Islamic University of Gaza

Faculty of Engineering

Electrical Engineering Department

أساسيات الهندسة الكهربية

ECIV 2321

Fall 2015

Discussion

Chapter Seven

Sinusoidal Steady-State Analysis

Eng. Taher I. Abed

* chapter 7 *

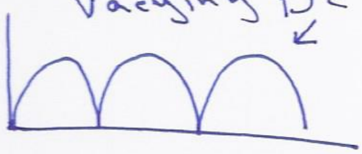
Sinusiodal Steady-state Analysis.

Sources

Direct Current supply (DC).

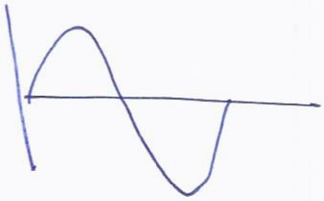
Contant Dc — Varying Dc

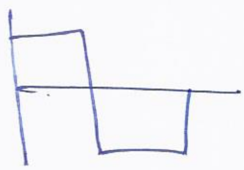
Varying Dc



Alternating Current supply. (A c)

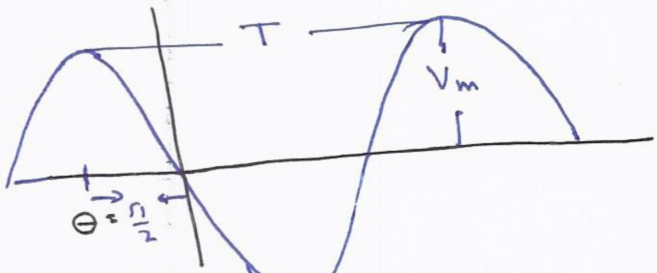
Sinusoidal. — Square — Triangular





we want to Discuss the Sinusoidal one.

$V = V_m \cos(\omega t + \theta)$



ω: angular freqmency rad/s

$\omega = 2\pi f$.

f: freqmency: the number of cycle in one Second.
Hz or cycle/s

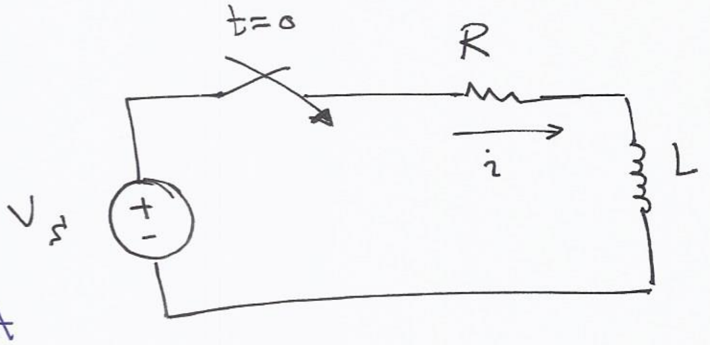
$T = \frac{1}{f}$: Time period: It's the necessary time to make one complete cycle.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt} = \boxed{\frac{V_m}{\sqrt{2}}} \rightarrow$$ فقط في حال Sinusoidal wave

θ: phase angle: it Determines the Value at $t = 0$.

7.2 : The Sinusoidal Response:

In this figure we have a Sinusoidal Source V_s where $V_s = V_m \cos(\omega t + \phi)$. and assume the initial current in the circuit is zero. and we want to find the response of this circuit → so we take Kirchhoff's Voltage loop.



$$L\frac{di}{dt} + Ri = V_m \cos(\omega t + \phi).$$

• لو أردنا أن نجد قيمة $i(t)$ ، فنلاحظ من الصعب إيجادها بالطرق التقليدية التي أخذناها ، لأنه حلها هذه المرة يكون باستخدام المعادلات التفاضلية ، ومستحيل حل هذه الطريقة لصعوبتها وطولها في الحل.

• ولكن دعنا نقول بأننا وجدنا قيمة $i(t)$ وهي كالتالي:..

$$i(t) = \underbrace{\frac{-V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\phi-\theta)\,e^{-(R/L)t}}_{\text{transient component}} + \underbrace{\frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\omega t+\phi-\theta)}_{\text{steady-state component}}.$$

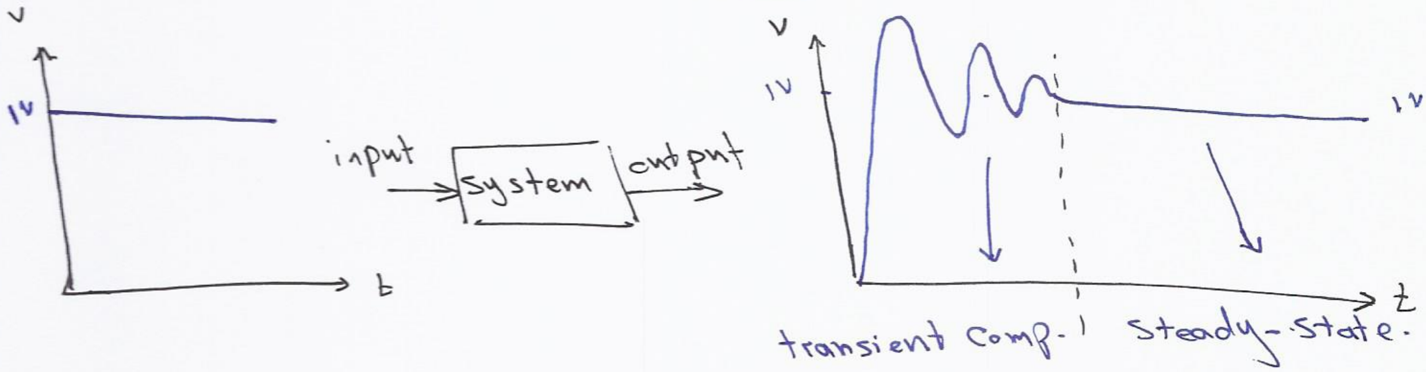
transient component

وهي مرحلة انتقالية تتلاشى هذه القيمة مع مرور t وذلك لوجود $e^{-(R/L)t}$ وهذه القيمة تؤول إلى صفر طالما t كبيرة.

steady-state component.

وهذه هي القيمة النهائية التي يثبت عليها التيار مع مرور الـ time وتبقى موجودة طالما الـ switch مغلق وموصلة الدائرة بالمصدر.

- يمكن أن نتصور موضوع transient Component و steady-state Comp.
كما هو موضح لجزا ال System



- وذلك لو قمنا بإدخل موجة "step function" يعني قيمة 1 volt
على ال system، فنلاحظ ان ال output مقسم إلى
قسمين، قسم يتلاشى مع مرور الوقت transient comp.
وقسم يبقى له قيمة على طول ال time وهي
steady-state compont.
- ولكن ما يهمنا في هذا ال chapter هو دراسة steady-state.
- الآن نعود إلى معادلة $i(t)$ التي وجدناها في الصفحة السابقة
كما قلنا أنه من الصعب علينا حل هذه المعادلة وهي بدلالة t
time domain، ولكن ما الحل؟ لحل مثل هذا النوع من المسائل
التي سنتناولها في هذه ال chapter هو تحويل الدائرة إلى
frequency domain، وسنلاحظ أن الحل سيكون أسهل بكثير من حلها
في ال time domain عن طريق المعادلات التفاضلية.
- ولكن ما هو ال frequency domain؟ وكيف سنحول الدائرة عليه؟ وكيف
نتعامل معه رياضياً؟ هذه الأسئلة وغيرها لكي نجيب عليها
لا بد قبل كل شيء أن نتعلم شيء جديد وهو ال phasor.

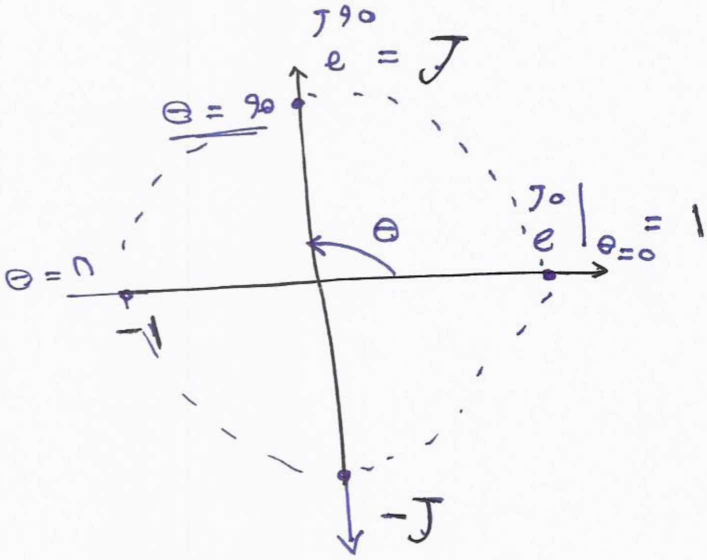
7-3 the phasor:-

- the phasor is a complex number that carries the amplitude and phase angle information of a sinusoidal function.

