

Temă Bazele Electrotehnicii - Semestrul al II-lea

Iordache Mădălina Gabriela

email: madaiora@yahoo.com

Universitatea Politehnică București

Facultatea de Automatică și Calculatoare

Grupa 313, Seria CA

Anul I, 29 Mai 2021

Cuprins

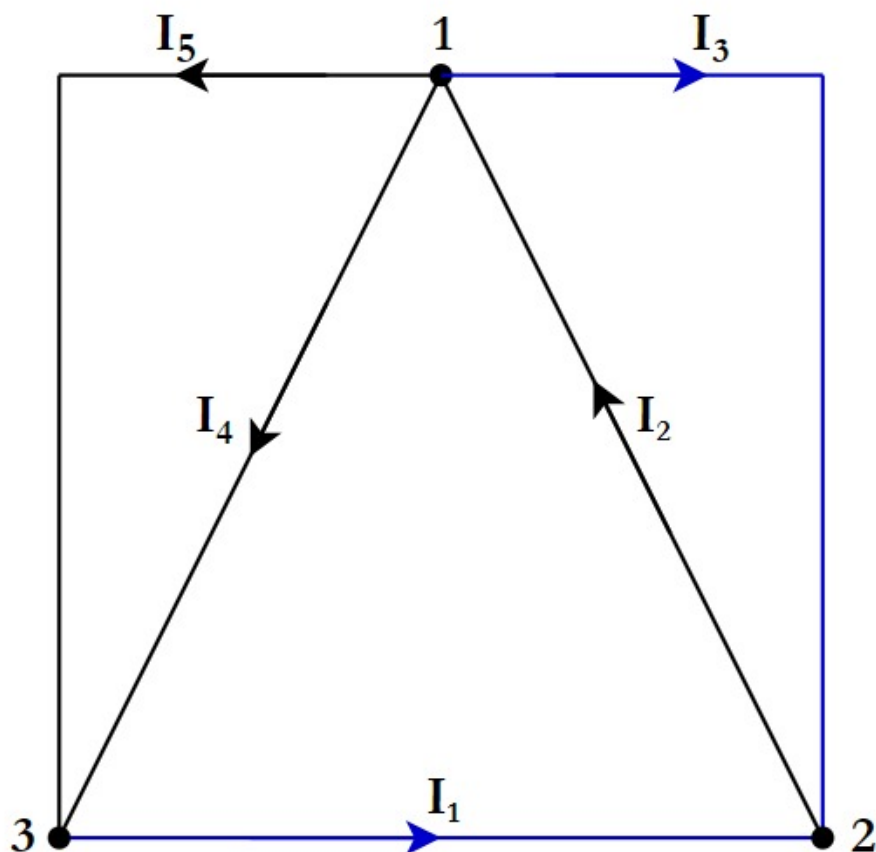
1	Generarea unui circuit	3
1.1	Graful de intensități	3
1.2	Graful tensiunilor	4
1.3	Circuitul generat	5
1.4	Teorema lui Tellegen	6
1.5	Bilanțul de puteri	6
2	Metode sistematice eficiente	7
3	Generatorul echivalent de tensiune/curent	8
3.1	Dependența curentului, tensiunii și puterii prin rezistor	11
3.2	Caracteristica rezistorului liniar și a generatorului echivalent	15
3.3	Înlocuirea rezistorului liniar cu o diodă semiconductoare	17
4	Surse comandate	23
4.1	Generarea circuitului cu o sursă de tensiune comandată în tensiune(SUCU)	24
4.2	Simularea în Spice	24
5	Rezolvarea circuitelor de c.a. utilizând instrumente software numerice	25
6	Bibliografie	30

1 Generarea unui circuit

1.1 Graful de intensități

Graful de curenți al unui circuit este un graf orientat pe laturile căruia sunt marcate intensitățile curenților prin laturi.

Generez graful de curenți dând valori aleatorii intensităților de pe laturile coarboarei(1-2-3). Calculez celelalte intensități cu ajutorul teoremei lui Kirchhoff 1.



Consider curenții $I_2 = 5A$, $I_4 = 1A$, $I_5 = 1A$.

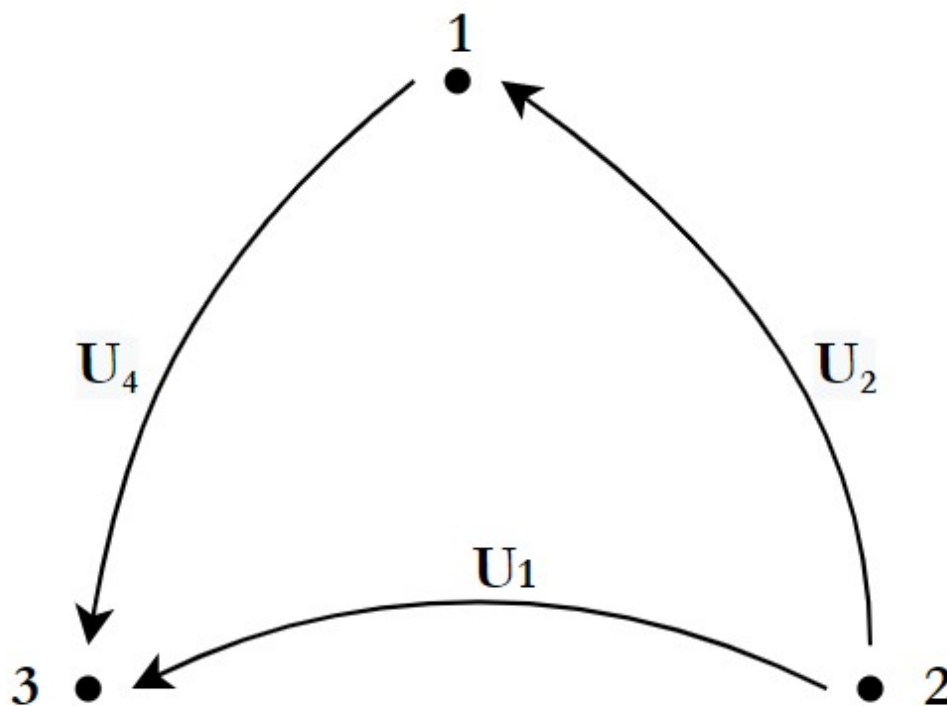
Aplic Teorema lui Kirchhoff în nodul (2): $I_4 + I_5 - I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 2A$;

Aplic Teorema lui Kirchhoff în nodul (3): $I_3 + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_3 = 3A$;

1.2 Graful tensiunilor

Graful de tensiuni al unui circuit este un graf orientat pe laturile căruia sunt marcate tensiunile electrice la bornele laturilor.

Putem genera un graf de tensiuni care să satisfacă legea Kirchhoff pentru tensiuni plasând valori arbitrare în ramuri și calculând tensiunile din coarde.



Observ că tensiunile U_2 și U_5 sunt egale cu U_3 , respectiv, cu U_4 :

$$U_2 = U_3, U_5 = U_4$$

.

Cunosc tensiunile: $U_1 = 17V, U_3 = 10V$.

$$U_1 - U_5 - U_3 = 0 \Rightarrow U_5 = 7V$$

$$U_5 - U_4 = 0 \Rightarrow U_4 = 7V$$

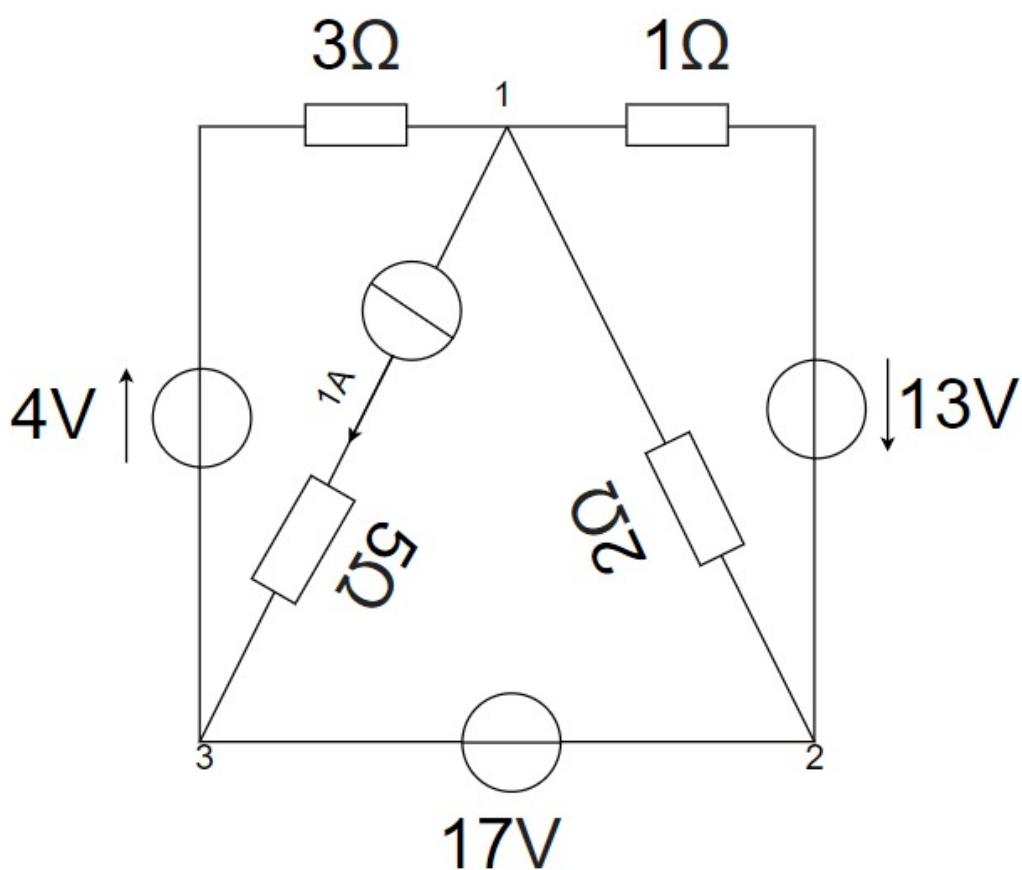
$$U_2 - U_3 = 0 \Rightarrow U_2 = 10V$$

1.3 Circuitul generat

Având graful intensităților și graful tensiunilor, putem genera circuitul.

