Angulos coterminales: dos ángulos diferentes que acaban en la misma posición. Ej. -345 y 15.

Radiantes: unidades de medida más precisa que los grados en los círculos. Están relacionadas con el radio. Un radiante es lo mismo que una porción de la circunferencia del circulo equivalente al radio del círculo.

La mitad de un círculo es PI radiantes. Uno entero 2 PI radiantes

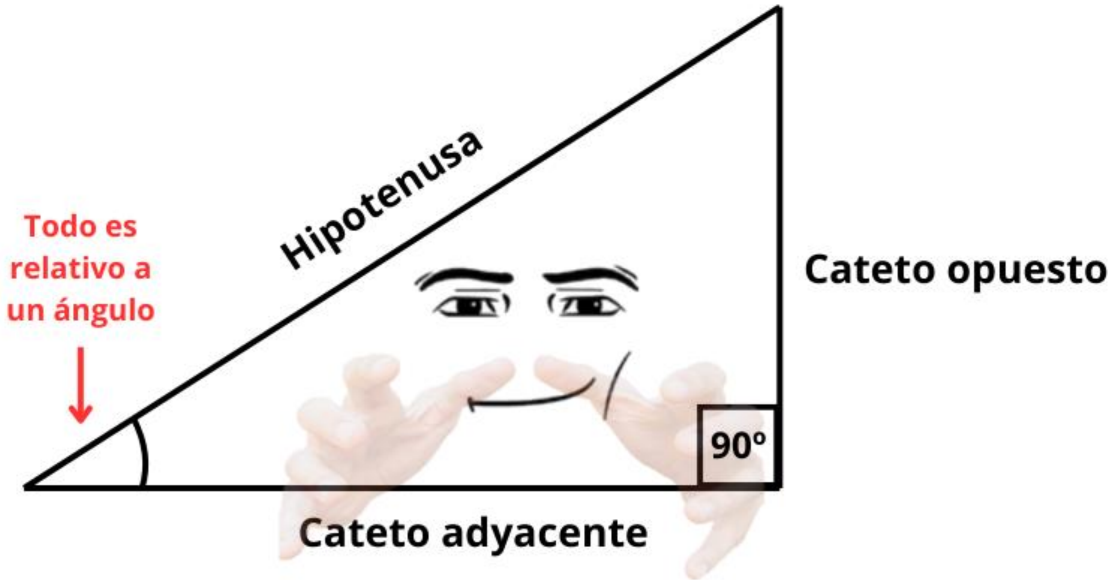
Un radiante es igual a 180 grados dividido entre pi. Ya que la mitad de un círculo es 180.

TRIGONOMETRIA

Introducción

Rama de las matemáticas que estudia la forma geométrica más sencilla posible: el triángulo. Concretamente, el triángulo rectángulo (aquel que tiene un ángulo de 90 grados).

Estructura de un triángulo rectángulo

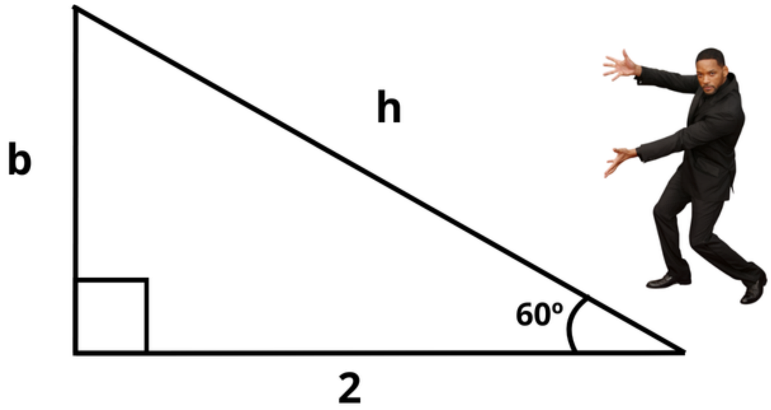


Los nombres de los lados son importantes por que la ubicación del cateto adyacente o el opuesto cambia en función de que ángulo elijamos punto de referencia. Los cálculos dependen de que lado esté el ángulo seleccionado (más adelante entenderemos por qué), por eso es importante saber que el cateto adyacente es el que es adyacente al ángulo (el otro que no sea la hipotenusa) y el opuesto es el que está al lado contrario.

Teorema de Pitágoras

Origen de las funciones trigonométricas

Usaremos este triangulo rectángulo:



Este triangulo nos aporta la siguiente información:

- Uno de sus ángulos es de 60º, pero el otro es desconocido. Nos apoyaremos solo en el de 60º.
- El cateto adyacente es **2**, ya que es quien está al lado del ángulo y no es la hipotenusa.
- El cateto opuesto es **b**. No sabemos su longitud.
- La hipotenusa es **h**. Tampoco sabemos su longitud.

La hipotenusa siempre es **más larga** que los catetos (prueba con cualquiera, siempre es así). Podemos usar esto como constante para trabajar sobre el problema, ya que, si la hipotenusa siempre es más grande que sus catetos, podemos decir que la hipotenusa es **la longitud de un cateto sumado a un trozo que no conocemos**. Siendo más concreto, los catetos son una **proporción** o un **porcentaje** del tamaño total de la hipotenusa.