- ويمكن تمثيل ال complex numb. عن طريق Euler's Identity

$$\boxed{e^{\pm J\theta} = \cos\theta \pm J \sin\theta}$$

ويمكن تمثيل $e^{J\theta}$ على دائرة
وقيمته على حدود هذه الدائرة
يتم تحديدها عن طريق θ



at $\theta = 90$

$$e^{J90} = \cancel{\cos 90^\circ} + J \sin 90$$

$$\boxed{e^{J90} = J}$$

at $\theta = 180 = \pi$

$$e^{J\pi} = \cos\pi + J \sin\pi = \boxed{-1}$$

at $\theta = 270 = -90$.

$$e^{-J90} = \cos(+90) - J \sin 90 = \boxed{-J}$$

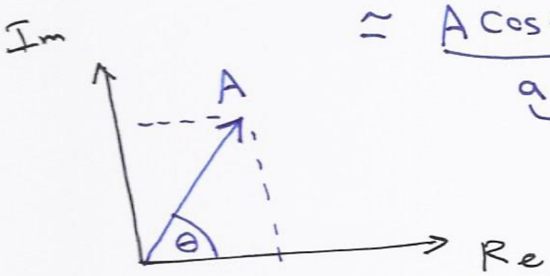
Polar form & Rectangular form:-

يمكن تمثيل ال phasor على صيغتين

polar form

$$A\angle\theta \simeq A e^{J\theta}$$

$$\simeq \underbrace{A\cos\theta}_{a} + J\underbrace{A\sin\theta}_{b}$$



Rectangular form.

$a + Jb.$

$J = \sqrt{-1}$

to Convert from Rectangular to polar.

$$A = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right).$$

على الآلة

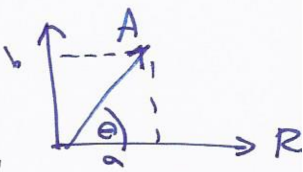
$Pol(a,b) \Rightarrow r = A \quad , \quad \theta = \theta$

يفضل استخدامه في الضرب و القسمة

to Convert from polar to Rectangular.

$$a = A\cos\theta$$

$$b = A\sin\theta.$$



على الآلة

$Rec(A,\theta) \rightarrow X = a$

$Y = b.$

a is Re. Part

b is Im. Part

يفضل استخدامه في الجمع و الطرح.

Example.

$$A_1\angle\theta_1 * A_2\angle\theta_2 = A_1A_2\angle\theta_1+\theta_2$$

$$\frac{A_1\angle\theta_1}{A_2\angle\theta_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\angle\theta_1-\theta_2$$

notes:- $J * J = -1$

$$\frac{1}{J} = -J$$

Example.

$$(a_1 + Jb_1) + (a_2 + Jb_2)$$

$$= (a_1+a_2) + J(b_1+b_2)$$

Problem 7.6:

Use the concept of phasor to combine the following into a single trigonometric expressions-

a) $y = 100 \cos(300t + 45^\circ) + 500 \cos(300t - 60^\circ)$.

$\underset{\text{amplitud}}{100}$ $\quad y_1 \leftarrow \quad \underset{\text{phase angle.}}{45^\circ} \quad y_2 \leftarrow$

علماً بأن ال phasor . تحمل معلومات عن ال Amplitude ال phase angle لل Sinusoidal.

So $y_1 = 100 \angle 45$ $\qquad$ $y_2 = 500 \angle -60$

$y_1 = 100 \cos 45 + J\, 100 \sin(45)$

$y_1 = 70,71 + J\ 70,71$

OR عالآلة الحاسبة Rec(100,45)

$y_2 = 500 \cos(+60) - J\, \underset{500}{\ } \sin(60)$

$y_2 = 250 - J\ 433,01$

عالآلة
Rec(500,-60)

Now

$y = y_1 + y_2 = 320,71 - J\, 362,3$

now convert y to polar. $\quad A = \sqrt{320,71^2 + 362,3^2} = 483,856$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-362,3}{320,71}\right) = -48,48^\circ$$

$$\boxed{\text{so } y = 483,856 \angle -48,48}$$

او عالآلة Pol(320,71, -362,3)

$$\boxed{\text{now } y = 483,856 \cos(300t - 48,48^\circ)}$$

b) $y = 250\cos(377t + 30^\circ) - 150\sin(377t + 140^\circ)$.

• أول شيء لازم أحول إشارة ال Sin إلى Cos

ليش ؟ وكيف ؟

• ليش ؟ ← $e^{J\theta} = \cos\theta + J\sin\theta$.

بنلاحظ إنه ال $\cos\theta$ هو جزء ال Real من ال phaser

ولكن Sin هي جزء Imag ، وبنتخلص Real ، هو

من الحسابات من ال Imaginary

• كيف ؟ أحول من Sin ← إلى Cos

كلنا نعلم من حساب المثلثات

$$\cos(X \pm y) = \cos X.\cos y \mp \sin X.\sin y.$$

so

$$\cos(X - 90) = \cos X.\overset{0}{\cancel{\cos 90}} + \sin X.\overset{1}{\cancel{\sin 90}}$$

so. $\boxed{\cos(X - 90) = \sin X}$

∴ بنطرح من ال angle ال Sin مقدار 90° وبهذا نكون

حولنا ال Sin ← إلى Cos

$y = y_1 + y_2 \qquad y_1 = 250\angle 30 \qquad y_2 = 150\angle 140 - 90$

$y_1 = 250\cos(30) + J\,250\sin(30) = \boxed{96,42 + J\,114,96.}$ ← خطأ هذه y_2

$y_2 = 150\cos(377t + 140 - 90^\circ) \rightarrow 150\cos(377t + 50^\circ)$.

$y_2 = 150\cos(50) + J\,150\sin(50) = \boxed{96,418 + J\,114,91}$

$\boxed{y_1 = 216,5 + J\,125}$

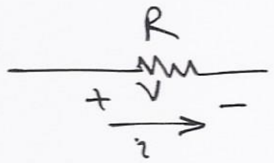
now $y = y_1 - y_2 = \boxed{120,082 + J\,10,04} \rightarrow PoL(120,082, 10,09)$

$\boxed{y = 120,5\angle 4,8} \qquad \boxed{y = 120,5\cos(377t + 4,8)}$

7.4: The Passive elements In the frequency Domain.

* كما ذكرنا سابقاً بأن المسائل في هذا الشابتر من الصعب حلها في ال time domain ، وعليه فإننا نقوم بتحويل عناصر الدائرة إلى إلى ال frequency domain لحلها.

The V-I Relationship for a Resistor:



let $i = I_m \cos(\omega t + \theta)$.

So $V = iR = R(I_m \cos(\omega t + \theta))$.

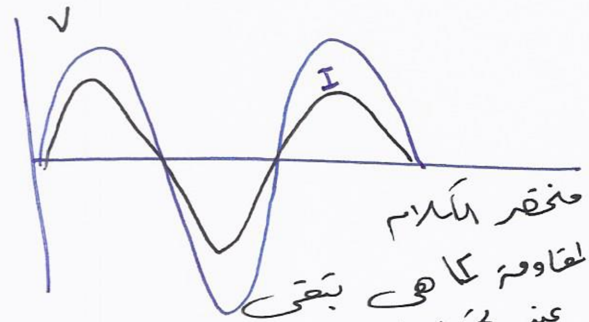
So phasor transform of V $\longrightarrow$ $V = R I_m e^{J\theta} = R \underline{I_m \angle \theta}$.

هو نفسه I

So $\underline{V = IR}$

وعليه فإننا نقول بأن $\underline{V}$ & $\underline{I}$ have the same phase.

على المقاومة



مختصر الكلام المقاومة كما هي بتبقى عند تحويلها من time.D ← f.D

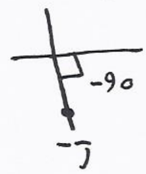
* The V-I Relationship In Inductor.

$i = I_m \cos(\omega t + \theta)$.

$$V = L\frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t + \theta) = -\omega L I_m \cos(\omega t + \theta - 90)$$

$$V = -\omega L I_m e^{J(\theta - 90)} = -\omega L I_m e^{J\theta} \cdot \cancel{e^{-J90}}$$

$$e^{-J90^\circ} = -J$$



$$= +\omega L I_m e^{J\theta}(J) = J\omega L \, I$$

يتم التعويض عن الملف L في time domain إلى $J\underline{\omega L}$ في frequency D.

$$V = JwL\,I = JwL\,I_m e^{J\theta} = wL\,e^{J\theta} I_m e^{J90}$$

$$\text{so } V = wL\,I_m e^{J(\theta+90)}$$

$$\text{but } I = I_m e^{J(\theta)}$$

وعليه نلاحظ أن ال V يسبق التيار في الملف بمقدار زاوية طور $90°$

* ملحوظة :- لتسهيل حفظنا مَن يسبق مَن في الملف تذكر دائماً قانون الطاقة للملف $W = \frac{1}{2} L i^2$ ← أي أن الطاقة المخزنة فيه على شكل تيار، و أظن الطاقة تم تخزينها بشكل تدريجي أي أن التيار لا يمر بشكل لحظي في الملف على عكس ال V وعليه فإن V يسبق التيار في الملف

The V-I Relationship In the Capacitor.

