

# Indicele armonizat al prețurilor de consum

## Partea I

### Problema 1

a) Indicați denumirea variabilei, unitatea de măsură, perioada acoperită de date, data descărcării, linkul utilizat. Se descarcă date neajustate sezonier;

Denumirea variabilei: Indicele armonizat al prețurilor de consum

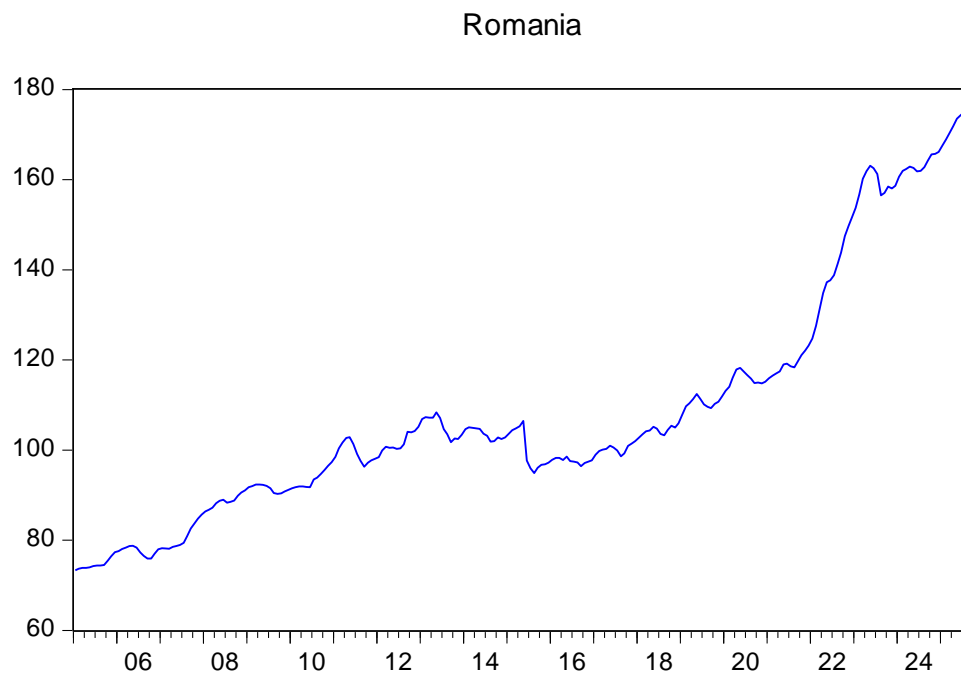
Unitatea de masura: Procent (Baza in anul 2015)

Perioada: ianuarie 2005 - august 2025

Data descarcarii: 13.10.2025

Link:[https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/prc\\_fsc\\_idx\\_\\_custom\\_18379899/default/table](https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/prc_fsc_idx__custom_18379899/default/table)

b) Redati grafic evolutia variabilei și descrieți, cu motivație, componentele vizibile din cronograma;



Tendinta observata pe grafic este una de crestere. Observ ca pe perioade de aproximativ un an indicele oscileaza sugerand prezenta componentei sezoniere. De asemenea, componenta aleatoare este prezenta ca in orice serie.

c) Studiați sezonabilitatea, utilizând metoda raportării la mediile mobile: calculați și interpretați indicii (model multiplicativ) și coeficienții (model aditiv) sezonității. Indicați etapele de obținere ale indicilor sezonității (fără a exemplifica în detaliu calculele). Redați în același grafic seria observată și seria desezonalizată; ce observați?

### Modelul multiplicativ

Date: 10/13/25 Time: 16:20

Sample: 2005M01 2025M08

Included observations: 248

Ratio to Moving Average

Original Series: ROMANIA

Adjusted Series: ROMANIASA

Scaling Factors:

1	1.002317
2	1.007406
3	1.011141
4	1.013135
5	1.015102
6	1.002908
7	0.993815
8	0.986496
9	0.986678
10	0.991955
11	0.993105
12	0.996499

### Modelul aditiv

Date: 10/13/25 Time: 16:24

Sample: 2005M01 2025M08

Included observations: 248

Difference from Moving Average

Original Series: ROMANIA

Adjusted Series: ROMANIASA

Scaling Factors:

1	0.163879
2	0.747129
3	1.208931
4	1.454940
5	1.668207
6	0.363887
7	-0.617246
8	-1.451141
9	-1.418641
10	-0.845808
11	-0.794891
12	-0.479246

Interpretare:

În primele 6 luni ale anului indicele prezintă valori peste tendința, iar în următoarele 6 luni acesta prezintă valori sub tendința.

Modelul multiplicativ: În luna mai valoarea indicelui este cu 1.5 procente peste medie sau de 1.015 ori media. În luna august indicele este mai mic decât media (sub tendința) cu 1.4 procente sau de 0.986 ori media.

Modelul aditiv: Unitatea de masura: %. In luna mai indicele este peste medie cu 1.66%. In luna august indicele este sub medie cu 1.45%.

Etapele parcurse:

Pentru eliminarea sezonaliității sunt calculate mediile mobile de ordin egal cu perioada componentei sezoniere, prin urmare MM(12).

$$\bar{y}_7 = \frac{0.5 \times y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10} + y_{11} + y_{12} + 0.5 \times y_{13}}{12}$$

$$\bar{y}_7 = (0.5 \times 73.3 + 73.66 + 73.87 + \dots + 77.33 + 0.5 \times 77.58) / 12 = 74.79$$

În cazul modelului aditiv, calculam diferențele:

$$S_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{ij}$$

$$S_{\_2005/07} = y_7 - \bar{y}_7 = 74.41 - 74.79 = -0.38$$

În cazul modelului multiplicativ, calculam rapoartele:

$$S_{ij} = \frac{y_{ij}}{\bar{y}_{ij}}$$

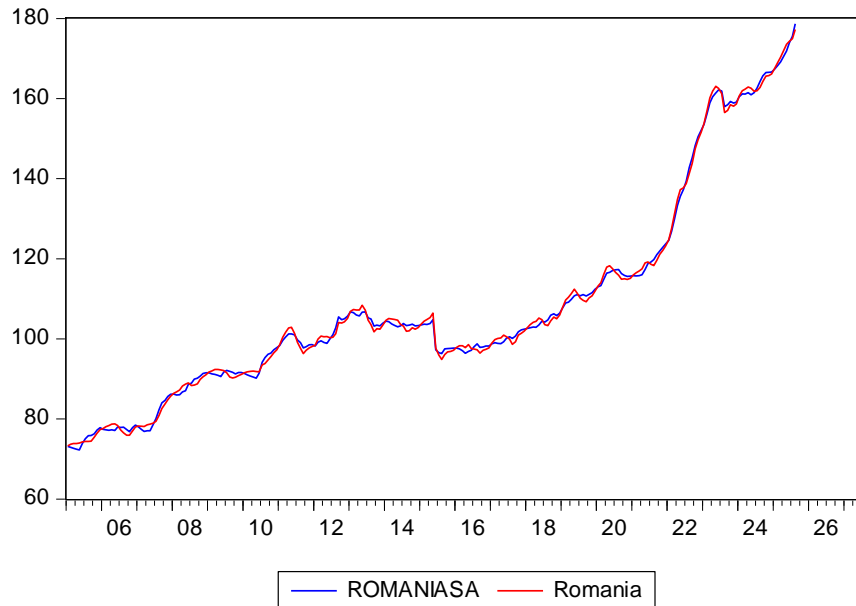
$$S_{\_2005/07} = \frac{y_7}{\bar{y}_7} = 74.41 / 74.79 = 0.994$$

Se calculeaza media rapoartelor precedente pentru fiecare sezon.

$$S_{\_iulie} = (S_{\_2005/07} + S_{\_2006/07} + \dots + S_{\_2025/07}) / 21$$

Amplitudinea oscilațiilor rămâne aproximativ constantă în timp, prin urmare consider mai potrivit modelul aditiv.

1	TIME	Romania
2	2005-01	73,30
3	2005-02	73,66
4	2005-03	73,87
5	2005-04	73,88
6	2005-05	73,96
7	2005-06	74,26
8	2005-07	74,41
9	2005-08	74,37
10	2005-09	74,48
11	2005-10	75,46
12	2005-11	76,44
13	2005-12	77,33
14	2006-01	77,58

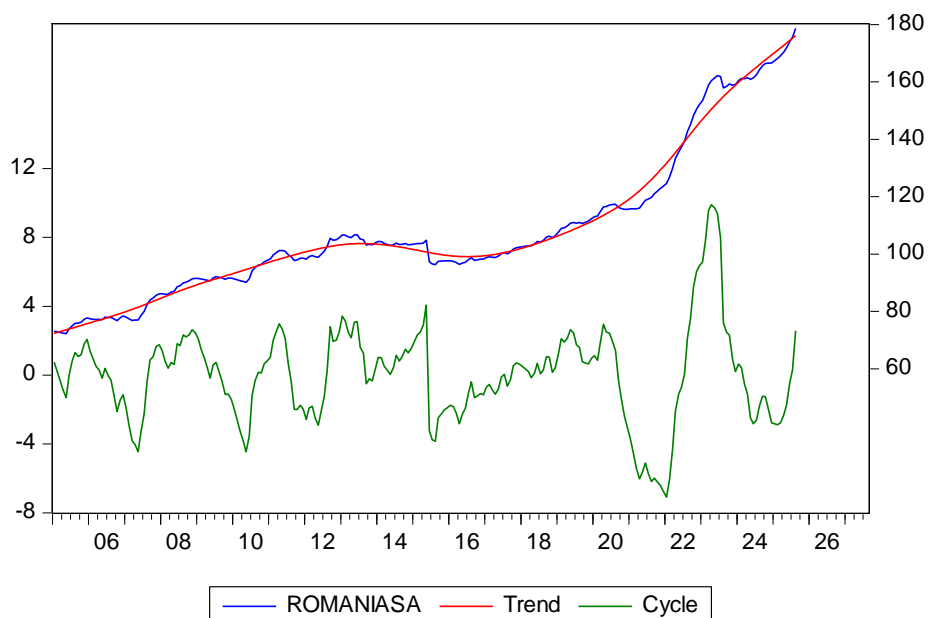


Observ netezirea (eliminarea) variațiilor sezoniere. Graficul seriei desezonalizate fluctuează mai puțin.

d) Analizați prezența componentei ciclice (se extrage cu filtrul HP sau alte filtre); scurtă descriere (perioade de creștere/recesiune). Justificați economic ciclurile (business cycles). Dacă seria are sezonabilitate atunci în prealabil se va desezonaliza

Folosind filtrul Holdrick-Prescott:

Hodrick-Prescott Filter (lambda=14400)



Exista cateva cicluri vizibile (perioade de crestere ale indicelui armonizat al prețurilor de consum urmate de recesiune): 2005-2007, 2007-2010, 2022-2024.

