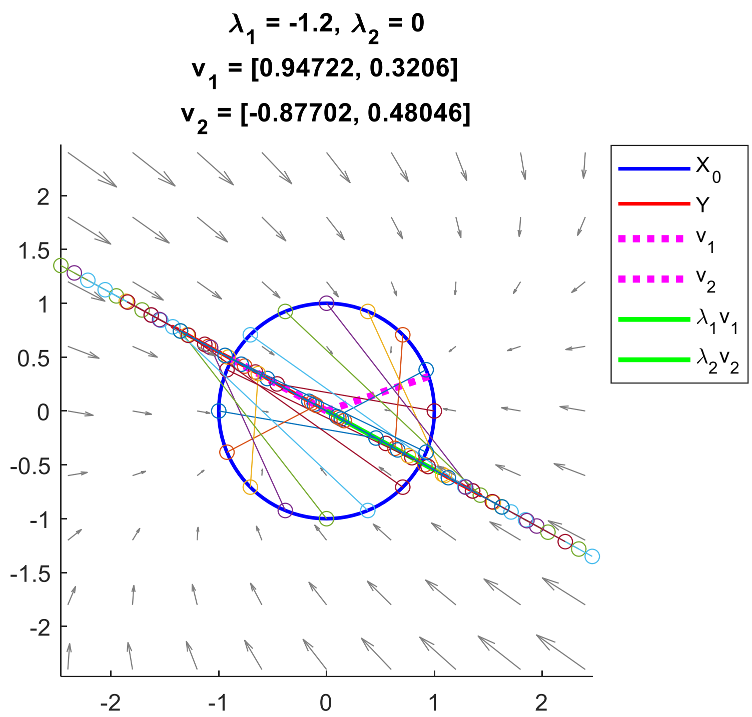
3.2.16 Jedna wartość równa 0, druga ujemna większa od -1

Układ jest stabilny asymptotycznie, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie przeskakując nad punktem równowagi zbliża się do niego coraz bardziej.



3.2.17 Jedna wartość równa 0, druga ujemna mniejsza od -1

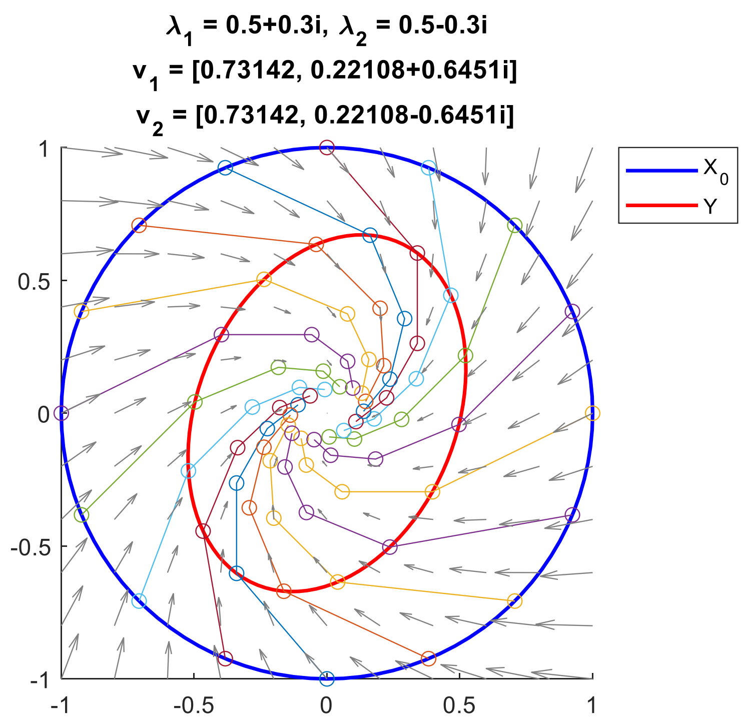
Układ jest niestabilny, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie przeskakując nad punktem równowagi oddala się od niego.



3.3 Wartości własne zespolone

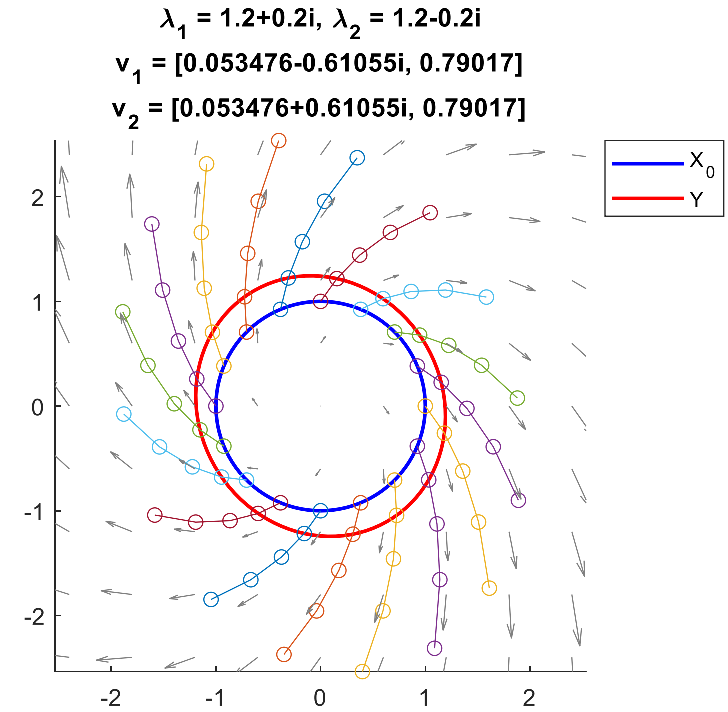
3.3.1 Wartości o części rzeczywistej dodatniej i module mniejszym od 1