$i = c\frac{dv}{dt}$ assume $V = V_m \cos(wt+\theta_0)$

then $I = JwC\,V$

so $V = \frac{1}{JwC} I$

يتم التعويض عن المكثف بهذه الصيغة في دائرة ال frequency وهذه هي مقاومة المكثف في Freq.

$$V = \frac{1}{wc}\cdot(-J)\cdot I = \frac{1}{wc} e^{-J90} \cdot I_m e^{J\theta}$$

$$\boxed{V = \frac{I_m}{wc} e^{J(\theta-90)}}$$

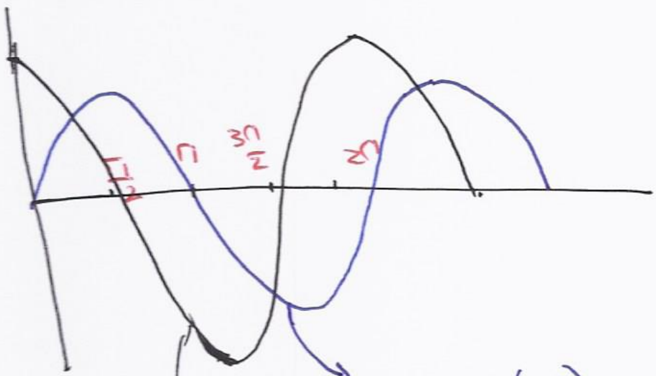
وعليه فإن V يتأخر عن I في المكثف بمقدار تسعين درجة.

حفظنا مَن يسبق مَن ← $W = \frac{1}{2} C V^2$

Waveform of Current & Voltage on the Capacitor and Inductor.

* نريد أن نوضح هنا بالرسم لطيف في حالة المكثف التيار يسبق الجهد ، وفي حالة الملف الجهد يسبق التيار.

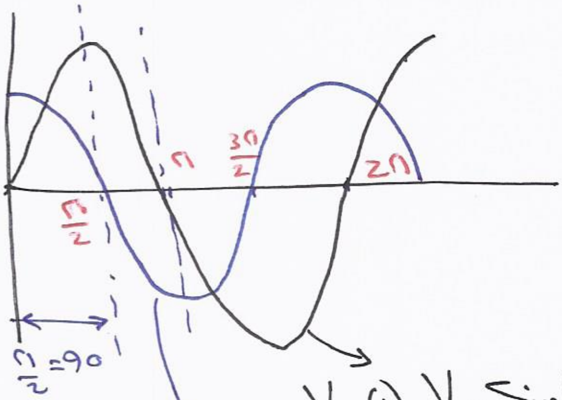
V-I on Inductor.



$I_L(t) = I_m \sin(wt)$

$V_L(t) = V_m \sin(wt + 90^\circ)$.

V-I on Capacitor.



$V_c(t) = V_m \sin(wt)$

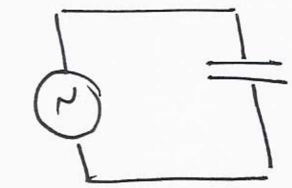
$I_c(t) = I_m \sin(wt + 90^\circ)$

• Impedence & Reactance Values.

	Impedance.	Reactance.
Resistor	R	$-$
Inductor.	JwL	wL
capacitor.	$\frac{1}{JwC}$	$\frac{-1}{wC}$

Problem 7.12: 40 kHz Sinusoidal Voltage has Zero phase angle and $V_m = 2{,}5\,mV$ is applied on capacitor. $\rightarrow I_m = 125{,}67\,\mu A$

$V = V_m \angle 0^\circ$



Find.

a) the freqmency of the current in radian per second?

the freqmency is the Same in all components of the circuit so freqmency of the current is the Same of the Source.

$\omega = 2\pi f = 2 * 40k \cdot \pi = \boxed{80000\pi \text{ rad/sec}}$

b) Phase angle of the current?

$I = \dfrac{V_m \angle 0}{\underbrace{jX_c}_{\text{Capacitance Impedence.}}}$ where $\boxed{X_c = \dfrac{-1}{\omega c}} \rightarrow$ Capacitance Reactance.

OR $I = \dfrac{V_m \angle 0}{\dfrac{1}{j\omega c}} = V_m \angle 0 \cdot \omega c \cdot j = V_m \cdot \omega \cdot c\, e^{j90}$

$= \underbrace{V_m \cdot \omega \cdot c}_{I_m} \underbrace{\angle 90}_{\angle \theta_I}$.

So $\boxed{\theta_I = 90^\circ}$

c) Capacitance Reactance?

from part b $I_m = V_m \cdot \omega \cdot c$

$125{,}67 \times 10^{-6} = 2{,}5 \times 10^{-3} \overset{\omega}{(80000\pi)} \cdot c$

$0{,}05027 = \omega c \rightarrow \boxed{\dfrac{1}{\omega c} = 19{,}84}\ \Omega.$

$\boxed{\text{but } X_c = \dfrac{-1}{\omega c} = -19{,}89\,\Omega}$

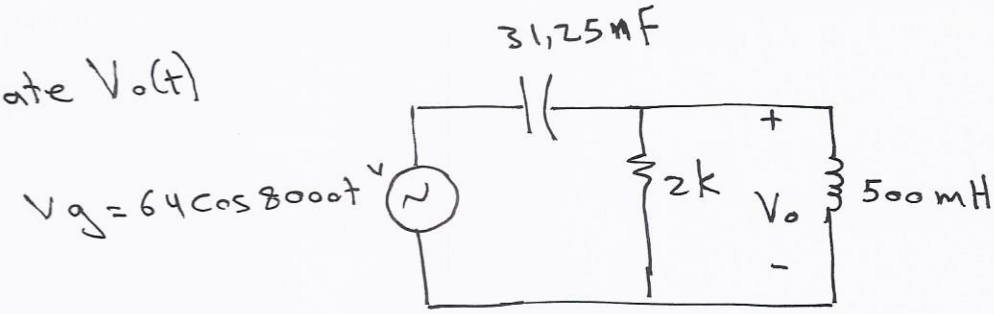
d) Capacitance?

$\dfrac{1}{\omega c} = 19{,}89 \rightarrow \dfrac{1}{80000\pi\, c} = 19{,}84 \rightarrow \boxed{c = 2 \times 10^{-7} F = 0{,}2\,\mu F}$

e) Impedence. $jX_c = \boxed{-j\, 19{,}84\ \Omega}$

Problem 7.13:

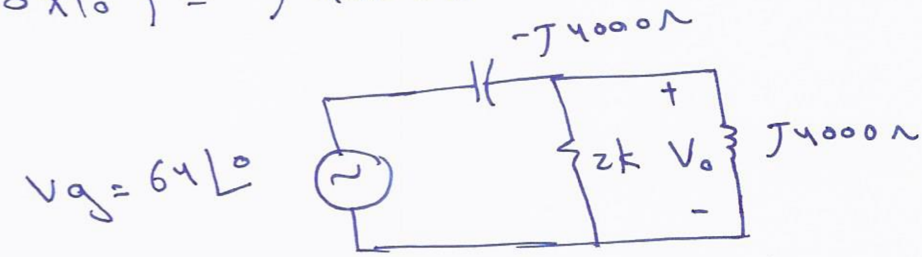
find the steady state $V_o(t)$



أول شئ نقوم بتحويل الدائرة من time domain
إلى frequency Dom.

$$\frac{1}{Jwc} = \frac{1}{J(8000)(31{,}25\times10^{-9})} = \boxed{-J4000}\ \Omega$$

$$JwL = J(8000 * 500\times10^{-3}) = J4000\ \Omega.$$



$$2k \parallel J4000 = \frac{2k * J4000}{2000 + J4000} = \frac{8\times10^{6} J}{2000 + J4000} = \frac{8\times10^{6}\angle 90}{4472{,}135\angle 63{,}43}$$

$$= \boxed{1788{,}85\angle 26{,}57} = \boxed{1600 + J800}$$

$$V_o = 64\angle 0 * \frac{1600 + J800}{(1600 + J800) - J4000} = 64 \cdot \frac{1788{,}85\angle 26{,}57}{3577{,}7\angle -63{,}43}$$

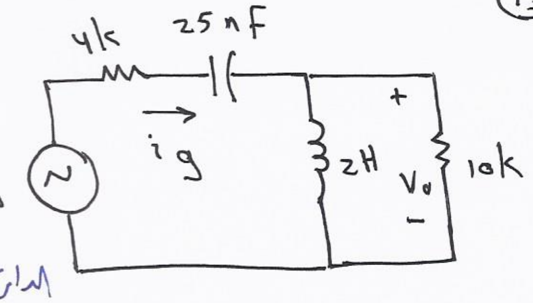
$$= 64 * 0{,}5\angle 90$$

$$\boxed{V_o = 32\angle 90 = J32}$$

$$\boxed{V_o = 32\cos(8000t + 90^{\circ})\ V}$$

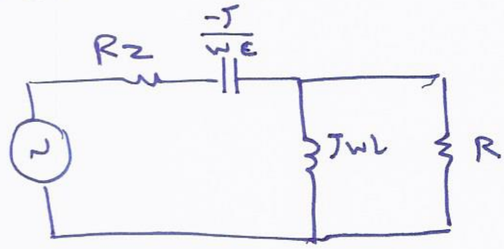
7.20 i_g and v_g are in phase

a) what is the value of w



معنى in phase يعني تأثير الملف في الدارة والمكثف يلغي أحدهما الآخر، وعليه فإن القيم التخيلية في المعادلات تساوي صفر.