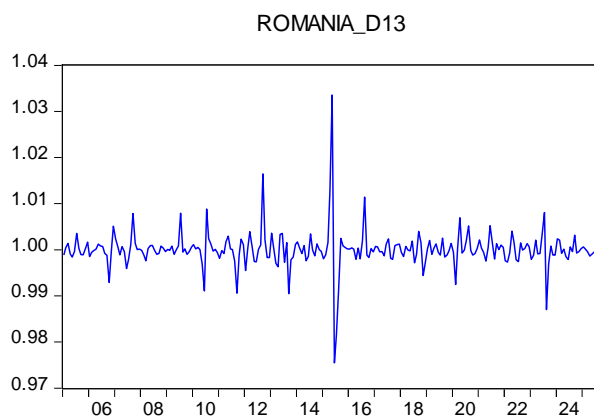
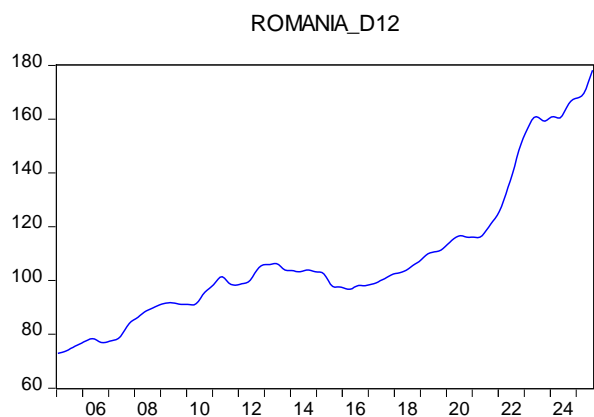
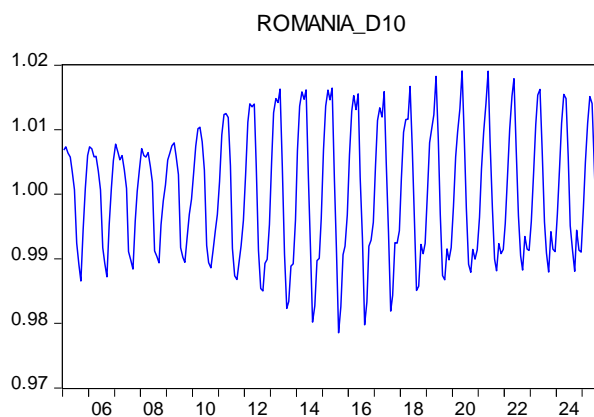
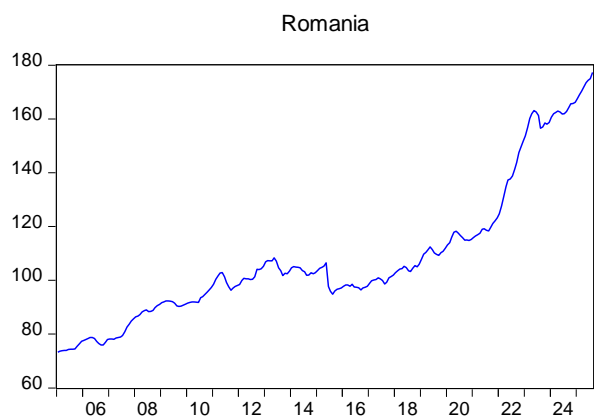
Perioada de crestere mai pronuntata: 2022-2023

Perioada de recesiune mai pronuntata: 2023-2024

Justificarea ciclului economic 2022-2024:

După începerea războiului, armata rusă a blocat porturile ucrainene de la Marea Neagră, sistând practic exporturile Ucrainei, unul dintre principalii exportatori de cereale. În urma acțiunilor întreprinse de UE pentru a crea rute de transport și de ONU și Turcia pentru a debloca porturile, exporturile au crescut, iar prețurile la alimente au înregistrat o scădere constantă. ( <https://www.consilium.europa.eu/ro/infographics/how-the-russian-invasion-of-ukraine-has-further-aggravated-the-global-food-crisis/> )

Folosind metoda Census X13:



e) Metode de netezire exponențială

1) Elaborați previziuni cu o metodă adecvată, pentru următoarele 4 perioade; indicați modul de calcul al acestor previziuni (similar cu problemele rezolvate).

Date: 11/15/25 Time: 14:34

Sample: 2005M01 2025M08

Included observations: 248

Method: Holt-Winters Multiplicative Seasonal

Original Series: ROMANIA

Forecast Series: ROMANISM

---

---

Parameters:	Alpha	1.0000
	Beta	0.3100
	Gamma	0.0000
Sum of Squared Residuals		219.0228
Root Mean Squared Error		0.939764

---

---

---

---

End of Period Levels:	Mean	179.8049
	Trend	2.364451
Seasonals:	2024M09	0.985718
	2024M10	0.990836
	2024M11	0.991868
	2024M12	0.995134
	2025M01	1.005131
	2025M02	1.009648
	2025M03	1.012106
	2025M04	1.013335
	2025M05	1.014616
	2025M06	1.002540
	2025M07	0.993333
	2025M08	0.985735

---

---

$$Y^{t+h} = (a_t + b_t * h) * S$$

$$a_t = \text{Mean} = 179.8049$$

$$b_t = \text{Trend} = 2.364451$$

$$Y_{2025M09} = (179.8049 + 2.364451 \cdot 1) \cdot 0.985718 = 179.5675$$

$$Y_{2025M10} = (179.8049 + 2.364451 \cdot 2) \cdot 0.990836 = 182.8427$$

$$Y_{2025M11} = (179.8049 + 2.364451 \cdot 3) \cdot 0.991868 = 185.3783$$

$$Y_{2025M12} = (179.8049 + 2.364451 \cdot 4) \cdot 0.995134 = 188.3417$$

2025M09	179.5675
2025M10	182.8427
2025M11	185.3783
2025M12	188.3417

2) Estimați parametrii (constantele de netezire) pentru două dintre metode (ex cu/fără sezonalitate), utilizând doar primele 80% din observații (acestea sunt setul de training). Elaborati previziuni pentru setul de test (ultimele 20% din observații) prin cele două metode și comparați calitatea predicțiilor în baza indicatorilor MAE, RMSE sau MAPE (în Excel sau Python\*); indicați formula indicatorilor și exemplificați modul de calcul.

Numarul de observatii: 248

20% din observatii (Setul de test): 2021-07 pana in 2025-08

80% din observatii (Setul de training): 2005-01 pana in 2021-06

Compar calitatea predictiilor la HW Aditiv si HW Multiplicativ

	MM	MA	Observatii	Eroare MM	Eroare MA	Erorile MM la patrat	Erorile MA la patrat	Erorile MM/yt	Erorile MA/yt
2021M07	118,35	118,52	118,59	0,24	0,07	0,05602689	0,00498436	0,001995952	0,29826785
2021M08	117,79	118,07	118,33	0,54	0,26	0,29637136	0,06692569	0,004600693	0,475202057
2021M09	117,98	118,25	119,63	1,65	1,38	2,7225	1,89915961	0,013792527	0,835212121
2021M10	118,84	118,98	121,09	2,25	2,11	5,08186849	4,45463236	0,018616731	0,936255157
2021M11	119,33	119,37	122,09	2,76	2,72	7,64301316	7,39513636	0,022643951	0,983650438
2021M12	120,11	120,04	123,22	3,11	3,19	9,684544	10,144225	0,02525564	1,023457584
2022M01	121,11	121,00	124,75	3,64	3,75	13,227769	14,08801156	0,029154309	1,032004399
2022M02	121,92	121,71	127,55	5,63	5,84	31,71491856	34,07874129	0,044152097	1,036597059
2022M03	122,41	122,17	131,06	8,65	8,89	74,85883441	78,96988225	0,066016328	1,027091689
2022M04	122,77	122,52	134,81	12,04	12,29	144,9736403	150,9433388	0,089314591	1,020381213
2022M05	123,21	122,95	137,26	14,05	14,31	197,2732612	204,8362064	0,102326971	1,018988423
2022M06	121,93	121,92	137,68	15,75	15,76	248,1444068	248,2862004	0,114414585	1,000285667
2022M07	121,08	121,26	138,76	17,68	17,50	312,7132457	306,1695053	0,127440905	0,989481839
2022M08	120,49	120,81	141,32	20,83	20,51	433,8722362	420,4919348	0,14739315	0,984459615
2022M09	120,68	120,99	143,8	23,12	22,81	534,3448328	520,077147	0,160750348	0,986559035
2022M10	121,55	121,72	147,45	25,90	25,73	670,5924576	661,9145473	0,175624279	0,9935086
2022M11	122,05	122,11	149,69	27,64	27,58	763,9696	760,4633523	0,184648273	0,997702605
2022M12	122,85	122,78	151,6	28,75	28,82	826,838523	830,7134484	0,189675462	1,002340479
2023M01	123,87	123,74	153,72	29,85	29,98	891,1538448	898,8303803	0,194198543	1,004297841

Calculez:

