# Rețele neuronale. Concepte despre modele de învățare deep.

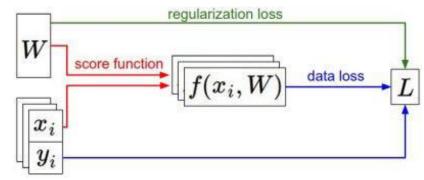
Prof. Dr. Radu Ionescu raducu.ionescu@gmail.com
Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

#### Din cursul trecut:

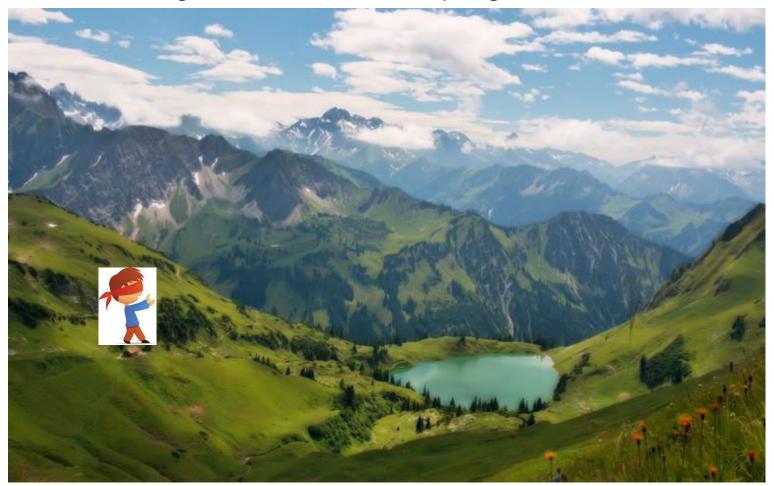
O mulţime de perechi (x,y)

- e.g.
- O funcție de atribuire a scorului: s=f(x;W)=Wx
- O funcție de pierdere:

$$L_i = -\log(rac{e^{sy_i}}{\sum_j e^{s_j}})$$
 SVM $L_i = \sum_{j 
eq y_i} \max(0, s_j - s_{y_i} + 1)$  $L = rac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i + R(W)$  Cu regularizare



## Algoritm: Coborârea pe gradient



## În concluzie:

=>

- Gradientul numeric: aproximativ, încet, ușor de scris
- Gradientul analitic: exact, rapid, înclinat spre greșeli

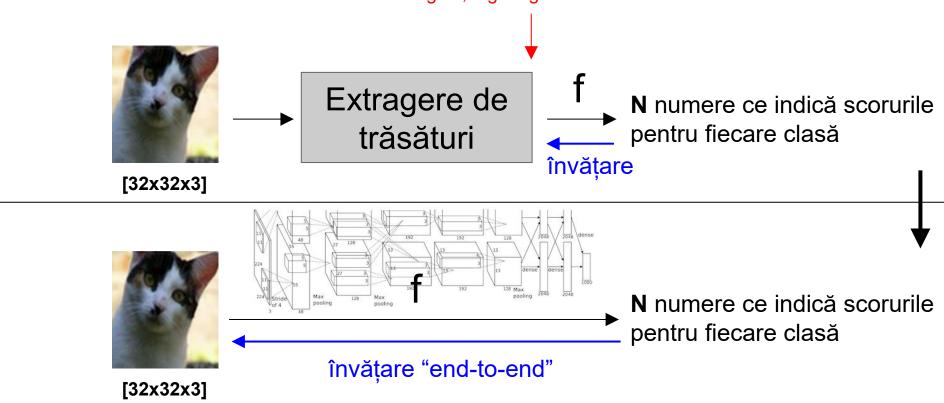
În practică: Folosim întotdeauna gradientul analitic, dar verificăm implementarea cu gradientul numeric. Acest proces se numește verificarea gradientului (gradient checking)

# Algorimtul coborârii pe gradient (Python)

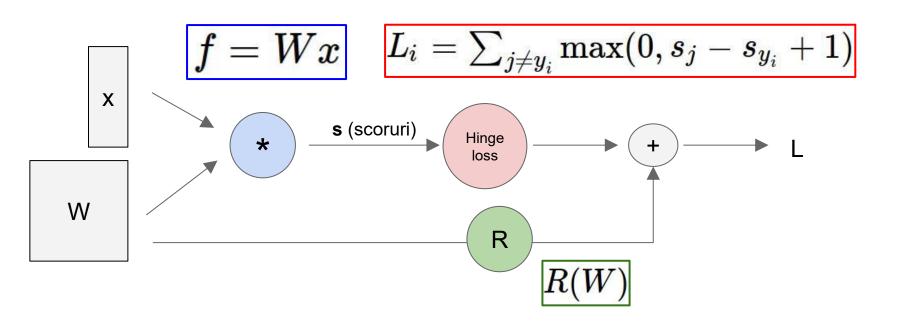
```
def GD(W0, X, goal, learningRate):
   perfGoalNotMet = true
   M = MO
   while perfGoalNotMet:
      gradient = eval gradient(X, W)
      W 	ext{ old} = W
      W = W - learningRate * gradient
      perfGoalNotMet = sum(abs(W - W old)) > goal
```

# De la extragere "manuală" către învățare

vector ce descrie statistici despre imagine, e.g. bag-of-words



# Privim algoritmul ca un graf computațional

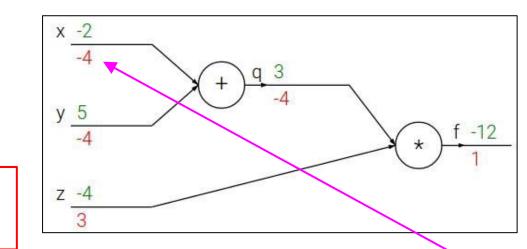


$$f(x, y, z) = (x + y)z$$
  
e.g. x = -2, y = 5, z = -4

$$q=x+y \qquad rac{\partial q}{\partial x}=1, rac{\partial q}{\partial y}=1$$

$$f=qz$$
  $rac{\partial f}{\partial q}=z, rac{\partial f}{\partial z}=q$ 

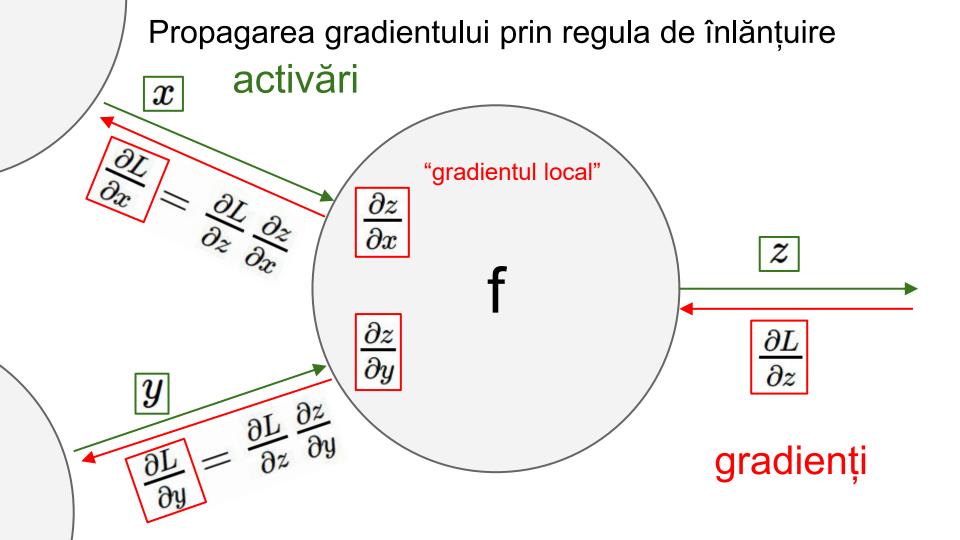
vrem:



Regula de înlănțuire:

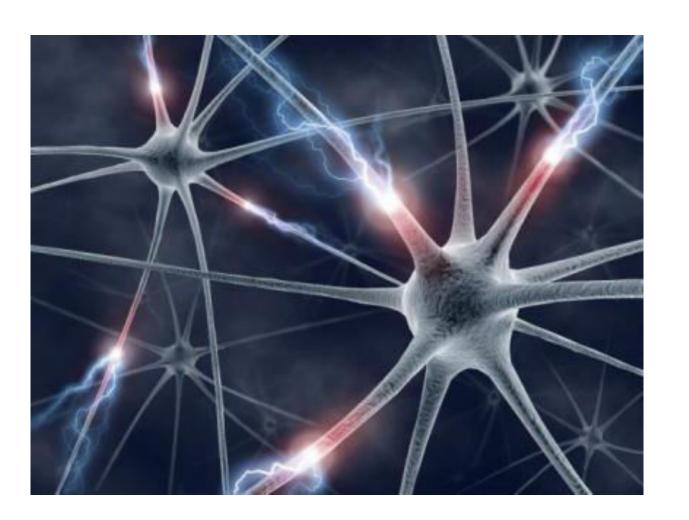
$$\frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x}$$

 $\overline{\partial x}$ 



## Din cursul trecut....

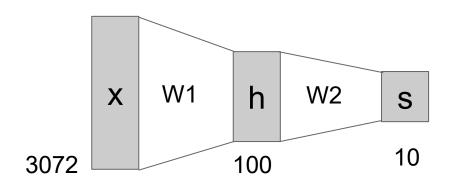
- Rețelele neuronale pot fi foarte mari: nici o speranță să scriem formula de mână pentru toți parameterii (folosim gradientul analitic)
- Backpropagare = aplicarea recursivă a regulii de înlănţuire (chain rule) de-a lungul unui graf computaţional pentru calcularea gradienţilor parametrilor / intrărilor
- Implementările menţin o structură de graf în care nodurile implementează funcţiile forward() / backward()
- forward: calculează rezultatul unei operații și salvează în memorie intrările / rezultatele intermediare necesare la calcularea gradientului
- backward: aplicarea regulii de înlănţuire pentru calcularea gradientului funcţiei de pierdere în raport cu intrările



# Rețele neuronale: fără paralela cu neurologia

(Înainte) Funcție liniară de scoring: f=Wx

(**Acum**) Rețea neuronală cu 2 nivele:  $f = W_2 \max(0, W_1 x)$ 



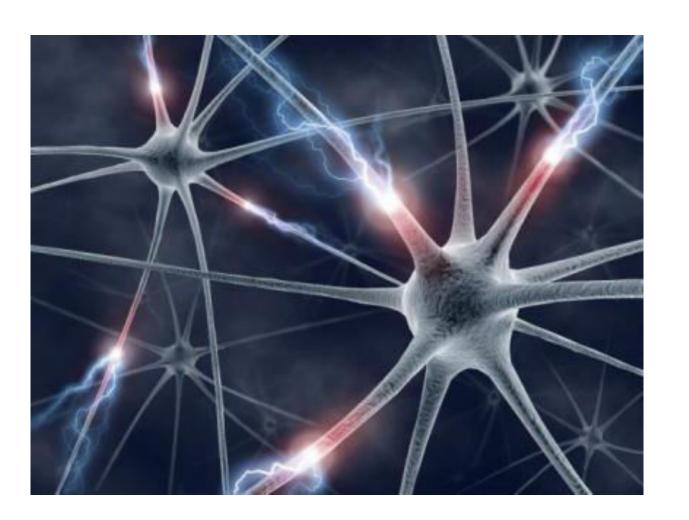
# Rețele neuronale: fără paralela cu neurologia

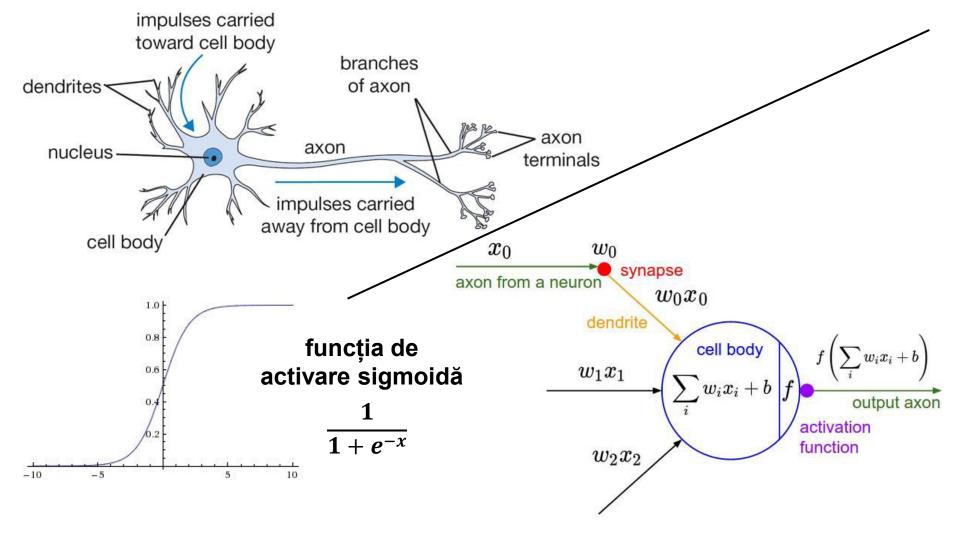
(Înainte) Funcție liniară de scoring: f=Wx

(**Acum**) Rețea neuronală cu 2 nivele:  $f = W_2 \max(0, W_1 x)$ 

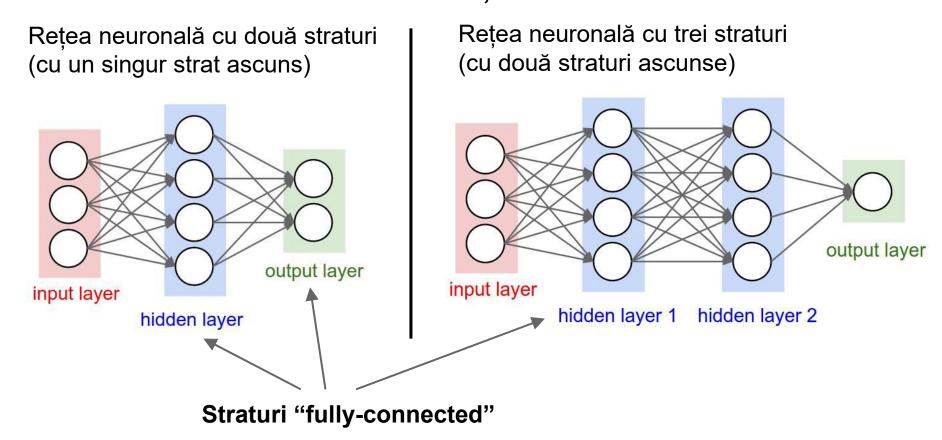
sau cu 3 nivele:

 $f=W_3\max(0,W_2\max(0,W_1x))$ 





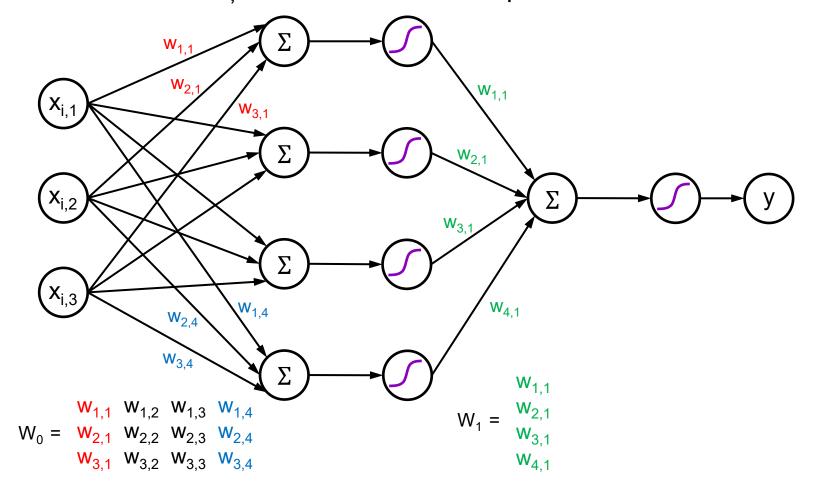
## Arhitecturi de rețele neuronale



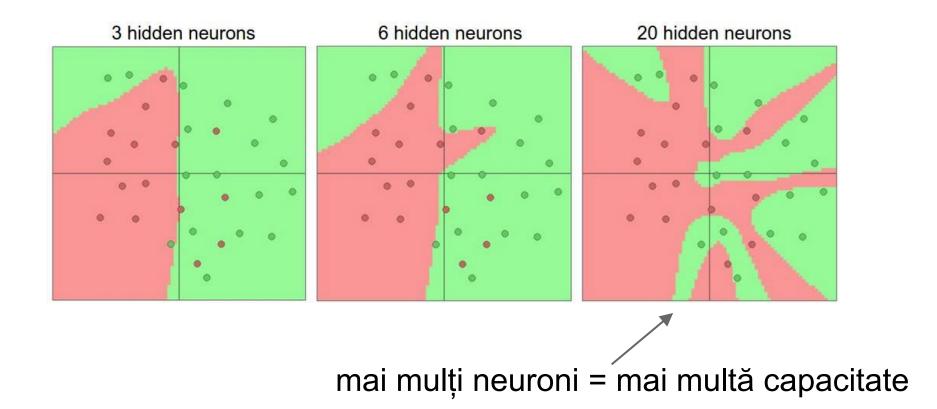
#### Antrenarea unei rețele cu două niveluri necesită ~11 linii de cod (Python)

```
X = np.array([[ , , ], [ , , ], [ , , ]])
Y = np.array([[ , , , ]]).T
W0 = 2 * np.random.random((,,)) -
W1 = 2 * np.random.random((,,)) -
for i in range( ):
    # forward pass
    11 = 1 / (1 + np.exp(-np.matmul(X, W0)))
    12 = 1 / (1 + np.exp(-np.matmul(11, W1)))
    # backward pass
    delta 12 = (Y - 12) * (12 * (1 - 12))
    delta 11 = np.matmul(delta 12, W1.T) * (11 * (1 - 11))
    # gradient descent
    W1 = W1 + np.matmul(11.T, delta 12)
    W0 = W0 + np.matmul(X.T, delta 11)
```

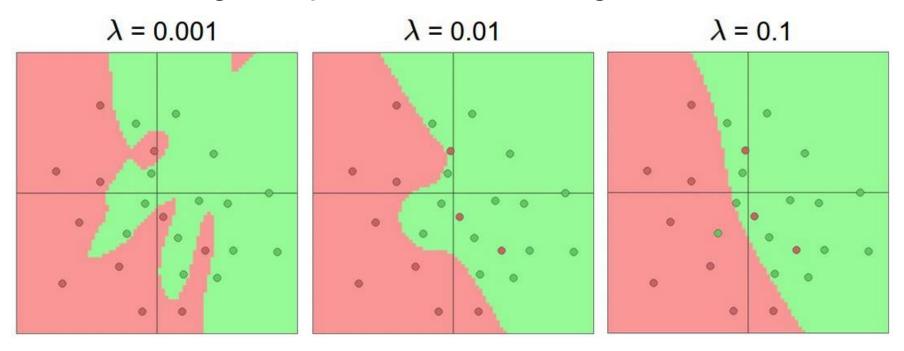
#### Arhitectura rețelei cu două niveluri implementată anterior



## Alegerea numărului de straturi și a numărului de neuroni



## Alegerea parametrului de regularizare



Sfat practic: În general este mai bine să folosim regularizare mai puternică în loc să reducem capacitatea modelului

## Alegerea arhitecturii potrivite

- Aranjăm neuronii în straturi fully-connected
- La nivel de implementare, abstractizarea unui strat ne permite să utilizăm cod vectorial (e.g. înmulţirea matricilor)
- Performanța crește cu cât arhitectura rețelei este mai adâncă (deep), i.e. are mai multe straturi (dar trebuie să folosim o regularizare mai puternică)

# rețelelor neuronale

Antrenarea

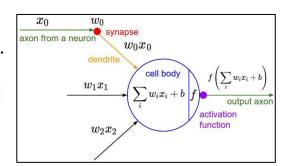
#### **Scurt istoric**

Maşina **Mark I Perceptron** a fost prima implementare a algoritmului perceptronului.

Maşina era conectată la o camera cu 20×20 fotocelule de sulfat de cadmiu pentru a produce o imagine cu 400 de pixeli.

Folosită pentru a recunoaște litere din alfabet.

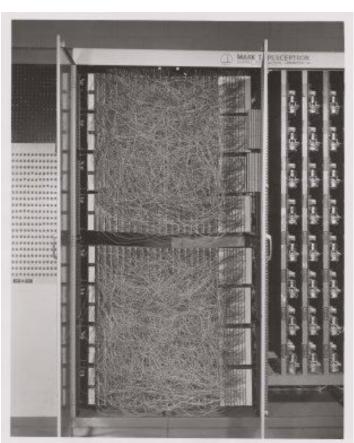
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } w \cdot x + b > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



#### Regula de actualizare

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha(d_j - y_j(t))x_{j,i}$$

Frank Rosenblatt, ~1957: Perceptron



### **Scurt istoric**

Maşina **ADALINE** folosea rezistoare cu memorie capabile să execute operații logice și să stocheze informații.

Funcția de pierdere (suma pătratelor erorilor)

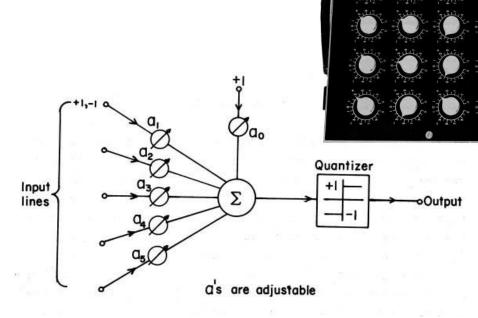
$$\frac{1}{2}\sum_{i}(d^{i}-y^{i})^{2}$$
, unde  $y^{i}=(x^{i})^{T}w+b$ 