Si encontrásemos cual es la **proporción** (el trozo, la cantidad...) que sumada a **2** nos diera **h**, podríamos encontrar la hipotenusa. La expresión que nos dará esa proporción es:

$$\frac{2}{h}$$

El problema evidente es que no sabemos cuanto vale **h** y tampoco tenemos forma de llamar al resultado. Lo llamaremos **cos**, que viene de **coseno** y es lo mismo que decir “el lado adyacente al ángulo del que partimos”. Por lo que:

$$cos = \frac{2}{h}$$

Aun así, seguimos teniendo el problema de no poder aislar la **h**. Para resolver este problema necesitaremos hacer trampas y dar por dadas algunas conclusiones:

Los ángulos de un triangulo están estrechamente relacionados con las proporciones de sus lados y como se relacionan entre sí. Todos mantienen una ***consistencia*** *que mediante métodos altamente complejos podemos encontrar.*

Quiero dar como conclusión que al igual que 2/h nos da la proporción del cateto respecto a la hipotenusa, el ángulo 60 del que partimos de sus esquinas también nos lo chiba:

$$cos(60) = \frac{2}{h}$$

Los motivos de por que esto es así son altamente complejos. Igualmente, lo único importante es entender:

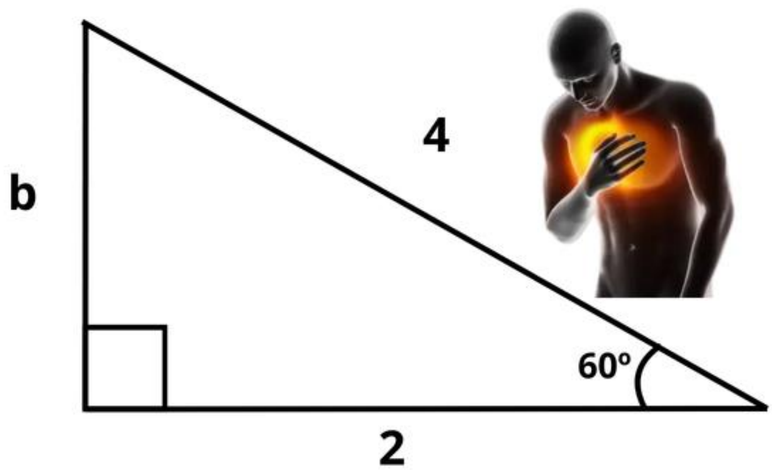
La operación ***cos*** *de 60 nos devuelve las mismas proporciones que la división de 2 y 'h'. Podemos encontrar esta proporción usando una calculadora.*

Aplicando la operación **cos(60)** en la calculadora nos devuelve 0,5. Ahora sí podemos resolver la ecuación:

$$0{,}5 = \frac{2}{h}$$

$$h = \frac{2}{0{,}5} = 4$$

La hipotenusa era el doble de grande que el cateto adyacente y este era la mitad de largo que la hipotenusa.



Podemos usar exactamente este mismo procedimiento para también encontrar el cateto opuesto **b**. La única diferencia es que debido a la complejidad con los ángulos de la que hablé antes en lugar de volver a usar **cos(angulo)** deberemos usar la función **sin**.

$$sin(60) = \frac{b}{4}$$

$$0{,}86 \approx \frac{b}{4}$$

$$b \approx 3{,}46$$

El símbolo igual curvado significa **aproximadamente**. El resultado de sin(60) contiene tantos decimales que necesitamos reducir los decimales para que sea leíble. Esto no modifica gravemente el resultado, pero como no es **exacto** no podemos decir que es lo mismo que una igualdad (lo que no quiere decir que sea incorrecto).

A pesar de haber completado todos los lados del triángulo, existe una última función trigonométrica que en lugar de relacionar la hipotenusa con un cateto lo que hace es relacionar los catetos en sí. La usaremos para redescubrir el cateto adyacente.

$$tan(60) = \frac{3{,}46}{a}$$

$$1{,}73 \approx \frac{3{,}46}{a}$$

$$a \approx 2$$

La predicción ha sido todo un éxito, ya que nos está diciendo que ‘a’ debe ser un número muy cercano a 2 (lo cual es cierto, porque ese cateto ya sabíamos que era 2). Teniendo en cuenta todos los decimales cuando encontramos el cateto opuesto y ahora con la proporción de la función **tan(60)** habríamos obtenido igualmente un 2.

Funciones trigonométricas

Comunes

$$cos(\theta) = \frac{adyacente}{hipotenusa} = coseno$$

$$sin(\theta) = \frac{opuesto}{hipotenusa} = seno$$

$$tan(\theta) = \frac{opuesto}{adyacente} = tangente$$

Reciprocas

Debido a que trabajamos con **proporciones** de un lado respecto a otro, no hay ningún tipo de problema en cambiar la proporción respecto a otro lado.

La ventaja de usar las comunes es que como la hipotenusa es siempre mayor que sus catetos, los resultados suelen ser decimales pequeños entre 1 y 0. Usar las reciprocas nos darán proporciones válidas, pero que costará más trabajo manipularlas.

$$csc(\theta) = \frac{hipotenusa}{adyacente} = cosecante$$

$$sec(\theta) = \frac{hipotenusa}{opuesto} = secante$$

$$cot(\theta) = \frac{adyacente}{opuesto} = cotangente$$

Inversas

Hacen el proceso inverso a las comunes. En lugar de devolver proporciones, devuelven el ángulo en relación con la proporción dada como valor.

$$arccos(\frac{adyacente}{hipotenusa}) = \theta$$

$$arcsin(\frac{opuesto}{hipotenusa}) = \theta$$

$$arctan(\frac{opuesto}{adyacente}) = \theta$$

Uso de radiantes