$e_t = \text{valoarea observata } y_t - \text{previziune } \hat{y}_t$

exemplu: Modelul Multiplicativ:  $e_t = 118,59 - 118,35 = 0,24$

MAE = medie( $|e_t|$ ) media modulului erorilor

exemplu: Modelul Multiplicativ:  $MAE = (0,24 + 0,54 + \dots + 48,64) / 50$

RMSE = sqrt[medie( $e_t^2$ ) media pătratului erorilor]

exemplu: Modelul Multiplicativ:

$RMSE = \text{radical din } [(0,24^2 + 0,54^2 + \dots + 48,64^2) / 50]$

MAPE =  $100 * \text{medie}(\frac{|e_t|}{y_t})$  media erorii în formă procentuală

exemplu: Modelul Multiplicativ:

$MAPE = 100 * \{[(0,24/118,59) + (0,54/118,33) + \dots + (48,64/153,72)]/50\}$

<b>MAE</b>	MM	27,92
	MA	27,92
<b>RMSE</b>	MM	31,12
	MA	31,13
<b>MAPE</b>	MM	17,42
	MA	97,35

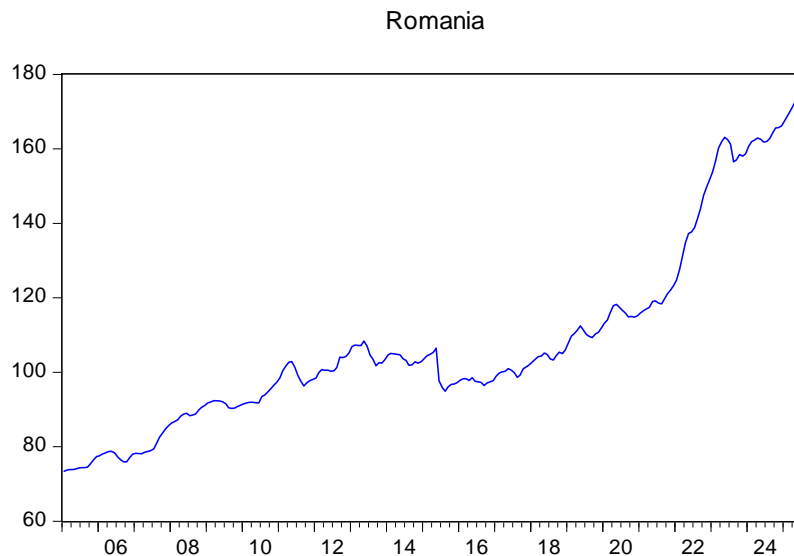
În concluzie, metoda mai adecvată pentru elaborarea previziunilor pe setul acestor date este HW Multiplicativ deoarece are eroarea cea mai mică.

## Partea II

**Problema 2.** Modele de tip ARIMA. I. Se consideră o serie de timp care redă evoluția unei variabile. Se va lucra cu frecvență subanuală dacă istoricul în ani este scurt (sub 25 de ani). Se vor respecta cerințele din Precizări punctele 3 și 4 privind datele. Se cere:



a) Redati grafic evoluția și testați dacă seria este nestationară cu unit root. Dacă seria este nestationară atunci se va staționariza, prin calculul diferenței de ordin unu  $d(Y)$  (eventual doi); interpretați primele 2 valori. Indicați ordinul de diferențiere (integrare)  $d$  adecvat;



Null Hypothesis: ROMANIA has a unit root  
 Exogenous: Constant, Linear Trend  
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.009559	0.9960
Test critical values:		
1% level	-3.995800	
5% level	-3.428198	
10% level	-3.137485	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(ROMANIA)  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/17/25 Time: 12:53  
 Sample (adjusted): 2005M03 2025M08  
 Included observations: 246 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ROMANIA(-1)	-5.51E-05	0.005766	-0.009559	0.9924
D(ROMANIA(-1))	0.468820	0.057793	8.112073	0.0000
C	-0.002493	0.418299	-0.005959	0.9953
@TREND("2005M01")	0.001894	0.002038	0.929535	0.3535
R-squared	0.249677	Mean dependent var		0.421057
Adjusted R-squared	0.240375	S.D. dependent var		1.199204

S.E. of regression	1.045184	Akaike info criterion	2.942389
Sum squared resid	264.3629	Schwarz criterion	2.999386
Log likelihood	-357.9138	Hannan-Quinn criter.	2.965339
F-statistic	26.84259	Durbin-Watson stat	2.015188
Prob(F-statistic)	0.000000		

H0: Seria are unit root.

H1: Seria nu are unit root.

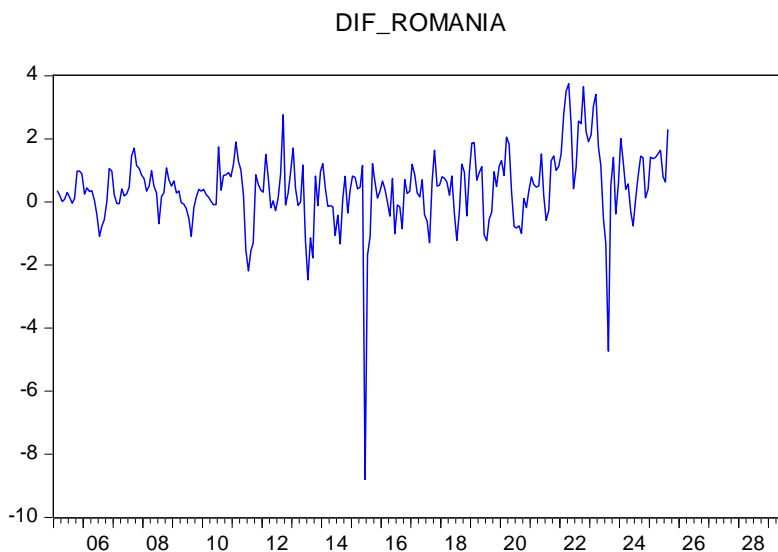
Prob. = 0.9960 > 0.05 => H0 se accepta => Seria are unit root.

Pentru a stationariza seria, calculez diferenta de ordin 1.

2005M01	73.30	2005M01	NA
2005M02	73.66	2005M02	0.360000

Prima valoare este nula deoarece formula (  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$  ) necesita valoarea curenta si cea anterioara, insa pentru prima diferenta nu exista valoarea anterioara.

A doua valoare reprezinta rezultatul diferentei intre valoarea din luna februarie 2005 si cea din luna ianuarie 2005 (73.66 - 73.30).



Seria nu mai are tendinta vizibila pe grafic. Realizez testul Unit Root pentru seria dif\_romania.

Null Hypothesis: DIF\_ROMANIA has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.077837	0.0000

Test critical values:	1% level	-3.456840
	5% level	-2.873093
	10% level	-2.573002

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.











Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(DIF\_ROMANIA)  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/17/25 Time: 13:08  
 Sample (adjusted): 2005M03 2025M08  
 Included observations: 246 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DIF_ROMANIA(-1)	-0.509962	0.056177	-9.077837	0.0000
C	0.218588	0.070804	3.087228	0.0023
R-squared	0.252467	Mean dependent var		0.007886
Adjusted R-squared	0.249404	S.D. dependent var		1.210973
S.E. of regression	1.049150	Akaike info criterion		2.941935
Sum squared resid	268.5747	Schwarz criterion		2.970433
Log likelihood	-359.8580	Hannan-Quinn criter.		2.953410
F-statistic	82.40713	Durbin-Watson stat		2.026756
Prob(F-statistic)	0.000000			

Prob. = 0.00 < 0.05 => H0 se respinge => Seria este stationara.

Aceasta serie nestationara, devine stationara facand o singura diferenta. Asadar, ordinul 1 de diferențiere (integrare) este adecvat.

b) Pentru seria staționarizată (de regulă first difference  $d(Y)$ ): corelograma, interpretați primii trei coeficienți de autocorelație și testați semnificativitatea acestora. Formulați ipoteza nulă și testați semnificativitatea coeficienților de autocorelație AC prin testul Q, pentru  $M=12$  și  $M=15$ . De la ce lag  $k$  coeficienții AC respectiv PAC încep să devină ne semnificativi?

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.485	0.485	58.835	0.000
		2 0.267	0.042	76.742	0.000
		3 0.126	-0.024	80.750	0.000
		4 0.073	0.015	82.092	0.000
		5 -0.000	-0.052	82.092	0.000

Primul coeficient de autocorelație  $r_1=0.485$  masoara corelatia intre valoarea din luna curenta si valoarea inregistrata cu o luna in urma.

$r_2=0.267$  masoara corelatia intre valoarea din luna curenta si valoarea inregistrata cu 2 luni in urma.

$r_3=0.126$  masoara corelatia intre valoarea din luna curenta si valoarea inregistrata cu 3 luni in urma.

Semnificativitatea AC:

$H_0: r_k = 0 \Rightarrow r_k$  apartine intervalului  $[-2/\sqrt{T}, 2/\sqrt{T}]$

$H_1: r_k \neq 0 \Rightarrow r_k$  nu apartine intervalului  $[-2/\sqrt{T}, 2/\sqrt{T}]$

$T = 247$



$r_1 = 0.485 \Rightarrow$  este semnificativ (diferit de zero); nu se află în intervalul  $[-0,127; 0,127]$

$r_2 = 0.267 \Rightarrow$  este semnificativ (diferit de zero); nu se află în intervalul  $[-0,127; 0,127]$

$r_3=0.126 \Rightarrow$  este nesemnificativ; este în intervalul  $[-0,127; 0,127]$

Q12:



$H_0: r_1 = r_2 = \dots = r_{12} = 0$

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		12	0.247	0.122	113.80	0.000

$Q(12) = 113.80$  &  $\text{Prob} = 0.000 < 5\% \Rightarrow H_0$  se respinge  $\Rightarrow$  exista corelatii (autocorelatii) in serie



















Q15:

$H_0: r_1 = r_2 = \dots = r_{15} = 0$

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		15	0.017	0.008	119.05	0.000

$Q(15) = 119.05$  &  $\text{Prob} = 0.000 < 5\% \Rightarrow H_0$  se respinge  $\Rightarrow$  exista corelatii (autocorelatii) in serie

Date: 11/26/25 Time: 17:31  
Sample: 2005M01 2029M08  
Included observations: 247

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.485	0.485	58.835	0.000
		2 0.267	0.042	76.742	0.000
		3 0.126	-0.024	80.750	0.000
		4 0.073	0.015	82.092	0.000
		5 -0.000	-0.052	82.092	0.000
		6 -0.035	-0.027	82.410	0.000
		7 0.024	0.080	82.559	0.000
		8 0.006	-0.030	82.568	0.000
		9 0.045	0.054	83.097	0.000

Coeficientii AC sunt semnificativi pentru lag 1 si lag 2, apoi devin nesemnificativi.