#### Regula de actualizare

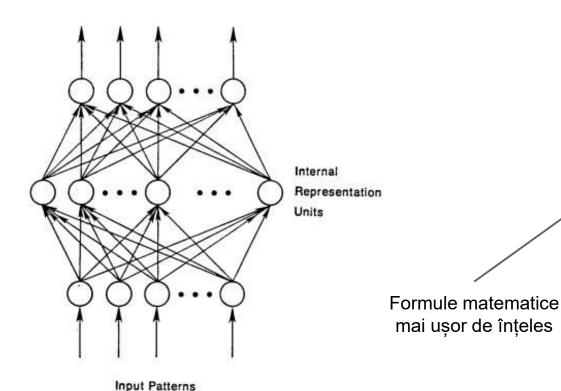
$$w^{k+1} = w^k + \mu \sum_{i=1}^m (d^i - y^i) x^i$$

$$b^{k+1} = b^k + \mu \sum_{i=1}^m (d^i - y^i)$$

Widrow and Hoff, ~1960: Adaline



#### **Scurt istoric**



To be more specific, then, let

$$E_{p} = \frac{1}{2} \sum_{j} (t_{pj} - o_{pj})^{2}$$
 (2)

be our measure of the error on input/output pattern p and let  $E = \sum E_p$  be our overall measure of the error. We wish to show that the delta rule implements a gradient descent in E when the units are linear. We will proceed by simply showing that

$$-\frac{\partial E_p}{\partial w_{ii}} = \delta_{pj} i_{pi},$$

which is proportional to  $\Delta_p w_{ji}$  as prescribed by the delta rule. When there are no hidden units it is straightforward to compute the relevant derivative. For this purpose we use the chain rule to write the derivative as the product of two parts: the derivative of the error with respect to the output of the unit times the derivative of the output with respect to the weight.

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E_p}{\partial o_{pj}} \frac{\partial o_{pj}}{\partial w_{ji}}.$$
(3)

The first part tells how the error changes with the output of the jth unit and the second part tells how much changing  $w_{ji}$  changes that output. Now, the derivatives are easy to compute. First, from Equation 2

$$\frac{\partial E_p}{\partial o_{\rho j}} = -(t_{\rho j} - o_{\rho j}) = -\delta_{\rho j}. \tag{4}$$

Not surprisingly, the contribution of unit  $u_j$  to the error is simply proportional to  $\delta_{pj}$ . Moreover, since we have linear units,

$$o_{pj} = \sum_{i} w_{ji} i_{pi}, \qquad (5)$$

from which we conclude that

$$\frac{\partial o_{pj}}{\partial w_{ii}} = i_{pi}.$$

Thus, substituting back into Equation 3, we see that

$$-\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \delta_{pj} I_i \tag{6}$$

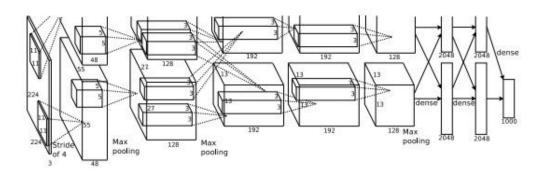
Hinton et al. 1986: Algoritmul de propagare înapoi a erorii (backpropagation)

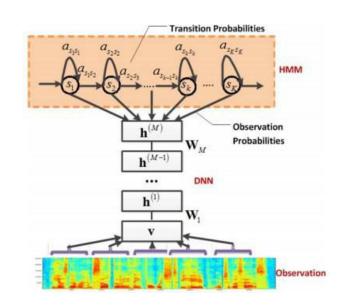
# Primele rezultate semnificative bazate pe învățare cu modele deep

Context-Dependent Pre-trained Deep Neural Networks for Large Vocabulary Speech Recognition
George Dahl, Dong Yu, Li Deng, Alex Acero, 2010

# ImageNet classification with deep convolutional neural networks

Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, Geoffrey E Hinton, 2012







## Antrenarea rețelelor neuronale: privire de ansamblu

#### 1. Ce trebuie să stabilim la început (o dată)

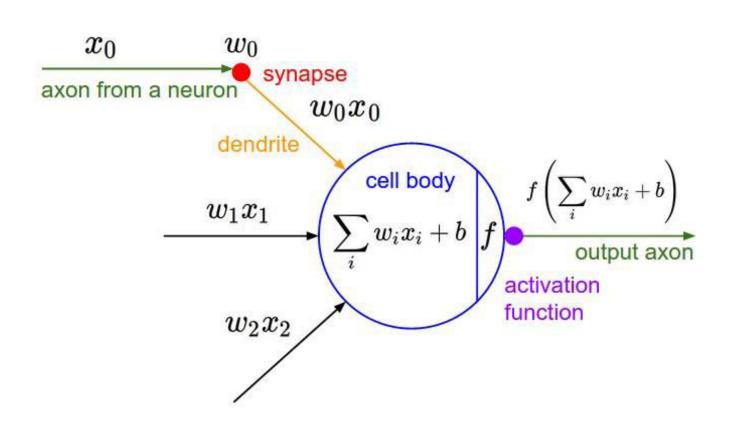
Funcțiile de activare, preprocesarea, inițializarea ponderilor, regularizarea, verificarea gradientului

#### 2. Ce ține de dinamica antrenării

Asistarea procesului de învățare, actualizarea parametrilor, optimizarea hiperparametrilor

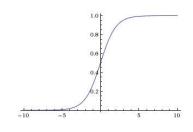
#### 3. Evaluare

Ansamble de modele

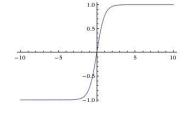


## sigmoidă

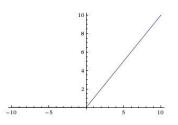
$$\sigma(x)=1/(1+e^{-x})$$



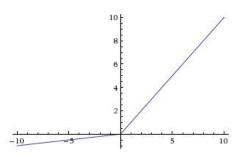
tanh tanh(x)



max(0,x)ReLU



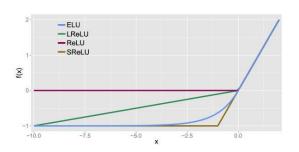
## Leaky ReLU max(0.1x, x)

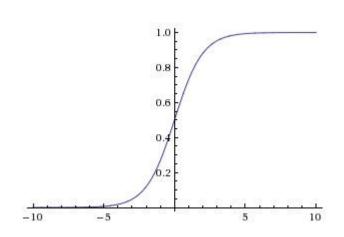


**Maxout**  $\max(w_1^T x + b_1, w_2^T x + b_2)$ 

$$\mathsf{ELU} \quad f(x) \, = \, \Big\{$$

**ELU** 
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x > 0 \\ \alpha (\exp(x) - 1) & \text{if } x \le 0 \end{cases}$$





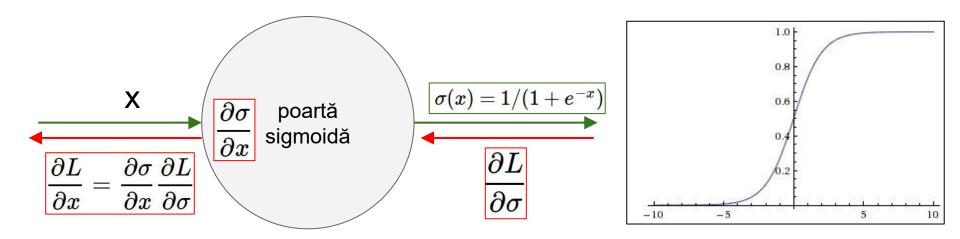
#### sigmoidă

$$\sigma(x)=1/(1+e^{-x})$$

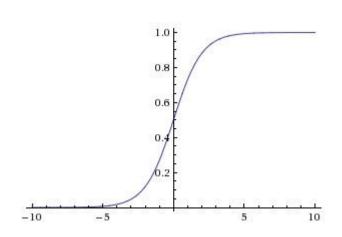
- Aduce numerele în intervalul [0,1]
- Populară din punct de vedere istoric deorece are interpretarea biologică a saturării ratei de activare a unui neuron

#### 3 probleme:

1. Neuronii saturați "omoară" gradienții



Ce se întâmplă când x = -10? Ce se întâmplă când x = 0? Ce se întâmplă când x = 10?