* في مثل هذا النوع من المسائل ينصح بعدم التعويض عن قيم R و L و C في بداية المسألة، وذلك لتسهيل الحل.



$$Z = (JwL // R) + R_2 - \frac{J}{wc}$$

$$= \frac{JwLR}{(JwL + R)} - \frac{J}{wc} + R_2$$

الهدف هو فصل ← المعاملات التخيلية عن الحقيقية.

$$= \frac{JwLR\,(R - JwL)}{(R + JwL)(R - JwL)} - \frac{J}{wc} + R_2$$

الضرب في المرافق

$$= \frac{JwLR^2 + w^2L^2R}{R^2 + L^2w^2} - \frac{J}{wc} + R_2$$

الآن بأخذ المعاملات التخيلية ونساويهم بصفر.

$$\frac{JwLR^2}{R^2 + L^2w^2} - \frac{J}{wc} = 0 \rightarrow \frac{R^2Lw}{R^2 + L^2w^2} = \frac{1}{wc}$$

$$R^2 + L^2w^2 = R^2Lw^2c$$

$$\boxed{R^2 = (R^2Lc - L^2)\,w^2}$$

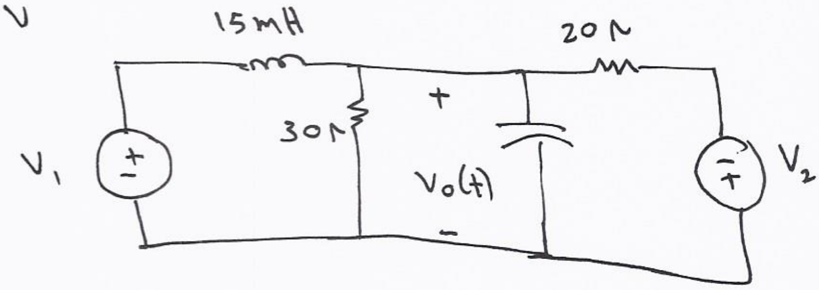
بالتعويض الآن عن قيم R L C

$$(10k)^2 = w^2(5 - 4) \rightarrow \boxed{w = 10k \text{ rad/s}}$$

7.32 find $V_o(t)$ using Source transformation:.

$V_1 = 240 \cos(4000t + 53.13^\circ)$ V

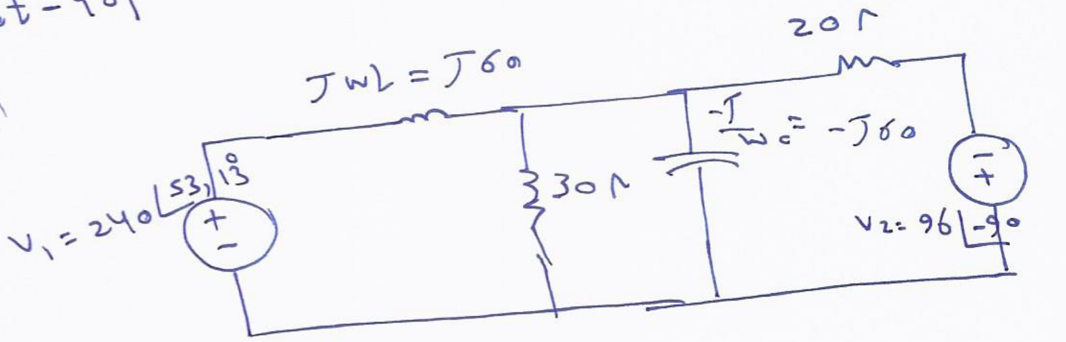
$V_2 = 96 \sin(4000t)$ V.



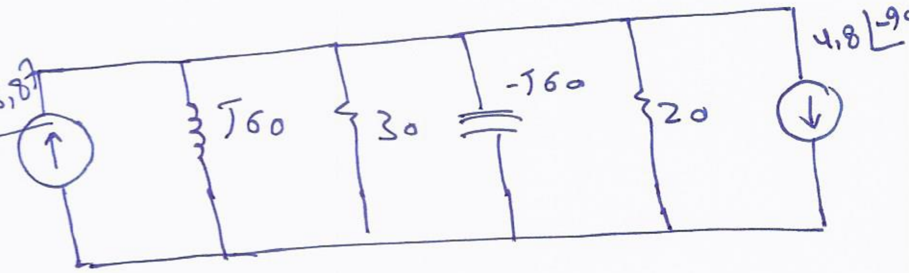
$\boxed{V_1 = 240 \angle 53.13^\circ}$

$V_2 = 96 \cos(4000t - 90)$

$\boxed{V_2 = 96 \angle -90^\circ}$

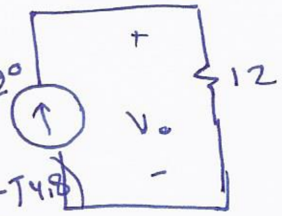


$\frac{240 \angle 53.13}{60 \angle 90} = 4 \angle -36.87$



$\frac{1}{Z} = \frac{1}{j60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{-j60} + \frac{1}{20}$

$\frac{1}{Z} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right) \rightarrow \boxed{Z = 12}$



$= (3.2 - j2.4) - (-j4.8)$

$= 3.2 + j2.4$

so $V_o = 12(3.2 + j2.4)$

$= 12(4 \angle 36.87)$

$\boxed{V_o = 48 \angle 36.87}$

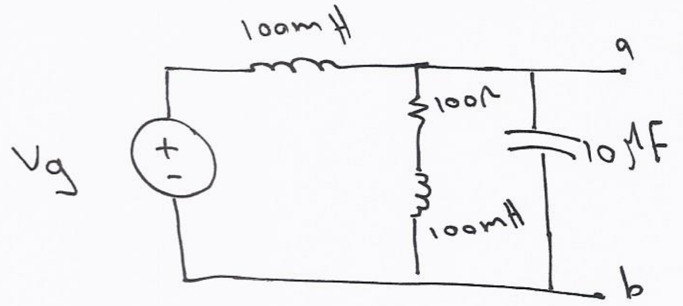
$\boxed{V_o = 48 \cos(4000t + 36.87^\circ)\ \text{V}}$

7.37 $V_g = 247{,}49 \cos(1000t + 45^\circ)\, V$

a) Find Thevenin Voltage.

b) Thevenin Impedence

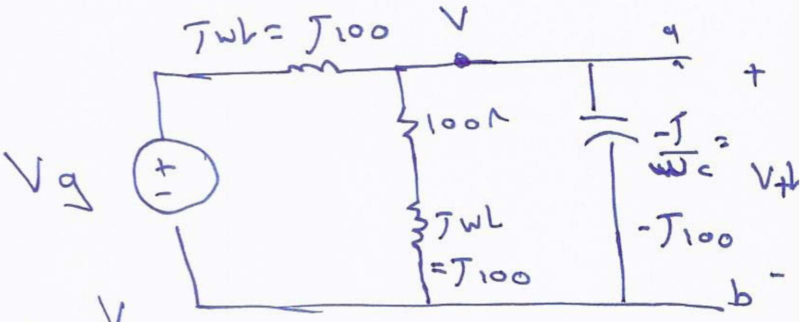
c) Draw



$$\boxed{\begin{aligned} V_g &= 247{,}49 \angle 45 \\ w &= 1000t \end{aligned}}$$

~~to find V.o.c.~~

take node Voltage.



$$\frac{V - 247{,}49\angle 45}{J100} + \frac{V}{(100 + J100)} + \frac{V}{-J100} = 0$$

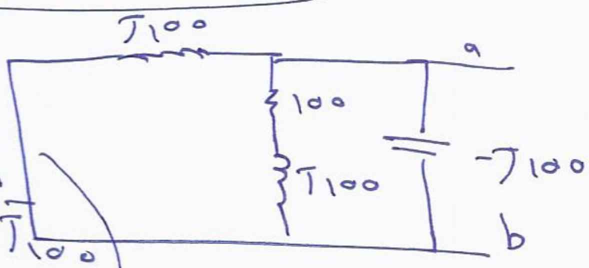
$$V\left(\cancel{\frac{1}{J100}} + \frac{1}{100+J100} + \cancel{\frac{1}{-J100}}\right) = \frac{247{,}49\angle 45}{J100 \rightarrow 100\angle 90}$$

$$V\left(\frac{1}{141{,}42\angle 45}\right) = 2{,}47{,}49 \angle -45$$

$$V = 141{,}42\angle 45 \cdot 2{,}4749\angle -45$$

$$\boxed{V = 350\angle 0\, V} = V_{o.c.}$$

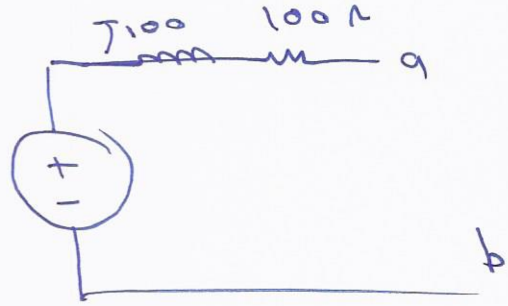
to find ~~Rth~~ Zth



$$\frac{1}{Z} = \left(\frac{1}{J100} + \frac{1}{J100+100} - \frac{1}{J100}\right)$$