Coeficientul PAC pentru lag 1 este semnificativ, apoi devin nesemnificativi.

c) Identificați și estimați modelul ARIMA adecvat; poate fi selectat în baza corelogramei sau prin criteriile informationale (AIC sau BIC). Cand corelograma nu sugerează un model AR(p) sau MA(q) cu valori mici pentru p sau q (ex. sub 4) sau seria are sezonalitate selectati modelul sugerat de criteriile informaționale. Sugestie: dacă seria are sezonalitate cu perioada k se vor include termeni de forma sar(k) sau/și sma(k);

Modele candidate pentru prima diferența d(curs):

- AR(2) deoarece din PAC primii 2 coeficienti c1 si c2 sunt semnificativi iar ceilalti c3, c4, ..., devin nesemnificativi
- MA(1) deoarece din AC primul coeficient r1 este semnificativ iar ceilalti, r2, r3, r4, ... devin nesemnificativi.

Considerăm pentru prima diferență d(romania), un model AR(2). Prin urmare, pentru datele observate modelul este ARIMA(p, d, q) = ARIMA(2,1,0); p=2, d=1, q=0.

Dependent Variable: DIF\_ROMANIA  
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)  
Date: 12/08/25 Time: 15:38  
Sample: 2005M02 2025M08  
Included observations: 247  
Convergence achieved after 25 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
----------	-------------	------------	-------------	-------

C	0.428346	0.169427	2.528208	0.0121
AR(1)	0.468681	0.041144	11.39111	0.0000
AR(2)	0.039448	0.074166	0.531890	0.5953
SIGMASQ	1.085668	0.032464	33.44201	0.0000
R-squared	0.238908	Mean dependent var	0.420810	
Adjusted R-squared	0.229512	S.D. dependent var	1.196770	
S.E. of regression	1.050495	Akaike info criterion	2.953575	
Sum squared resid	268.1601	Schwarz criterion	3.010407	
Log likelihood	-360.7665	Hannan-Quinn criter.	2.976456	
F-statistic	25.42600	Durbin-Watson stat	1.982752	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.54	-.07		

d) Testați validitatea modelului: semnificativitate pentru coeficienții de la ultimul lag din AR și MA + analiza reziduurilor (corelograma și testul Q pentru autocorelație). Respecificați modelul, dacă este cazul. Elaborați previziuni pentru următoarele cinci perioade.

Semnificativitatea ultimilor coeficienți  $ar(p)$  și  $ma(q)$

Considerăm nivelul de semnificativitate  $\alpha=5\%$

- constanta este semnificativa, deoarece  $Prob. = 0.0121 < 0.05$ , se va mentine in model

- AR(2) este nesemnificativ, deoarece  $Prob. = 0.5953 > 0.05$ , se va elimina din model

Reestimam modelul:

Dependent Variable: DIF\_ROMANIA  
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)  
Date: 12/08/25 Time: 15:43  
Sample: 2005M02 2025M08  
Included observations: 247  
Convergence achieved after 24 iterations  
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.427774	0.163021	2.624047	0.0092
AR(1)	0.488043	0.035725	13.66114	0.0000
SIGMASQ	1.087367	0.032270	33.69545	0.0000
R-squared	0.237717	Mean dependent var	0.420810	
Adjusted R-squared	0.231469	S.D. dependent var	1.196770	
S.E. of regression	1.049160	Akaike info criterion	2.947029	
Sum squared resid	268.5796	Schwarz criterion	2.989653	
Log likelihood	-360.9581	Hannan-Quinn criter.	2.964190	
F-statistic	38.04556	Durbin-Watson stat	2.022680	































Prob(F-statistic)	0.000000
Inverted AR Roots	.49

Coeficientul pt AR(1) este semnificativ.

## Analiza rezidurilor

### Autocorelatie:

Date: 12/08/25 Time: 15:58  
Sample: 2005M01 2029M08  
Included observations: 247  
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.017	-0.017	0.0740	
		2 0.043	0.042	0.5301	0.467
		3 -0.014	-0.012	0.5766	0.750
		4 0.040	0.038	0.9817	0.806
		5 -0.022	-0.020	1.1072	0.893
		6 -0.071	-0.075	2.3878	0.793
		7 0.060	0.061	3.2964	0.771
		8 -0.031	-0.026	3.5497	0.830
		9 -0.017	-0.024	3.6275	0.889
		10 0.066	0.076	4.7552	0.855
		11 0.073	0.068	6.1299	0.804
		12 0.196	0.196	16.227	0.133
		13 0.018	0.034	16.316	0.177
		14 -0.003	-0.031	16.318	0.232
		15 0.040	0.044	16.748	0.270

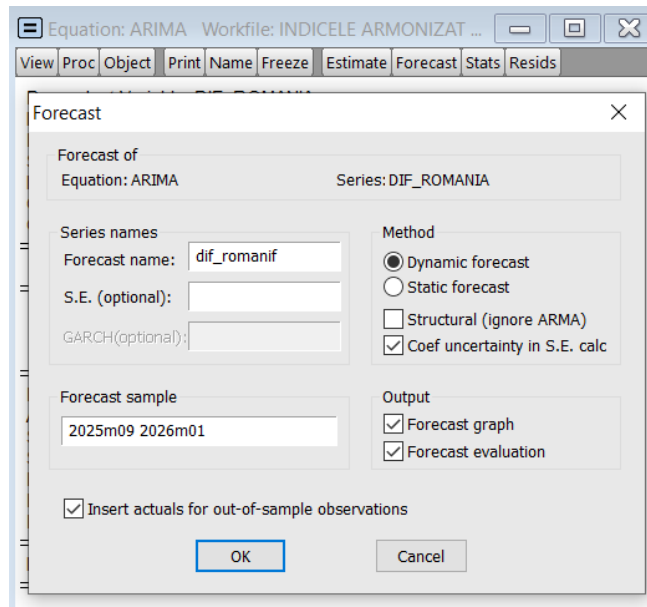
Pentru ultimele linii, testul Q are  $\text{Prob} > 5\%$  rezulta reziduuri necorelate. La Q(15) avem  $\text{Prob} = 0.270 > 5\%$  aferenta ipotezei  $H_0$ : primii 15 coeficienti de autocorelatie ai reziduurilor sunt nesemnificativi, deci modelul este adecvat.

### Heteroskedasticity Test: ARCH

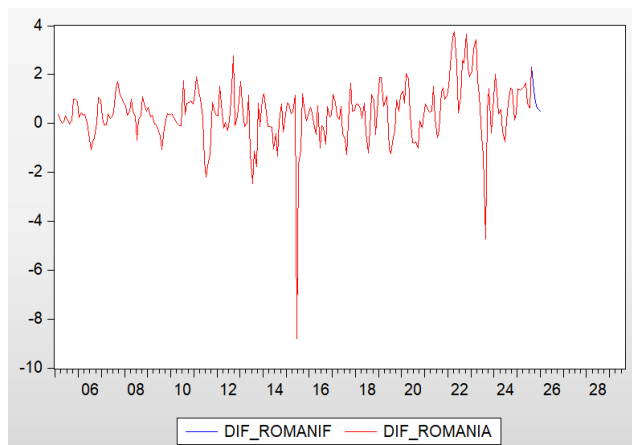
F-statistic	1.065361	Prob. F(1,244)	0.3030
Obs*R-squared	1.069424	Prob. Chi-Square(1)	0.3011

$\text{Prob. Chi-Square}(1) = 0.3011 > 0.05$  rezulta erorile au aceeași varianță.

Prin urmare, modelul ARIMA(1,1,0) cu  $p=1$ ,  $d=1$ ,  $q=0$  a trecut testele de validare. Poate fi utilizat în generarea de previziuni.



La Forecast, in ecuatie, seria pe care s-au facut previziunile este d(romania).



2025M09	1.341500623239054
2025M10	0.8737117842377011
2025M11	0.6454107511856911
2025M12	0.5339900473401593
2026M01	0.4796119611814098

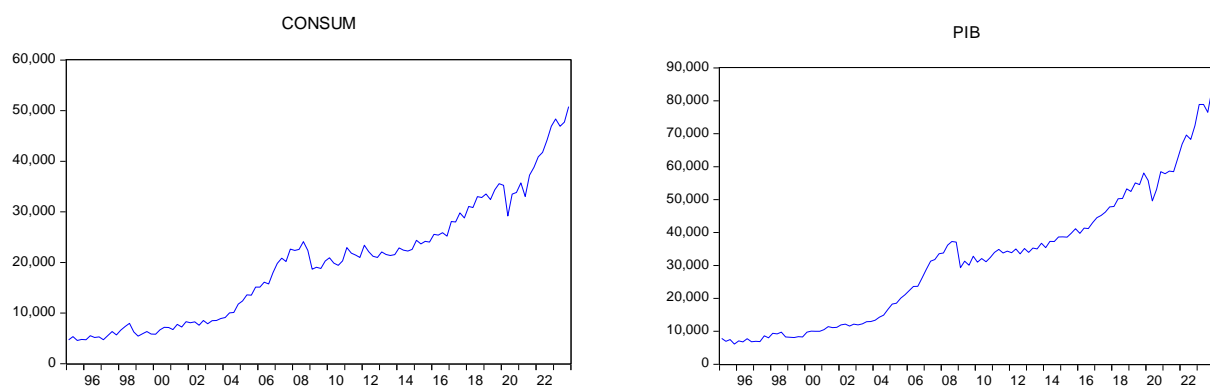
**Problema 3.** Modele econometrice pentru serii staționare: modelul ARDL. Testul Granger de cauzalitate. Se considera două variabile, între care teoria economica sugerează existența unei relații de dependentă. Se respectă cerințele 3 și 4 din Precizări, privind datele. Dacă datele sunt subanuale (lunare, trimestriale) atunci se descarcă date desezonalizate (dacă există) sau se vor desezonaliza în prealabil (dacă au sezonaliitate puternică).



