

12) Folosind algoritmul Miller-Rabin, determinați dacă numărul 40289 este prim sau compus

$$n = 40289 \Rightarrow n-1 = 40288 = 2^5 \cdot 1259$$

$$\begin{array}{r|l} 40288 & 2 \\ 20144 & 2 \\ 10072 & 2 \\ 5036 & 2 \\ 2518 & 2 \\ 1259 & 1259 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{Obținem: } 2^{1259} \pmod{40289} \equiv$$

$$= 2 \cdot 2^{1258} \pmod{40289} =$$

$$= 2 \cdot (2^2)^{629} \pmod{40289} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot 4^{628} \pmod{40289} =$$

$$= 8 \cdot (4^2)^{314} \pmod{40289} = 8 \cdot (16^2)^{157} \pmod{40289} =$$

$$= 8 \cdot 16^2 \cdot (16^2)^{156} \pmod{40289} = 2048 \cdot (256^2)^{78} \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (65536)^{78} \pmod{40289} \equiv$$

$$\equiv 2048 \cdot (25247)^{78} \pmod{40289} =$$

$$\begin{array}{r} 65536 : 40289 = 1 \\ 40289 \\ \hline 25247 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 637411009 : 40289 = \\ = 15820 \text{ r } 39029 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1582600 : 40289 = \\ = 39 \text{ r } 16329 \end{array}$$

$$= 2048 \cdot (25247^2)^{36} \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (637411009)^{36} \pmod{40289} =$$

$$\equiv 2048 \cdot 39029^{36} \pmod{40289} =$$

$$\equiv 2048 \cdot (-1260)^{36} \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (1260^2)^{18} \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (1587600)^{18} \pmod{40289} =$$

$$\equiv 2048 \cdot 16329^{18} \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (16329^2)^9 \pmod{40289} =$$

$$= 2048 \cdot (266636241)^9 \pmod{40289} \equiv$$

$$\equiv 2048 \cdot (3639)^9 \pmod{40289} = 2048 \cdot 3639 \cdot (3639^2)^4 \pmod{40289} =$$

$$= 7452672 \cdot (13242321)^4 \pmod{40289} \equiv$$

$$\equiv \underset{111}{39496} \underset{111}{(27529)}^4 \pmod{40289} =$$

$$= (-793) \cdot (12760^2)^2 \pmod{40289}$$

$$= (-793) \cdot 162817600^2 \pmod{40289} =$$

$$\equiv (-793) \cdot 9751^2 \pmod{40289} =$$

$$\equiv (-793) \cdot 95082001 \pmod{40289} =$$

$$\equiv (-793) \cdot 40250 \pmod{40289} =$$

$$\equiv (-793) \cdot (-39) \pmod{40289} = 30927 \pmod{40289} =$$

$$\Rightarrow 2^{1259} \equiv 30927 \pmod{40289} \equiv -9362 \pmod{40289}$$

$$2^{2 \cdot 1259} \equiv (-9362)^2 = 87647044 \equiv 18469 \pmod{40289}$$

$$2^{2^2 \cdot 1259} \equiv 18469^2 \equiv 17287 \pmod{40289}$$

$$2^{2^3 \cdot 1259} \equiv 17287^2 \equiv 16856 \pmod{40289}$$

$$2^{2^5 \cdot 1259} \equiv 2^{2^3 \cdot 1259} \cdot 2^{2^2} \equiv 16856 \cdot 2^4 \equiv 16856 \cdot 256 \equiv$$

$$\equiv 4315136 \equiv 4213 \not\equiv -1 \Rightarrow \text{nur ergebnis}$$