#### sigmoidă

$$\sigma(x)=1/(1+e^{-x})$$

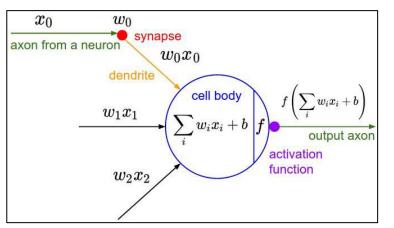
- Aduce numerele în intervalul [0,1]
- Populară din punct de vedere istoric deorece are interpretarea biologică a saturării ratei de activare a unui neuron

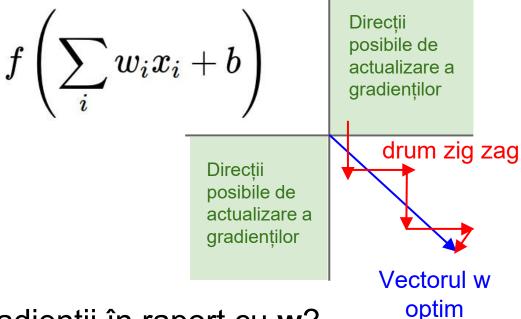
#### 3 probleme:

- 1. Neuronii saturați "omoară" gradienții
- 2. Output-ul funcției sigmoide nu este centrat în zero

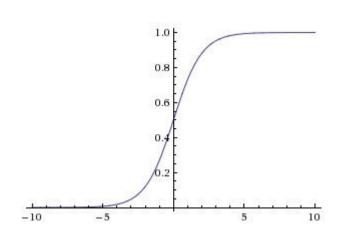
Să considerăm ce se întâmplă dacă intrarea x este

întotdeauna pozitivă:





Ce putem spune despre gradienții în raport cu **w**? Fie toți pozitivi, fie toți negativi :( (din acest motiv ne dorim date de medie zero)



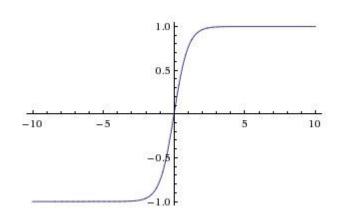
#### sigmoidă

$$\sigma(x)=1/(1+e^{-x})$$

- Aduce numerele în intervalul [0,1]
- Populară din punct de vedere istoric deorece are interpretarea biologică a saturării ratei de activare a unui neuron

#### 3 probleme:

- 1. Neuronii saturați "omoară" gradienții
- 2. Output-ul funcției sigmoide nu este centrat în zero
- 3. exp() are un cost computațional ridicat



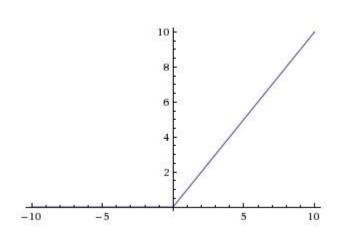
- Aduce numerele în intervalul [-1,1]
- De medie zero (bine)
- Încă omoară gradienții atunci când se saturează :(

## tanh(x)

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

[LeCun et al., 1991]

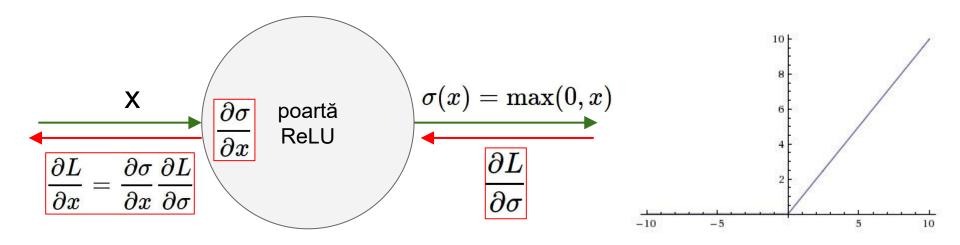
# Funcții de activare



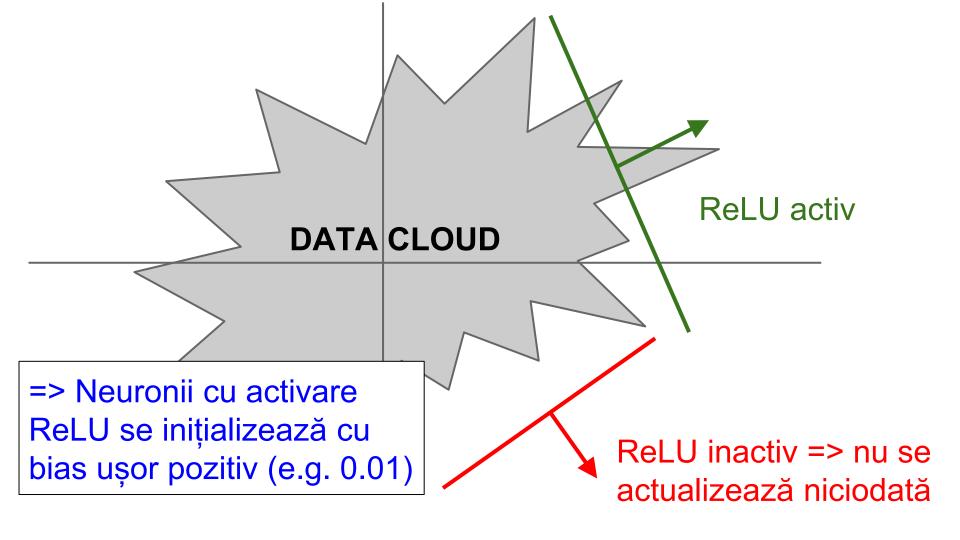
ReLU
(Rectified Linear Unit) f(x) = max(0,x)

- Nu se saturează (în partea pozitivă)
- Foarte eficient computațional
- În practică, converge mult mai rapid decât sigmoida/tanh (e.g. 6x)
- Output-ul nu are media zero
- O situație neplăcută (atunci când x < 0, gradientul este 0)</li>

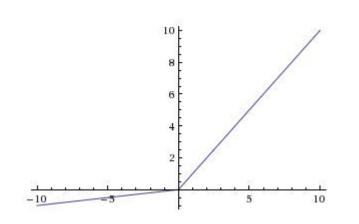
[Krizhevsky et al., 2012]



Ce se întâmplă când x = -10? Ce se întâmplă când x = 0? Ce se întâmplă când x = 10?



# Funcții de activare



- Foarte eficient computațional
- În practică, converge mult mai rapid decât sigmoida/tanh (e.g. 6x)
- Nu se saturează

#### Leaky ReLU

$$f(x) = \max(0.01x, x)$$

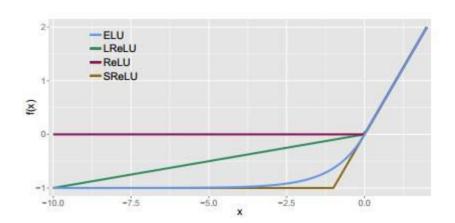
#### Parametric Rectifier (PReLU)

$$f(x) = \max(\alpha x, x)$$

[Mass et al., 2013] [He et al., 2015]

# Funcții de activare

#### **Exponential Linear Units (ELU)**



- Toate beneficiile ReLU
- Nu se saturează
- Output aproape de medie zero

Implică calculul exp()

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x > 0 \\ \alpha (\exp(x) - 1) & \text{if } x \le 0 \end{cases}$$

[Clevert et al., 2015]

# Neuronul cu funcție de activare Maxout

- Nu are forma generală a produsului scalar => non-liniaritate
- Generalizează ReLU și Leaky ReLU
- Liniar pe intervale! Nu se saturează!