I. Staționarizarea variabilelor (dacă este cazul): dacă variabilele nu sunt staționare (au trendință; unit root) atunci se transformă în serii staționare, de regulă cu prima diferență. Astfel, se calculează diferența de ordin unu pe valorile observate  $d(Y)$ ,  $d(X)$  sau pe valorile logaritmice  $d(\log(Y))$  și  $d(\log(X))$ ; dacă datele sunt exprimate în mărimi absolute (nu sunt rate, nu au valori negative...) se recomandă logaritmarea lor în prealabil.

Am lucrat cu seriile care redau evoluția PIB-ului, respectiv consumului în România, în preturi reale, în perioada 1995-2023.

Seriile sunt nestaționare (cu unit root): din grafic și teste de unit root.



Null Hypothesis: CONSUM has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	1.242737	0.9983
Test critical values: 1% level	-3.490210	
5% level	-2.887665	
10% level	-2.580778	

Null Hypothesis: PIB has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

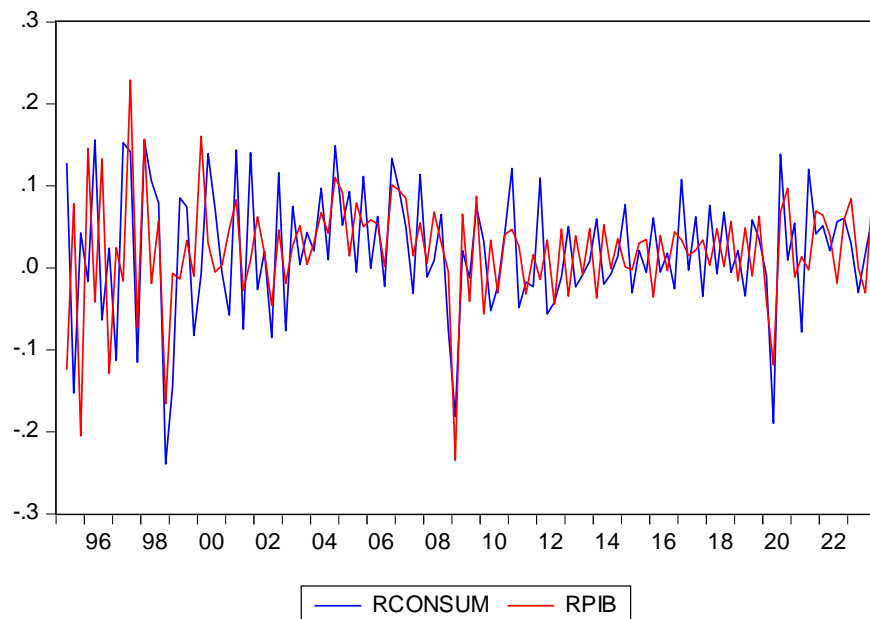
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	1.962295	0.9999
Test critical values: 1% level	-3.490210	
5% level	-2.887665	
10% level	-2.580778	

deci este necesara transformarea lor an serii stationare. Asadar, prin diferenta de ordin unu pe valorile logaritmuate  $d(\log(Y))$  si  $d(\log(X))$  se obtin ratele de variatie fata de perioada anterioara.

Variabile: rconsum și rpib

Y -rconsum: rata de variatie față de anul precedent, pentru consum

X- rpib: rata de variatie față de anul precedent, pentru pib



Graficul seriilor, respectiv testul de radacina unitate ADF indica faptul ca cele doua variabile rconsum, rpib nu au rădăcină unitate (sunt staționare).

Null Hypothesis: RCONSUM has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.479332	0.0004
Test critical values: 1% level	-3.490210	
5% level	-2.887665	
10% level	-2.580778	

Null Hypothesis: RPIB has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.07921	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.488585	
5% level	-2.886959	
10% level	-2.580402	

Variabilele rpiib si rconsum sunt stationare.

## II. Se cere:

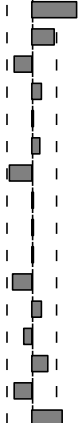
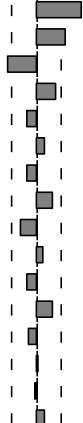
### a) Interpretați corelograma încrucișată (cross-correlation)

Date: 12/08/25 Time: 18:24

Sample: 1995Q1 2023Q4

Included observations: 115

Correlations are asymptotically consistent approximations

RCONSUM,RPIB(-i)	RCONSUM,RPIB(+i)	i	lag	lead
		0	0.3385	0.3385
		1	0.1746	0.2147
		2	-0.1204	-0.2075
		3	0.0808	0.1459
		4	0.0125	-0.0644
		5	0.0638	0.0731
		6	-0.1583	-0.0672
		7	0.0204	0.1216
		8	0.0219	-0.1101
		9	0.0060	0.0513
		10	-0.1314	-0.0598
		11	0.0780	0.1197
		12	-0.0566	-0.0499
		13	0.1286	0.0202
		14	-0.1300	-0.0067
		15	0.2361	0.0616

Prima coloana (lag) sugerează existența unei corelații semnificative între:

- PIB-ul din anul curent  $t$  și consumul din același an  $t$  ( $i=0$ )
- între PIB-ul din anul curent  $t$  și consumul din anul precedent  $t-1$  ( $i=1$ )
- între PIB-ul din anul curent  $t$  și consumul din urmă cu 2 ani  $t-2$  ( $i=2$ )

Cel mai mare coeficient de corelație este cel între primele din anul curent  $t$  și consumul din anul curent.

### b) Aplicați testul Granger de cauzalitate (testul F; pe Group). Interpretare statistică și în termeni de predictibilitate.

Pairwise Granger Causality Tests

Date: 12/08/25 Time: 18:33

Sample: 1995Q1 2023Q4

Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
RPIB does not Granger Cause RCONSUM	113	5.60241	0.0048
RCONSUM does not Granger Cause RPIB		7.68227	0.0008

Prima ipoteză nulă ( $X$  nu este cauza Granger pentru  $Y$ ) se respinge

(Prob.=0.0048<0.05), deci există cauzalitate dinspre PIB înspre consum. PIB-ul este un predictor pentru consum; PIB-ul din anii precedenți contribuie semnificativ la predicția consumului pentru anul următor.

A doua ipoteza nula (Y nu este cauza Grander pentru X) se respinge (Prob.=0.0008<0.05), deci exista cauzalitate dinspre consum inspre PIB.

Testul Granger indica o relatie de cauzalitate bidirectionala intre PIB si consum.

O modalitate de stabilire a numarului de intarzieri (lags) consta in estimarea unui model vector autoregresiv VAR si determinarea numarului de lags cu criteriile informationale.

VAR Lag Order Selection Criteria  
Endogenous variables: RCONSUM RPIB  
Exogenous variables: C  
Date: 12/08/25 Time: 18:51  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 112

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	296.3705	NA	1.79e-05	-5.256616	-5.208072	-5.236920
1	334.7423	74.68788	9.67e-06	-5.870398	-5.724764	-5.811310
2	338.7448	7.647676	9.67e-06	-5.870443	-5.627720	-5.771962
3	386.4582	89.46254*	4.43e-06*	-6.651039*	-6.311226*	-6.513166*

Toate trei criteriile (AIC, SC si HQ) sugereaza lag=3.

c) Elaborați un model de tip ARDL(p,q): specificare (cu criterii informaționale), estimare, validare (testul t, testul Q). Scrieți ecuația modelului, interpretați termenii care intervin, interpretați multiplicatorul dinamic pe termen scurt respectiv lung.

Dependent Variable: RCONSUM  
Method: ARDL  
Date: 12/08/25 Time: 19:01  
Sample (adjusted): 1996Q1 2023Q4  
Included observations: 112 after adjustments  
Maximum dependent lags: 4 (Automatic selection)  
Model selection method: Akaike info criterion (AIC)  
Dynamic regressors (4 lags, automatic): RPIB  
Fixed regressors: C  
Number of models evaluated: 20  
Selected Model: **ARDL(3, 3)**  
Note: final equation sample is larger than selection sample

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
RCONSUM(-1)	-0.690026	0.066684	-10.34767	0.0000
RCONSUM(-2)	-0.588515	0.076727	-7.670254	0.0000
<b>RCONSUM(-3)</b>	-0.715372	0.066354	-10.78107	0.0000
RPIB	1.029738	0.067664	15.21843	0.0000
RPIB(-1)	0.686821	0.084880	8.091705	0.0000
RPIB(-2)	0.597695	0.096755	6.177443	0.0000
<b>RPIB(-3)</b>	0.735625	0.083277	8.833481	0.0000

C	-0.004616	0.004595	-1.004418	0.3175
R-squared	0.776050	Mean dependent var	0.021080	
Adjusted R-squared	0.760977	S.D. dependent var	0.075998	
S.E. of regression	0.037155	Akaike info criterion	-3.678669	
Sum squared resid	0.143574	Schwarz criterion	-3.484491	
Log likelihood	214.0055	Hannan-Quinn criter.	-3.599885	
F-statistic	51.48429	Durbin-Watson stat	1.852067	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Modelul identificat: ARDL(p=3, q=3)

Testez semnificativitatea ultimilor coeficienti din AR si MA, pentru a vedea daca p si/sau q pot fi micsorați. Fixez alpha=5%.

