

22/7/2020

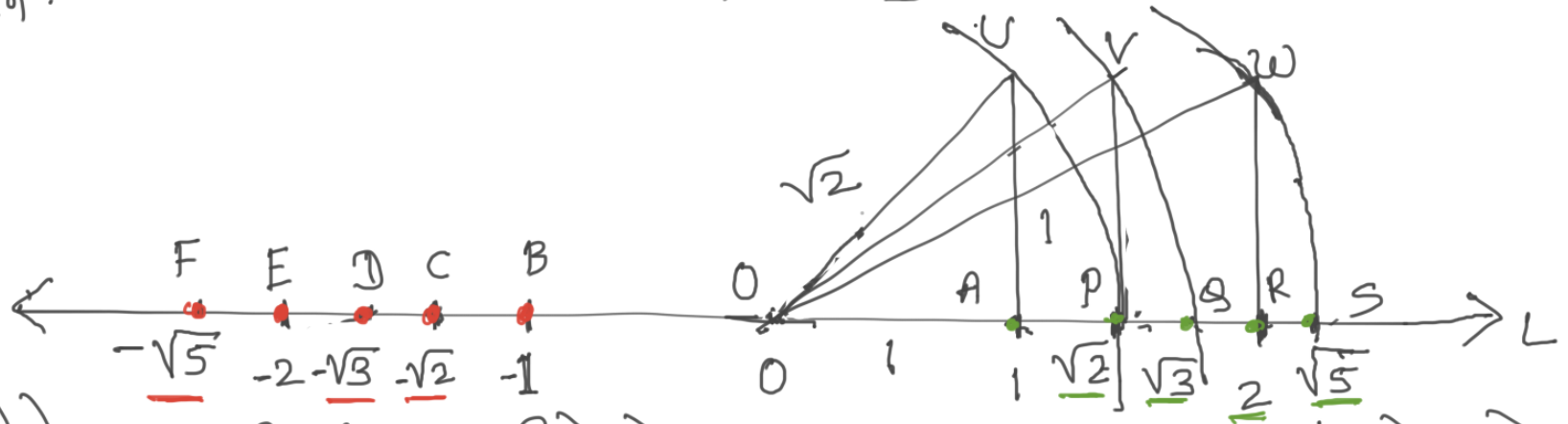
मुंबई महा. माध्यमिक शाळा

इ. ए. सी. सराठी गणित भाग I

अकरण 2 वास्तव संख्या

संख्यारेषेवर $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ इ. अपरिमय संख्या संख्यारेषेवर

दोखवणे.



संख्यारेषेवर $\sqrt{2}$ ही संख्या दर्शविणे हे आपण 8 व्या इयत्तेत अभ्यासले आहे त्याची उजवणी नव्ही या. संख्यारेषेवर $-2, -1, 0, 1, 2$ या संख्या द्या. नंतर 0 ते 1 मधील अंतरावर रेखाचंड A बिंदू काढा व OU जोडा. कर्ण OU ची लांबी $\sqrt{2}$ येईल. $OU = OP$ (कारण O हा केंद्रबिंदू आणि OU व OP या वर्तुळाच्या त्रिज्या असतील).
 $\therefore OU = OP = \sqrt{2}$ तसेच $OV = OQ = \sqrt{3}$, $OW = OS = \sqrt{5}$ याचप्रमाणे आपल्याला $-\sqrt{2}, -\sqrt{3}$ व $-\sqrt{5}$ या अपरिमय संख्या सुद्धा दोखवता येतात.

21/07/2020

मुलुंड महा. माध्यमिक शाळा
इ. ए. वी. गणित भाग I

2

प्रकरण 2 वास्तव संख्या

आपण $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ तसेच $-\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\sqrt{5}$ ह्या संख्या संख्यारेषेवर कशा द्शविता येतात हे बघीतले जाता आपण $\sqrt{2}$ ही संख्या अपरिमेय आहे हे सिद्ध करू या. $\sqrt{2}$ ही संख्या अपरिमेय आहे हे अप्रत्यक्ष सिद्धता देऊन सिद्ध करता येते.

$\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे हे गृहित घेऊ. ती $\frac{p}{q}$ मानू.

