

stepik zadanie

Maciej Adamski

29 stycznia 2024

Streszczenie

Ten artykuł dostarcza kompleksowego przeglądu całek, obejmując ich definicję, właściwości, różne zastosowania oraz skupienie na różnych typach całek. Celem jest pogłębienie zrozumienia czytelnika w zakresie rachunku różniczkowego.

1 Wstęp

Całkowanie to fundamentalne pojęcie w rachunku różniczkowym, które zajmuje się akumulacją wielkości. Artykuł ten bada różne aspekty całek, od podstawowych definicji po praktyczne zastosowania.

1.1 Cel Badania

Głównym celem jest dostarczenie czytelnikowi klarownego zrozumienia całek, ich właściwości oraz sposobów zastosowania w różnych dziedzinach.

2 Podstawy Całkowania

Artykuł rozpoczyna się od wprowadzenia do podstawowych koncepcji całkowania, w tym definicji całki oraz związku z różniczkowaniem.

2.1 Całki Oznaczone i Nieoznaczone

Omawiamy różnicę między całkami oznaczonymi a nieoznaczonymi oraz ich odpowiednie interpretacje.

2.2 Podstawowa Twierdzenie Rachunku Całkowego

Podstawowe Twierdzenie Rachunku Całkowego stanowi istotne połączenie między różniczkowaniem a całkowaniem.

3 Właściwości Całek

Ta sekcja obejmuje różne właściwości całek, takie jak liniowość, addytywność oraz twierdzenie o wartości średniej dla całek.

4 Zastosowania Całek

Całki znajdują zastosowanie w licznych dziedzinach. Ten rozdział bada niektóre praktyczne zastosowania, takie jak obliczanie pól powierzchni, objętości czy problemy pracy.

4.1 Pole Pod Krzywą

Zagłębimy się w geometryczną interpretację całek jako pola pod krzywą.

4.2 Objętość Obróconego Ciała

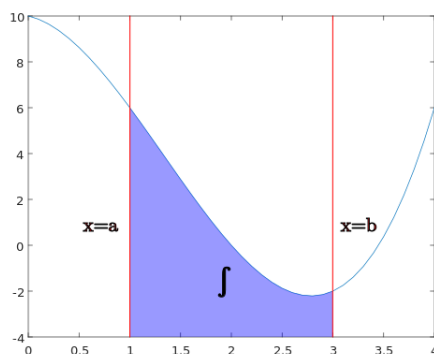
Artykuł bada, w jaki sposób całki można wykorzystać do obliczania objętości ciał obrotowych w trójwymiarze.

5 Rodzaje Całek

Ta sekcja wprowadza różne rodzaje całek, w tym całki oznaczone, nieoznaczone oraz całki krzyżowe.

5.1 Całki Oznaczone

Całka oznaczona reprezentuje zorientowane pole pod krzywą między dwoma punktami.

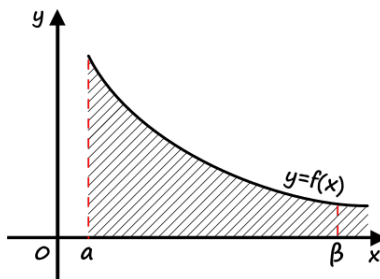


Rysunek 1: Graficzna reprezentacja pola pod krzywą.

$$\int_a^b f(x) dx \quad (1)$$

5.2 Całki Nieoznaczone

Całka nieoznaczona, zwana również antypochodną, reprezentuje rodzinę funkcji, których pochodna to dana funkcja.



Rysunek 2: Graficzna reprezentacja pola z prawdopodobną granicą pod krzywą.

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

5.3 Podstawowe Wzory Nieoznaczone

$$\int k dx = kx + C \quad (3)$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C, \quad n \neq -1 \quad (4)$$

$$\int e^x dx = e^x + C \quad (5)$$

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C \quad (6)$$

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + C \quad (7)$$

$$(8)$$

5.4 Wzory Wyższych Potęg

$$\int x \, dx = \frac{1}{2}x^2 + C \quad (9)$$

$$\int x^2 \, dx = \frac{1}{3}x^3 + C \quad (10)$$

$$\int x^3 \, dx = \frac{1}{4}x^4 + C \quad (11)$$

$$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C \quad (12)$$

$$(13)$$

5.5 Wzory Trygonometryczne

$$\int \tan(x) \, dx = -\ln |\cos(x)| + C \quad (14)$$

$$\int \cot(x) \, dx = \ln |\sin(x)| + C \quad (15)$$

$$\int \sec(x) \, dx = \ln |\sec(x) + \tan(x)| + C \quad (16)$$

$$\int \csc(x) \, dx = -\ln |\csc(x) + \cot(x)| + C \quad (17)$$

$$(18)$$

5.6 Wzory Logarytmiczne

$$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C \quad (19)$$

$$\int \ln(x) \, dx = x \ln(x) - x + C \quad (20)$$

$$(21)$$

5.7 Wzory Potęgowe

$$\int a^x \, dx = \frac{1}{\ln(a)} a^x + C \quad (22)$$

$$\int x^a \, dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1} + C, \quad a \neq -1 \quad (23)$$

$$(24)$$

5.8 Wzory Całek Niewłaściwych

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx = \frac{1}{p-1}, \quad p > 1 \quad (25)$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx = \frac{1}{p-1}, \quad p < 1 \quad (26)$$

$$(27)$$

6 Podsumowanie

Ten artykuł dostarczył kompleksowego przeglądu całek, obejmując ich definicję, właściwości, różne zastosowania oraz skupienie na różnych typach całek. Pogłębienie zrozumienia całek przyczynia się do szerszego pojmowania rachunku różniczkowego jako całości.

Całkowanie to nie tylko pojęcie matematyczne; to potężne narzędzie do zrozumienia zjawisk rzeczywistych.

7 Bibliografia

Literatura

[1] dr Monika Rosicka *Całki*, z materiałów na portalu studenta

7.1 Odwołanie do Rysunku

cos tam cos tam (patrz Rysunek 2).