Constanta este nesemnificativa, asadar o elimin.

Testez semnificativitatea RCONSUM(-3):

Dependent Variable: RCONSUM

Method: ARDL

Date: 12/08/25 Time: 19:11

Sample (adjusted): 1996Q1 2023Q4

Included observations: 112 after adjustments

Dependent lags: 2 (Fixed)

Dynamic regressors (3 lags, fixed): RPIB

Fixed regressors: C

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
RCONSUM(-1)	-0.581258	0.095464	-6.088759	0.0000
RCONSUM(-2)	-0.158928	0.094960	-1.673620	0.0972
RPIB	0.893726	0.096276	9.282937	0.0000
RPIB(-1)	0.701443	0.122912	5.706888	0.0000
RPIB(-2)	0.043603	0.118722	0.367270	0.7142
RPIB(-3)	0.144889	0.090822	1.595312	0.1136
R-squared	0.525762	Mean dependent var	0.021080	
Adjusted R-squared	0.498663	S.D. dependent var	0.075998	
S.E. of regression	0.053810	Akaike info criterion	-2.946239	
Sum squared resid	0.304034	Schwarz criterion	-2.776332	
Log likelihood	171.9894	Hannan-Quinn criter.	-2.877302	
F-statistic	19.40129	Durbin-Watson stat	2.231370	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Coeficientul RCONSUM(-2) este nesemnificativ si se elimina.

Dependent Variable: RCONSUM

Method: ARDL

Date: 12/08/25 Time: 19:17

Sample (adjusted): 1996Q1 2023Q4

Included observations: 112 after adjustments

Dependent lags: 1 (Fixed)

Dynamic regressors (3 lags, fixed): RPIB

Fixed regressors: C

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
----------	-------------	------------	-------------	--------

RCONSUM(-1)	-0.498864	0.082482	-6.048119	0.0000
RPIB	0.911479	0.096499	9.445434	0.0000
RPIB(-1)	0.593388	0.105473	5.625947	0.0000
RPIB(-2)	-0.087751	0.089832	-0.976838	0.3309
RPIB(-3)	0.123796	0.090704	1.364839	0.1752
R-squared	0.513111	Mean dependent var	0.021080	
Adjusted R-squared	0.490145	S.D. dependent var	0.075998	
S.E. of regression	0.054266	Akaike info criterion	-2.937769	
Sum squared resid	0.312144	Schwarz criterion	-2.792135	
Log likelihood	170.5151	Hannan-Quinn criter.	-2.878681	
F-statistic	22.34175	Durbin-Watson stat	2.165125	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Coeficientul RCONSUM(-1) este semnificativ, asadar il pastrez.

### Testez semnificativitatea RPIB(-3):

Dependent Variable: RCONSUM  
Method: ARDL  
Date: 12/08/25 Time: 19:21  
Sample (adjusted): 1995Q4 2023Q4  
Included observations: 113 after adjustments  
Dependent lags: 1 (Fixed)  
Dynamic regressors (2 lags, fixed): RPIB  
Fixed regressors: C

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
RCONSUM(-1)	-0.535275	0.080898	-6.616690	0.0000
RPIB	0.851302	0.092124	9.240865	0.0000
RPIB(-1)	0.637131	0.102088	6.241005	0.0000
RPIB(-2)	-0.113954	0.089439	-1.274105	0.2054
R-squared	0.496171	Mean dependent var	0.021270	
Adjusted R-squared	0.477511	S.D. dependent var	0.075685	
S.E. of regression	0.054707	Akaike info criterion	-2.930397	
Sum squared resid	0.323233	Schwarz criterion	-2.809716	
Log likelihood	170.5674	Hannan-Quinn criter.	-2.881426	
F-statistic	26.58964	Durbin-Watson stat	2.064849	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Coeficientul RPIB(-2) este nesemnificativ si se elimina.

Dependent Variable: RCONSUM  
Method: ARDL  
Date: 12/08/25 Time: 19:23  
Sample (adjusted): 1995Q3 2023Q4  
Included observations: 114 after adjustments  
Dependent lags: 1 (Fixed)  
Dynamic regressors (1 lag, fixed): RPIB  
Fixed regressors: C

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
RCONSUM(-1)	-0.582217	0.076019	-7.658878	0.0000
RPIB	0.839692	0.091043	9.223049	0.0000

RPIB(-1)	0.709016	0.092679	7.650215	0.0000
R-squared	0.506403	Mean dependent var	0.019746	
Adjusted R-squared	0.492941	S.D. dependent var	0.077086	
S.E. of regression	0.054891	Akaike info criterion	-2.932468	
Sum squared resid	0.331436	Schwarz criterion	-2.836461	
Log likelihood	171.1507	Hannan-Quinn criter.	-2.893504	
F-statistic	37.61798	Durbin-Watson stat	2.036463	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Coeficientul RPIB(-1) este semnificativ, asadar il pastrez.

Forma finala este modelul ARDL(1, 1):

$$RC_t = \mu + \beta_1 RC_{t-1} + \alpha_0 RP_t + \alpha_1 RP_{t-1} + \varepsilon_t$$

Testare asupra reziduurilor:































### Testul Q

Date: 12/08/25 Time: 19:40

Sample: 1995Q1 2023Q4

Included observations: 114































Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 -0.023	-0.023	0.0646	0.799
		2 -0.559	-0.560	36.933	0.000
		3 -0.277	-0.452	46.058	0.000
		4 0.582	0.309	86.712	0.000
		5 0.262	0.088	95.045	0.000
		6 -0.321	0.060	107.69	0.000
		7 -0.440	-0.136	131.58	0.000
		8 0.247	-0.058	139.17	0.000
		9 0.328	-0.113	152.70	0.000
		10 -0.050	-0.019	153.02	0.000
		11 -0.360	0.023	169.68	0.000
		12 0.036	0.085	169.85	0.000
		13 0.154	-0.181	172.94	0.000
		14 0.054	-0.157	173.32	0.000
		15 -0.175	-0.089	177.40	0.000

Statistica Ljung-Box aferenta ipotezei nule: primii 12 coeficienti de autocorelatie sunt nesemnificativi, este  $Q(12)=169.85$ , iar probabilitatea aferentă ipotezei nule  $Prob=0.000 < 5\%$  prin urmare reziduurile sunt corelate, deci trebuie respecificat modelul dupa majorarea p si q.

Am majorat p si q pana cand rezidurile nu mai erau corelate si am ajuns la modelul  $p=3$  si  $q=3$ .

Date: 12/08/25 Time: 19:46  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 112  
Q-statistic probabilities adjusted for 3 dynamic regressors

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 0.055	0.055	0.3541	0.552
		2 0.113	0.110	1.8376	0.399
		3 0.125	0.115	3.6645	0.300
		4 0.041	0.019	3.8624	0.425
		5 0.019	-0.009	3.9056	0.563
		6 -0.113	-0.138	5.4435	0.488
		7 -0.180	-0.189	9.3874	0.226
		8 0.071	0.112	10.004	0.265
		9 -0.034	0.036	10.150	0.339
		10 -0.004	0.038	10.152	0.427
		11 -0.168	-0.191	13.735	0.248
		12 -0.054	-0.081	14.114	0.293
		13 -0.136	-0.167	16.494	0.224
		14 -0.163	-0.124	19.958	0.131
		15 -0.086	0.021	20.939	0.139

Statistica Ljung-Box aferenta ipotezei nule: primii 12 coeficienti de autocorelatie sunt nesemnificativi, este  $Q(12)=14.114$ , iar probabilitatea aferentă ipotezei nule  $Prob=0.293 > 0.05$  prin urmare reziduurile sunt necorelate, deci modelul este adecvat.

### Testul LM

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	1.464546	Prob. F(2,102)	0.2360
Obs*R-squared	3.126476	Prob. Chi-Square(2)	0.2095

la 5% nivel de semnificativitate nu indica prezenta corelatiilor în reziduuri.

### Testul LM pentru heteroscedasticitate de tip ARCH

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	2.312112	Prob. F(1,109)	0.1313
Obs*R-squared	2.305629	Prob. Chi-Square(1)	0.1289

indica reziduuri homoscedastice (au aceeași varianță).

Modelul ARDL(3,3) estimat:

$$RC_t = 0.59RC_{t-1} - 0.51RC_{t-2} - 0.51RC_{t-3} + 0.18RP_t + 0.29RP_{t-1} + 0.26RP_{t-2} + 0.26RP_{t-3}$$

Dependent Variable: RCONSUM

Method: ARDL

Date: 12/08/25 Time: 19:59

Sample (adjusted): 1996Q1 2023Q4

Included observations: 112 after adjustments

Dependent lags: 3 (Fixed)



Dynamic regressors (3 lags, fixed): RPIB  
Fixed regressors:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
RCONSUM(-1)	-0.688371	0.066667	-10.32557	0.0000
RCONSUM(-2)	-0.585407	0.076668	-7.635637	0.0000
RCONSUM(-3)	-0.713234	0.066323	-10.75393	0.0000
RPIB	1.003259	0.062320	16.09857	0.0000
RPIB(-1)	0.665635	0.082221	8.095725	0.0000
RPIB(-2)	0.574175	0.093882	6.115923	0.0000
RPIB(-3)	0.711707	0.079803	8.918298	0.0000
R-squared	0.773878	Mean dependent var	0.021080	
Adjusted R-squared	0.760957	S.D. dependent var	0.075998	
S.E. of regression	0.037157	Akaike info criterion	-3.686873	
Sum squared resid	0.144967	Schwarz criterion	-3.516967	
Log likelihood	213.4649	Hannan-Quinn criter.	-3.617937	
Durbin-Watson stat	1.830353			

$$RC_t = -0.68RC_{t-1} - 0.58RC_{t-2} - 0.71RC_{t-3} + RP_t + 0.66RP_{t-1} + 0.57RP_{t-2} + 0.71RP_{t-3}$$

Interpretare coeficienti:

Multiplicatorul dinamic pe termen lung este:

$$m = \frac{1 + 0.66 + 0.57 + 0.71}{1 - (-0.68 - 0.58 - 0.71)} = 0.989$$

O creștere permanentă în RP cu 1% determină o creștere pe termen lung a RC cu 0.989%.

