

XIX. Introduction au transport de fluides par canalisations

Fin Leçon 21

Transport de fluides incompressibles par canalisations : position du problème

Conception d'un réseau fluide, comprenant :

- Canalisations
- Générateurs (pompe) ou récepteurs (turbine) d'énergie
- Réservoirs
- Vannes, changements de direction, changements de section, filtres, clapets anti-retour, bifurcations, jonctions,...

Le concepteur doit déterminer:

- Le diamètre des canalisations
- Les puissances à fournir aux pompes ou celles que l'on peut obtenir des turbines

Ce problème nécessite :

- Dans un premier temps, pour un débit massique Q_M ou volumique $Q = Q_V = Q_M / \rho$ imposé, de déterminer pour un tronçon donné (entre des jonctions et dérivations) :
 - La différence de pression $p_A - p_B$ dans ces conditions de débit Q circulant entre les extrémités A et B du tronçon
 - En assurant un transport du fluide à moindre frais (minimisation des frais d'exploitation) c-à-d une dégradation minimum d'énergie mécanique transportée (sous forme d'énergie cinétique et d'énergie de pression) par le fluide
 - En limitant les frais d'installation : comme on le déduira, pour minimiser les pertes de charge, on doit prendre des canalisations de forme circulaire, à section droite les plus longues possibles avec le minimum de raccordement

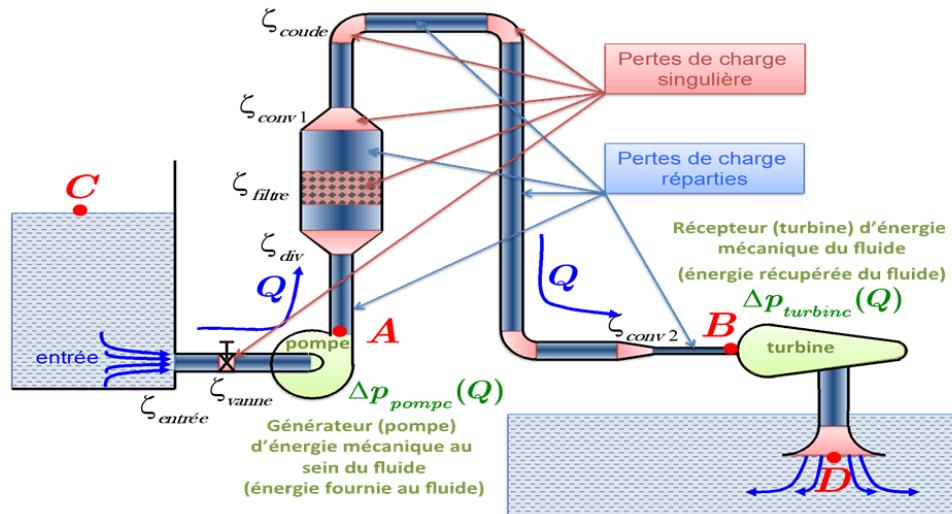
L'analyse de ce problème est associée à un problème de détermination des pertes de charge

The diagram illustrates a complex fluid network. It features several pipes of different diameters connected by couplings and fittings like T-junctions and tees. Various valves, including globe valves and check valves, are placed along the lines. A pump is shown at one end, and a turbine is at the other. Reservoirs are connected at different points. The network includes sections labeled 'convergent' and 'divergent'. A red callout box highlights 'Pertes de charge singulières' (singular pressure loss) and 'Pertes de charge réparties' (distributed pressure loss). Another red callout box indicates point 'A' near an inlet and point 'B' near a junction. The network ends with an outlet labeled 'sortie'.

Composants du problème de transport de fluides par canalisations

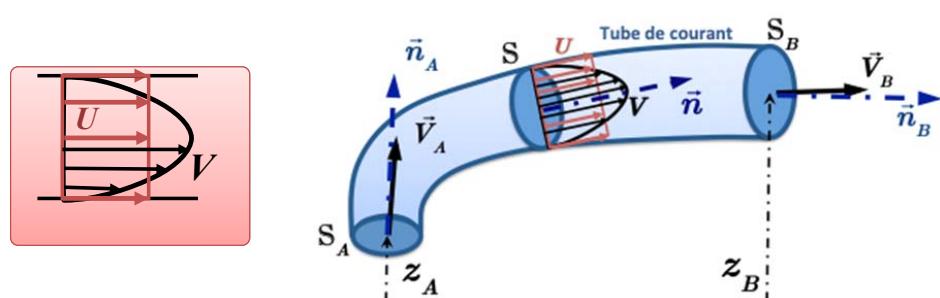
Entre deux bifurcations (branchement ou dérivation), le système comprend:

- Des pertes de charge régulières (réparties)
 - = pertes d'énergie dans les tronçons rectilignes à section constante
- Des pertes de charge singulières (locales)
 - = pertes d'énergie dans les autres parties (sauf systèmes récepteurs ou générateurs)
- Des systèmes récepteurs ou générateurs d'énergie « fluide »



Transport de fluides incompressibles par canalisations : hypothèse et vitesse moyenne

- Cadre et hypothèses:
 - Étude des écoulements permanents $\partial/\partial t = 0$
 - D'un fluide newtonien à température constante et incompressible
 - Liquides
 - Gaz M < 0,3
 - Soumis aux forces de pesanteur $\vec{f}_d = \vec{g}$
 - En canalisation ou tuyauterie entièrement occupée par le fluide (Ne sont donc pas pris en compte les écoulements dans les canaux découverts tels que rivière, égout,...)