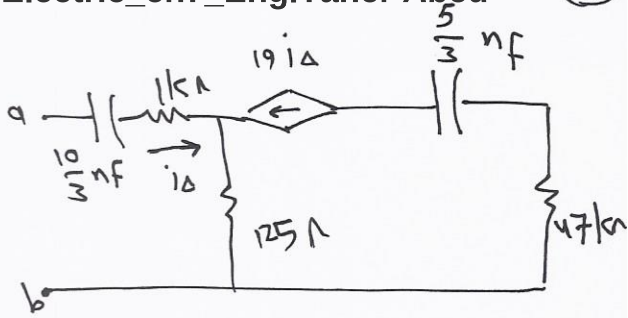
$$\boxed{Z = 100 + J100}$$

$V_{th} = 350\angle 0$



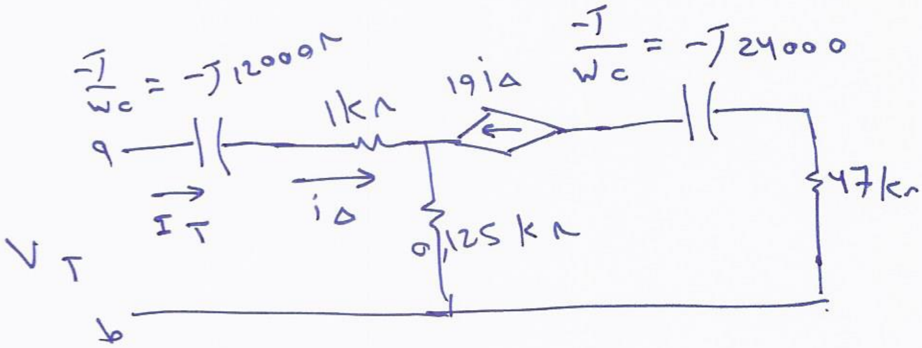
Try to solve 7,39 7,41

7.36 Find Thevenin Impedence.



frequency operation is 25 krad/s

$$\boxed{W = 25 \times 10^{3} \text{ rad/s}}$$



$$\boxed{I_T = I_\Delta}$$

$$V_T = (-J12000) I_\Delta + 1k\, I_\Delta + 0{,}125 (I_\Delta + 19\, i_\Delta)$$

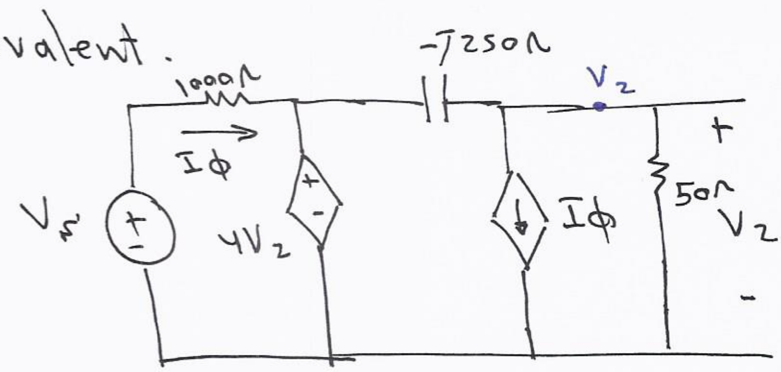
but $V_T = I_\Delta (1k - J12000 + 0{,}125 * 20)$

$V_T = I_\Delta (3{,}5 - J\,12000)$ $\qquad$ $I_\Delta = I_T$

$$\boxed{\text{So } Z_{th} = \frac{V_T}{I_T} = 3{,}5 - J\,12000}$$

P7.38 Find Norton Equivalent.

$V_s = 25\angle 0$



$V_{th} = V_2$

take node voltage.

$$\frac{V_2}{50} + I_\phi + \frac{V_2 - 4V_2}{-j250} = 0$$

but $I_\phi = \dfrac{25\angle 0 - 4V_2}{1000}$

$$50 \rightarrow \frac{V_2}{50} + \frac{25 - 4V_2}{1000} + \frac{V_2 - 4V_2}{-j250} = 0$$

$$V_2\left(\frac{1}{50} - \frac{4}{1000} - \frac{3}{-j250}\right) = \frac{-25}{1000}$$

$$V_2\left(0{,}016 + \frac{3}{250}(-j)\right) = -0{,}025$$

$$V_2\left(0{,}016 - 0{,}012j\right) = -0{,}025$$

$$V_2\left(0{,}02\angle -36{,}86\right) = -0{,}025$$

$$V_2 = -1{,}25\angle 36{,}86$$

$$V_2 = 1{,}25\angle 36{,}86 \cdot e^{j\pi}$$

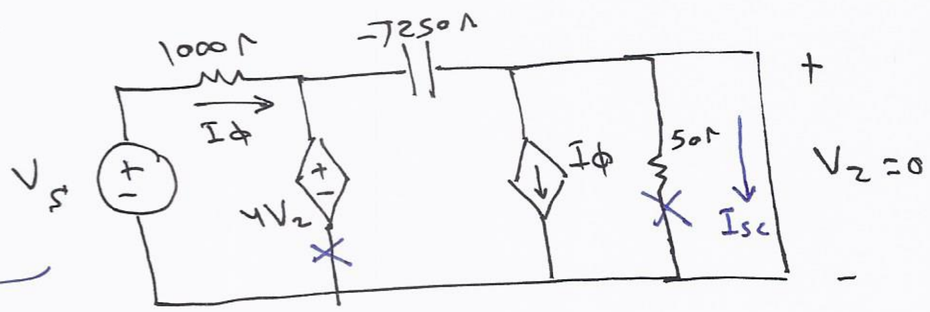
$$V_2 = 1{,}25\angle 36{,}86 + 180 = \boxed{1{,}25\angle 216{,}86° \text{ V}} = V_{th}$$

to find $\underline{\underline{Z_{th}}}$

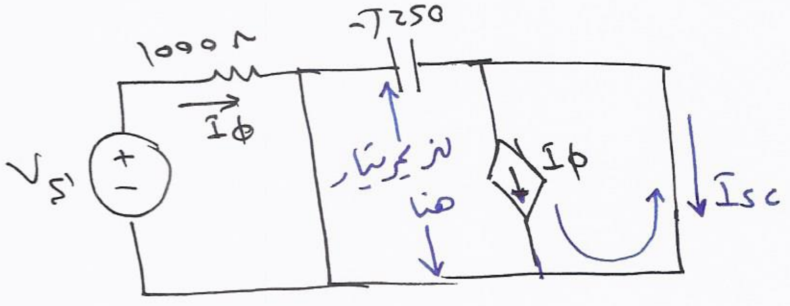
$50\Omega \longrightarrow$ cancelled

$V_2 = 0 \longrightarrow$ so $4V_2 = 0$

//



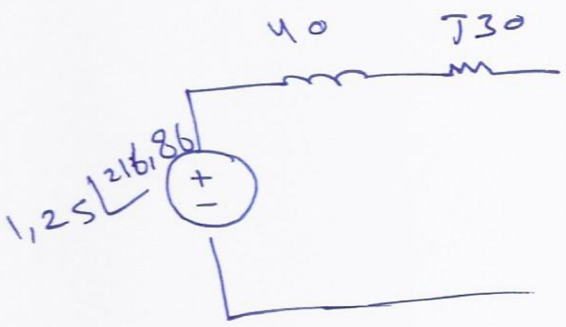
So $I_{sc} = -I\phi$



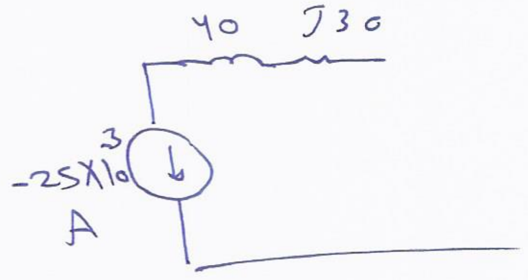
$$I\phi = \frac{V_{s'}}{1000} = 25\angle 0^\circ \ mA$$

$$\boxed{\text{So } I_{sc} = -25\angle 0^\circ \ mA}$$

$$Z_{th} = \frac{V_{th}}{I_{sc}} = \frac{1{,}25\angle 216{,}86^\circ}{-25 \times 10^{-3}\angle 0^\circ} = \boxed{50\angle 36{,}87^\circ \ \Omega = 40 + J30\Omega}$$