O creștere a RP în t cu 1% este asociată în același an t cu o creștere în RC cu 1%; coeficientul este multiplicatorul pe termen scurt (multiplicatorul de impact).

### Partea III

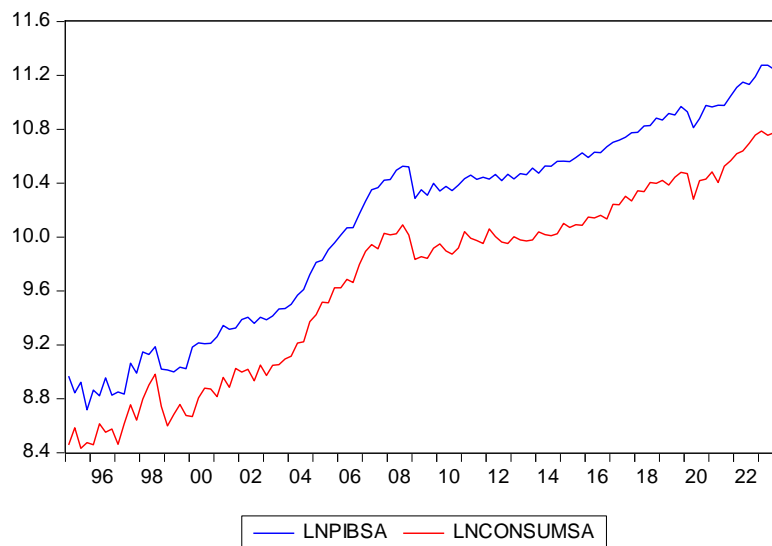
**Problema 4.** Modele econometrice cu variabile nestaționare. Se considera doua variabile nestaționare (cu unit root), integrate de ordinul unu I(1), între care anticipăm ca exista o relație de dependență. Se respectă cerințele din Precizări punctele 3 și 4 privind datele. Se cere:

a) Pregătirea datelor: dacă datele sunt subanuale (lunare, trimestriale) și au sezonabilitate puternică se vor desezonaliza. Dacă sunt exprimate în cifre absolute (nu sunt rate, nu au valori negative, ...) se vor logaritma. În continuare se va lucra cu aceste date (desezonalizate, logaritmuate – dacă este cazul);

Am lucrat cu seriile care redau evoluția PIB-ului, respectiv consumului în România, în preturi reale, în perioada 1995-2023. Ambele serii au componenta

sezoniera si sunt exprimate in valori absolute, asadar le-am desezonalizat si logaritmat.

b) Verificați dacă variabilele sunt I(1): grafice și teste de unit root;



Null Hypothesis: LNCONSUMSA has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.201595	0.4837
Test critical values: 1% level	-4.042819	
5% level	-3.450807	
10% level	-3.150766	

Null Hypothesis: LNPIBSA has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

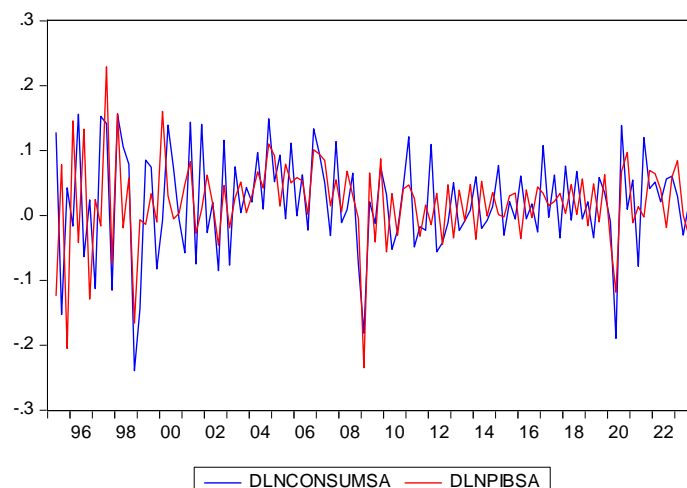
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.099263	0.5404
Test critical values: 1% level	-4.039797	
5% level	-3.449365	
10% level	-3.149922	

H0: Seria are unit root.

H1: Seria nu are unit root.

Prob. > 0.05 => H0 se accepta => Seriile au unit root.

Pentru a stationariza seriile, le calculez diferenta de ordin 1.



Null Hypothesis: DLNCONSUMSA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.479332	0.0004
Test critical values: 1% level	-3.490210	
5% level	-2.887665	
10% level	-2.580778	

Null Hypothesis: DLNPIBSA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.07921	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.488585	
5% level	-2.886959	
10% level	-2.580402	

Prob. < 0.05 => H0 se respinge => Seriile sunt stationare.

Aceste serii nestationara, devin stationare facand o singura diferenta. Asadar, ordinul 1 de diferențiere (integrare) este adecvat.

c) Analizați existența unei relații de cointegrare între variabile prin metoda Engle-Granger (testele de cointegrare se aplică pe variabile nestationare). Dacă este cazul, estimați ecuația de cointegrare (echilibru pe termen lung), interpretați coeficienții; de asemenea, verificați și vizual (din grafic) staționaritatea reziduului;

Series: LNCONSUMSA LNPIBSA  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 116  
Null hypothesis: Series are not cointegrated  
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=12)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNCONSUMSA	-1.838074	0.3038	-7.659082	0.2727
LNPIBSA	-1.835170	0.3050	-7.647342	0.2734

Series: LNCONSUMSA LNPIBSA  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 116  
Null hypothesis: Series are not cointegrated  
Cointegrating equation deterministics: C  
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=12)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNCONSUMSA	-2.717658	0.2012	-19.47487	0.0505
LNPIBSA	-2.614461	0.2391	-17.69801	0.0750

Series: LNCONSUMSA LNPIBSA  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 116  
Null hypothesis: Series are not cointegrated  
Cointegrating equation deterministics: C @TREND  
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=12)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNCONSUMSA	-2.707372	0.4194	-19.36395	0.1629
LNPIBSA	-2.079560	0.7421	-9.452841	0.6773

Series: LNCONSUMSA LNPIBSA  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 116  
Null hypothesis: Series are not cointegrated  
Cointegrating equation deterministics: C @TREND @TREND^2  
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=12)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
LNCONSUMSA	-2.941090	0.5135	-22.33738	0.2202
LNPIBSA	-3.085341	0.4360	-16.88649	0.4630

$H_0$ : Seriile nu sunt cointegrate

$H_1$ : Seriile sunt cointegrate

Prob.>0.05 =>  $H_0$  se accepta => seriile nu sunt cointegrate

Indiferent care dintre cele doua variabile se considera dependenta, ambele teste (tau si z) indica acceptarea ipotezei nule. Ipoteza nulă se acceptă, deci nu există relație de cointegrare. Concluzia este aceeași pentru toate cele patru cazuri (None, Constant, Linear, Quadratic).

d.2) Daca variabilele nu sunt cointegrate atunci elaborati un model econometric de tip vector autoregresiv VAR (pentru diferențele de ordinul unu), testați validitatea, aplicați testul Granger pe VAR, generați previziuni pentru următoarele 5 perioade, interpretați funcțiile impuls.

Variabile stationarizate:  $d(\log(\text{consumsa}))$ ,  $d(\log(\text{pibsa}))$  prima diferenta pe valorile logaritmăte (ratele de variație ale consumului si PIB-ului fata de trimestrul precedent).

Vector Autoregression Estimates  
Date: 01/20/26 Time: 17:00  
Sample (adjusted): 1995Q4 2023Q4  
Included observations: 113 after adjustments  
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

	DLNCONS...	DLNPIBSA
DLNCONSUMSA(-1)	-0.459680 (0.12456) [-3.69034]	0.173746 (0.09791) [ 1.77451]
DLNCONSUMSA(-2)	-0.266974 (0.12290) [-2.17224]	-0.171522 (0.09661) [-1.77546]
DLNPIBSA(-1)	0.513743 (0.15834) [ 3.24451]	-0.257254 (0.12446) [-2.06689]
DLNPIBSA(-2)	0.223604 (0.14996) [ 1.49109]	0.286209 (0.11788) [ 2.42807]
C	0.020127 (0.00770) [ 2.61403]	0.021069 (0.00605) [ 3.48125]

VAR Lag Order Selection Criteria  
Endogenous variables: DLNCONSUMSA DLNPIBSA  
Exogenous variables: C  
Date: 01/20/26 Time: 17:01  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 107

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	296.4431	NA	1.40e-05	-5.503609	-5.453649	-5.483356
1	319.8725	45.54506	9.71e-06	-5.866776	-5.716897	-5.806017
2	324.1699	8.193101	9.66e-06	-5.872334	-5.622537	-5.771069
3	370.5768	86.74197	4.37e-06	-6.664987	-6.315271*	-6.523217*
4	374.7049	7.561725	4.36e-06	-6.667381	-6.217746	-6.485105
5	378.3423	6.526894	4.40e-06	-6.660603	-6.111050	-6.437822
6	386.2471	13.88890*	4.09e-06	-6.733591	-6.084119	-6.470304
7	391.2307	8.569911	4.02e-06*	-6.751976*	-6.002585	-6.448183
8	393.2798	3.447073	4.18e-06	-6.715511	-5.866200	-6.371212

Numărul de intarzieri p pentru care sunt criteriile SC si HQ sunt minime este 3 (lag=3). Criteriul AIC sugereaza lag=7.