- Vitesse moyenne U (\vec{n} orienté dans le sens de l'écoulement)

En première approximation $\vec{V} \approx // \vec{n} \Rightarrow \vec{V} \cdot \vec{n} = V$:
écoulement unidirectionnel dans chaque section

$$U = \frac{Q}{S} = \frac{1}{S} \overbrace{\iint_S \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds}^Q = \frac{1}{S} \overbrace{\iint_S V \, ds}^{Q_M}$$

$$Q = U \cdot S \quad Q_M = \rho \cdot U \cdot S$$

Vitesse moyenne et conservation du débit dans une canalisation

- Conservation de la masse (Equ. Continuité)

En écoulement permanent:
$$Q_M = \iint_{S_A} \rho \vec{V}_A \cdot \vec{n}_A \, ds = \iint_{S_B} \rho \vec{V}_B \cdot \vec{n}_B \, ds \Rightarrow Q_M = Q_{M_A} = Q_{M_B}$$

En incompressible ($\rho = \text{const.}$):
$$Q = \iint_{S_A} \vec{V}_A \cdot \vec{n}_A \, ds = \iint_{S_B} \vec{V}_B \cdot \vec{n}_B \, ds \Rightarrow Q = Q_A = Q_B$$

Cela conduit à la conservation du débit volumique Q en incompressible

- Qui compte tenu de la définition de la vitesse moyenne donne:

En stationnaire ($\partial/\partial t = 0$): conservation du débit massique $\rho U_A S_A = \rho U_B S_B = \rho US = Q_{M_A} = Q_{M_B} = Q_M = \text{Const}$

incompressible ($\rho = \text{Const.}$): conservation du débit volumique $U_A S_A = U_B S_B = US = Q_A = Q_B = Q = \text{Const}$

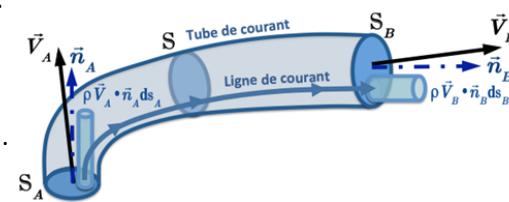
- Conséquences, pour un écoulement incompressible:

Si $S \downarrow$ alors $U \uparrow$. En effet $\underbrace{U \cdot S}_{\uparrow \downarrow \downarrow \uparrow} = \underbrace{U \cdot S}_{\downarrow} = Q = \text{Const}$

En pratique, on connaît la section S . On peut donc connaître la vitesse en tout point si on connaît le débit Q .

On peut déterminer le débit par:

- Empotement ou pesée
- Appareil déprimogène (tuyère, diaphragme...)
- Relevé de la carte de vitesses au moyen de tube de Pitot, d'anémomètre à fil chaud ou laser.



Rem: existence de normes ISO

Rem: Par la suite, pour simplifier les notations, le débit volumique sera noté Q : $Q = Q_V = U \cdot S$

Énergie totale débitée - Charge totale moyenne dans une section – Pertes de charge moyenne

Débit d'énergie « mécanique » totale = quantité d'énergie « mécanique » totale (= masse $m \times$ énergie totale par unité de masse $E_{totale} = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz$) traversant une section S par unité de temps Δt

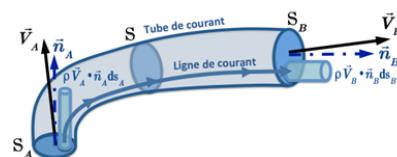
Le débit d'énergie totale est donc = au débit masse \times énergie totale par unité de masse

Le débit d'énergie « mécanique » totale au travers d'une section élémentaire ds vaut:

$$\underbrace{\rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds}_{dQ_M} \cdot \left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = dP_t \quad \longrightarrow \text{Puissance « mécanique » totale sur une section élémentaire } ds$$

Le débit d'énergie totale pour la section S vaut:

$$\iint_S \left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds = P_t \quad \longrightarrow \text{Puissance « mécanique » totale sur une section } S$$



On peut démontrer que, si les filets fluides sont parallèles et de faible courbure, la répartition de pression dans une section normale obéit à la loi hydrostatique: $\frac{p}{\rho} + gz = \text{Const.}$ dans une section

En conséquence, on a :

$$\mathcal{P}_t = \iint_S \underbrace{\left(\frac{p}{\rho} + gz \right)}_{\approx \text{const.}} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds + \iint_S \underbrace{\frac{V^2}{2} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds}_{\text{Énergie cinétique débitée}}$$

$$\iint_S \underbrace{\left(\frac{p}{\rho} + gz \right)}_{\text{Énergie pression + énergie potentiel de position débitée}} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds + \iint_S \underbrace{\frac{V^2}{2} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds}_{\text{Énergie cinétique débitée}}$$

$$= \iint_S \underbrace{\rho \left(\frac{p_M}{\rho} + g z_M \right) U S}_{\text{Voir suite}} + \underbrace{\alpha \frac{\rho}{2} U^2 U S}_{\text{Énergie cinétique débitée}}$$

où M = point de référence arbitraire dans la section S . En pratique choisi le point de percée de l'axe dans la section S