Układ jest stabilny asymptotycznie, trajektorie zbiegają po spiralach do punktu równowagi.



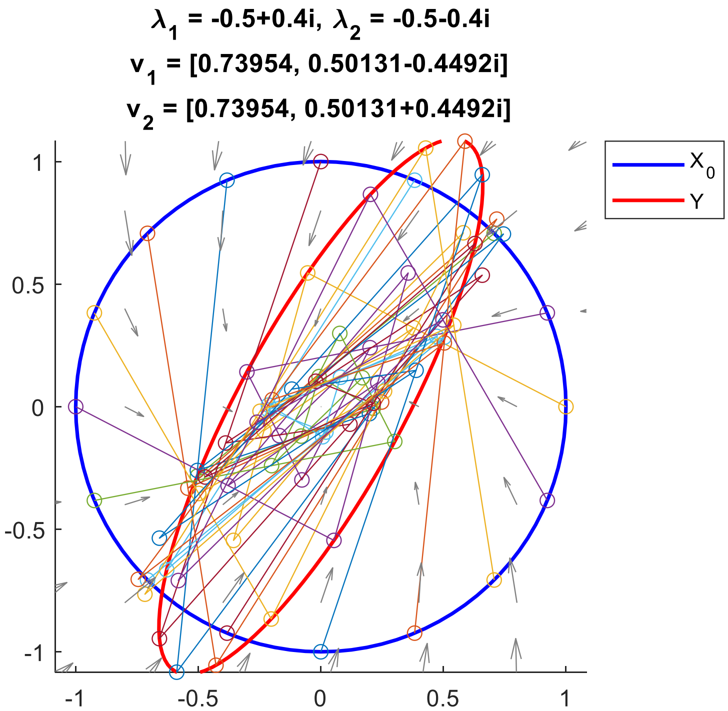
3.3.2 Wartości o części rzeczywistej dodatniej i module większym od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie po spiralach oddalają się od punktu równowagi.



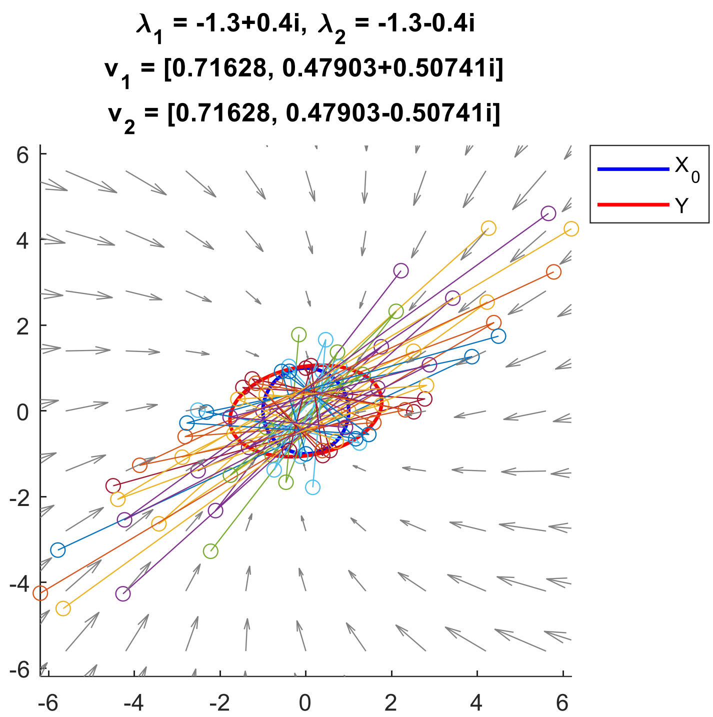
3.3.3 Wartości o części rzeczywistej ujemnej i module mniejszym od 1

Układ jest stabilny, trajektorie przeskakują po spiralach dookoła punktu stabilności, zbliżając się do niego coraz bardziej.



