

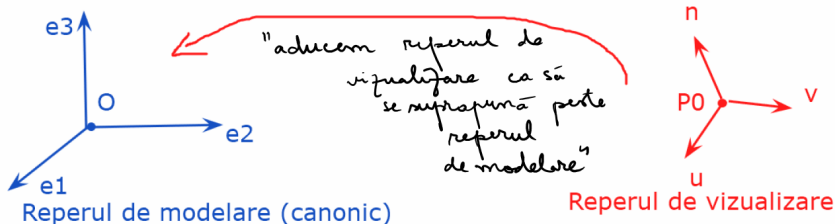
Transformări (IV). Proiecții

Mihai-Sorin Stupariu

Sem. I, 2023 - 2024

Schimbarea reperului ca transformare

Schimbarea de reper \leftrightarrow Efectuarea unei transformări



Descrierea transformărilor:

- translație a.î. P_0 să devină originea, adică aplicarea

$$T(-x_0, -y_0, -z_0) \quad \text{vectorii sînt } 2 \times 2, \text{ cu normă } 1$$

- rotație 3D a.î. reperul ortonormat (u, v, n) să se suprapună cu reperul ON (e_1, e_2, e_3)

- ▶ Rolul transformărilor de proiecție: de a permite reprezentarea unei lumi 3D, teoretic nemărginite, pe un monitor 2D mărginit.

- ▶ Rolul transformărilor de proiecție: de a permite reprezentarea unei lumi 3D, teoretic nemărginite, pe un monitor 2D mărginit.
- ▶ Despre aplicarea proiecțiilor:

- ▶ Rolul transformărilor de proiecție: de a permite reprezentarea unei lumi 3D, teoretic nemărginite, pe un monitor 2D mărginit.
- ▶ Despre aplicarea proiecțiilor:
 - dacă nu a fost efectuată nicio transformare de modelare, proiecția este aplicată în raport cu reperul de modelare, fiind decupat pătratul “standard” $[-1, 1] \times [-1, 1]$,

- ▶ Rolul transformărilor de proiecție: de a permite reprezentarea unei lumi 3D, teoretic nemărginite, pe un monitor 2D mărginit.
- ▶ Despre aplicarea proiecțiilor:
 - dacă nu a fost efectuată nicio transformare de modelare, proiecția este aplicată în raport cu reperul de modelare, fiind decupat pătratul “standard” $[-1, 1] \times [-1, 1]$,
 - dacă a fost efectuată o transformare de vizualizare (observatorul a fost “adus” în origine, axele au fost “aliniat”, etc.): din punctul de vedere al logicii imaginii, decuparea / proiecția sunt realizate în raport cu observatorul și reperul de vizualizare. Altfel spus, proiecția este aplicată după transformarea de vizualizare.

- ▶ Rolul transformărilor de proiecție: de a permite reprezentarea unei lumi 3D, teoretic nemărginite, pe un monitor 2D mărginit.
- ▶ Despre aplicarea proiecțiilor:
 - dacă nu a fost efectuată nicio transformare de modelare, proiecția este aplicată în raport cu reperul de modelare, fiind decupat pătratul “standard” $[-1, 1] \times [-1, 1]$,
 - dacă a fost efectuată o transformare de vizualizare (observatorul a fost “adus” în origine, axele au fost “aliniat”, etc.): din punctul de vedere al logicii imaginii, decuparea / proiecția sunt realizate în raport cu observatorul și reperul de vizualizare. Altfel spus, proiecția este aplicată după transformarea de vizualizare.
- ▶ O proiecție este o transformare care implică (i) decuparea, (ii) proiecția propriu-zisă, fiind necesară o matrice 4×4 adecvată. Din punct de vedere al implementării: dacă `matVis` este matricea de vizualizare (dată de `glm::lookAt()`) și `matPr` este matricea de proiecție, atunci în codul sursă trebuie să apară `matPr * matVis`.

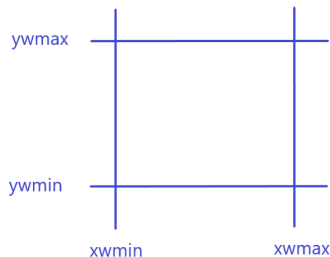
Cazul 2D

► `glm::ortho (xwmin, xwmax, ywmin, ywmax);`

Cazul 2D

- ▶ `glm::ortho (xwmin, xwmax, ywmin, ywmax);`
- ▶ Efectul: este decupat un dreptunghi \mathcal{D} din planul orizontal Oxy (se presupune că nu au fost aplicate alte transformări). Dreptunghiul \mathcal{D} are laturile paralele cu axele de coordonate, fiind delimitat de dreptele