Energie cinétique débité (puissance cinétique) en fonction de la vitesse moyenne

Le débit d'énergie cinétique (= puissance cinétique \mathcal{P}_c) pour la section S vaut:

$$\mathcal{P}_c = \iint_S \frac{V^2}{2} (\rho \vec{V} \cdot \vec{n}) ds$$

Pour $\rho = \text{const}$, si on suppose à nouveau $\vec{V} \approx // \vec{n}$ alors :

$$\mathcal{P}_c = \iint_S \rho \frac{V^3}{2} ds \neq \rho \frac{U^3}{2} S$$

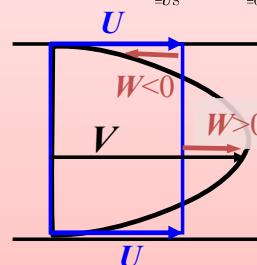
Et si on pose $V = U + W$ (avec U const. et W variable dans S), on a alors:

$$\mathcal{P}_c = \frac{\rho}{2} \left(U^3 S + 3U^2 \underbrace{\iint_S W ds}_{=0} + 3U \underbrace{\iint_S W^2 ds}_{=0} + \underbrace{\iint_S W^3 ds}_{=0} \right)$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_c = (1+3\eta) \rho \frac{U^3}{2} S = \underbrace{\alpha}_{(1+3\eta)} \frac{\rho U^2}{2} US$$

$$V = U + W$$

$$Q = US = \iint_S V ds = \underbrace{\iint_S U ds}_{=US} + \underbrace{\iint_S W ds}_{=0}$$



Avec η et α des coefficients positifs sans dimension essentiels pour caractériser la distribution de non uniforme de la vitesse dans une section, tels que :

$$\eta = \frac{1}{S} \iint_S \left(\frac{W}{U} \right)^2 ds \geq 0$$

et $\alpha = 1 + 3\eta \geq 1$

Énergie totale débitée: Charge totale moyenne dans une section et pertes de charge moyenne

$$\mathcal{P}_t = \rho Q \left(\frac{p_M}{\rho} + gz_M \right) + \alpha \rho Q \frac{U^2}{2} = \frac{Q_G}{g\rho} \left(\frac{p_M}{g\rho} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z_M \right) \Rightarrow \mathcal{P}_t = Q_G \cdot \underbrace{\left(\frac{p_M}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z_M \right)}_{E_{tM}}$$

E_{tM} = Énergie totale moyenne par unité de poids dans la section S

E_{tM}

α = Coefficient de forme tenant compte de la non-uniformité du profil des vitesses dans la section S

Rappel: (Équation de continuité en stationnaire) le débit masse $Q_M = \text{const} \rightarrow Q_G = \text{const}$, le débit poids est conservé

- En fluide parfait, il y a conservation du débit d'énergie totale $\mathcal{P}_t = \text{const}$, $\left(\frac{d\mathcal{P}_t}{dn} \right)_{\text{fluide parfait}} = 0$, quelle que soit la section \rightarrow comme $Q_G = \text{const}$. alors l'énergie totale E_{tM} se conserve

$$\left(\frac{dE_t}{dn} \right)_{\text{fluide parfait}} = 0 \Rightarrow E_{tM} = \left(\frac{p_M}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z_M \right)_{\text{fluide parfait}} = \text{const.}$$



- En fluide réel, on observe une dégradation d'énergie dans le sens de l'écoulement :

$$\left(\frac{d\mathcal{P}_t}{dn} \right)_{\text{fluide réel}} < 0 \Rightarrow \left(\frac{dE_t}{dn} \right)_{\text{fluide réel}} < 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\left(\frac{p_M}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z_M \right)_A = \left(\frac{p_M}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z_M \right)_B + \tau_{fA-B}}$$

Avec $\tau_{fA-B} \geq 0$ la pertes de charge entre A et B.

τ_{fA-B} représente la perte d'énergie mécanique due aux frottements visqueux dans la canalisation

Mécanique des Fluides

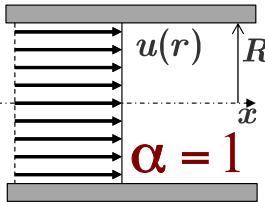
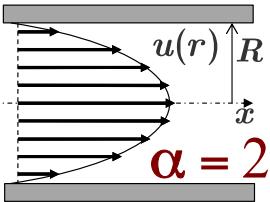
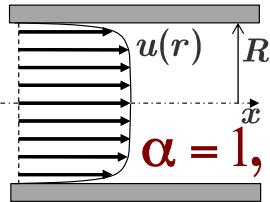
Théorème de Bernoulli généralisé aux canalisations

$$\left(\frac{p_{MA}}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_{MA} \right) = \left(\frac{p_{MB}}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_{MB} \right) + \tau_{fA-B}$$

avec $\tau_{fA-B} > 0$ la perte de charge entre A et B = perte d'énergie mécanique due aux frottements visqueux dans la canalisation

Avec $\alpha \geq 1$ le coefficient de forme caractéristique de la distribution de vitesse (variable en fonction du type de section et du type d'écoulement) dans les sections

- Écoulement unidimensionnel (écoulement uniforme dans la section): $\alpha = 1$
- Écoulement laminaire de Poiseuille dans une section circulaire : $\alpha = 2$
- Écoulement turbulent dans une section circulaire : $\alpha = 1,04$ à $1,1$

Unidimensionnel

Poiseuille

Turbulent

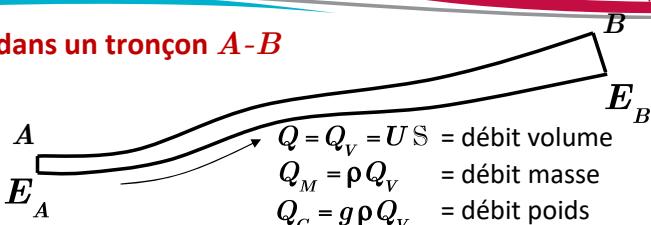
$u(r) = U_{\max}$
 $u(r) = U_{\max} \left(1 - (r/R)^2\right)$
 $u(r) = U_{\max} \left(1 - (r/R)^2\right)^{1/n}$

En écoulement turbulent, la loi de vitesse est de type « loi de puissance » sauf dans le voisinage de la paroi (sous couche laminaire)