Se plasează elemente pe laturi. Putem alege un singur element ideal pe o latură, caz în care parametrul său va fi determinat în mod univoc în funcție de valorile din grafurile de curent sau putem alege o sursă reală, caz în care unul din cei doi parametri va trebui ales arbitrar, iar cel de-al doilea va rezulta în mod univoc.

Circuitul final rezultat este cel de mai jos:



1.4 Teorema lui Tellegen

Teorema lui Tellegen reprezintă un bilanț de puteri care ia în considerare exclusiv sensurile de referință ale tensiunilor și curenților din laturi, grupând laturile în două categorii: cele pentru care sensurile de referință ale tensiunii și curențului sunt în regula de la receptoare și cele pentru care s-a ales regula de la generatoare.

Receptoare[W]	Generatoare[W]
50	30
14	34
Suma: 64	Suma: 64

1.5 Bilanțul de puteri

Forma finală a bilanțului de puteri este reprezentată de egalitatea dintre puterea consumată P_c care este puterea transferată convențional de circuit elementelor de tip R și puterea generată P_g care este puterea transferată convențional de elementele SIT și SIC restului circuitului:

$$P_c = P_g$$

unde P_c este o sumă aritmetică

$$P_c = \sum_{k \in I_R} R_k I_k^2$$

și P_g este o sumă algebrică

$$P_g = \sum_{k \in I_{SIT}} E_k I_k + \sum_{k \in I_{SIC}} U_k J_k$$

Folosesc bilanțul de puteri pentru a verifica dacă am setat bine elementele de circuit:

Puterea consumată[W]	Puterea generată[W]
37	50
39	5
-4	3
-2	9
Suma: 67W	Suma: 67W

În consecință, după ce am verificat cu Teorema lui Tellegen intensitățile și tensiunile, respectiv puterea pe generatoare și puterea pe receptoare, precum și că bilanțul de puteri oferă un rezultat corect, rezultă că circuitul este corect formulat.

2 Metode sistematice eficiente

Metoda	Numarul ecuatiilor
Kirchhoff clasic	10
Kirchhoff în tensiuni	3
Kirchhoff în curenti	2
Curenti de coarde	2
Tensiuni în ramuri	1

Cum metoda Tensiunilor în ramuri generează o singură ecuație, rezultă că este cea mai eficientă pentru circuitul ales.

Arborele corespunzător circuitului este 1-2-3. Tensiunile de pe ramuri sunt independente și nu se poate stabili nicio legătură matematică între ele. Astfel, o să aleg arbitrar o tensiune U_0 ce va fi necunoscuta de care vor depinde restul tensiunilor din coarbore.

Fie U_0 tensiunea de la nodul (2) la nodul (1).

Se obține $U_0 + U_3 - 17 = 0$, deci $U_0 = 17 - U_3$.

$U_0 = U_2$. Pentru secțiunea din jurul nodului (1):

$$\frac{U_0}{2} = 13 - U_0 + 1 + \frac{17 - U_0 - 4}{3}$$

$$3 \cdot U_0 = 78 - 6 \cdot U_0 + 6 + 26 - 2 \cdot U_0$$

$11 \cdot U_0 = 110$, rezultă $U_0 = 10V$.

Întorcându-mă la datele anterioare:

$U_2 = 10V$ (pe latura 1-2 cu rezistorul)

$U_5 = 10V$ (pe latura 1-2 cu rezistorul și sursa de tensiune)

$U_4 = 7V$ (pe latura 1-3 cu rezistorul și sursa de curent)

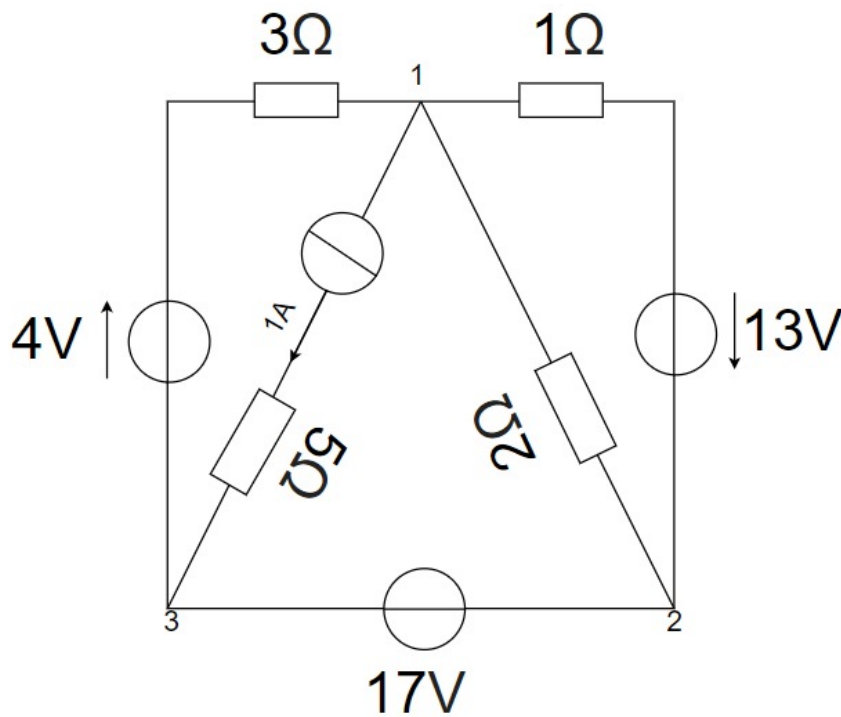
$U_3 = 7V$ (pe latura 1-3 cu rezistorul și sursa de tensiune)

$U_1 = 17V$ (pe latura 2-3)

Cum aceste valori sunt similare cu cele determinate la exercițiul 1, se constată că metoda Tensiunilor în ramuri a funcționat.

3 Generatorul echivalent de tensiune/curent

Având tot circuitul la dispoziție, prin teoreme de echivalență vom reduce circuitul la un circuit în care vom avea un rezistor liniar (pe care noi îl vom lăsa neschimbat), o rezistență echivalentă și o tensiune echivalentă. Circuitul inițial este:



În continuare, sursa ideală de curent împreună cu un rezistor liniar va fi reprezentată de o sursă de curent cu aceeași valoare. Deci, pe latura 1-3 va exista doar o sursă de curent. Pe latura 1-3 vom avea o sursă de tensiune și un rezistor din care vom face o sursă ideală de curent legată în paralel cu o rezistență. Ecuația sursei va fi:

$$J_3 = \frac{4}{3}$$

Rezistența rămâne neschimbată.

Din cele două surse ideale de curent vom face una singură, iar, deoarece sensul lor este opus curentul se va scădea, rezultând o singură sursă ideală de curent legată în paralel cu rezistența de 3Ω .

Ecuația va fi

$$J = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

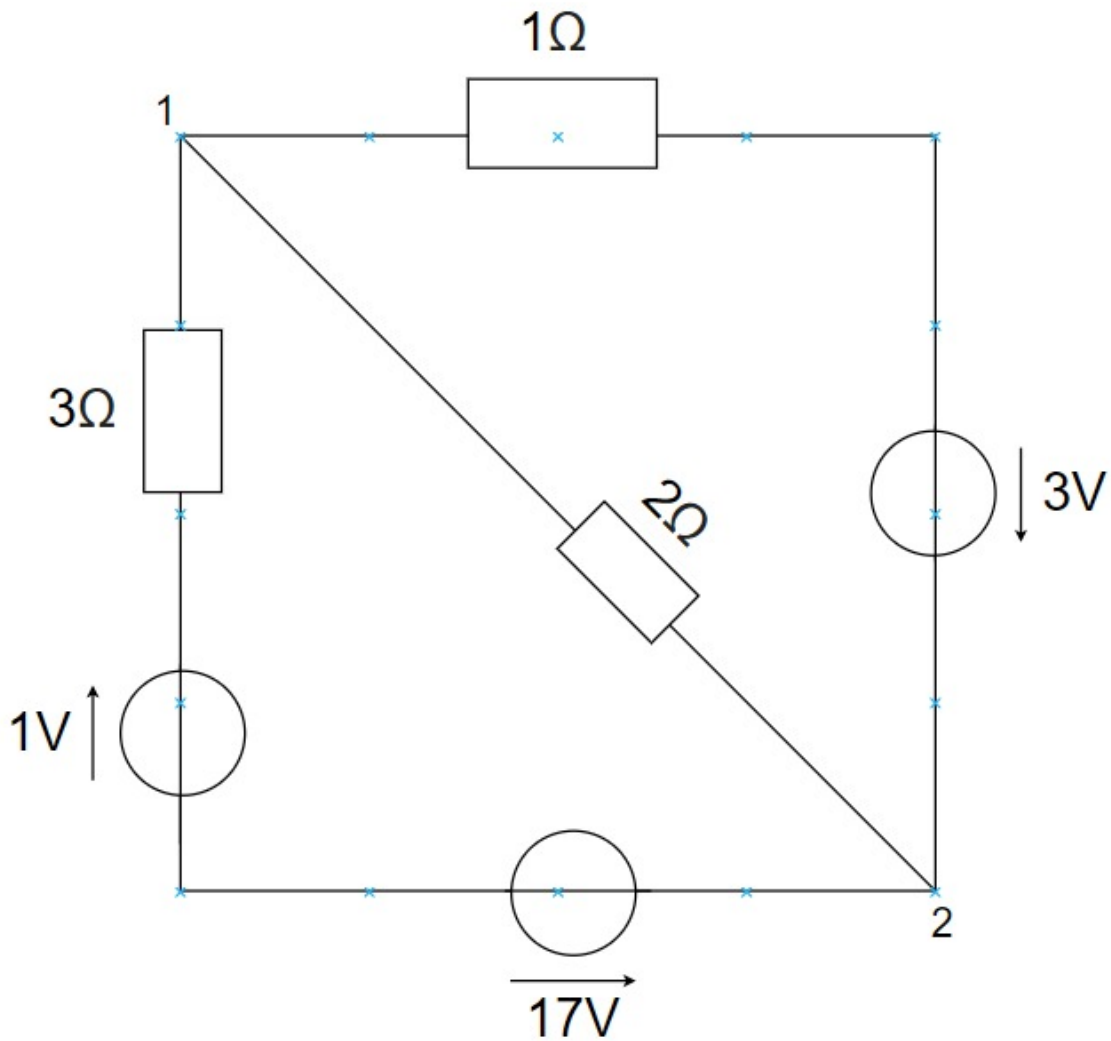
Sursa ideală de curent legată în paralel cu rezistorul vor produce o sursă de tensiune cu o rezistență.