$$\max(w_1^T x + b_1, w_2^T x + b_2)$$

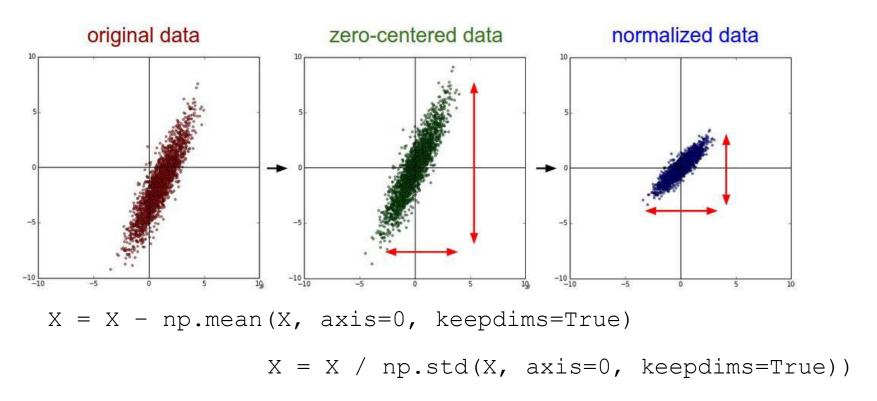
Problemă: se dublează numărul de parametrii/neuroni :(

# Ce funcții de activare în practică?

- Utilizăm ReLU. Trebuie să avem grijă cu rata de învățare
- Putem încerca Leaky ReLU / Maxout / ELU
- Putem încerca tanh (fără așteptări prea mari)
- Evităm pe cât posibil sigmoida

# Preprocesarea datelor

## Preprocesarea datelor



(X este o matrice [NxD], câte un exemplu pe linie)

# Pentru imagini este suficient să centrăm datele

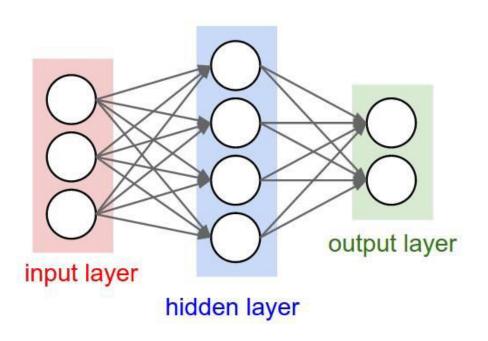
Considerând setul de date CIFAR-10 cu imagini de [32,32,3]

- Scădem imaginea medie (e.g. AlexNet) (imaginea medie = matrice [32,32,3])
- Scădem media pe fiecare canal (e.g. VGGNet)
   (media pe fiecare canal = 3 numere)

Nu este o practică obligatorie să normalizăm imaginile

Inițializarea ponderilor

### Ce se întâmplă dacă inițializăm W=0?



# O primă idee: Inițializăm cu numere aleatorii aproape de zero

```
W = np.random.normal(0, 0.01, (N,D))
(distribuţie normală de medie zero și dispersie 0.01)
```

Funcționează ~bine pentru rețele mici, dar poate conduce la distribuții neomogene ale funcțiilor de activare din straturile unei rețele.

Aproape toți neuronii se saturează complet, fie spre -1 fie spre 1. Gradienții vor fi zero.

# A doua abordare: Inițializare Xavier

Probleme cu alegerea ponderilor inițiale:

- Dacă sunt prea mici, semnalul care se propragă în rețea se diminuează cu fiecare nivel și devine prea mic pentru a fi util
- Dacă sunt prea mari, semnalul care se propragă în rețea crește cu fiecare nivel până când devine prea mare pentru a fi util

Inițializarea Xavier ne asigură că ponderile au magnitudinea potrivită, păstrând semnalul într-un interval rezonabil.

Ponderile inițiale provin dintr-o distribuție normală de medie 0 și o dispresie dată de numărul de perceptroni de pe stratul anterior / posterior:

$$ext{Var}(W) = rac{2}{n_{ ext{in}} + n_{ ext{out}}}$$

[Glorot and Bengio, 2010]

#### Normalizarea Batch

Vrem activări normale de medie 0 și dispersie 1? Le transformăm a.î. să devină așa.

Considerăm activările pe un anumit strat pentru un mini-batch. Pentru a transforma fiecare dimensiune aplicăm:

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - E[x^{(k)}]}{\sqrt{\text{Var}[x^{(k)}]}}$$

#### Normalizarea Batch

Vrem activări normale de medie 0 și dispersie 1? Le transformăm a.î. să devină așa.

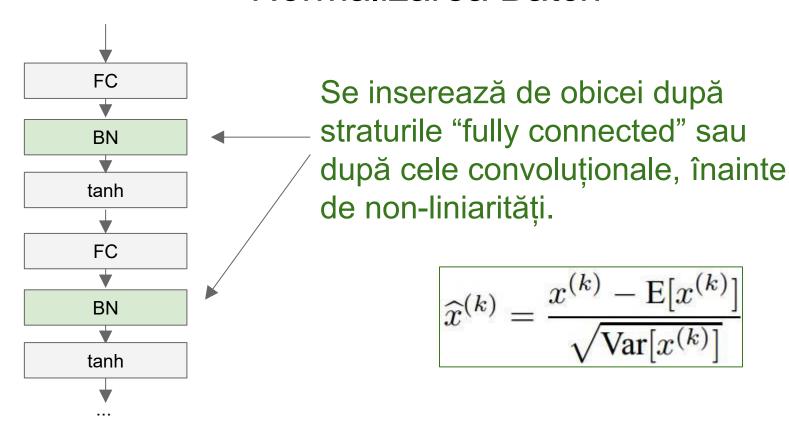
N X

1. Calculăm media empirică și dispersia pentru fiecare dimensiune (independent)

#### 2. Normalizăm

$$\widehat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - E[x^{(k)}]}{\sqrt{\text{Var}[x^{(k)}]}}$$

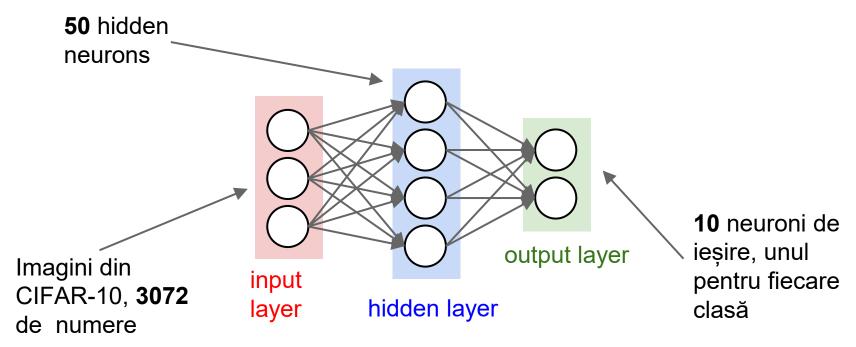
#### Normalizarea Batch



Asistarea procesului de învățare

# Alegerea arhitecturii potrivite

Începem cu un strat ascuns de 50 de neuroni, apoi mărim gradual capacitatea rețelei

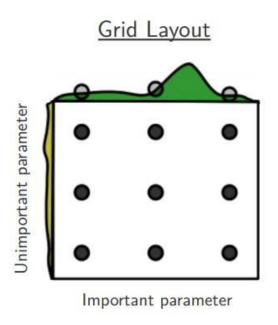


# Sfaturi practice

- Dezactivăm regularizarea şi verificăm dacă valoarea funcției de pierdere este rezonabilă (~2.5 pentru 10 clase este ok)
- 2. Când adăugăm regularizare, valoarea funcției de pierdere ar trebui să crească, e.g. 3.2
- 3. Ne asigurăm că putem face overfitting pe o parte mică din setul de antrenare (e.g. 20 de exemple)