Re	4 10 ³	2 10 ⁴	1 10 ⁵	1 10 ⁶	2 10 ⁶	3 10 ⁶
n	6	6,6	7	8,7	10	10

Mécanique des Fluides

Puissance dissipée dans un tronçon A-B



$Q = Q_V = US$ = débit volume

$Q_M = \rho Q_V$ = débit masse

$Q_G = g \rho Q_V$ = débit poids

$\mathcal{P}_{A-B} = Q_V \cdot \Delta E_{\text{par unité de volume}}$ = $Q_M \cdot \Delta E_{\text{par unité de masse}}$ = $Q_G \cdot \Delta E_{\text{par unité de poids}}$ avec $\Delta E = E_A - E_B$

$$\mathcal{P}_{A-B} = Q_V \cdot \left[\left(p_{MA} + \alpha_A \rho \frac{U_A^2}{2} + \rho g z_{MA} \right) - \left(p_{MB} + \alpha_B \rho \frac{U_B^2}{2} + \rho g z_{MB} \right) \right] = Q_V \cdot \rho g \tau_{f_{A-B}}$$

$$= \underbrace{\rho Q_V}_{Q_M} \cdot \left[\left(\frac{p_{MA}}{\rho} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2} + g z_{MA} \right) - \left(\frac{p_{MB}}{\rho} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2} + g z_{MB} \right) \right] = \underbrace{\rho Q_V}_{Q_M} \cdot g \tau_{f_{A-B}}$$

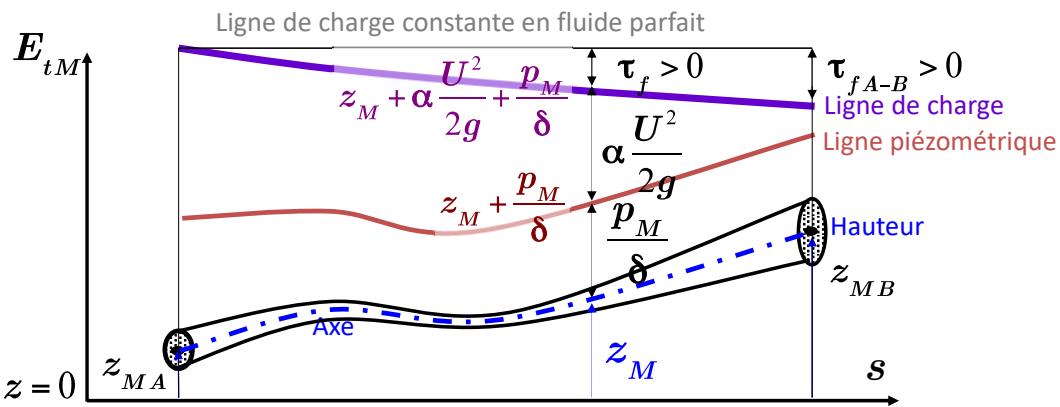
$$= \underbrace{g \rho Q_V}_{Q_G} \cdot \left[\left(\frac{p_{MA}}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_{MA} \right) - \left(\frac{p_{MB}}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_{MB} \right) \right] = \underbrace{\rho g Q_V}_{Q_G} \cdot \tau_{f_{A-B}}$$

Rem: La puissance nécessaire pour transporter le fluide dans le tronçon A-B
= Puissance nécessaire pour combattre les pertes par frottement entre A-B
= Puissance dissipée par les pertes de charge entre A-B = \mathcal{P}_{A-B}

Ligne de charge – Ligne piézométrique

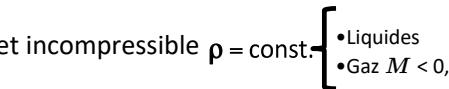
$$\left(\frac{p_{MA}}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_{MA} \right) = \left(\frac{p_{MB}}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_{MB} \right) + \tau_{fA-B}$$

- τ_{fA-B} est la perte de charge par unité de poids entre A et B
- $\frac{p}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z$ la charge totale • $p_{dyn} = \alpha \rho \frac{U^2}{2}$ la pression dynamique « moyenne »
- $\frac{p}{\delta} + z$ la charge piézométrique • $p_t = p + \alpha \rho \frac{U^2}{2}$ la pression totale ou d'arrêt « moyenne »



XIX.a. Pertes de charge réparties dans les conduites cylindriques longues et à sections circulaires

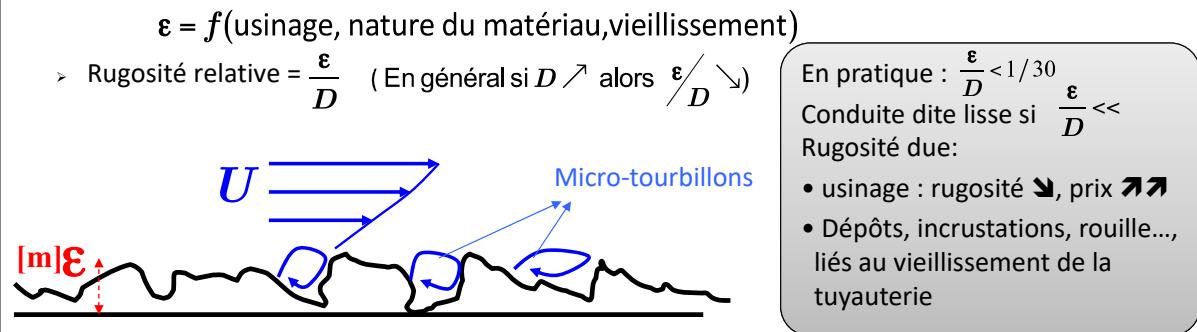
- Soit une canalisation :
 - D'axe rectiligne
 - De section circulaire constante
 - Sans éléments perturbateurs (vannes, branchement, coude,...)
 - Écoulement
 - Permanent $\partial/\partial t = 0$
 - D'un fluide newtonien à température constante et incompressible $\rho = \text{const.}$
 - Soumis aux forces de pesanteur $\vec{f}_d = \vec{g}$
 - **Définition :** La perte de charge répartie, τ_f , mesure l'énergie mécanique perdue par le fluide lors de son écoulement dans un tronçon rectiligne de canalisation de longueur L et de section constante.
- Rem: La canalisation est supposée suffisamment longue pour que l'écoulement soit établi c-à-d pour que le profil de vitesse soit identique d'une section à l'autre



