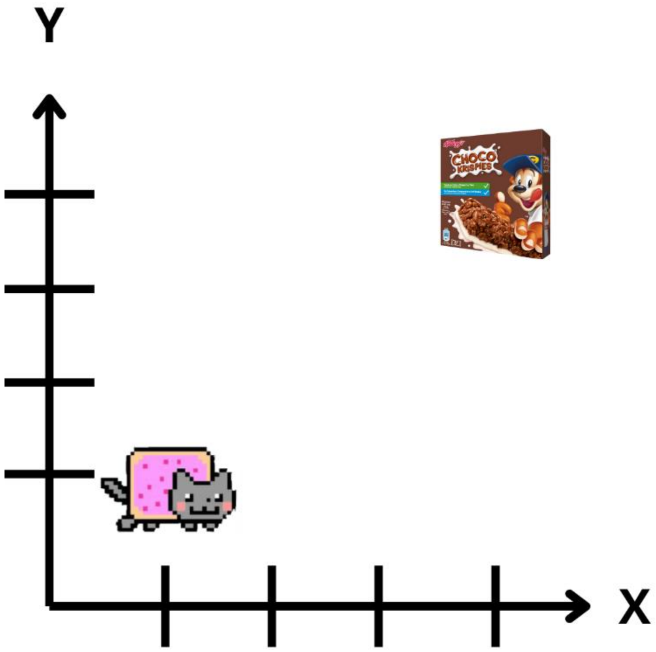
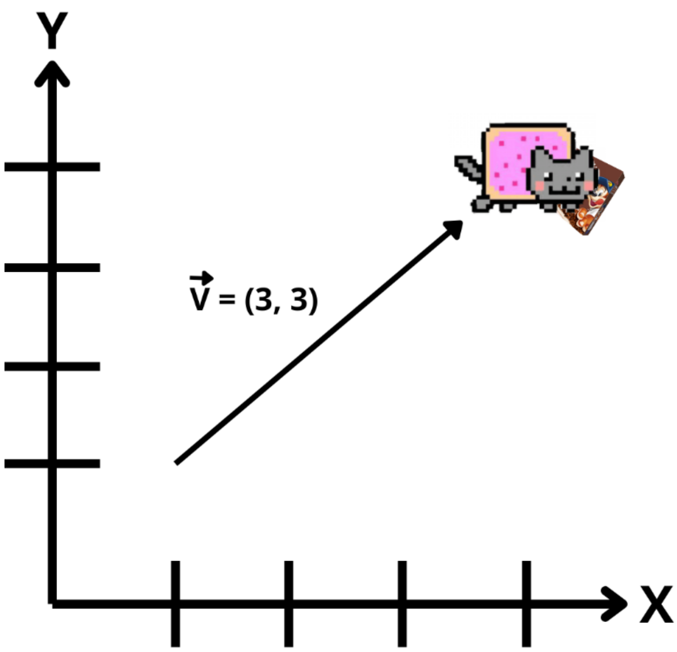
VECTORES

¿Qué es un vector?

Nyan Cat es un gato interestelar que tiene hambre y quiere comerse unos chococrispis. Él contacta contigo a través de un zapatofono interdimensional y te pide ayuda para llegar a los chococrispís.



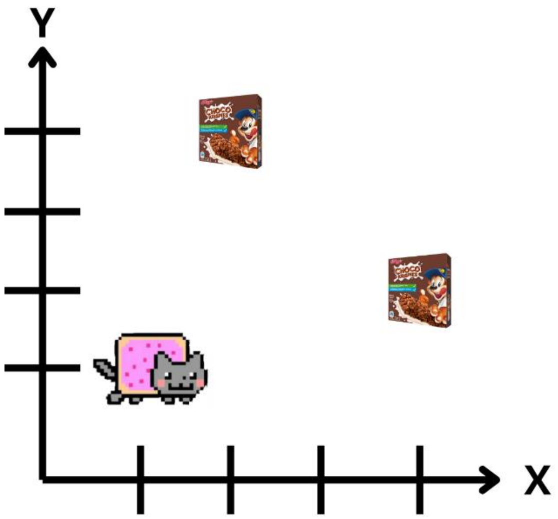
Podemos ayudarle dándole la ubicación de los cereales para que pueda moverse hasta allí. Sería (4, 4) en nuestro eje de coordenadas.



Los vectores muestran movimientos en un espacio. Los representamos con flechas (⟶) y un nombre. La propiedad fundamental de los vectores son sus coordenadas. Estas definen cuanto varía un movimiento.

