# Maciej Kozub

# Laboratorium 3 – równania nieliniowe

## 2. Metoda bisekcji

Metoda bisekcji znajduje przybliżone rozwiązania równania f(x) = 0 na przedziale [a,b] dla funkcji określnych na tym przedziale pod warunkiem że wartości f na końcach tego przedziału są różnego znaku, gwarantuje to wystąpienie na tym przedziale miejsca zerowego. Algorytm w każdym kroku dzieli podany przedział na połowy zatem szerokość przedziału w którym szukamy miejsca zerowego maleje wykładniczo w każdym przebiegu iteracji.
Poniższe wyniki przedstawiają uzyskane przybliżenia miejsc zerowych oraz liczę iteracji potrzebnych do ich wyznaczenia dla kolejnych dokładności: $10^{-7}$, $10^{-15}$, $10^{-33}$.

```
4.73004 24
0.860334 24
1.82938 23

4.73004 51
0.860334 51
1.82938 48

0.860334 53
1.82938 53
```

Dla pierwszej funkcji nie udało się tą metodą wyznaczyć miejsca zerowego z dokładnością większą niż $10^{-15}$, powodem jest brak ciągłości funkcji w pobliżu jej miejsca zerowego z czym algorytm bez dodatkowych warunków wyjścia nie umie sobie poradzić.
Można również zauważyć ze raz ze zwiększeniem oczekiwanej dokładności niezbędne jest wykonanie większej liczby iteracji.
Aby wyznaczyć k pierwszych dodatnich pierwiastków funkcji należy ustalić odpowiedni ε i ustawić końce przedziałów odpowiednio: a = 0,  = a +  ε. Następnie analizując wartość wyrażenia f(a)·f(b) zwiększamy ε do momentu aż wartość ta będzie mniejsza od 0. Wtedy z racji spełnienia warunków metody bisekcji możemy wyznaczyć pierwsze miejsce zerowe funkcji. Następnie zaczynamy poszukiwania kolejnego odpowiedniego przedziały ustawiając a = b i powtarzamy te czynności k razy.
Skuteczność tej metody zależy od dobrze dobranego ε, zbyt małe spowalnia algorytm jednak zbyt duże może spowodować pominięcie któregoś miejsca zerowego (gdy w danym przedziale dwa znajdują się blisko siebie).

## 3. Metoda Newtona

Metoda Newtona wyznacza przybliżone miejsce zerowe funkcji przez wyznaczenie przecięcia stycznej do wykresu funkcji z osią OX. Wymagane jest aby funkcja była określana na zadanym przedziale [a,b], ciągła na nim oraz na jego krańcach wartości funkcji miały różne znaki. Dodatkowo ze względu na wyznaczanie punktów przecięć stycznych i osi OX pierwsza pochodna funkcji na tym przedziale musi być różna od zera.
Pochodna w punkcie została wyznaczana numerycznie. Wyniki metody Newtona przedstawiono poniżej.

```
4.73004 7
0.860334 4
1.82938 6

4.73004 8
0.860334 6
1.82938 7

4.73004 8
0.860334 6
1.82938 8
```

Można zauważyć że metoda Newtona jest zdecydowanie szybciej zbieżna od metody bisekcji. Wymaga mniejszej liczby iteracji oraz każda iteracja znacznie zwiększa dokładność wyniku.

## 4. Metoda siecznych

Metoda siecznych jest dość podobno do metody Newtona tylko zamiast szukać miejsc przecięcia stycznej do wykresu funkcji z osią OX, wykorzystuje sieczne. Warunki początkowe funkcji są analogiczne. Algorytm siecznych nie zawsze jest zbieżny, jeżeli źle dobierzemy przedział początkowy metoda ta może okazać się nieskuteczna. Wyniki przedstawiono poniżej.

```
4.73004 5
nan 100
1.82938 9

4.73004 7
nan 100
1.82938 10

4.73004 7
nan 100
1.82938 11
```

Metoda siecznych również jest szybciej zbieżna od metody bisekcji ale trochę wolniej zbieżna niż metoda Newtona. Warto również zauważyć że w przypadku drugiej funkcji metoda ta okazała się nieskuteczna z powodu wybrania punktów początkowych leżących na współrzędnej asymptot pionowych co uniemożliwiło jej wyznaczenie siecznej.