• Liquides
 • Gaz $M < 0,3$

Rugosité des parois

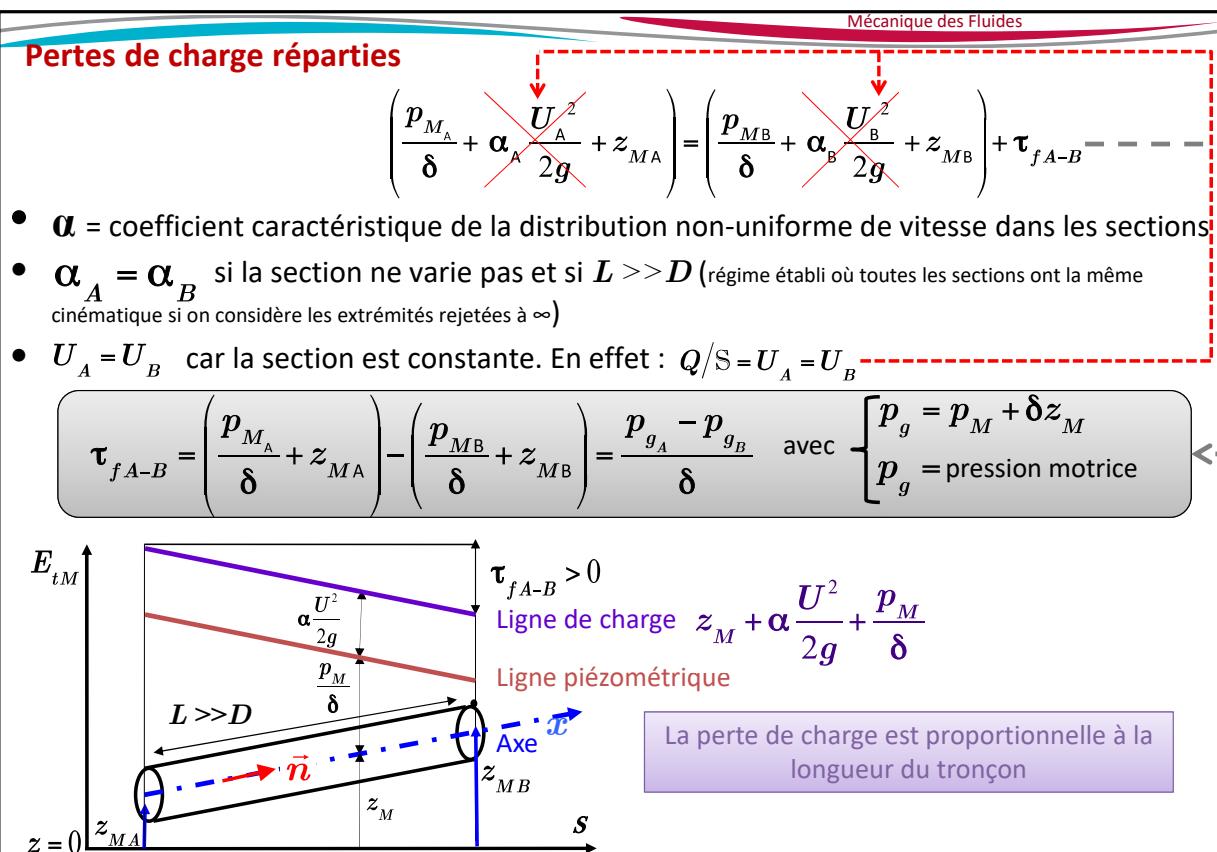
- D'après l'observation, la nature de la paroi influence nettement les dégradations énergétiques: le facteur essentiel est la rugosité des parois qui dépend:
 - De la hauteur moyenne des aspérités
 - Des variations de hauteur par rapport à la hauteur moyenne
 - De la forme et de la répartition des aspérités
- Les irrégularités augmentent la perte de charge
 - Au cours du temps l'état de surface change → les pertes de charge vont varier au cours du temps
 - Difficile de décrire mathématiquement l'influence des rugosités sur les pertes → utilisation de relations semi-empiriques
 - Rugosité moyenne des aspérités = rugosité absolue = ϵ [m]



En pratique : $\frac{\epsilon}{D} < 1/30$
Conduite dite lisse si $\frac{\epsilon}{D} \ll$

Rugosité due:

- usinage : rugosité ↘, prix ↗↗
- Dépôts, incrustations, rouille..., liés au vieillissement de la tuyauterie



Calcul des efforts sur le tronçon de tuyauterie.