Ecuatiile vor fi:

$$E_3 = R \cdot J = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

$$R = 3\Omega$$

Circuitul va arata astfel:



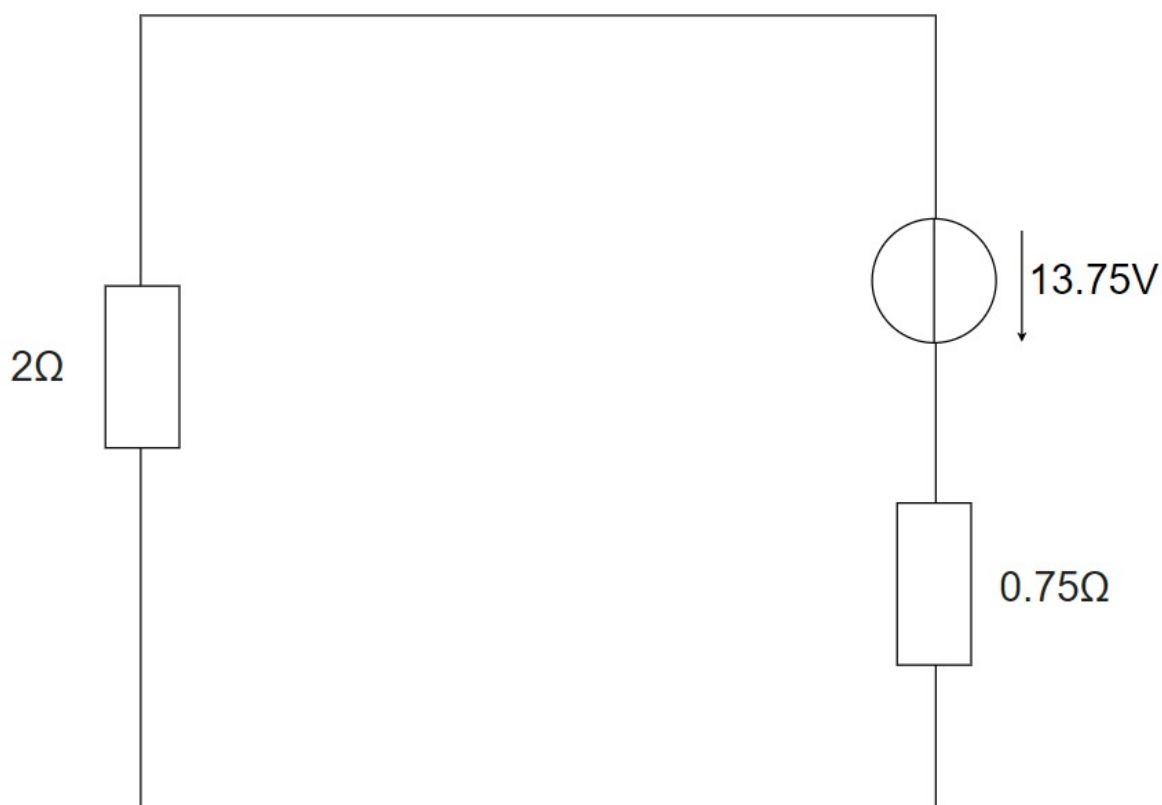
Cele două surse vor constitui una singură cu ecuația $E = 16V$.

Iar apoi, cele două surse legate în paralel cu cele două rezistențe în paralel vor constitui echivalențele finale:

$$E_{echivalent} = \frac{55}{4}$$

$$R_{echivalent} = \frac{3}{4}$$

Circuitul echivalent este de forma:

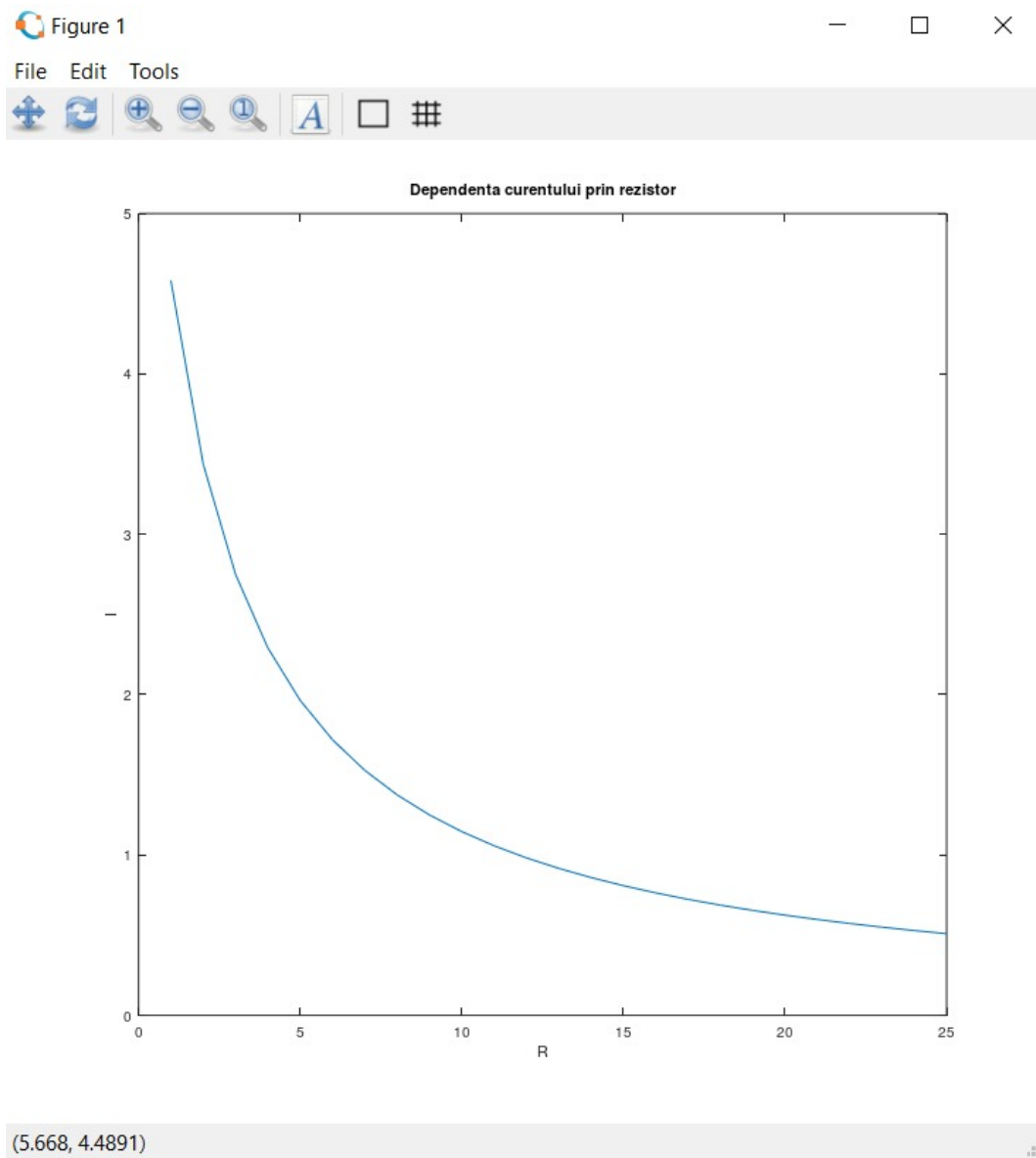


3.1 Dependența curentului, tensiunii și puterii prin rezistor

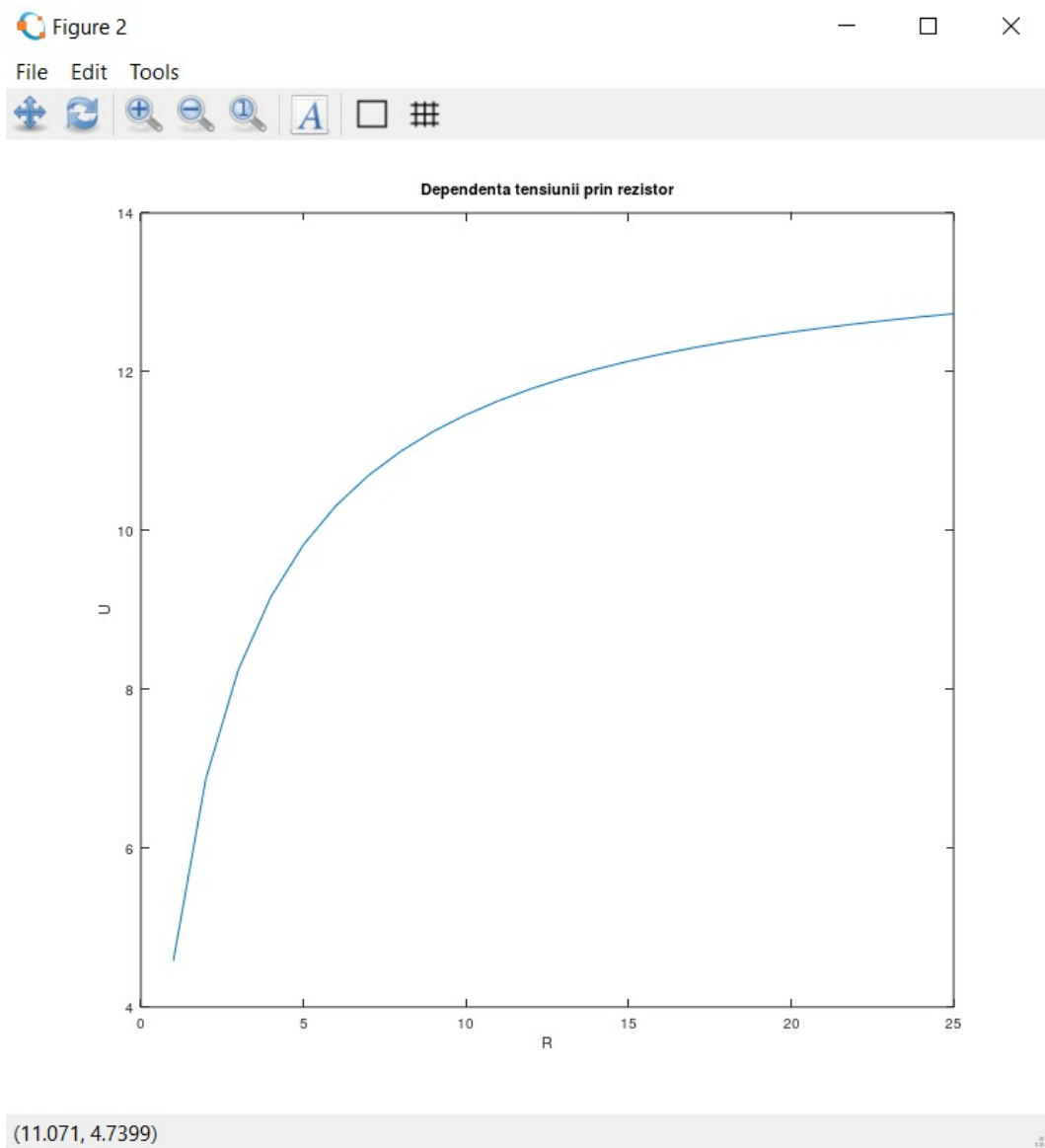
Codul Octave pentru generarea graficelor dependențelor:

```
plot_t.m ✖  
1  R = [1 : 25];  
2  R1 = 2;  
3  U = 13.75;  
4  I = [];  
5  for i = 1 : length(R)  
6      I(i) = U / (R1 + R(i));  
7  endfor  
8  figure(1);  
9  plot(R, I);  
10 U = [];  
11 title("Dependenta curentului prin rezistor");  
12 xlabel("R");  
13 ylabel("I");  
14 for i = 1 : length(R)  
15     U(i) = I(i) * R(i);  
16 endfor  
17 figure(2);  
18 plot(R, U);  
19 P = [];  
20 title("Dependenta tensiunii prin rezistor");  
21 xlabel("R");  
22 ylabel("U");  
23 for i = 1 : length(R)  
24     P(i) = I(i) * I(i) * R(i);  
25 endfor  
26 U = 13.75;  
27 figure(3);  
28 hold on;  
29 P1 = (U * U) / (4 * R1);  
30 I = 5;  
31 P2 = I * I * R1;  
32 plot(R, P1, P);  
33 title("Dependenta puterii prin rezistor");  
34 xlabel("R");  
35 ylabel("P");  
36 hold off;
```

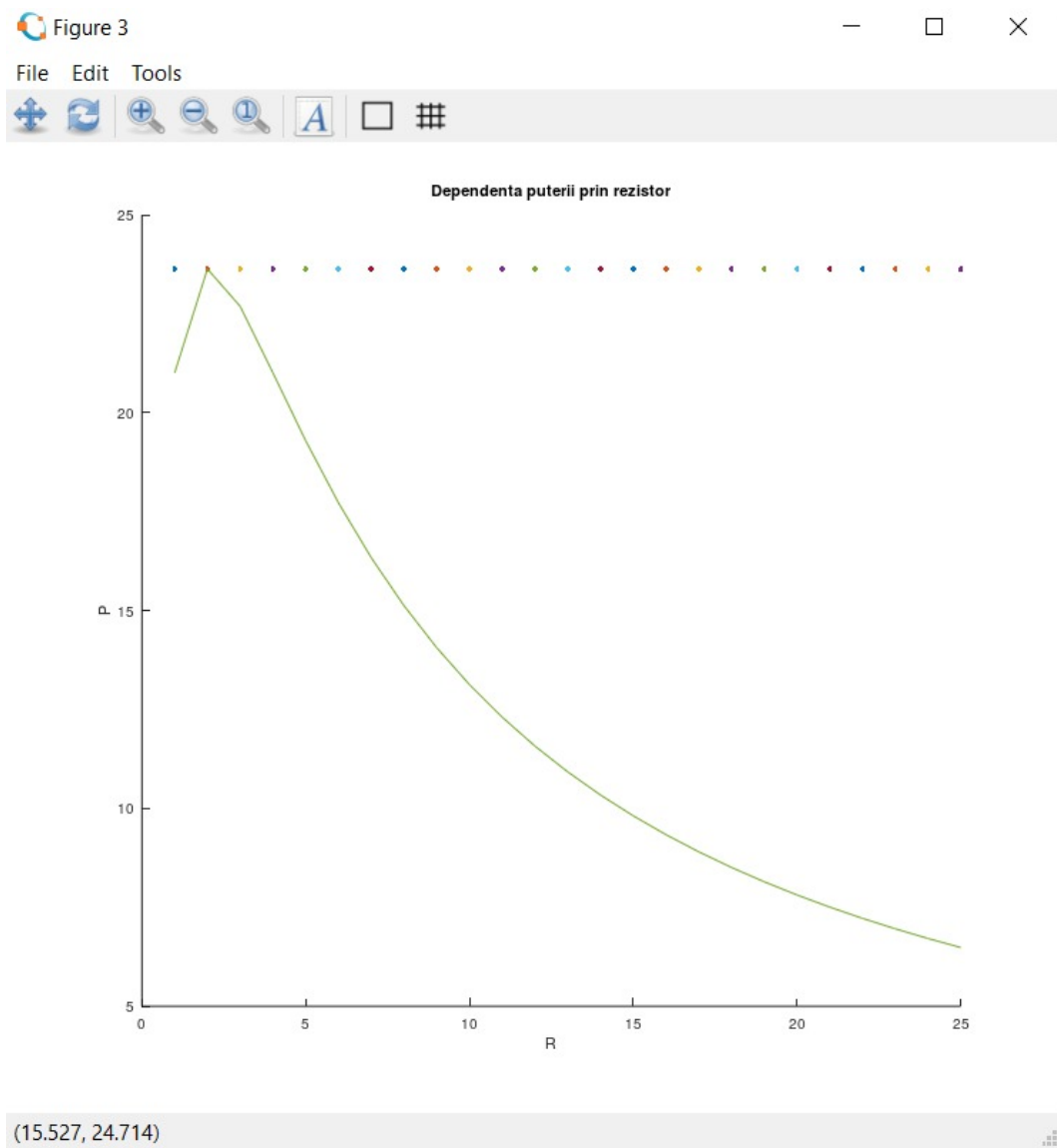
Graficul intensității:



Graficul tensiunii:



Graficul puterii:



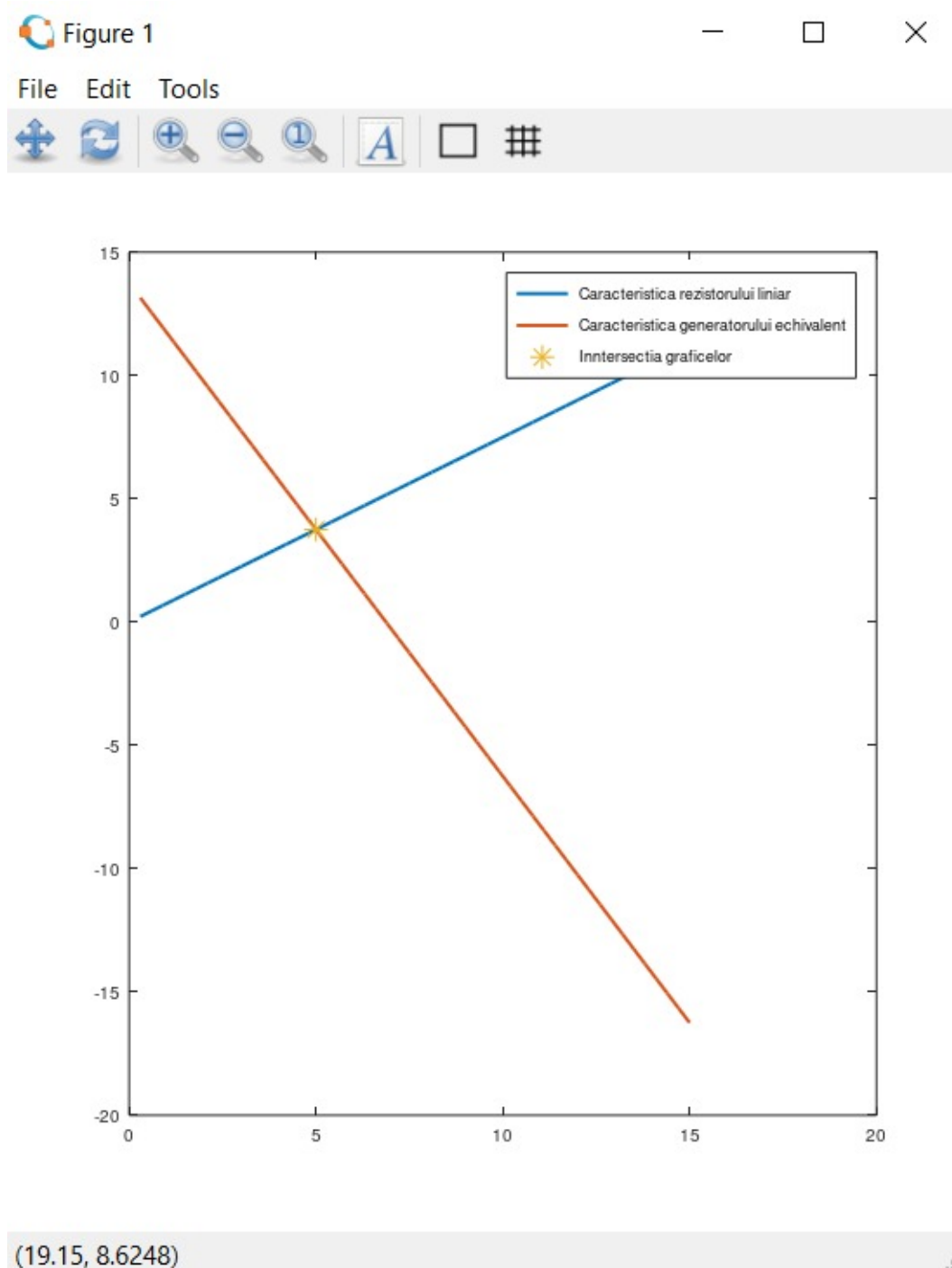
3.2 Caracteristica rezistorului liniar și a generatorului echivalent