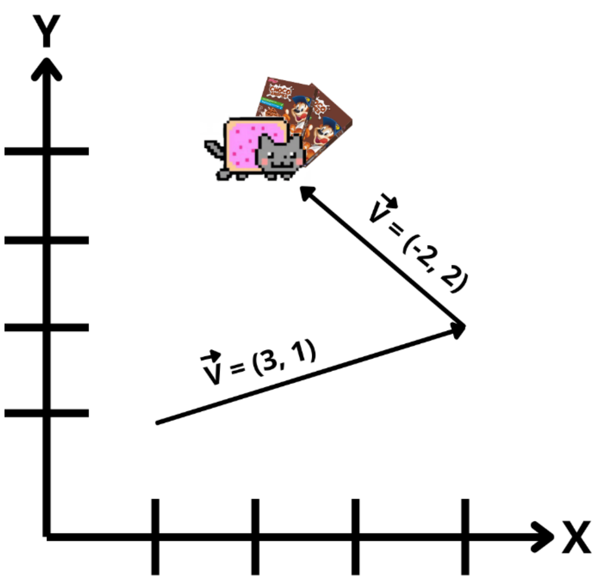
Nyan Cat estaba en las coordenadas (1, 1) y los cereales en (4, 4). Se ha tenido que mover 3 unidades en cada eje para llegar a los cereales. En otras palabras, le hemos aplicado un vector de (3, 3).

Imaginemos otro caso: imagina que Nyan Cat tiene ***mucha*** hambre y quiere comerse dos cajas de chococrispis:



Para comerse ambas cajas, Nyan Cat debe hacer dos movimientos. Podemos representar los dos movimientos que necesita hacer como vectores.

Una solución sería aplicarle a Nyan Cat un vector (3, 1) para alcanzar una de las cajas. Esto haría que llegase a la posición (4, 1) donde está la primera caja. Aplicaríamos un vector (-2, 2) para llegar a la última.

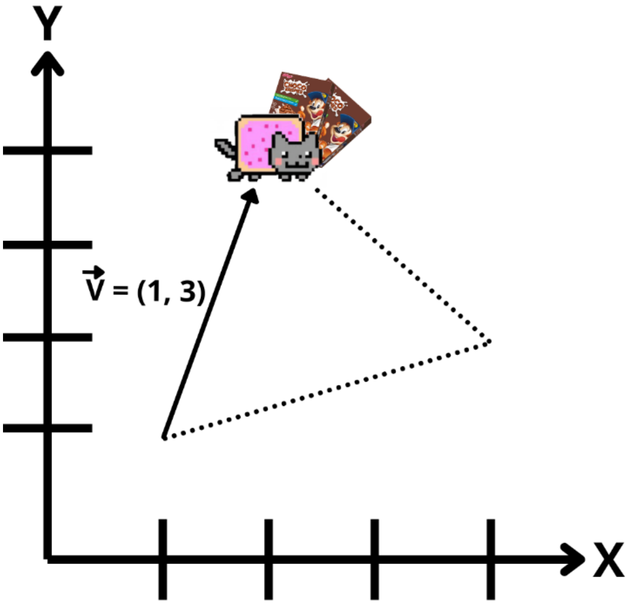


Podemos también describir la posición final de Nyan Cat mediante un único vector que sea la suma de todos los movimientos hechos.

$$Vect.Final \; = \; Vector1 + Vector2$$

Por lo que:

$$Vect.Final \; = \; (3 + (-2), 1 + 2) = (1, 3)$$



Nyan Cat agradece tu esfuerzo para ayudarle a saciar su infinito hambre.

Hagamos un repaso. Los vectores representan cambios de movimiento en un espacio de cualquier número de dimensiones. Los vectores por convención con una letra y una flecha encima. Aunque puedes usar otra identificación.

Podemos operar con vectores para determinar su recorrido final en caso de no tener una gráfica mediante la suma de sus coordenadas.

Encontrar vectores

Producto escalar

El término escalar simplemente quiere decir que el número es una magnitud. Por ejemplo: 5W, 5V, 5Ohms... Podrías llamarlo producto de magnitudes y significaría lo mismo.

Es el número resultante cuando se multiplican dos vectores. Cada componente de un vector se multiplica por el del otro. Por ejemplo, si tenemos dos vectores:

$$A \cdot B = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + \cdots$$

La combinación de dos vectores permite relacionarlos entre si en ciertas operaciones. No he sido capaz de entenderlas aún, pero nos permite obtener propiedades útiles como el ángulo que hay entre dos vectores.

Producto escalar con ángulo

‖x‖ es el módulo del vector (el valor de la flecha, o la hipotenusa del triángulo que sus componentes forman).

$$A \cdot B = \| a \| \cdot \| b \| \cdot cos(\theta)$$

Si queremos obtener el cos que ambos vectores forman como triangulo:

$$cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{\| a \| \cdot \| b \|}$$

Y si solo queremos el ángulo, aplicamos la operación inversa de cos(), arccos(), al resultado.

$$\theta = arccos(\frac{A \cdot B}{\| a \| \cdot \| b \|})$$

Producto vectorial

Multiplicador un vector 3D por otro 3D. Devuelve un vector 3D con dirección perpendicular a los dos de origen.

La X representa que estamos haciendo un producto vectorial y no una multiplicación normal.

$$A \times B = (a_y b_z - a_z b_y,\ a_z b_x - a_x b_z,\ a_x b_y - a_y b_x)$$

Magnitud del producto vectorial

Si no conocemos el ángulo, la magnitud del producto vectorial es la raiz de los elementos del producto vectorial elevados al cuadrado:

$$\| A \times B \| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si sabemos el ángulo, también nos vale:

$$\| A \times B \| = \| a \| \cdot \| b \| \cdot sin(\theta)$$