- La résultante \vec{R}_p des forces de l'écoulement sur la paroi est due à l'action des forces de contact du fluide sur la paroi du tronçon considéré.
 - Elle vaut donc : $\vec{R}_p = \iint_{S \text{ léchée par l'écoulement}} \bar{T} \cdot \vec{n} dS$
 - Suivant la direction axiale x , elle vaut : $R_x = \iint_S (\bar{T} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{l}_x dS = \iint_{S \text{ léchée par l'écoulement}} \underbrace{\tau_p}_{\substack{\text{const dans} \\ 2\pi RL}} dS = \tau_p 2\pi RL$ (1)
 - τ_p désigne la tension à la paroi. $\tau_p = \text{const. indépendante de } x$ car, pour un écoulement établi, le profil de vitesse est indépendant de x .
 - Cette résultante est aussi donnée par l'application du Théorème d'Euler sur la quantité de mouvement ou théorème des 5 forces qui pour rappel s'écrit :

$$\vec{R}_p = (p + \rho U^2) \vec{S}_A - (p + \rho U^2) \vec{S}_B + \vec{P}$$
 Poids de fluide emprisonné
 - Si on considère l'axe du tuyau horizontal x , pour poids \vec{P} agissant perpendiculairement à x :
 - $R_x = (p + \rho U^2)_A S - (p + \rho U^2)_B S = (p_A - p_B) S$ (2)
 - En égalemenr les équations (1) et (2), on obtient alors: $R_x = (p_A - p_B) S = \tau_p 2\pi RL$
- Th. 5 forces $\longrightarrow (p_A - p_B) S = \tau_p 2\pi RL$
 Bernoulli généralisé $\longrightarrow (p_A - p_B) S = \tau_{fA-B} \delta S$ $\Rightarrow \tau_{fA-B} = \frac{\tau_p 4L}{\delta D}$ $\Rightarrow \begin{cases} \tau_{fA-B} \propto L/D \\ \tau_{fA-B} \propto \tau_p \end{cases}$
 $\rightarrow \tau_{fA-B}$ la perte de charge (chute de pression) est linéaire en fonction de L

Si on considère l'axe du tuyau d'axe non horizontal de direction \vec{n} quelconque :

- Pour la résultante donnée par intégration de forces de contact sur la paroi, on aura encore : $R_x = \iint_{S \text{ léchée par l'écoulement}} \underbrace{\tau_p}_{\substack{\text{const dans ce cas particulier} \\ 2\pi RL}} dS = \tau_p 2\pi RL$ (1)
 - Pour la résultante donnée par application du théorème des 5 forces: $\vec{R}_p = (p + \rho U^2)_A \vec{S}_A - (p + \rho U^2)_B \vec{S}_B + \vec{P}$
on aura alors suivant l'axe x orienté suivant la direction \vec{n} : $\rho S L \vec{g}$
- $$R_x = (p_A - p_B) \vec{S}_A + \rho S L \vec{g} \cdot \vec{n} = (p_A - p_B) S + \rho S g (z_A - z_B) = ((\underbrace{p_A + \rho g z_A}_{p_{g_A}}) - (\underbrace{p_B + \rho g z_B}_{p_{g_B}})) S = (p_{g_A} - p_{g_B}) S$$
- (2)

En conclusion :

$$\begin{aligned} \text{Th. 5 forces} &\longrightarrow (p_{g_A} - p_{g_B}) S = \tau_p 2\pi RL \\ \text{Bernoulli généralisé} &\longrightarrow (p_{g_A} - p_{g_B}) S = \tau_{fA-B} \delta S \end{aligned} \Rightarrow \boxed{\tau_{fA-B} = \frac{\tau_p 4L}{\delta D}}$$

La perte de charge est proportionnelle à la longueur relative (L/D) du tronçon et au frottement (τ_p) à la paroi :
 $\tau_f \div \frac{L}{D}$ et $\tau_f \div \tau_p$

Pour déterminer la loi de pertes de charge τ_{fA-B} , il faudrait déterminer τ_p

- Or souvent les écoulements sont turbulents $\rightarrow \tau_p$ ne peut être obtenu que par des méthodes semi-empirique (Seul le cas laminaire de l'écoulement de Poiseuille permet une expression analytique)
- De plus la rugosité ϵ influence fortement τ_p et la détermination analytique de τ_p est quasi impossible
- \rightarrow On utilise alors l'analyse dimensionnelle et l'expérimentation pour établir les lois de pertes de charge

Analyse dimensionnelle et pertes de charge réparties

L'expérimentation permettra de déduire des relations empiriques générales en fonction d'un certain nombre d'essais en fonction des paramètres ($U, D, \rho, \mu, L, \epsilon, g$) qui influencent τ_f les pertes de charge réparties : $\tau_f = f(\rho, \mu, U, D, L, \epsilon, g) \Rightarrow f(\tau_f, \rho, \mu, U, D, L, \epsilon, g) = 0$

- Il faut déterminer le nombre d'essais minimum nécessaire.

Ceci s'obtient par l'utilisation du théorème de Vaschy-Buckingham (ou théorème des π) tenant compte que la mécanique des fluides comprend 3 grandeurs fondamentales (M, L, T)

→ on aura $8-3=5$ variables adimensionnelles

$$0 = F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$$

- Pour déterminer les π prenons ρ [ML^{-3}], U [LT^{-1}], g [LT^{-2}], comme variables primaires

$$\pi_1 = \frac{\tau_f}{\rho^x U^y g^z} \Rightarrow L = M^x L^{-3x+y+z} T^{-y-2z} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -y-2z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow \pi_1 = \frac{\tau_f A-B}{U^2} \frac{g}{g} \xrightarrow{\substack{\text{ou encore sans rien} \\ \text{changer au niveau} \\ \text{dimension}}} \pi'_1 = \frac{\tau_f}{U^2}$$

on introduit un facteur $\frac{1}{2}$
pour faire apparaître
l'énergie cinétique
par unité de masse $\frac{U^2}{2}$