Determin caracteristica rezistorului liniar și caracteristica generatorului echivalent. În acest sens, variez intensitatea prin circuit pentru o rezistență fixată R.

Codul Octave:

```
plot_t.m x plot_characteristic.m x
1 R = 0.75;
2 R1 = 2;
3 E = 13.75;
4 I = 0.3 : 0.3 : 15;
5 for i = 1 : length(I)
6     U(i) = I(i) * R;
7 endfor
8 for i = 1 : length(I)
9     u(i) = E - R1 * I(i);
10 endfor
11 i_intersection = E / (R + R1);
12 u_intersection = R * i_intersection;
13 plot(I, U, "linewidth", 1);
14 hold on
15 plot(I, u, "linewidth", 1);
16 hold on
17 plot(i_intersection, u_intersection, "*", "MarkerSize", 7);
18 legend("Caracteristica rezistorului liniar",
19        "Caracteristica generatorului echivalent",
20        "Inntersectia graficelor");
```

Reprezentarea pe același grafic a caracteristicii rezistorului liniar, respectiv, a generatorului echivalent, punand în evidență punctul static de funcționare:



3.3 Înlocuirea rezistorului liniar cu o diodă semiconductoare

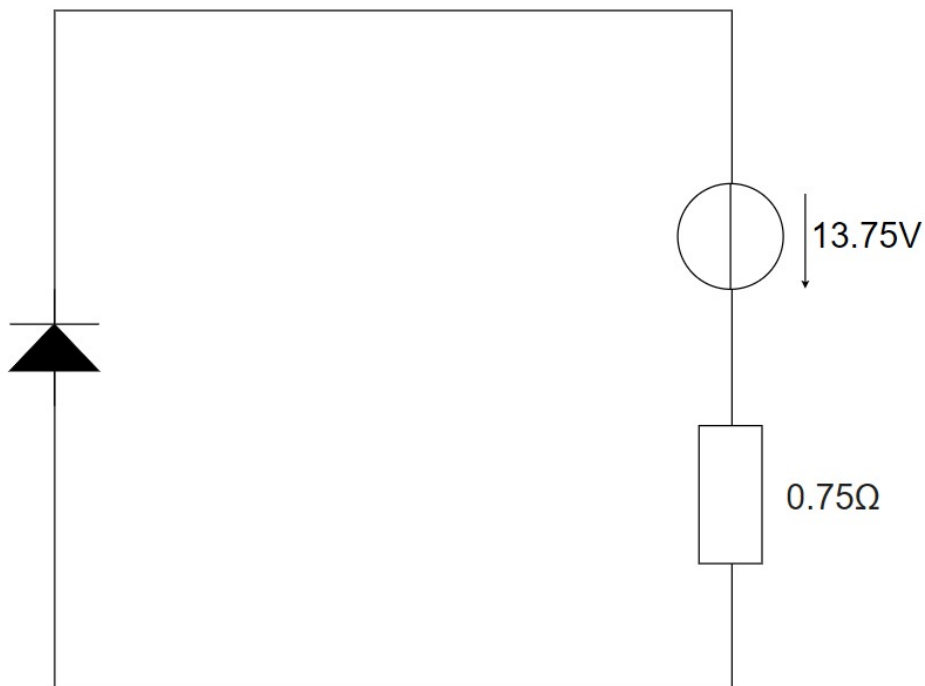
Am înlocuit rezistorul $R = 2\Omega$ cu o diodă semiconductoare. Se alege modelul exponențial și se ține cont de relația:

$$I(u) = I_s \left(e^{(u/V_t)} - 1 \right)$$

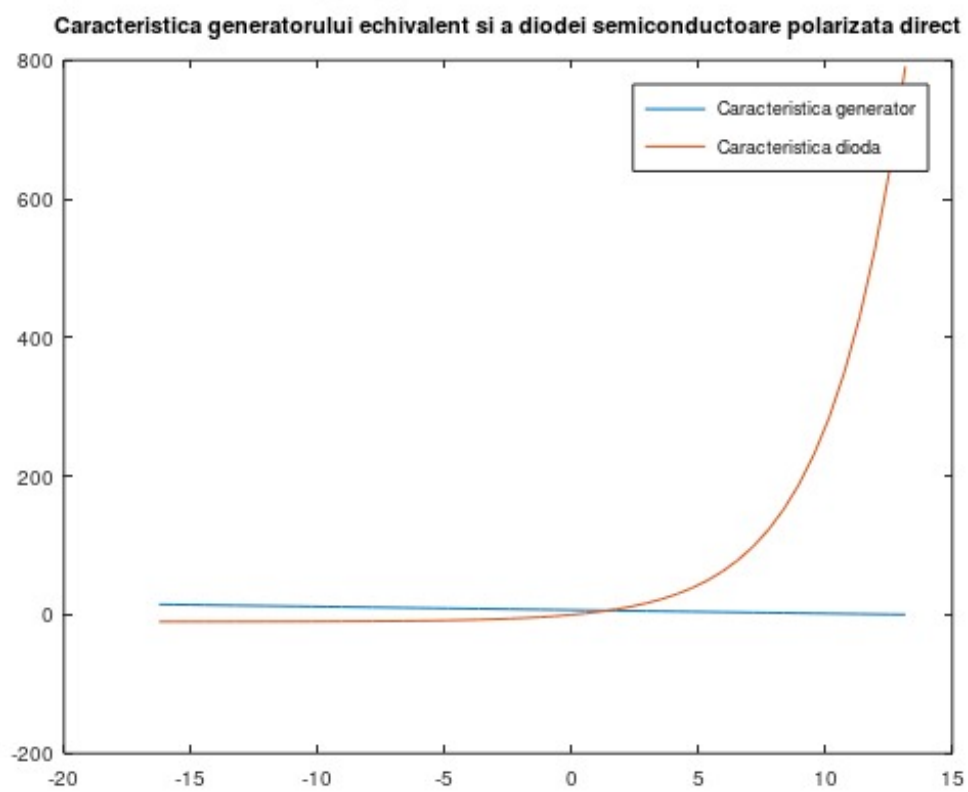
unde I_s se numește curent de saturatie(pA), iar V_t este tensiunea termică(mV).

Există două variante de plasare a diodei semiconductoare care înlocuiește rezistorul, cu polarizare directă sau cu polarizare inversă.

Polarizare directă

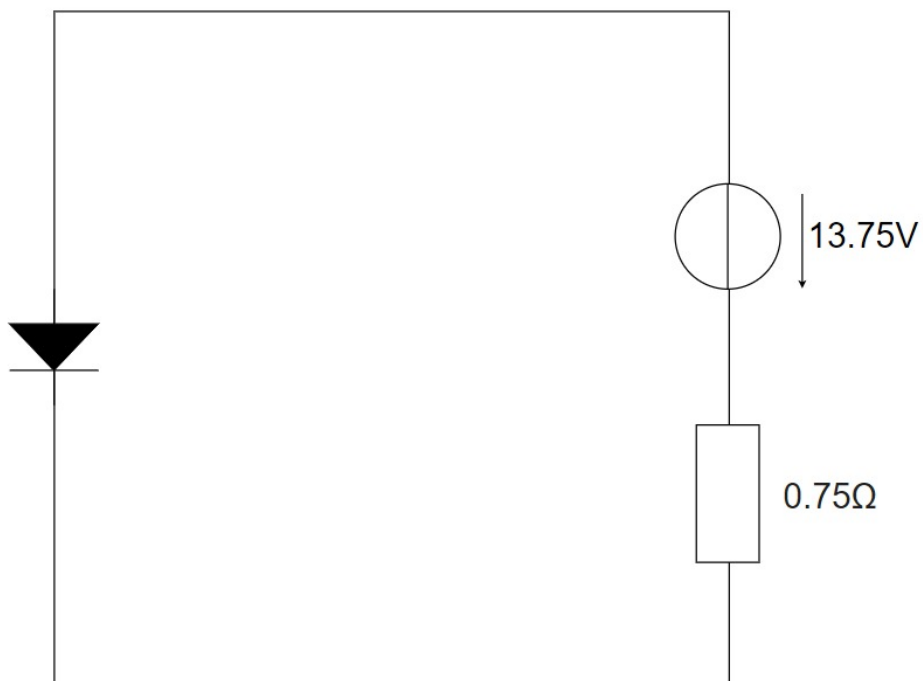


```
plot_t.m x plot_characteristic.m x plot_diode.m x
1 function plot_diode()
2     E = 13.75;
3     r = 2;
4     R = 0.75;
5     Is = 10;
6     Vt = 3;
7     I = 0.3 : 0.3 : 15;
8
9     for i = 1 : length(I)
10         U_b(i) = E - r * I(i);
11         ID(i) = (exp(U_b(i)/Vt) - 1) * Is;
12     endfor
13
14     plot(U_b, I);
15     hold on
16
17     plot(U_b, ID);
18     hold on
19
20     title("Caracteristica generatorului echivalent si a
21     legend("Caracteristica generator",
22             "Caracteristica dioda");
23 endfunction
```