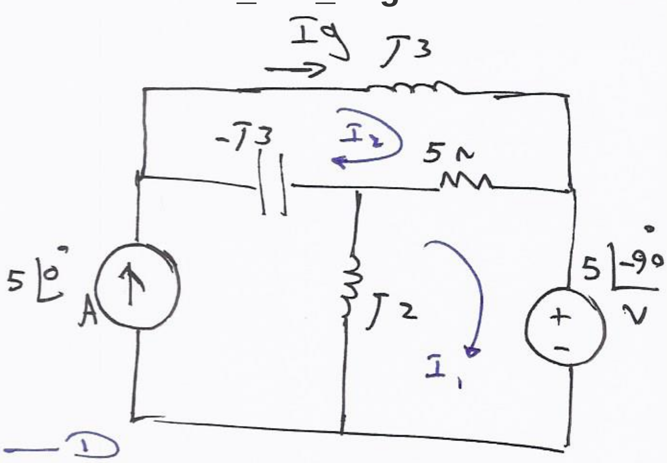


$\longrightarrow$



//

P 7.45 use mesh current to find Ig.



$$-5\angle{-90} = (5+J2)I_1 - J2*5 - 5I_2$$

$$5\angle{-90+180} + J10 = I_1(5+J2) - 5I_2$$

$$\boxed{\cancel{J5+J10}_{J15} = I_1(5+J2) - 5I_2} \quad (1)$$

$$0 = -5I_1 + I_2(J3+5-J3) - (-J3)(5)$$

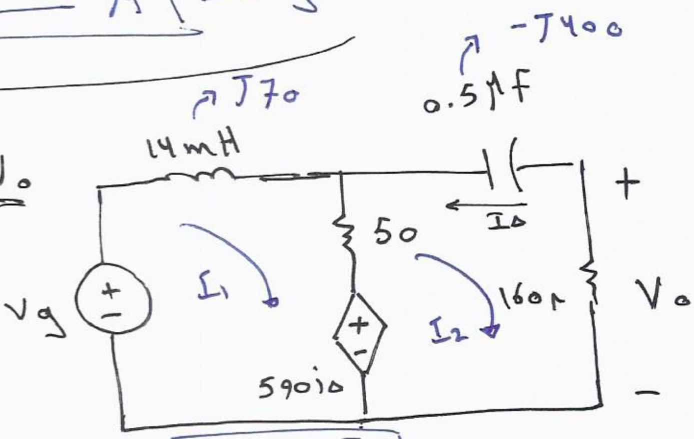
$$\boxed{-J15 = -5I_1 + I_2(5)} \quad (2)$$

solving.

$$I_1 = 0 \quad \boxed{I_2 = -3J = 3\angle{-90}\ A} = Ig.$$

P7.48 use mesh current to find V_o

$V_g = 72\cos 5000t$ V



$$\boxed{I_\Delta = -I_2}$$

$$JwL = J70$$

$$\frac{-J}{wc} = -J400.$$

$$72 - 590i_\Delta = I_1(J70+50) - 50I_2$$

$$\boxed{72 = I_1(50+J70) + I_2(-640)} \quad (1)$$

$$-590I_2 = -I_1(50) + I_2(50+160-J400)$$

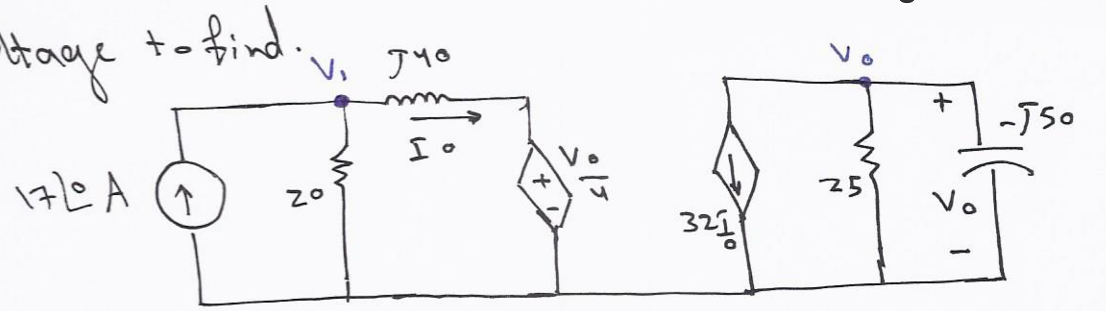
$$\boxed{0 = -I_1(50) + I_2(800 - J400)} \quad (2)$$

solving $\boxed{I_1 = 0{,}4 - J1{,}2}$ $\boxed{I_2 = 0{,}05 - J0{,}05}$ A

$$V_o = 160I_2 = 8 - J8 = \boxed{11{,}31\angle{-45}} = \boxed{11{,}31\cos(5000t - 45^\circ)\ V}$$

P 7.56

* Use the node voltage to find V_o & I_o.



$$-17 + \frac{V_1}{20} + \frac{V_1 - \frac{V_o}{4}}{J40} = 0$$

$$\boxed{V_1\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{J40}\right) + V_o\left(\frac{-1}{J160}\right) = 17} \quad —①$$

$$\frac{V_o}{25} + \frac{V_o}{-J50} + 32 I_o = 0$$

$$V_o\left(\frac{1}{25} + \frac{1}{J50}\right) + 32\left(\frac{V_1 - \frac{V_o}{4}}{J40}\right) = 0$$

$$V_1\left(\frac{32}{J40}\right) + V_o\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{J50} - \frac{32}{J160}\right) = 0$$

$$\boxed{V_1\left(\frac{32}{J40}\right) + V_o\left(0{,}04 + J0{,}22\right) = 0} \quad —②$$

solving.

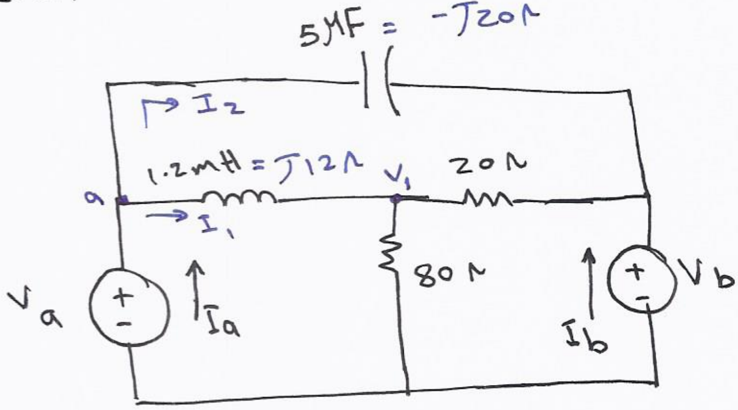
$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= 368 + J24 \text{ V} \\ V_o &= 1280 + J320 \text{ V} \end{aligned}}$$

$$I_o = \frac{V_1 - \frac{V_o}{4}}{J40} = \boxed{-1{,}4 - J1{,}2 = 1{,}844 \angle -139{,}398 \text{ A}}$$

P7.58 Find steady state expression for i_a & i_b

$V_a = 100 \sin(10{,}000t)$ V

$V_b = 500 \cos(10{,}000t)$ V.



$V_a = 100 \cos(10{,}000t - 90)$

$V_a = 100 \angle -90° = -J100$

$V_b = 500 \angle 0°$

$J\omega L = J(10{,}000)(1.2 \times 10^{-3}) = J12\,\Omega$

$\frac{-J}{\omega c} = \frac{-J}{10{,}000 \times 5 \times 10^{-6}} = -J20\,\Omega$

Apply node Voltage.

$$\frac{V_1 + J100}{J12} + \frac{V_1}{80} + \frac{V_1 - 500}{20} = 0$$

$$\boxed{V_1\left(\frac{1}{J12} + \frac{1}{80} + \frac{1}{20}\right) = \frac{500}{20} - \frac{J100}{J12}} \quad \text{—(A)}$$

solve.

$$\boxed{V_1 = 96 + J128}$$

at node a

$I_a = I_1 + I_2$

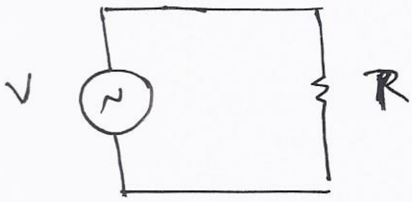
$I_1 = \frac{V_a - V_1}{J12} = \boxed{-19 + J18}$ A

$I_2 = \frac{V_a - 500\angle 0°}{-J20} = \boxed{5 - J25}$ A

$$\boxed{I_a = -14 - J17 = 22.023 \angle -129.47 \text{ A}} = \boxed{22.023 \cos(10{,}000t - 129.47) \text{ A}}$$

Same idea find $\boxed{I_b = 24.02 \angle 50.74° \text{ A}}$ → by your self

Power In Ac Circuits:



$$V = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_m \cos(\omega t + \theta_i).$$

لتسهيل التبسيط نجعل زاوية التيار هي المرجع، فنجعلها صفر، فنطرح θ_i من الطرفين.

$$V = V_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i)$$

$$I = I_m \cos(\omega t).$$

$P = V I \rightarrow$ إثبات القانون موجود في الكتاب وسهل ولكن غير معنيين فيه كثيرًا