Optimizarea hiperparametrilor

## Strategii de căutare: aleator versus grid



Random Layout Unimportant parameter Important parameter

Random Search for Hyper-Parameter Optimization
Bergstra and Bengio, 2012

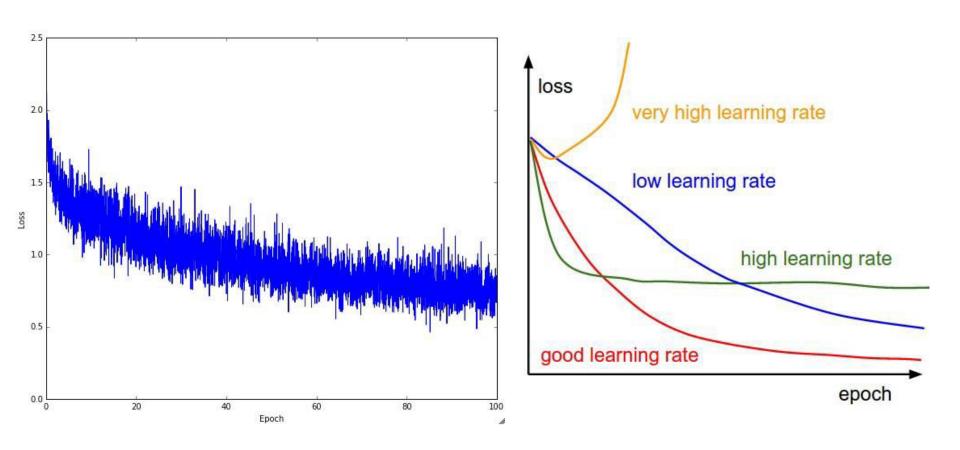
# Hiperparametrii care pot fi optimizați

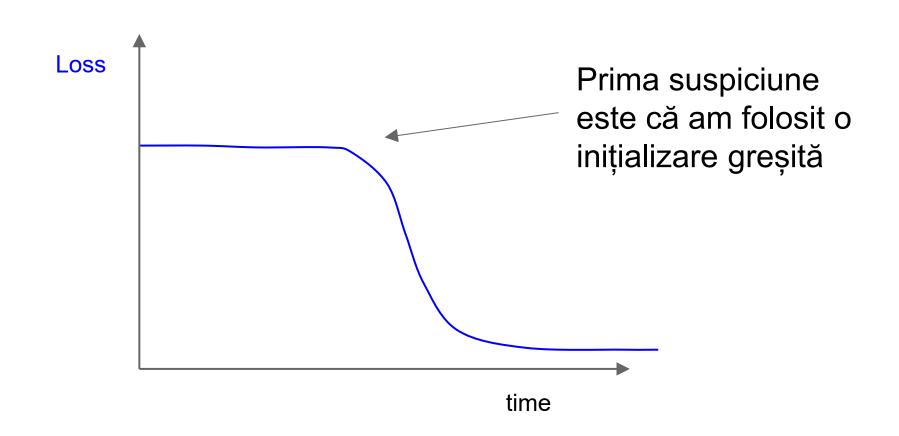
- Arhitectura rețelei
- Rata de învățare, cum se degradează rata (decay)
- Algortimul de învățare: SGD, SGD cu moment, etc.
- Regularizarea (L2 / Dropout)

Lucrul cu rețele neuronale \_ (muzica = funcția de pierdere)

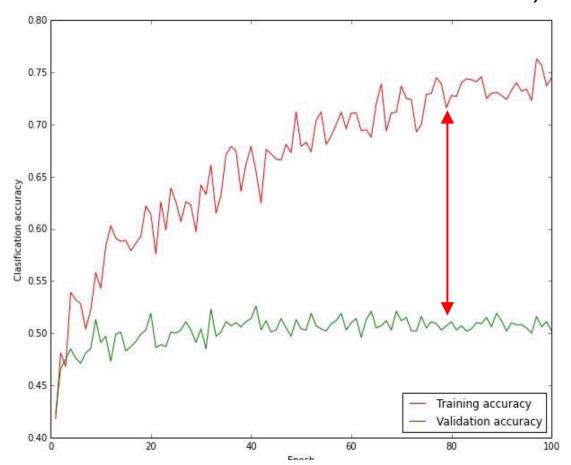


### Monitorizăm evoluția funcției de pierdere





## Monitorizăm evoluția acurateții



distanță mare = overfitting

=> Creștem regularizarea?

distanță foarte mică

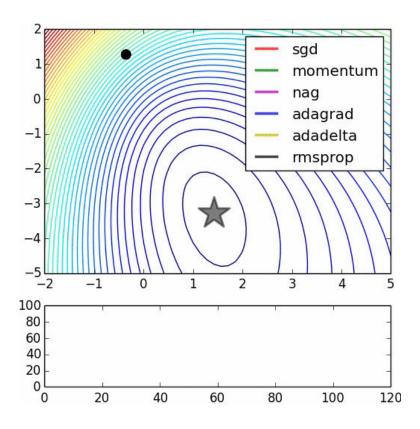
=> Creștem capacitatea modelului?

# Sfaturi practice (până acum)

- Funcții de activare (folosim ReLU)
- Preprocesarea datelor (imagini: scădem media)
- Inițializarea ponderilor (folosim Xavier)
- Batch Normalization (folosim)
- Asistarea procesului de învățare
- Optimizarea hiperparametrilor (încercări aleatoare)

# Algoritmul de optimizare

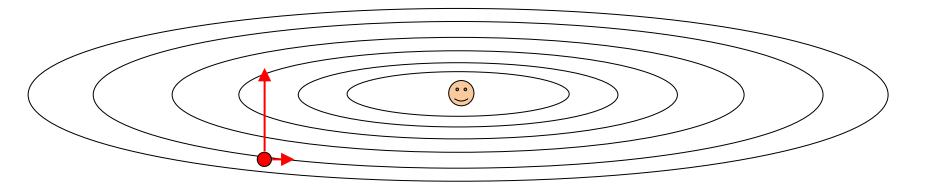
#### Există diverse variante ale algoritmului de antrenare



# Algorimtul coborârii pe gradient (Python)

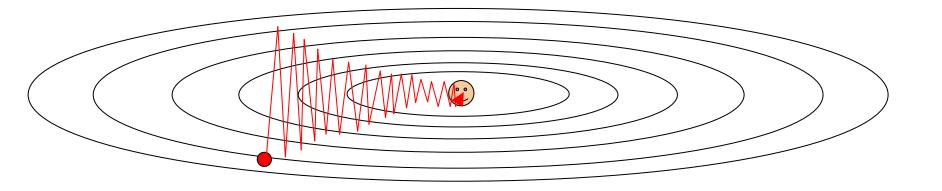
```
def GD(W0, X, goal, learningRate):
   perfGoalNotMet = true
   M = MO
   while perfGoalNotMet:
      gradient = eval gradient(X, W)
      W 	ext{ old} = W
      W = W - learningRate * gradient
      perfGoalNotMet = sum(abs(W - W old)) > goal
```

Dacă funcție este abruptă pe verticală, dar lină pe orizontală:



Q: Care este traiectoria de-a lungul căreia algoritmul SGD converge către minim?