De même on aura

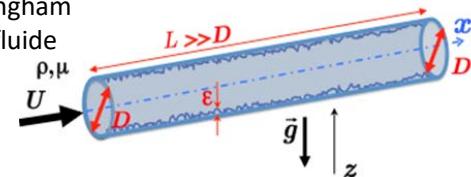
$$\pi_2 = \frac{D}{U^2}$$

$$\pi_3 = \frac{L}{U^2}$$

$$\pi_4 = \frac{\epsilon}{U^2}$$

$$\pi_5 = \frac{\mu}{\rho^x U^y g^z} \Rightarrow M L^{-1} T^{-1} = M^x L^{-3x+y+z} T^{-y-2z} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ -y-2z=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow \pi_5 = \frac{\mu g}{\rho U^3} \text{ ou encore}$$

$$\pi'_5 = \frac{\nu g}{U^3}$$



$$\pi'_1 = \frac{\tau_f}{U^2} \quad \pi'_2 = \frac{D}{U^2} = \frac{1}{U^2} \quad \pi'_3 = \frac{L}{U^2} \quad \pi'_4 = \frac{\epsilon}{U^2} \quad \pi'_5 = \frac{\nu g}{U^3}$$

$$\pi'_2 = \frac{1}{Fr} \quad \text{avec} \quad Fr = \frac{U^2}{gD} \quad \Rightarrow \text{à la place de } \pi_2, \text{ on choisira} \quad \pi'_2 = Fr = \frac{U^2}{gD}$$

- On ne change rien à l'analyse dimensionnelle si on manipule les π entre eux

$$\pi'_5 = \frac{\pi_2}{\pi_5} = \frac{gD}{U^2} \frac{U^3}{\nu g} = \frac{UD}{\nu} = Re \quad \Rightarrow \quad \pi'_5 = Re = \frac{UD}{\nu} \quad \text{sera choisi à la place de } \pi_5$$

$$\pi'_3 = \frac{\pi_3}{\pi_2} = \frac{L}{D} \quad \Rightarrow \quad \pi'_3 = \frac{L}{D} \quad \text{sera choisi à la place de } \pi_3$$

$$\pi'_4 = \frac{\pi_4}{\pi_2} = \frac{\epsilon}{D} \quad \Rightarrow \quad \pi'_4 = \frac{\epsilon}{D} \quad \text{sera choisi à la place de } \pi_4$$

$$\text{En conséquence on a : } 0 = F(\underbrace{\pi'_1}_{\frac{\tau_f}{U^2}}, \underbrace{\pi'_2}_{Fr}, \underbrace{\pi'_3}_{\frac{L}{D}}, \underbrace{\pi'_4}_{\frac{\epsilon}{D}}, \underbrace{\pi'_5}_{Re}) \Rightarrow \frac{\tau_f}{U^2} = f\left(\frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D}, Re, Fr\right)$$

Analyse dimensionnelle : influence des paramètres sur les pertes de charge

- Influence du Fr négligeable $\Rightarrow \frac{\tau_f}{\frac{U^2}{g}} = f(\frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D}, Re, Fr) \Rightarrow \frac{\tau_f}{\frac{U^2}{g}} = f_1(\frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D}, Re)$

Fr négligeable : - Si on transporte des gaz : masse spécifique faible ρ l'influence de g est négligeable $\Rightarrow Fr$

- Si on transporte des liquides:

➢ Fr joue un rôle important s'il on a une surface libre (égouts)

➢ En charge (pas de surface libre), le Fr n'a pas d'influence sur la cinématique (Cf. écoulement de Poiseuille en tuyau incliné)

→ le Fr n'a pas d'influence sur τ_f → le Fr n'a pas d'influence sur $\tau_f / \frac{U^2}{g}$

- La perte de charge est proportionnelle à la longueur du tronçon ($\tau_f \propto L/D$):

Si on considère 2 tronçons identiques de longueur L , en mettant les 2 tronçons bout à bout la perte de charge de chaque tronçon est identique et s'additionnera. On constate donc que la perte de charge double si la longueur du tronçon double. En conséquence, on comprend que cette perte de charge est proportionnelle à L ou proportionnelle à L/D .

$$\left\{ \begin{array}{l} L \rightarrow \tau_f \\ 2L \rightarrow 2\tau_f \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\tau_{fA-B}}{2g} = \frac{U^2}{D} f_2(Re, \frac{\epsilon}{D})$$

- Introduction du coefficient de pertes de charge λ (sans dimension) :

$$\lambda = f_2(Re, \frac{\epsilon}{D})$$

$$\tau_f = \lambda \underbrace{\frac{L}{D} \frac{1}{2gS^2} Q^2}_{const} \div Q^2$$

avec $\lambda = f(Re, \epsilon/D)$ = coefficient de pertes de charge « réparties »

Analyse dimensionnelle : influence des paramètres sur les pertes de charge

$$\tau_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gS^2}$$

avec

$$\lambda = f(Re, \epsilon/D)$$

- Le calcul de la perte de charge revient donc à déterminer la fonction qui donne la valeur du coefficient de perte de charge « répartie » λ :