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \cos 2\omega t - \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i) \sin 2\omega t.$$

$$P = P + P \cos 2\omega t - Q \sin 2\omega t.$$

So $P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$

$\cos(\theta_v - \theta_i) \rightarrow$ Power factor

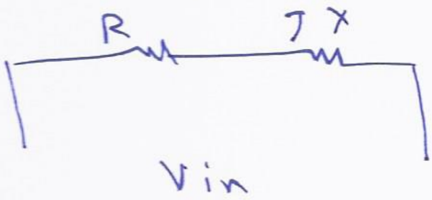
$P \rightarrow$ Average Power or Real Power or Active Power

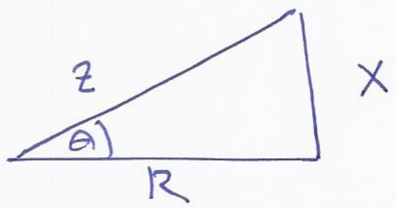
$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$Q \rightarrow$ Reactive Power.

$$\boxed{\text{Power factor} = \cos\theta_Z}$$

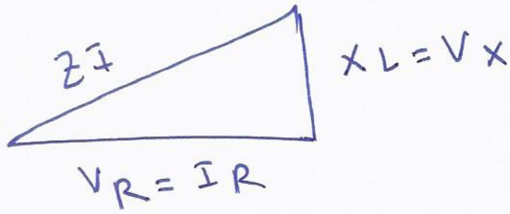
let $Z = R + JX$



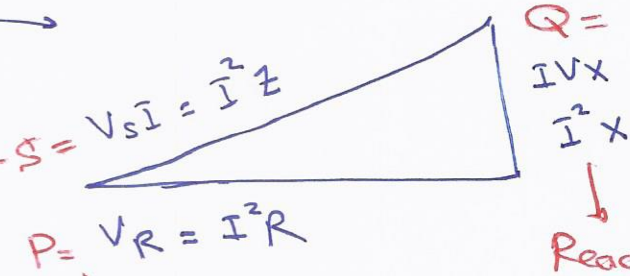


$V_R = IR \qquad V_X = IX$

$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{V}_X$



$IV_S = IV_R + IV_X \longrightarrow$



S Apparent Power
Complex Power
وحدة القياس (VA)

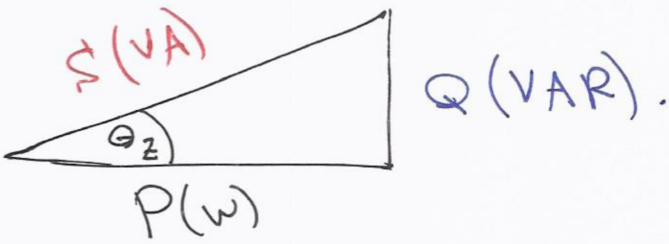
Average Power
Real Power
Active Power.
وحدة القياس (watt).

Reactive Power
Magnetizi Power
Imaginary Power
وحدة القياس (VAR)

$P = S \cos \theta_Z$

$Q = S \sin \theta_Z$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$



$\sin \theta_Z \rightarrow$ Reactive factor.

$\cos \theta_Z \rightarrow$ Power factor.

$$\boxed{S = P \pm JQ}$$

$$S = P \pm JQ.$$

* RL circuits:

$$S = P + JQ \xrightarrow{\text{lag}} \text{p.f}$$

موجب لأنه X_L موجبة

وذلك لأنه في دوائر الملف يكون التيار متأخر (lag) عن الجهد

lag power factor.

* RC circuits:

$$S = P - JQ \longrightarrow \text{lead power factor}$$

سالب لأنه X_C سالبه

وذلك لأنه في دوائر المكثف يكون التيار متقدم (lead) عن الجهد

لاحظ من كلا الحالتين لفظ lag أو lead يتم تحديده حسب وضع التيار سابق أم متأخر.

$$P = |I_{rms}|^2 R = \frac{|V_{rms}|^2}{R}$$

$$Q = |I_{rms}|^2 X = \frac{|V_{rms}|^2}{X}$$

$$S = V_{rms} I^*_{rms}$$

لاحظ لابد من هذه القوانين أن تكون قيمة التيار والفولت هي القيمة الفعالة rms value وهي قيمتها في حالة sinusoidal wave.

$$\boxed{V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}}$$

ولكي نفهم أكثر ما هي V_{rms}

سنقول بكل بساطة أن

كهرباء البيت هي

$\boxed{220\ V}$.

وهذه قيمة rms

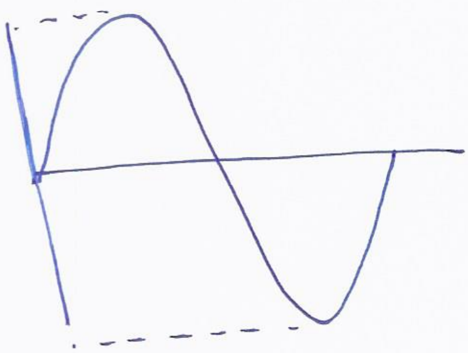
وهذه القيمة يتم قياسها

بواسطة (Voltemeter) القياس .

+ ولكن اذا أردنا أن نرسم

شكل كهرباء البيت

فستكون $V_m = 311V$



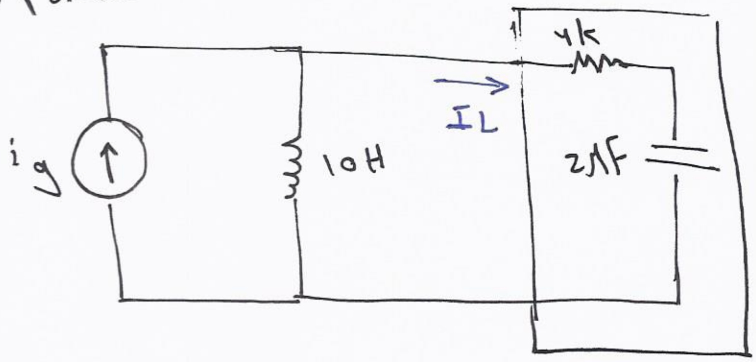
$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$220 = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_m = 220\sqrt{2} = \underline{\underline{311V}}$$

P 7-67 Find ① Average Power
② Reactive Power ③ Apparent Power.
absorbed by the load

$i_g = 30 \cos 100t$ mA



$j\omega L = j1000$

$\frac{-j}{\omega c} = -j5000.$

$$I_L = \frac{j1000}{(j1000 + 4000 - j5000)} \cdot (30\,mA) = \boxed{\begin{aligned} &-3,75 + j3,75\,mA \\ &= 5,3 \angle 135^\circ\,mA \end{aligned}}$$

But to calculate power I_L must be. rms Value

So $I_{L\,rms} = \frac{5,3}{\sqrt{2}} \angle 135 = \boxed{3,7477 \angle 135\ mA}$

Average Power.

$P = |I_{rm}|^2 R = 3,7477m^2 (4k) = \boxed{56,18\ mW}$

$\times 10^{-3}$

Reactive Power.

$Q = |I_{rm}|^2 X_c = |3,7477 \times 10^{-3}|^2 (-5000) = \boxed{-70,226\ m\,VAR}$

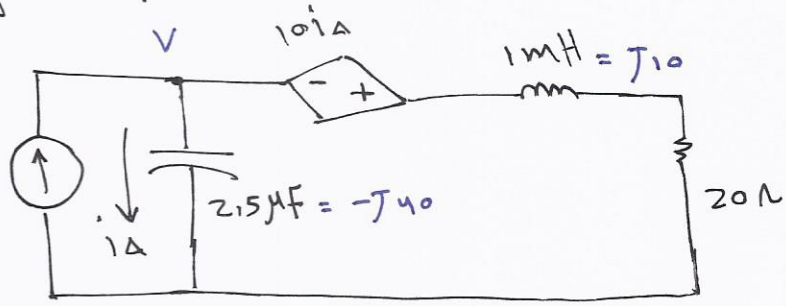
Apparent Power:

$S = P + jQ = 56,18 - j70,226$ m VA

$|S| = \sqrt{56,18^2 + 70,226^2} \approx 90$ m VA

P7.68 Find the Power average dissipated in 20 Ω

$i_g = 15 \cos 10{,}000t$ A.



