

1 Distanțe

1. Distanța Manhattan:

$$L_1((x_1, x_2, x_3 \dots, x_n), (y_1, y_2, y_3 \dots, y_n)) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

2. Distanța Euler:

$$L_2((x_1, x_2, x_3 \dots, x_n), (y_1, y_2, y_3 \dots, y_n)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

3. Distanța Minkowski:

$$L_p((x_1, x_2, x_3 \dots, x_n), (y_1, y_2, y_3 \dots, y_n)) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p}$$

2 Metrici

2.1 Clasificare

1. **Precizie:** (DOAR cazul binar) $P = \frac{TP}{TP+FP}$

2. **Recall:** (DOAR cazul binar) $R = \frac{TP}{TP+FN}$

3. **Specificitate:** (DOAR cazul binar) $S = \frac{TN}{TN+FP}$

4. **Acuratețe:** $A = \frac{T}{T+F}$

5. **F_β -score** (DOAR cazul binar) $F_\beta = (1 + \beta^2) \cdot \frac{P \cdot R}{(\beta^2 \cdot P) + R}$

2.2 Regresie

1. **Corelația Kendall-Tau:** $\tau_a = \frac{P-Q}{\frac{n(n-1)}{2}}$

$P = |\{(i, j) : 1 \leq i < j \leq n, (x_i - x_j)(y_i - y_j) > 0\}|$ (numărul de perechi concordante)

$Q = |\{(i, j) : 1 \leq i < j \leq n, (x_i - x_j)(y_i - y_j) < 0\}|$ (numărul de perechi discordante)

3 Bayes

1. $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$

2. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

3. Teoremă: Clasificatorul Bayes h_{Bayes} este optim. (i.e. $\text{error}_{\text{true}}(h_{\text{Bayes}}) \leq \text{error}_{\text{true}}(h), \forall h$)

4 Funcții Kernel

Definiție: O funcție finit pozitiv semi-definită $k : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ pentru care există o funcție de scufundare $\phi : x \in \mathbb{R}^m \rightarrow \phi(x) \in F$ cu F - spațiu Hilbert astfel încât se verifică relația

$$k(x, z) = \langle \phi(x), \phi(z) \rangle$$

4.1 Exemple

1. **RF (Gaussiană):** $k(x, z) = e^{-\frac{\|x-z\|^2}{2\sigma^2}}$
2. **Intersecție:** $k(x, z) = \sum_i \min\{x_i, z_i\}$
3. **Hellinger:** $k(x, z) = \sum_i \sqrt{x_i \cdot z_i}$
4. **PQ:** $k(x, z) = 2(P - Q)$

4.2 Obținerea de noi funcții kernel

- (i) $k(x, z) = k_1(x, z) + k_2(x, z)$
- (ii) $k(x, z) = ak_1(x, z)$
- (iii) $k(x, z) = k_1(x, z) \cdot k_2(x, z)$
- (iv) $k(x, z) = f(x) \cdot f(z)$
- (v) $k(x, z) = x'Bz$

k_1, k_2 - funcții kernel

a - constantă reală pozitivă

f - funcție cu valori reale

B - matrice simetrică pozitiv semidefinită

4.3 Normalizarea datelor

1. **Forma primală:** $\frac{\phi(x)}{\|\phi(x)\|}$
2. **Forma duală:** $\frac{k(x_i, z_j)}{\sqrt{k(x_i, z_i) \cdot k(x_j, z_j)}}$
3. **Matricea kernel:** $\frac{K_{ij}}{\sqrt{K_{ii} \cdot K_{jj}}}$
4. **Forma duală a unei matrici X :** $X \cdot X^T$

5 Regresii

1. **Costul regresiei Lasso:** $\text{cost}(y, \text{yhat}) = \sum_i (\text{yhat}_i - y_i)^2 + \alpha \|W\|^1$
2. **Costul regresiei Ridge:** $\text{cost}(y, \text{yhat}) = \sum_i (\text{yhat}_i - y_i)^2 + \alpha \|W\|^2$

6 Erori

1. **Mean Squared Error (MSE):** $MSE(y, \text{yhat}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{yhat}_i - y_i)^2$
2. **Mean Absoulte Error (MAE):** $MAE(y, \text{yhat}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\text{yhat}_i - y_i|$

7 Calcule convoluții

- Input: $H \times W \times D$
 - Filtre: x filtre de $y \times y$
 - Stride: z
 - Padding: p
1. **Număr parametrii strat:** $n_{\text{parametrii}} = (y \cdot y \cdot D + 1) \cdot x$
 2. **Dimensiune output:** $O \times O \times D$, unde $O = (W - y + 2 \cdot p)/z + 1$
(+1 vine de la bias)

8 Perceptroni

1. **Output:** $Y = X \cdot W + b$
 X - input, W - weights, b - bias.
2. **Reactualizare weights:** $NW = W - l \cdot G$
 W - weights, G - gradienti, l - learning rate

9 Funcții de activare

1. **ReLU:** $f(x) = \max(0, x) \in [0, \infty]$
2. **PReLU:** $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ \alpha \cdot x & x < 0 \end{cases}$
3. **Leaky ReLU:** $f(x) = \max(0.1x, x)$ 0.01
4. **ELU:** $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ \alpha(\exp(x) - 1) & x < 0 \end{cases}$
5. **Sigmoid:** $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \in [0, 1]$
6. **Tanh:** $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \in [-1, 1]$
7. **Softmax:** $\mathcal{L}_i = -\log\left(\frac{e^{s_{y_i}}}{\sum_j e^{s_j}}\right)$
 s_{y_i} - scorul etichetei y_i

10 k-NN

1. **Outputul unei regresii prin k-NN:** $\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K y_i$
 y_i - eticheta vecinului i
2. **Blestemul dimensionalității:** Avem nevoie de 5^n date pentru spațiul \mathbb{R}^n .