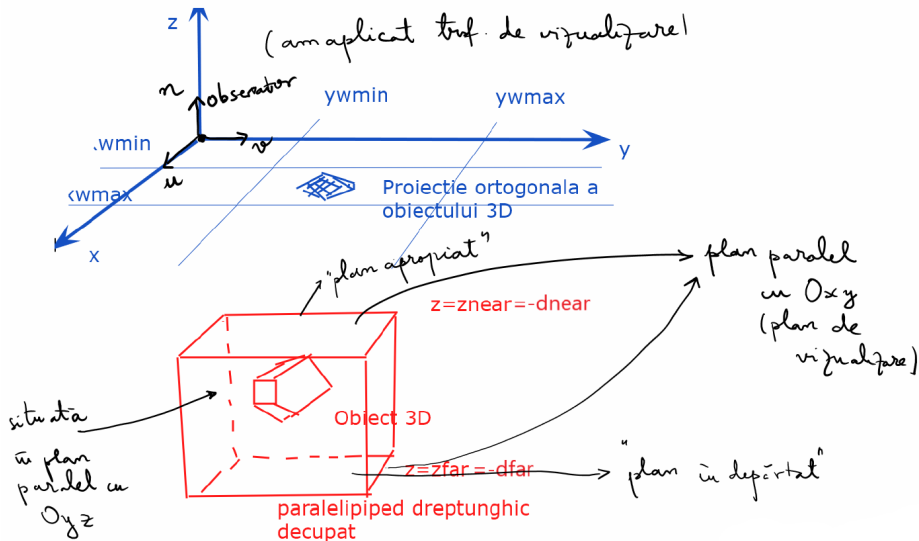
$$x = xwmin, \quad x = xwmax, \quad y = ywmin, \quad y = ywmax.$$



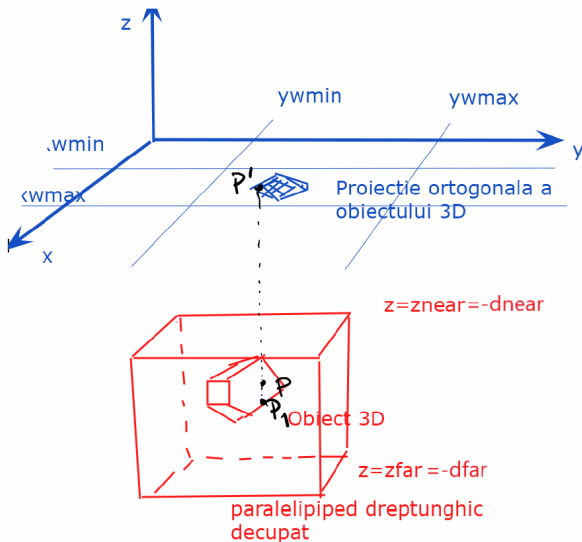
Apoi este realizată o transformare a dreptunghiului \mathcal{D} în pătratul “standard” $[-1, 1] \times [-1, 1]$. Matricea 4×4 asociată transformării poate fi determinată explicit.

Cazul 3D - proiecții ortogonale

```
glm::ortho (xwmin, xwmax, ywmin, ywmax, dnear, dfar);
```



Ce este o proiecție ortogonală?



P' este în pr.
ortog. a lui P_1 .

P' = proiecția
ortogonală
a lui P
(prin P ducem
o dreaptă
perp. pe Oxy ,
apoi intersecția
cu Oxy)

Cazul 3D - proiecții ortogonale

Matricea 4×4 asociată este

$$\mathcal{M}_{\text{orto,norm}} = \begin{pmatrix} \frac{2}{xw_{\max} - xw_{\min}} & 0 & 0 & -\frac{xw_{\max} + xw_{\min}}{xw_{\max} - xw_{\min}} \\ 0 & \frac{2}{yw_{\max} - yw_{\min}} & 0 & -\frac{yw_{\max} + yw_{\min}}{yw_{\max} - yw_{\min}} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{z_{\text{near}} - z_{\text{far}}} & \frac{z_{\text{near}} + z_{\text{far}}}{z_{\text{near}} - z_{\text{far}}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Această matrice are rolul de a transforma un **paralelipiped dreptunghic** decupat în paralelipipedul “standard” $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$, apoi, în mod implicit, sunt reținute primele două coordonate.

Cazul 3D - proiecții perspective

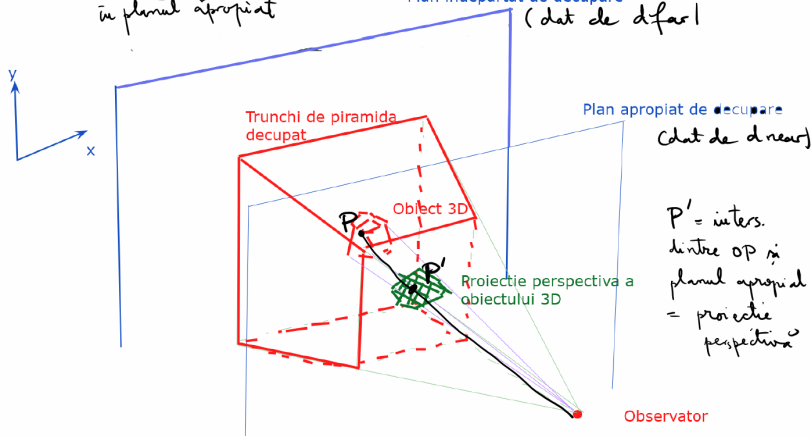
`glm::frustum()` - este decupat un trunchi de piramidă.

`glm::frustum(xwmin, xwmax, ywmin, ywmax, dnear, dfar);`

în planul apropiat

Plan îndepărtat de decupare

(dat de `dfar`)



Cazul 3D - proiecții perspective

`glm::perspective()` - este decupat un trunchi de piramidă decupat dintr-o piramidă în care înălțimea dusă din vârful piramidei inițiale (observator) cade în centrul dreptunghiului. "Deschiderea" piramidei este dată de fov.

```
glm::perspective(fov, aspect, ywmax, dnear, dfar);
```

unghiul diedru dintre planele π_1, π_2

raport dintre dimensiunilor decupate

Plan indepartat de decupare

