Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
Факультет «ИУ9»

Отчет по лабораторной работе № 3
по курсу «Численные методы»

Выполнила **Балтаева М.**
Группа **62Б**
Преподаватель **Домрачева А.Б.**
2023г.

Постановка задачи

1) Построить графики таблично заданной функции и функции z(x)
2) Найти значения $x_a, x_g, x_h, y_a, y_g, y_h, z(x_a), z(x_g), z(x_h)$

Найти k, где $d_k = \min(d_i)$

3) Составить систему уравнений для определения коэффициентов a и b и решить ее.
4) Найти среднеквадратичное отклонение

Сведение о методе наименьших квадратов

$x_a = (x_0 + x_n)/2$ – среднее арифметическое двух чисел;

$x_g = \sqrt{x_0 x_n}$ – среднее геометрическое двух чисел;

$x_h = \dfrac{2}{1/x_0 + 1/x_n}$ – среднее гармоническое двух чисел.

Легко видеть, что следующие девять функций обладают следующими свойствами:

$$z_1(x) = ax + b \Leftrightarrow z(x_a) = z_a,$$
$$z_2(x) = ax^b \Leftrightarrow z(x_g) = z_g,$$
$$z_3(x) = ae^{bx} \Leftrightarrow z(x_a) = z_g,$$
$$z_4(x) = a\ln x + b \Leftrightarrow z(x_g) = z_a,$$
$$z_5(x) = \frac{a}{x} + b \Leftrightarrow z(x_h) = z_a,$$
$$z_6(x) = \frac{1}{ax + b} \Leftrightarrow z(x_a) = z_h,$$
$$z_7(x) = \frac{x}{ax + b} \Leftrightarrow z(x_h) = z_h,$$
$$z_8(x) = ae^{b/x} \Leftrightarrow z(x_h) = z_g,$$
$$z_9(x) = \frac{1}{a\ln x + b} \Leftrightarrow z(x_g) = z_h,$$

Необходимо вычислить следующие значения

$$\delta_1 = |z(x_a) - y_a|, \quad \delta_2 = |z(x_g) - y_g|, \quad \delta_3 = |z(x_a) - y_g|,$$
$$\delta_4 = |z(x_g) - y_a|, \quad \delta_5 = |z(x_h) - y_a|, \quad \delta_6 = |z(x_a) - y_h|,$$
$$\delta_7 = |z(x_h) - y_h|, \quad \delta_8 = |z(x_h) - y_g|, \quad \delta_9 = |z(x_g) - y_h|$$

Определение коэффицентов a и b при выбранной функции.

$$a\sum_{i=0}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=0}^{n} x_i = \sum_{i=0}^{n} x_i y_i,$$
$$a\sum_{i=0}^{n} x_i + b(n+1) = \sum_{i=0}^{n} y_i.$$

Формула для среднеквадратичного уклонения:

$$SKU = \sqrt{\sum_{k=0}^{n}(z(x_k) - y_k)^2}$$

Формула среднеквадратичного отклонения:

$$SKO = \frac{SKU}{\sqrt{n}}$$

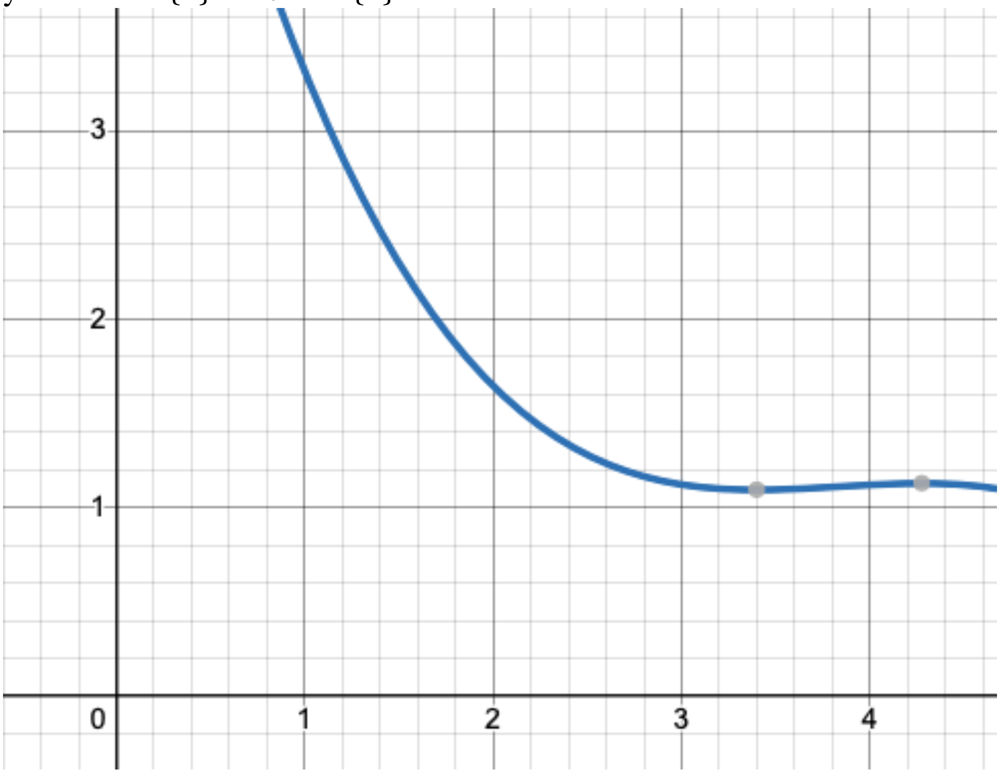
Реализация

```
import math
x = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5]
y = [3.93, 2.3, 1.6, 1.27, 1.18, 0.99, 1.41, 0.8, 1.12]
n = len(x)

def f(x):
    return -0.1040 * (x ** 3) +1.1970 * (x**2) - 4.53258 * x + 6.7550

x_a = (x[0] + x[n - 1]) / 2
x_g = (x[0] * x[n - 1]) ** 0.5
x_h = 2 / (1 / x[0] + 1 / x[n - 1])

y_a = (y[0] + y[n - 1]) / 2
y_g = (y[0] * y[n - 1]) ** 0.5
y_h = 2 / (1 / y[0] + 1 / y[n - 1])

z_a = f(x_a)
z_g = f(x_g)
z_h = f(x_h)

d1 = abs(z_a - y_a)
d2 = abs(z_g - y_g)
d3 = abs(z_a - y_g)
d4 = abs(z_g - y_a)
d5 = abs(z_h - y_a)
d6 = abs(z_a - y_h)
d7 = abs(z_h - y_h)
d8 = abs(z_h - y_g)
d9 = abs(z_g - y_h)
# d = min(d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9)
# print(d)
# print(d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9)

# минимальная дельта d8

def sum1():
    sum = 0
    for i in range(n):
        sum += (1 / x[i])
    return sum

def sum2():
    sum = 0
    for i in range(n):
        sum += math.log(y[i])
    return sum

def sum3():
```

```
    sum = 0
    for i in range(n):
        sum += (1 / x[i] ** 2)
    return sum

def sum4():
    sum = 0
    for i in range(n):
        sum += math.log(y[i]) / x[i]
    return sum

b = ((sum1() * sum2()) - sum4() * n) / (sum1() * sum1() - sum3() * n)
a = (sum4() - b * sum3()) / sum1()

a = math.e ** a

def z8(a, b, x):
    return a * math.e ** (b / x)

evasion = 0
for i in range(n):
    evasion += (z8(a, b, x[i]) - y[i]) ** 2
evasion = math.sqrt(evasion)
deviation = evasion / math.sqrt(n)
print('a = ', a)
print('b = ', b)
print('Среднеквадратичное уклонение', evasion)
print('Среднеквадратичное отклонение', deviation)
```

Тестирование
Точки x_i , y_i взяты следующие:
x = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5]
y = [3.93, 2.3, 1.6, 1.27, 1.18, 0.99, 1.41, 0.8, 1.12]

В качестве аппроксимирующей функции выбрана кубическая аппроксимация:
y=-0.1040x^{3}+1.1970x^{2}-4.5325x+6.7550



a = 0.6830879591346443
b = 1.7444540114823157
Среднеквадратичное уклонение 0.48546384732560677
Среднеквадратичное отклонение 0.1618212824418689

Вывод

В лабораторной работе была построена приблизительная аппроксимация заданных точек. Также была найдена наиболее точная функция из 9 предложенных и найдены коэффициенты в ней. Вычислены среднеквадратичные уклонение и отклонение данной функции от заданных точек.