Dacă funcție este abruptă pe verticală, dar lină pe orizontală:



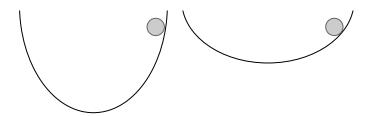
Q: Care este traiectoria de-a lungul căreia algoritmul SGD converge către minim? Progres încet pe direcția cu pantă lină, zig zag pe direcția abruptă

# Algorimtul SGD cu moment (Python)

```
def GD(W0, X, goal, learningRate, mu):
   perfGoalNotMet = true
   M = MO
   V = 0
   while perfGoalNotMet:
      gradient = eval gradient(X, W)
      W 	ext{ old} = W
      V = mu * V - learningRate * gradient
      W = W + V
      perfGoalNotMet = sum(abs(W - W old)) > goal
```

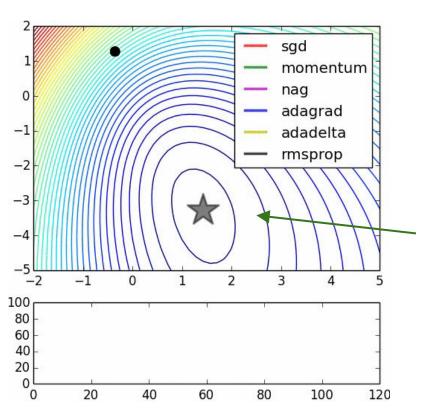
# Algorimtul SGD cu moment

- Interpretarea fizică a unei mingi care se rostogolește pe funcția de pierdere
- Forța de frecare este dată de coeficientul mu
- mu = deobicei în jur de ~0.9, 0.95 sau 0.99 (câteodată se modifică în timp, e.g. de la 0.5 către 0.99)



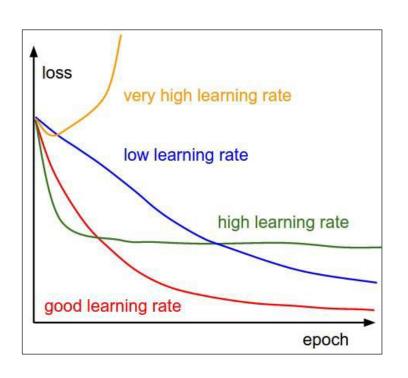
- Permite acumularea vitezei de-a lungul direcțiilor cu pantă lină
- Viteza se amortizează de-a lungul direcţiei abrupte din cauza schimbării dese a semnului / direcţiei de coborâre

#### SGD vs SGD cu moment



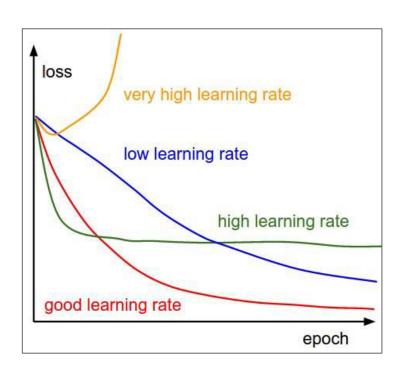
Observăm cum SGD cu moment depășește ținta, dar per total ajunge la minimul local mult mai rapid

# Rata de învățare este un hiperparametru al SGD / SGD cu moment



Q: Care din aceste rate de învățare este mai potrivită?

# Rata de învățare este un hiperparametru al SGD / SGD cu moment



#### => Declinul ratei de învățare în timp

#### step decay:

e.g. rata de învățare se înjumătățește după fiecare câteva epoci

#### exponential decay:

$$lpha=lpha_0e^{-kt}$$

#### 1/t decay:

$$\alpha = \alpha_0/(1+kt)$$

# Ansamble de modele

Evaluare:

#### Ansamble de modele

- 1. Antrenăm independent mai multe modele
- 2. La testare, calculăm media predicțiilor

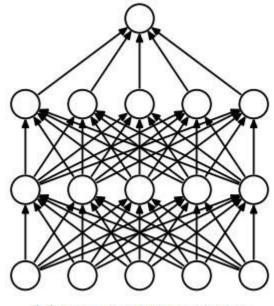
De obicei, acuratețea crește cu ~2%

Sfat practic: o mică îmbunătățire se poate obține și prin calcularea mediei predicțiilor date de un singur model, salvat la momente de timp diferite în timpul antrenării

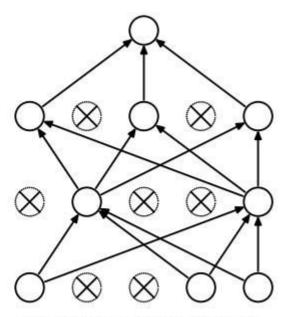
# Regularizare folosind **Dropout**

# Regularizarea folosind **Dropout**

Atribuim în mod aleator ponderi egale cu zero pentru o parte din neuroni (echivalent cu a deconecta o parte din neuroni)



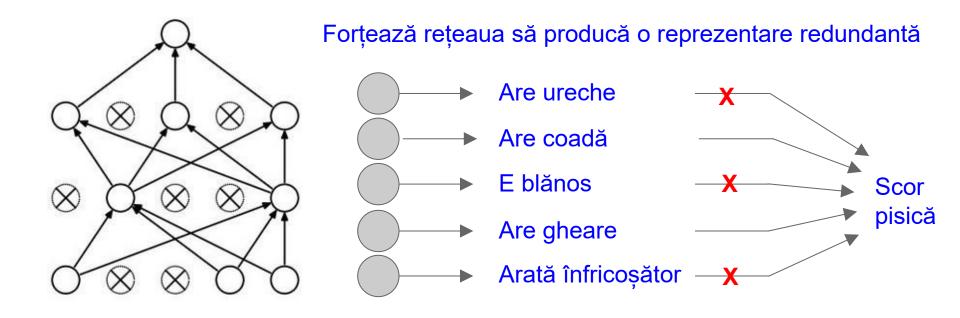
(a) Standard Neural Net



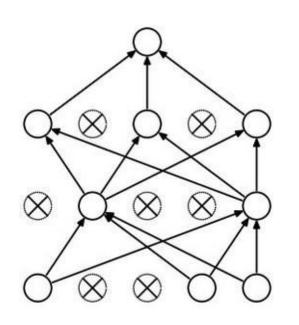
(b) After applying dropout.

[Srivastava et al., 2014]

# Cum ar putea fi asta o idee bună?



# Cum ar putea fi asta o idee bună?

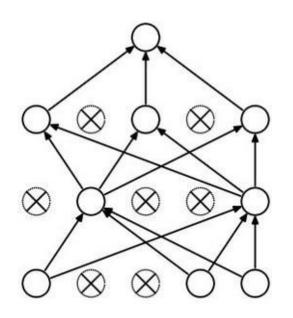


O altă interpretare:

Dropout este echivalent cu antrenarea unui ansamblu de multe modele (care au în comun parametrii)

Fiecare mască binară produce un model care se antrenează pe un exemplu / mini-batch

#### La testare...



#### Ideal:

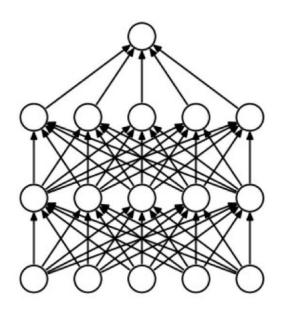
Vrem să eliminăm tot zgomotul

#### **Aproximare Monte Carlo:**

Facem mai multe treceri prin rețea folosind diverse măști de dropout, calculând apoi media predicțiilor

#### La testare...

Putem face totul printr-o singură trecere! (aproximativ)



Activăm toți neuronii (fără dropout)

(acestă variantă poate fi interpretată ca o aproximare a întregului ansamblu)