$\frac{p}{q}$ हे ह्या परिमेय संख्येचे संक्षिप्त रूप आहे म्हणजेच p व q मध्ये 1 पेक्षा वेगळा सामाईक विभाजक नाही असे मानू.

$$\begin{aligned}\sqrt{2} &= \frac{p}{q} \\ \therefore \frac{2}{1} &= \frac{p^2}{q^2} \rightarrow \text{दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून.} \\ \therefore 2q^2 &= p^2 \\ \therefore p^2 &\text{ ही समसंख्या आहे.} \quad \text{--- (1)}\end{aligned}$$

$\therefore p$ सुद्धा सम संख्या आहे.
 $\therefore 2$ हा p -चा विभाजक आहे. (2)

$$\therefore p = 2t, \therefore p^2 = 4t^2, t \in \mathbb{I}$$

$$\therefore 2q^2 = 4t^2 \therefore q^2 = 2t^2$$

\rightarrow (1) वरून $\therefore q^2$ ही समसंख्या आहे.

$\therefore 2$ हा q -चा सुद्धा विभाजक आहे. (3)

विधान (2) व (3) वरून 2 हा p व q -चा सामाईक विभाजक आहे.

ही विसंगती आहे कारण p व q मध्ये p व q -चा 1 शिवाय कोणताही सामाईक विभाजक नाही. $\therefore \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे हे चुक आहे. $\therefore \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

21/07/2020

३. एकी गणित भाग १

(3)

अपरिमित संख्यांची दशांश रूपांत मांडणी (भागान्वय पद्धतीने २ व ३ या संख्यांची वर्गमूळे काढणे)

$\sqrt{2} \rightarrow$

$$\begin{array}{r}
 1.41421 \\
 \hline
 2.0000000000 \\
 -1 \\
 \hline
 100 \\
 -96 \\
 \hline
 00400 \\
 -281 \\
 \hline
 11900 \\
 -11296 \\
 \hline
 0060400 \\
 -56564 \\
 \hline
 0383600
 \end{array}$$

उचे वर्गमूळ

$$\begin{array}{r}
 1.732 \\
 \hline
 3.0000000000 \\
 -1 \\
 \hline
 200 \\
 -189 \\
 \hline
 01100 \\
 -1029 \\
 \hline
 007100 \\
 -6924 \\
 \hline
 0176
 \end{array}$$

$\sqrt{2}, \sqrt{3}$ या संख्या अपरिमित संख्या आहेत म्हणजेच १.४१४२१ व १.७३२ — यासुद्धा अपरिमित संख्या आहेत. अपरिमित संख्या अखंड अनावर्ती दशांश रूपातील संख्या अपरिमित असते.

$$\therefore \sqrt{2} = 1.41421 \dots$$

$$\therefore \sqrt{3} = 1.732 \dots$$

हे संख्येचे दशांशरूप अखंड अनावर्ती असले कारण आपल्या लक्षात आले असले की येथे दशांश चिन्हापुढील अंकांची संख्या कधीही संपत नाही म्हणजेच अनंत अंकांचा क्रम मिळतो हा क्रम कोणी अखंड अनावर्ती आढळताना लक्षात येत नाही.

21/7/2020

इयत्ता 9 वी मागील भाग I

(4)

प्रकरण 2 रे वास्तव संख्या

अपरिमेय संख्यांचे गुणधर्म

$2 + \sqrt{3}$ ही संख्या अपरिमेय आहे का ?

समजा, $2 + \sqrt{3}$ ही संख्या अपरिमेय नाही असे मानू. म्हणजेच ती परिमेय असायला हवी. जर $2 + \sqrt{3}$ परिमेय असेल तर $2 + \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ आहे असे मानू.

$$2 + \sqrt{3} = \frac{p}{q}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{p}{q} - 2$$

$\sqrt{3}$ ही संख्या अपरिमेय आहे.

म्हणजेच डावी बाजू अपरिमेय व उजवी बाजू परिमेय संख्या अशी विसंगती येथे येते.

$\therefore 2 + \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या नसुन अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध होईल.

त्याचप्रमाणे $2\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे दाखवता येते.

- गुणधर्म**
- 1] परिमेय संख्या व अपरिमेय संख्या यांची बेरीज व वजाबाकी ही अपरिमेय संख्या असते.
 - 2] दोन परिमेय संख्या व अपरिमेय संख्या यांचा गुणाकार व भागाकार ही सुद्धा एक अपरिमेय संख्या असते.
 - 3] दोन अपरिमेय संख्यांची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार हे मात्र परिमेय किंवा अपरिमेय असू शकतात.

21/7/2020

इयत्ता ९वीं गणित भाग I
प्रकरण २ रे वास्तव संख्या

कृती :-

$$\begin{aligned} & \text{पेज नं २३ व २४ वरील कृती करा व संख्या ११} \\ \pi &= \frac{\text{वर्तुळाचा परिघ}}{\text{वर्तुळाचा व्यास}} \\ &= \frac{22}{7} \text{ किंवा } 3.1 \text{ च्या जवळपास येले काही याचा पडला का?} \end{aligned}$$

—: धन्यवाद :-