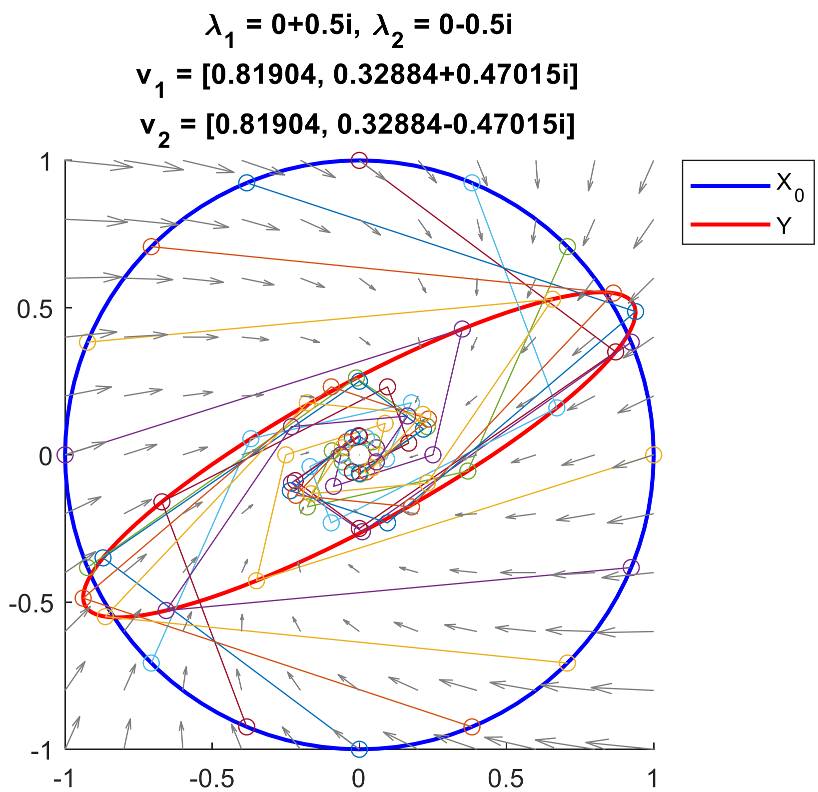
3.3.4 Wartości o części rzeczywistej ujemnej i module większym od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie przeskakują po spiralach dookoła punktu stabilności, oddalając się od niego coraz bardziej.



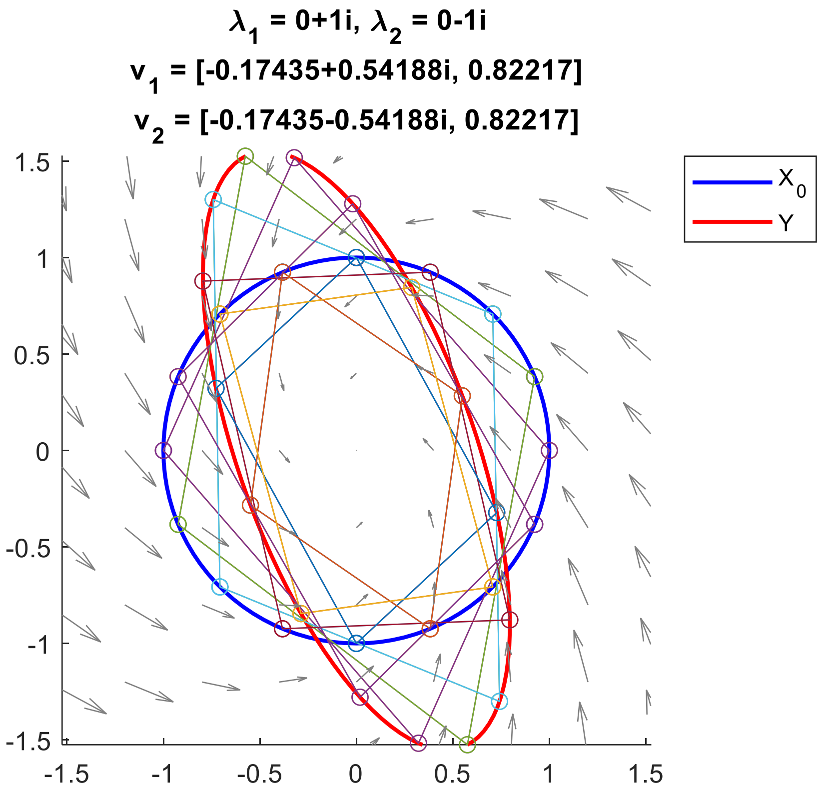
3.3.5 Wartości o części rzeczywistej równej 0

Układ stabilny, trajektorie zbiegają po spiralach do punktu 0.



3.3.6 Wartości o części rzeczywistej równej 0 i urojonej równej 1

Układ stabilny, trajektorie przeskakują do tych samych punktów stabilnych.



4 Wnioski

- Wektory własne macierzy wyznaczają kierunek w którym są przemieszczane punkty znajdujące się w układzie. Wartości własne natomiast wyznaczają odległość o którą punkt zostanie przesunięty.
- Dla wartości własnych o module mniejszym od 1 układy są stabilne – trajektorie zbiegają do punktu stabilności
- Dla wartości własnych o module większym od 1 układy są niestabilne – trajektorie oddalają się od punktu stabilności
- Układy z wartością własną o części rzeczywistej mniejszej od 0 trajektorie przeskakują dookoła punktu stabilności
- Dla wartości własnych zespolonych trajektorie przyjmują kształt spirali