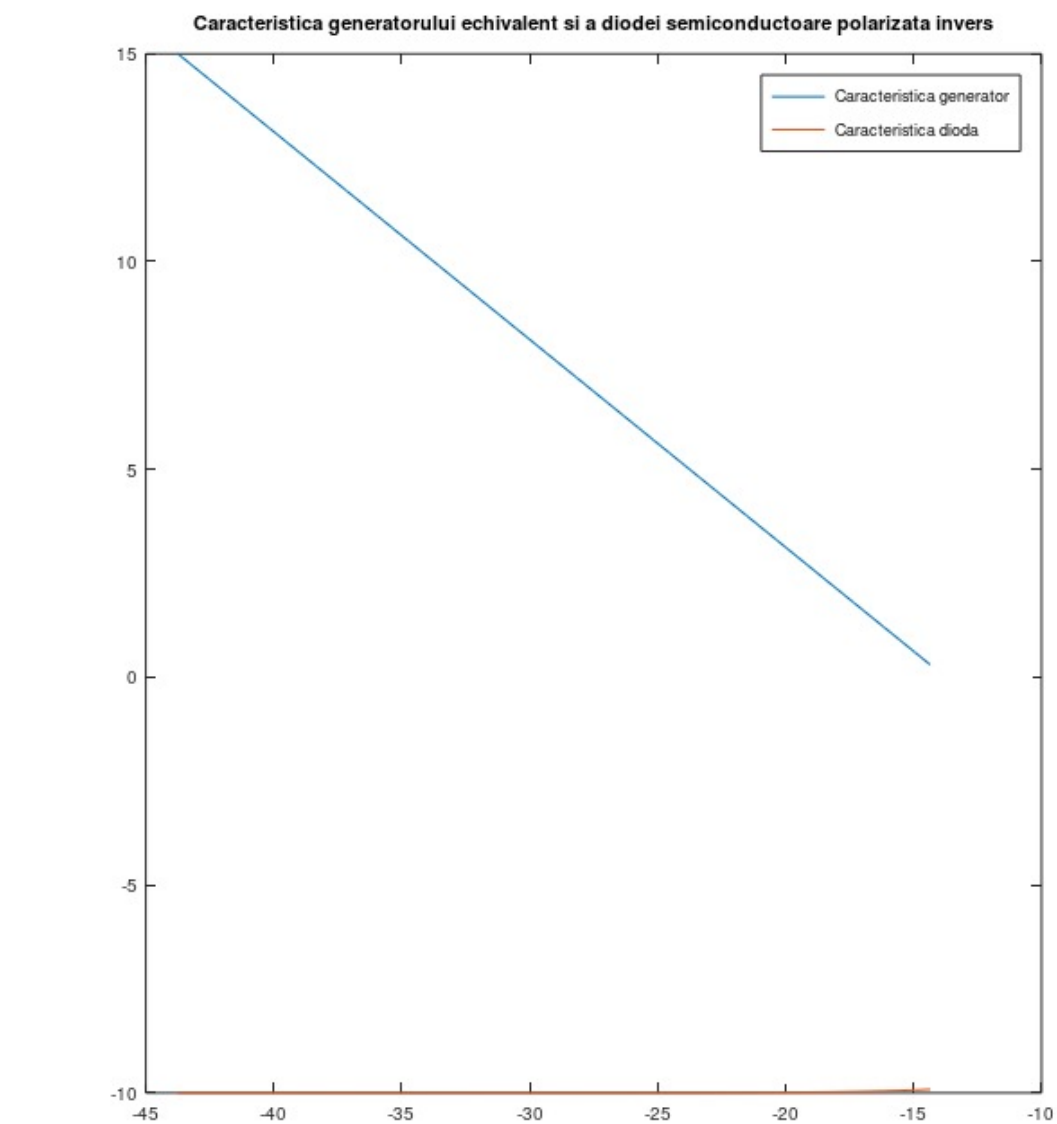


(-1.2742, 249.03)

Polarizare inversă



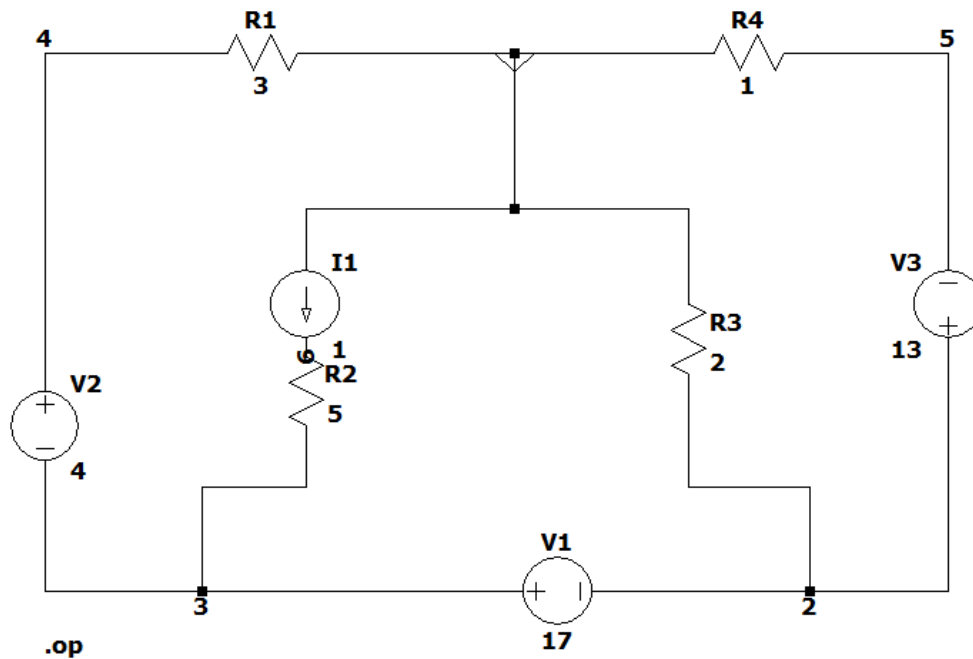
```
plot_t.m x plot_characteristic.m x plot_diode.m x
1 function plot_diode()
2     E = -13.75;
3     r = 2;
4     R = 0.75;
5     Is = 10;
6     Vt = 3;
7     I = 0.3 : 0.3 : 15;
8
9     for i = 1 : length(I)
10         U_b(i) = E - r * I(i);
11         ID(i) = (exp(U_b(i)/Vt) - 1) * Is;
12     endfor
13
14     plot(U_b, I);
15     hold on
16
17     plot(U_b, ID);
18     hold on
19
20     title("Caracteristica generatorului echivale
21     legend("Caracteristica generator",
22           "Caracteristica dioda");
23 endfunction
```



100

4 Surse comandate

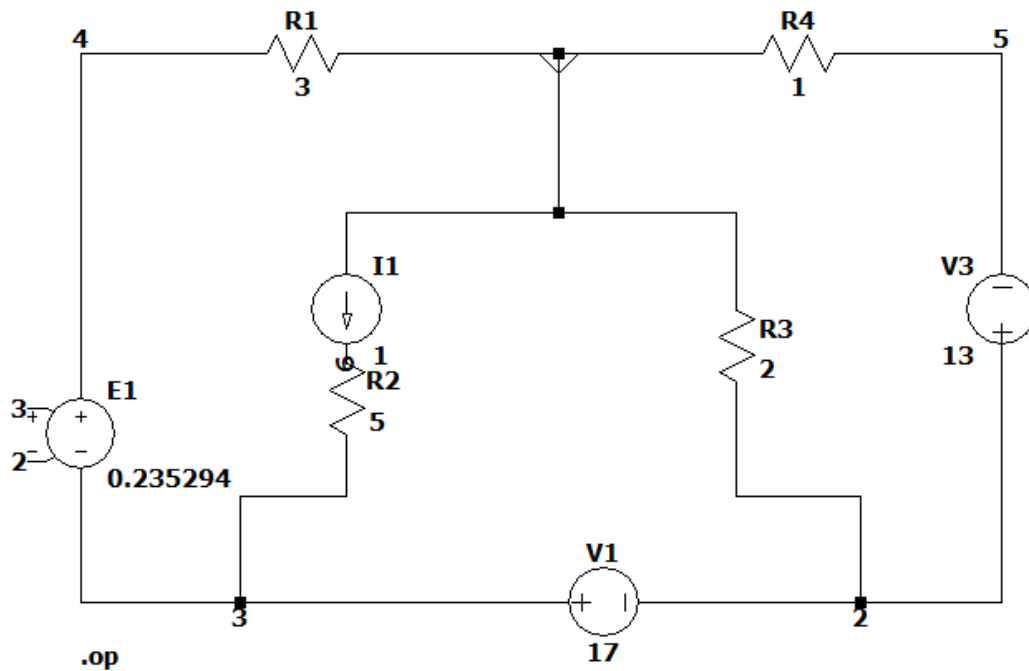
Circuitul inițial arată astfel:



SPICE Netlist: C:\Users\Madalina\Downloads\original_circuit.net		* C:\Users\Madalina\Downloads\original_circuit.asc	
<pre>* C:\Users\Madalina\Downloads\original_circuit.asc V2 4 3 4 V1 3 2 17 V3 2 5 13 I1 0 6 1 R3 0 2 2 R2 6 3 5 R4 5 0 1 R1 4 0 3 .op .backanno .end</pre>		<pre>--- Operating Point --- V(4): 24.8182 voltage V(3): 20.8182 voltage V(2): 3.81818 voltage V(5): -9.18182 voltage V(6): 25.8182 voltage I(I1): 1 device_current I(R1): 8.27273 device_current I(R4): -9.18182 device_current I(R2): 1 device_current I(R3): -1.90909 device_current I(V3): -9.18182 device_current I(V1): -7.27273 device_current I(V2): -8.27273 device_current</pre>	

4.1 Generarea circuitului cu o sursă de tensiune comandată în tensiune(SUCU)

Am înlocuit sursă de pe latura dintre nodurile 3 și 4 cu o sursă comandată de curent.