Am estimat un model VAR(7); lag Intervals for Endogenous: 1 7

# Vector Autoregression Estimates

Date: 01/20/26 Time: 20:35

Sample (adjusted): 1997Q1 2023Q4

Included observations: 108 after adjustments

Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

	DLNCONS...	DLNPIBSA			
			DLNPIBSA(-1)	0.808453	0.046264
				(0.23985)	(0.19463)
				[ 3.37064]	[ 0.23770]
			DLNPIBSA(-2)	0.965141	0.375178
				(0.26289)	(0.21333)
				[ 3.67128]	[ 1.75871]
			DLNPIBSA(-3)	0.488529	-0.058450
				(0.27305)	(0.22157)
				[ 1.78917]	[-0.26380]
			DLNPIBSA(-4)	0.137337	0.232066
				(0.28214)	(0.22895)
				[ 0.48677]	[ 1.01363]
			DLNPIBSA(-5)	-0.169689	0.043832
				(0.25262)	(0.20499)
				[-0.67171]	[ 0.21382]
			DLNPIBSA(-6)	-0.574217	-0.270815
				(0.24829)	(0.20148)
				[-2.31272]	[-1.34415]
			DLNPIBSA(-7)	-0.445186	-0.370079
				(0.21017)	(0.17055)
				[-2.11822]	[-2.16996]
			C	0.017188	0.019974
				(0.00918)	(0.00745)
				[ 1.87310]	[ 2.68243]

Ecuatiile modelului indica legatura intre ratele de variatie din luna curenta t si valorile lor din ultimele sapte trimestre (t-1 -> t-7).

Indica o corelatie semnificativa intre consumul din perioada curenta si PIB-ul inregistrat in urma cu 7 trimestre. La un nivel de semnificatie de 5%, valoarea testului Student  $t_{calc} = -2.11 \notin [-1.96, 1.96]$ .

Validare model:

Testul pentru autocorelatie in seriile reziduurilor:

Testul multivariat Portmanteau Q (de tip Ljung-Box) respectiv testul LM pentru autocorelatia reziduurilor nu indica autocorelatii in reziduuri (Prob= 0.08 > 5%):

VAR Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations  
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h  
Date: 01/20/26 Time: 17:37  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 108

Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	0.093496	NA*	0.094370	NA*	NA*
2	0.276553	NA*	0.280881	NA*	NA*
3	0.353851	NA*	0.360387	NA*	NA*
4	0.373168	NA*	0.380447	NA*	NA*
5	1.125942	NA*	1.169764	NA*	NA*
6	1.593072	NA*	1.664372	NA*	NA*
7	5.925750	NA*	6.297335	NA*	NA*
8	7.590871	0.1078	8.095665	0.0881	4

Se poate micsora numarul de lag-uri (de la 7 la 6)?

VAR Lag Exclusion Wald Tests  
Date: 01/20/26 Time: 20:53  
Sample: 1995Q1 2023Q4  
Included observations: 108

Chi-squared test statistics for lag exclusion:  
Numbers in [ ] are p-values

	DLNCONS...	DLNPIBSA	Joint
Lag 1	14.80113 [ 0.000611]	0.292746 [ 0.863836]	53.11759 [ 8.05e-11]
Lag 2	14.35195 [ 0.000765]	3.266436 [ 0.195300]	21.08921 [ 0.000304]
Lag 3	6.427886 [ 0.040198]	1.090655 [ 0.579652]	18.27339 [ 0.001091]
Lag 4	6.214848 [ 0.044716]	4.567527 [ 0.101900]	7.594927 [ 0.107596]
Lag 5	0.505140 [ 0.776802]	0.476748 [ 0.787908]	5.156914 [ 0.271573]
Lag 6	5.370909 [ 0.068190]	3.879157 [ 0.143765]	15.18746 [ 0.004328]
Lag 7	5.162318 [ 0.075686]	4.708748 [ 0.094953]	7.347399 [ 0.118630]
df	2	2	4

$H_0$ : coefficientii variabilelor din t-7 sunt zero

Prob= 0.07 < 10%  $\Rightarrow H_0$  se respinge  $\Rightarrow$  nu se pot exclude variabilele din urma cu 7 trimestre.

La nivelul de semnificativitate de 10% exista coeficienti semnificativi pentru lag=7, insa pentru un nivel de 5% nu exista coeficienti semnificativi. In urma

micsorarii numarului de lag-uri treptat, am ajuns la concluzia ca VAR(7) este singurul model valid din punct de vedere al testului pentru autocorelatia reziduurilor.

Cele două ecuații ale modelului VAR(7) estimat sunt:

$$RCONSUM_t = 0.017 - 0.74RCONSUM_{t-1} - 0.82RCONSUM_{t-2} - \dots + 0.22RCONSUM_{t-7} + 0.8RPIB_{t-1} + 0.96RPIB_{t-2} + \dots - 0.44RPIB_{t-7}$$

$$RPIB_t = 0.019 + 0.008RCONSUM_{t-1} - 0.31RCONSUM_{t-2} - \dots + 0.25RCONSUM_{t-7} + 0.04RPIB_{t-1} + 0.37RPIB_{t-2} - \dots - 0.37RPIB_{t-7}$$

Testul Granger de cauzalitate, test de tip Wald:

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests

Date: 01/20/26 Time: 21:33

Sample: 1995Q1 2023Q4

Included observations: 108

Dependent variable: DLNCONSUMSA

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DLNPIBSA	20.16347	7	0.0052
All	20.16347	7	0.0052

Dependent variable: DLNPIBSA

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DLNCONS...	11.37566	7	0.1231
All	11.37566	7	0.1231

Exista cauzalitate dinspre PIB inspre consum, pentru nivelul de semnificativitate de 5% (Prob= 0.005 < 5%). Istoricul variabilei PIB nu poate fi exclus din ecuatia cu variabila dependenta consum (deoarece are coeficienti semnificativi).

Nu exist cauzalitate dinspre consum inspre PIB (Prob= 0.123 > 5%).

Previziuni:

Forecast sample: 2024Q1 2025Q1



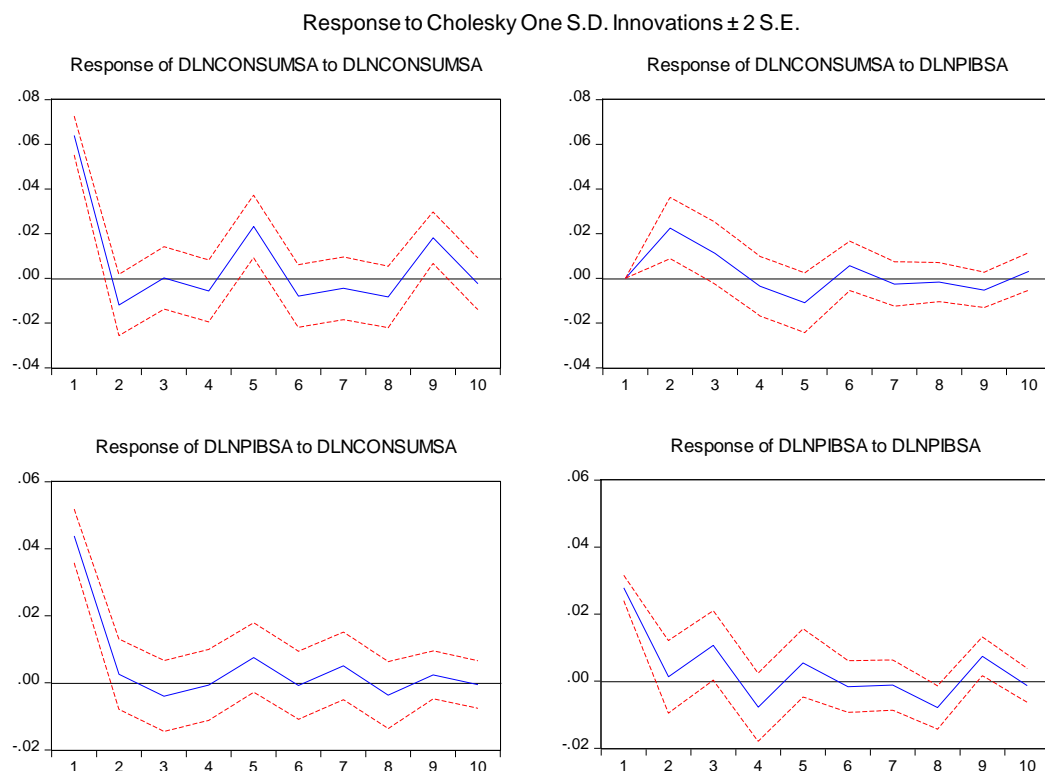
Previziunile sunt salvate in dlnconsumsa\_f

2024Q1	0.05171243128010758
2024Q2	0.01655336608994428
2024Q3	0.002893202176571616
2024Q4	0.02834485093055295
2025Q1	0.04382061813777093

Previziunile sunt salvate in dlnpibsa\_f

2024Q1	0.0389237628371385
2024Q2	0.06292333330647021
2024Q3	-0.01094137014535424
2024Q4	0.0157578561965384
2025Q1	0.02397838636101165

Funcțiile impuls-raspuns:



Arata raspunsul fiecarei variabile, in perioada curenta si in perioadele viitoare la o modificare in variabila impuls in perioada curenta. Atunci cand intervalul de incredere contine valoarea zero marimea raspunsului devine nesemnificativa.

- Un impuls asupra consumului nu determina o modificare semnificativa a consumului in urmatoarea perioada.
- Consumul nu raspunde la un impuls in PIB in aceeaasi perioada ( $t=1$ ). Un impuls pozitiv in PIB egal cu o abatere standard (SD) duce la o crestere cu 0.022 in consum, dupa o perioada ( $t=2$ ) de la aplicarea impulsului. Dupa o perioada ( $t=3$ ) impactul unui impuls in PIB asupra consumului devine nesemnificativ.
- Un impuls asupra consumului determina o crestere semnificativa a PIB in aceeaasi perioada ( $t=1$ ) dupa care raspunsul devine nesemnificativ.
- Un impuls asupra PIB-ului nu determina o modificare semnificativa a PIB-ului in urmatoarea perioada.