$J\omega L = J10$

$\frac{-J}{\omega c} = -J40$

apply node Voltage.

$$-15 + \frac{V}{-J40} + \frac{V + 10 i_\Delta}{20 + J10} = 0$$

$$i_\Delta = \frac{V}{-J40}$$

$$V\left(\frac{-1}{J40} + \frac{1}{20+J10}\right) + \frac{10}{20+J10}\left(\frac{V}{-J40}\right) = 15$$

$$V\left(\frac{-1}{J40} + \frac{1}{20+J10} + \frac{10}{400 - J800}\right) = 15$$

$$V(0{,}045 + J0{,}015) = 15$$

$$\boxed{V = 300 - J100}\ V$$

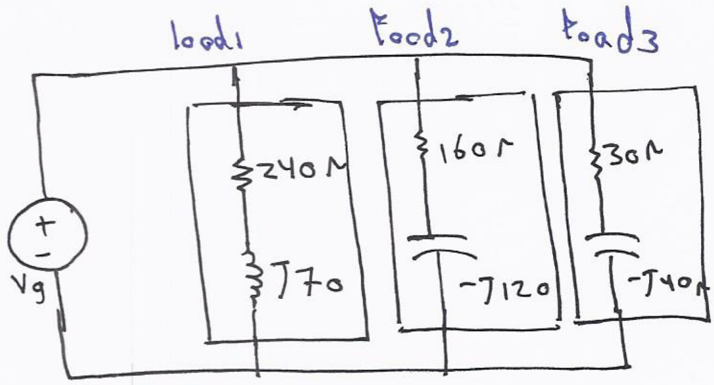
$$I_\Delta = \frac{V}{-J40} = \boxed{2{,}5 + J7{,}5\ A}$$

$$I_{20\Omega} = i_g - I_\Delta = 12{,}5 - J7{,}5\ A$$

$$= 14{,}57 \angle -30{,}96\ A$$

$$P = \left(\frac{14{,}57}{\sqrt{2}}\right)^2 (20) = \boxed{2125\ W}$$

P7.69 Three loads.



Load1: 240 Ω resistor in series with inductive reactance 70 Ω

Load2 Capacitive reactance 120 Ω series with 160 Ω resistor.

load3 30 Ω resistor series with capacitive reactance 40 Ω

F = 60 Hz

a) Find the power factor & reactive factor of each load.

Load1 $Z_1 = 240 + J70 = 250\angle 16{,}26°\ \Omega$

$P.f = \cos(16{,}26) = 0.96$ lagging → Inductive load

هنا نعلم بأن التيار يتأخر فيه عن الجهد. lag.

$r.f = \sin(16{,}26) = 0{,}28$

Load2: $Z_2 = 160 - J120 = 200\angle -36{,}87°$

$P.f = \cos(-36{,}87°) = 0.8$ leading → capacitive load

هنا نعلم بأن التيار فيه يسبق (lead) الجهد.

$r.f = \sin(-36{,}87°) = -0.6$

load3: $Z_3 = 30 - J40 = 50\angle -53{,}13°\ \Omega$

$P.f = \cos(-53{,}13) = 0.6$ leading

$r.f = \sin(-53{,}13) = -0.8$

b) find P.f & r.f of composite load seen by the source.

$Z_T = Z_1 // Z_2 // Z_3 = 27{,}813 - J25{,}065\ \Omega$

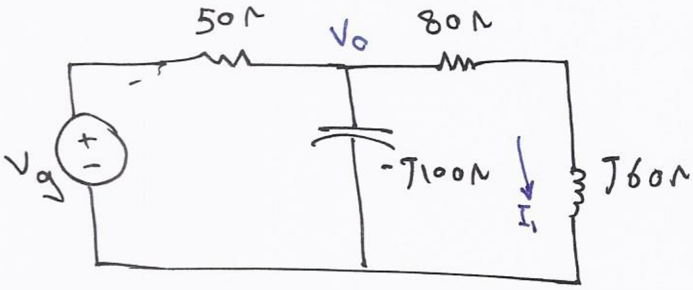
$= 37{,}44\angle -42{,}025\ \Omega.$

$P.f = \cos(-42{,}025) = 0{,}743$ leading.

$r.f = \sin(-42{,}025) = -0.67$

P. 7.70 :-

$V_g = 340\angle 0^\circ$ rms



a) Find Average & Reactive Power for the Source ?

$S_g = -V_g \cdot I_g^*$

$Z_T = 50 + [(80+J60) \| -J100]$

$Z_T = 50 + 100 - J50$

$\boxed{Z_T = 150 - J50\ \Omega}$

$I_g = \frac{V_g}{Z_T} = \boxed{2,04 + J0,68\ A}$

$S_g = -V_g \cdot I_g^* = 340(2,04 - J0,68) = \boxed{-693,6 + J231,2}$ VA.

b) is the Source absorb or deliver?.

& c)

Source is delivering average power $\underline{-693,6W}$

- absorbing magnetizing 231,2 VAR.

d) Find the average & Reactive power for each element.

$V_o = \frac{100 - J50}{100 - J50 + 50} \cdot V_g = \boxed{238 - J34 = 240,4\angle -8,13\ V}$

$Q_{X_C} = \frac{|V_{rms}|^2}{X_C} = \frac{|240,4|^2}{-100} = \boxed{-578\ VAR}$

$I_1 = \frac{V_o}{80+J60} = 1,7 - J1,7$

$S = V_o I_1^* = (238 - J34)(1,7 + J1,7)$

$= \boxed{462,4 + J346,8}$ VA

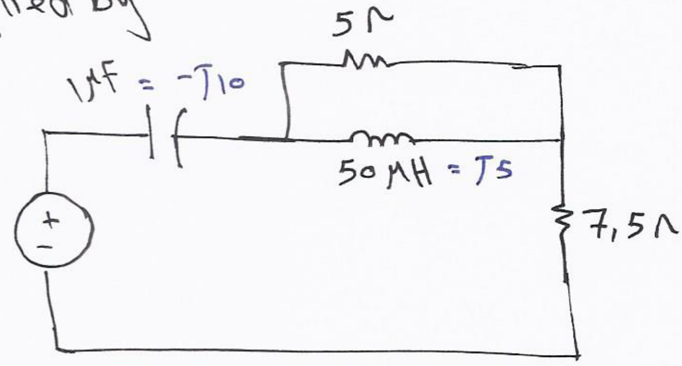
$\boxed{= 462,4 + J346,8}$ VA.

$P_{50} = |I_g|^2 50 = |2,15|^2 (50) = \boxed{231,2\ w}$.

check if $\sum P_{del} = \sum P_{abs}$ & $\sum Q_{del} = \sum Q_{abs}$

P.7.73: Find average Power & Reactive Power and the apparent Power supplied by the Source.

$V_g = 50 \cos 10^5 t$ V



$J\omega L = J\, 50\times10^{-6}\,(10^5) = J5\,\Omega$

$\frac{-J}{\omega C} = -J10$

$S = -V_g . I_g^*$

$Z_T = (-J10 + 7{,}5) + (5 \,//\, J5) = \boxed{10 - J7{,}5\,\Omega}$

$I_g = \frac{V_g}{Z_T} = \frac{50}{Z_T} = \boxed{3{,}2 + J2{,}4\ A}$

$S = -V_{eff} . I_{eff}^* = -\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{I_{eff}^*}{\sqrt{2}}\right) =$

$= -\frac{1}{2} V_m . I_m^* = -\frac{1}{2}\, 50\,(3{,}2 - J2{,}4) = \boxed{-80 + J60}$ VA

$\boxed{P = -80\,W}$ $\boxed{Q = 60\ VAR}$

deliver average Power

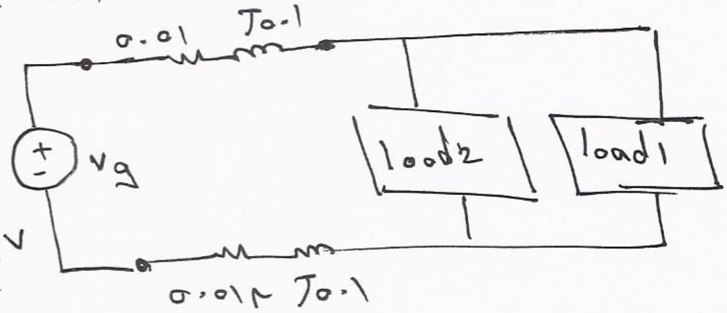
absorb Reactive Power.

b) & c). check by your Self

P7.74

Load1 absorbs average Power 24,96 kW
, magnetizing Power 47,04 kVAR

Load2: has impedence
5 − j5 .



Voltage at load $480\sqrt{2}\cos(120\pi t)$ V

.a) Find rms Value of Source Voltage.

$$S_1 = \underset{480}{V_{eff}}\, I_{eff}^{*} = 24,96k + j47,04k$$

$$\boxed{I_{eff}^{*} = 52 + j98 \ A\,rms} \qquad \boxed{I_{eff} = 52 - j98 \ A\,rms}$$

$$I_{eff_2} = \frac{480}{5 - j5} = \boxed{48 + j48 \ A\,rms}$$

$$I_L = I_1 + I_2 = \boxed{100 - j50 \ A\,rms}$$

$$V_{g\,rms} = V_L + I_L (R_{lin})$$
$$= 480 + (100 - j50)(0,02 + j0,2)$$

$$\boxed{V_{g_{rms}} = 492 + j19 = 492,37\angle 2,21 \ rms}$$

ⓒ Vg leads VL by 2,21°

.b) By how many seconds VL is out of phase of Vg.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 16,67\,ms$$

$$t = \frac{360}{T} \cdot \theta = \frac{360}{16,67m} \cdot 2,21 = \boxed{102,31\,\mu s}$$

Solve 7,75 7,77 7,80
بالإضافة إلى ا مسألة الوجب

تم بحمد الله
م. طاهر عابد
Tah
12/2015
10:49 PM

13