4.2 Simularea în Spice

```

SPICE Netlist: C:\Users\Madalina\Downloads\MADA (1).net
* C:\Users\Madalina\Downloads\MADA (1).asc
V1 3 2 17
V3 2 5 13
I1 0 6 1
R3 0 2 2
R2 6 3 5
R4 5 0 1
R1 4 0 3
E1 4 3 3 2 0.235294
.op
.backanno
.end
        
```

```

--- Operating Point ---
V(3) :      20.8182      voltage
V(2) :       3.81818     voltage
V(5) :      -9.18182     voltage
V(6) :      25.8182     voltage
V(4) :      24.8182     voltage
I(I1) :       1         device_current
I(R1) :      8.27273     device_current
I(R4) :      -9.18182     device_current
I(R2) :       1         device_current
I(R3) :      -1.90909     device_current
I(E1) :      -8.27273     device_current
I(V3) :      -9.18182     device_current
I(V1) :      -7.27273     device_current
        
```

Am calculat în prealabil coeficientul de transfer egal cu raportul dintre tensiunea sursei $E_1(4V)$ și diferența de potențial dintre nodurile (3) și (2) - $V(3) = 20.8182V$ și $V(2) = 3.81819V$:

$$coef = \frac{4}{20.8182 - 3.81819} = \frac{4}{17} = 0.235294$$

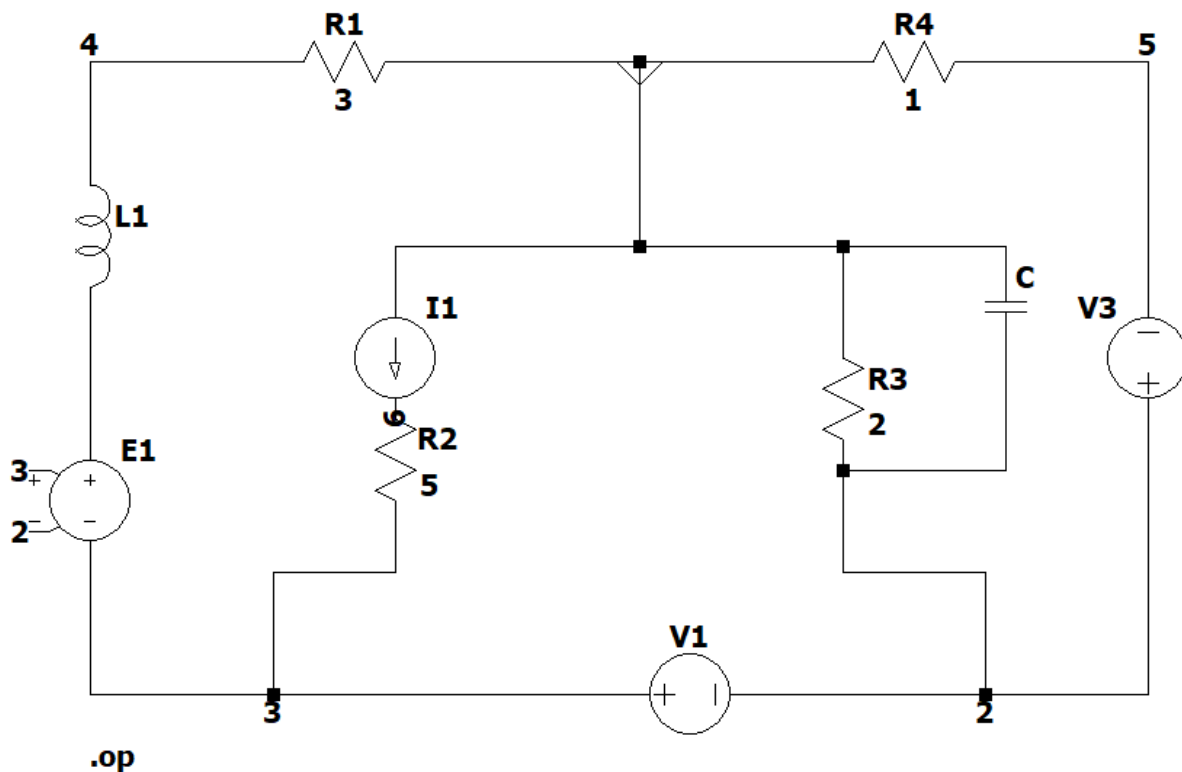
Observăm că se obțin exact aceleași valori ca în cazul circuitului inițial.

5 Rezolvarea circuitelor de c.a. utilizând instrumente software numerice

În circuitul cu sursa comandată de curent, adaug în serie cu rezistorul R_1 o bobină cu inductivitatea $L_1 = R_1 \cdot 100/\pi$ mH și în paralel cu rezistorul R_3 un condensator cu capacitatea $C = R_3 \cdot 100/\pi \mu F$.

Consider $f = 50\text{Hz}$.

Circuitul arată astfel:



Schimbăm toate sursele în surse sinusoidale, după formula:

$$x(t) = X\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

alegând valorile pentru φ în mod arbitrar: $\varphi \in \{0, \pm\pi/2, \pm\pi/4\}$.

$$E_1(t) = E_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + 0)$$

$$V_1(t) = V_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \pi/2)$$

$$V_3(t) = V_3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \pi/2)$$

$$J_1(t) = J_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \pi/4)$$

Valorile în complex sunt:

$$E_1 = E_1 \cdot e^{j \cdot 0} = E_1$$

$$V_1 = V_1 \cdot e^{j \cdot \pi/2} = V_1 \cdot (\cos(\pi/2) + j \cdot \sin(\pi/2)) = V_1 \cdot j$$

$$V_3 = V_3 \cdot e^{j \cdot (-\pi/2)} = V_3 \cdot (-j)$$

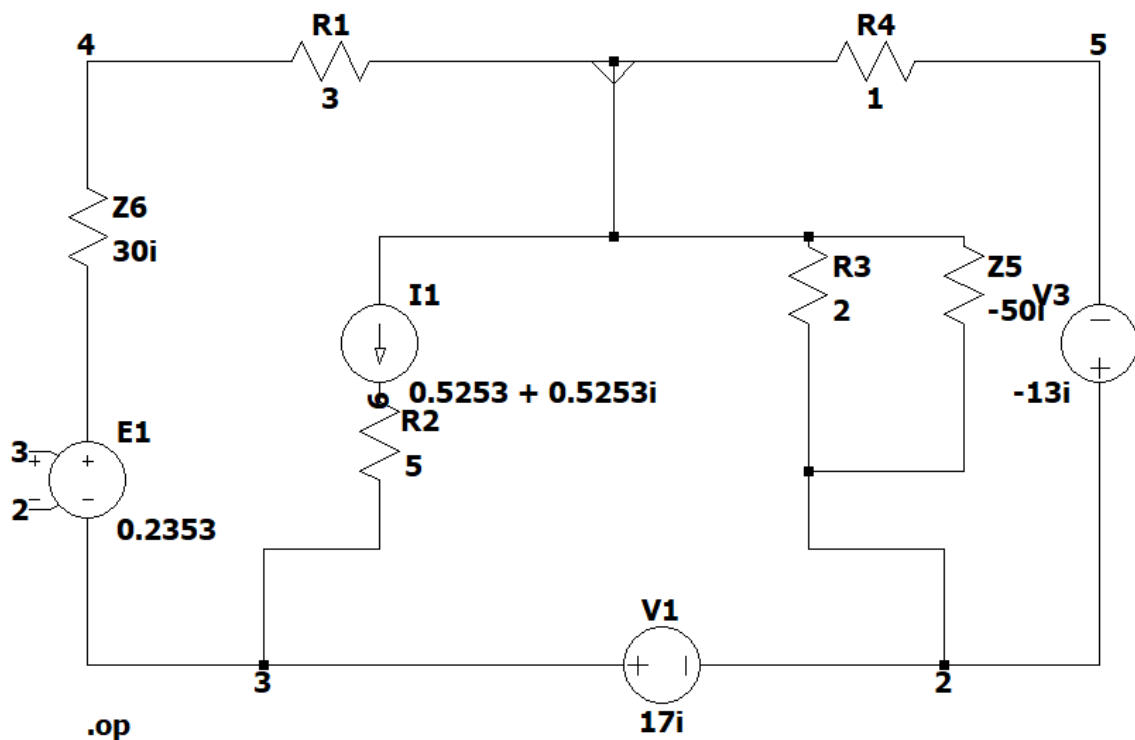
$$J_1 = J_1 \cdot e^{j \cdot \pi/4} = J_1 \cdot (\cos(\pi/4) + j \cdot \sin(\pi/4)) = J_1 \cdot 0.5253(1 + j)$$

Valorile impedanțelor sunt:

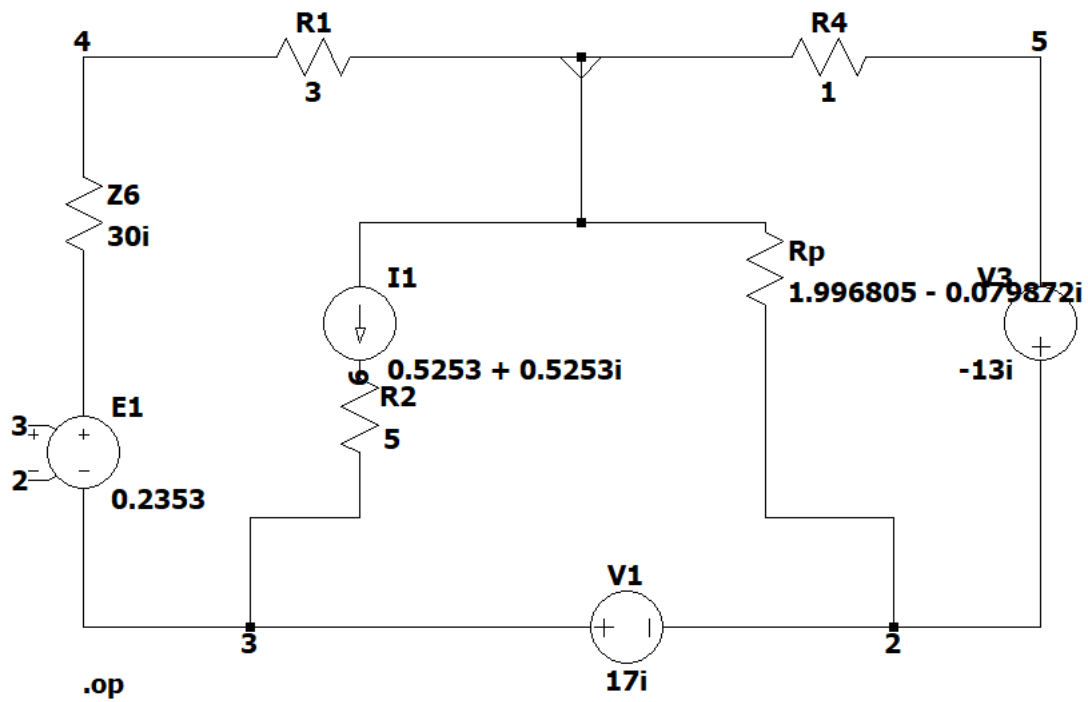
$$Z_1 = 3, Z_2 = 5, Z_3 = 2, Z_4 = 1$$

$$Z_5 = \frac{1}{2 \cdot j \cdot \pi \cdot f \cdot C}, Z_6 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1$$

Circuitul în complex este:

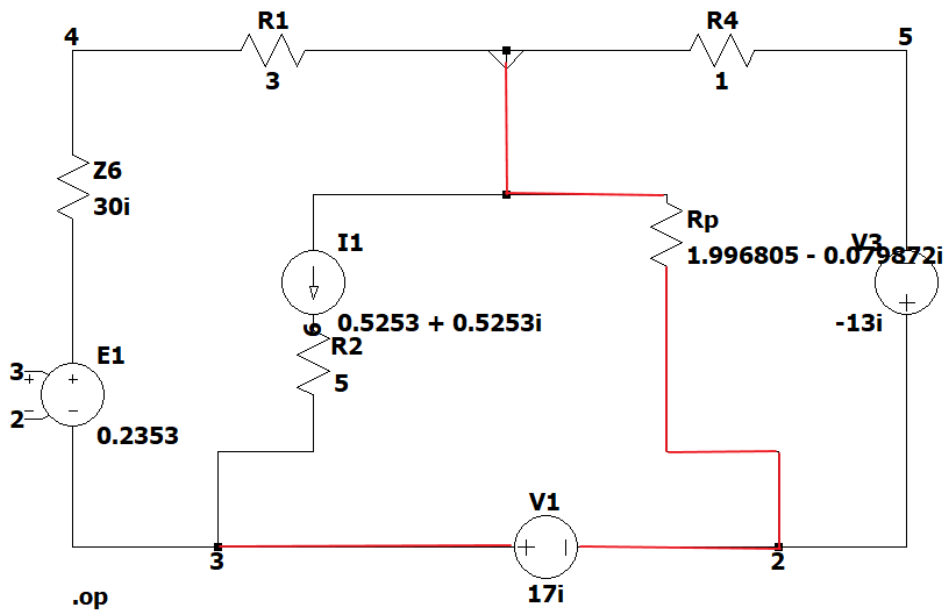


Pentru simplitate, considerăm gruparea echivalentă $R_p = \frac{R_3 Z_5}{R_3 + Z_5}$

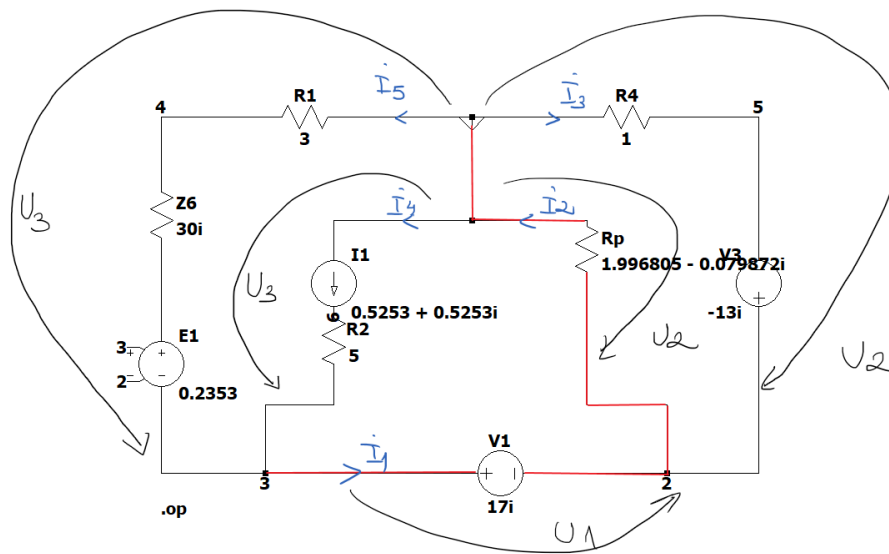


Aplicăm din nou metoda folosită în cadrul celui de-al doilea exercițiu.

Considerăm drept arbore normal pe cel evidențiat mai jos:



Reprezentarea curenților și a tensiunilor:



Observăm că:

$$U_1 - U_2 + U_3 = 0 \Rightarrow U_3 = U_2 - U_1$$

$$U_1 = V_1$$

$$I_1 = 1 + i$$

Aplicând legea lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea determinat de R_1 , Z_6 , R_2 , obținem:

$$U_2 - U_1 - E_6 = I_5 (R_1 + Z_6) \Leftrightarrow I_5 = \frac{U_2 - U_1 - E_1}{R_1 + R_6}$$

Aplicând legea lui Kirchhoff pentru un nod de rețea, obținem:

$$I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{R_p} = \frac{U_2 + U_3}{R_4} + (0.5253 + 0.5253i) + \frac{U_2 - U_1 - E_1}{R_1 + Z_6}$$

\Rightarrow

$$U_2 = \frac{\frac{R_p}{R_4} V_3 + R_p (0.5253 + 0.5253i) - \frac{R_p}{R_1 + Z_6} (V_1 + E_1)}{1 - \frac{R_p}{R_4} - \frac{R_p}{R_1 + Z_6}}$$

$$U_3 = U_2 - U_1$$

```

1 function rez_circuit_elth ()
2
3     f = 50;
4     E1 = 0.235294;
5     V1 = 17;
6     V3 = 13;
7     J1 = 1;
8     C = (2 * 100) / pi * 0.000001;
9     L1 = (3 * 100) / pi * 0.001;
10    U1 = V1;
11    R1 = 3;
12    R4 = 1;
13    R2 = 5;
14    R3 = 2;
15
16
17    E1_c = E1;
18    V1_c = V1 * j;
19    V3_c = V3 * (-j);
20    J1_c = J1 * (0.5253 + j * 0.5253);
21
22
23    Z1 = 3;
24    Z2 = 5;
25    Z3 = 2;
26    Z4 = 1;
27    Z5 = 1 / (2 * pi * j * f * C);
28    Z6 = j * 2 * pi * f * L1;
29    Rp = (R3 * Z5) / (R3 + Z5);
30
31    U2 = ((Rp/R4) * V3_c + Rp * (1+i) - Rp/(R1 + Z6) * (V1_c + E1)) / (1 - Rp/R4 - Rp/(R1+Z6))
32    U3 = U2 - U1
33
34 endfunction

```

```

>> rez_circuit_elth
U2 = -3.3544 + 23.5854i
U3 = -20.354 + 23.585i
>> |

```

6 Bibliografie

- Gabriela Ciuprina, Daniel Ioan, Mihai Popescu, Sorin Lup, Ruxandra Bărbulescu. Circuite Electrice - Seminar
- Gabriela Ciuprina. Curs - slide-uri si note (2019-2020) - partea I - Teoria circuitelor
- Gabriela Ciuprina, Alexandru Gheorghe, Mihai Popescu, Dragoș Niculae, Aurel Sorin Lup, Ruxandra Bărbulescu, Daniel Ioan. Modelarea și simularea circuitelor electrice
- https://oeis.org/wiki/List_of_LaTeX_mathematical_symbols
- https://curs.upb.ro/pluginfile.php/529526/mod_resource/content/3/CircuiteElectriceSem_23februarie2021.pdf
- http://www.lmn.pub.ro/~gabriela/studenti/elth/EM_books/david-j-griffiths-introduction-to-electrodynamics-3rd-edition-.pdf