$$\lambda = f(Re, \epsilon/D)$$

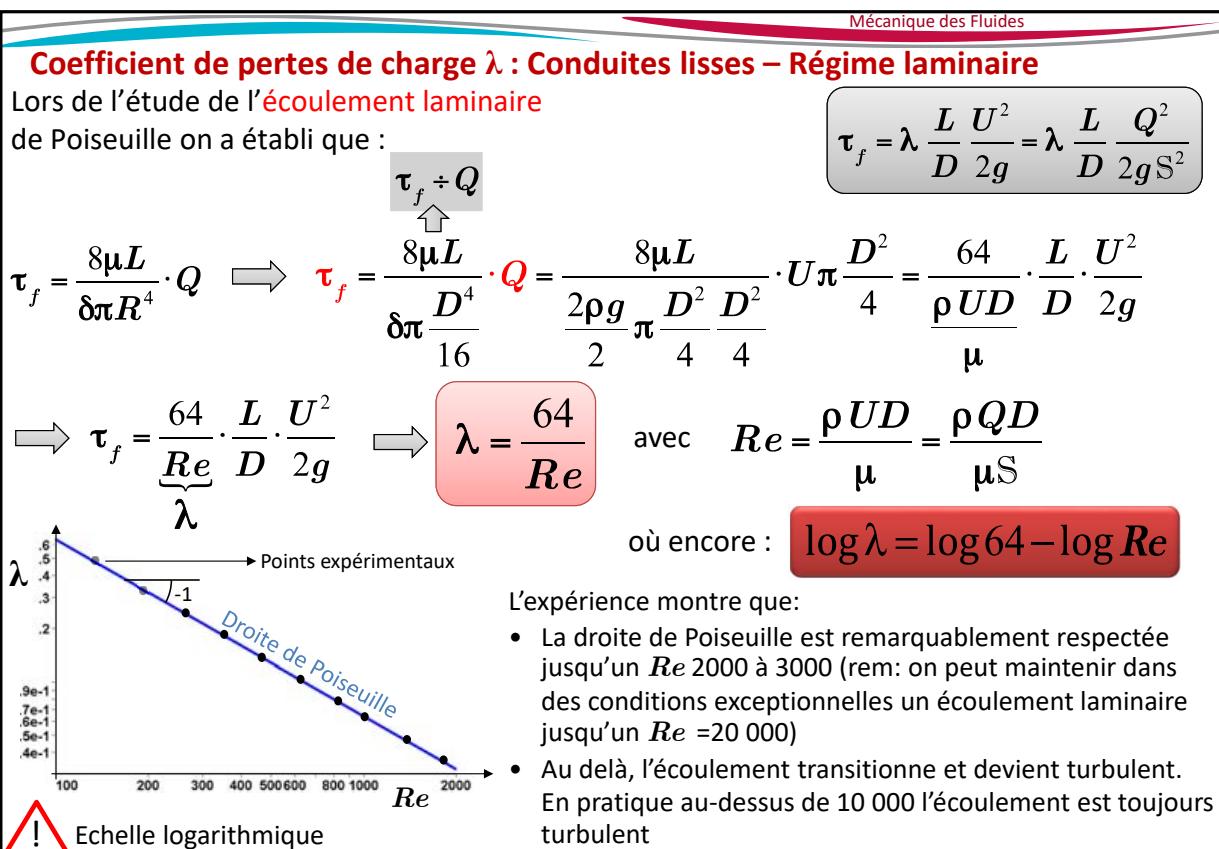
- Le coefficient de pertes de charge λ est directement lié au frottement à la paroi. En effet:

$$\begin{aligned} (p_{g_A}^* - p_{g_B}^*)S &= \tau_p 2\pi R L \Rightarrow \delta \tau_f S = \tau_p 2\pi R L \Rightarrow \delta \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} \frac{\pi D^2}{4} = \tau_p \pi D L \\ &\Rightarrow \lambda = \frac{4\tau_p}{\delta U^2} = \frac{4\tau_p}{\rho U^2} \end{aligned}$$

Comme par définition $C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho U^2}$ = Coefficient de frottement à « la paroi » $\Rightarrow \lambda = 4C_f$

- Dans la littérature anglo-saxonne, le coefficient de perte de charge λ est souvent représenté par le symbole f (pour « friction factor »)

1: Cas des conduites lisses ($\varepsilon /D = 0$)



Coefficient de pertes de charge λ : Conduites lisses – Régimes laminaires et turbulents

- Zone laminaire $Re < 2000$

$$\lambda = 64/Re \Rightarrow \log \lambda = \log 64 - \log Re$$

- Zone de transition $2000 < Re < 4000$

- Zone turbulente $4000 < Re < 100\,000$:

Droite de Blasius

$$\lambda = 0,3164/Re^{1/4} \Rightarrow \log \lambda = \log 0,3164 - \frac{1}{4} \log Re$$

Relation établie à partir d'une loi approximative de vitesse : la loi en puissance $\bar{u}/U = (y/\delta)^{1/7}$

- Zone turbulente $Re > 100\,000$:

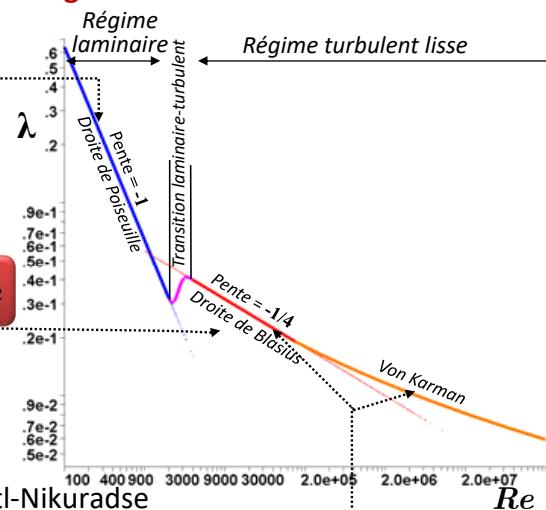
Formule généralisée de von Karman ou Prandtl-Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (\text{Rem: D'un point vu industriel, on utilise la relation pour } Re > 4000)$$

Relation généralisée de von Karman est une relation implicite semi-empirique obtenue sur base d'une meilleure approximation du profil des vitesses à partir d'une loi logarithmique : $\bar{u}/u_f = 5,75 \log \left(y u_f / v \right) + 5,5 = y^+$

Rem : La loi générale de von Karman est valable également pour $4000 < Re < 100\,000$. Dans cette gamme de Re l'écart entre la droite de Blasius et la loi de von Karman est négligeable

→ La relation généralisée de von Karman peut être utilisée pour déterminer λ pour $Re > 4\,000$

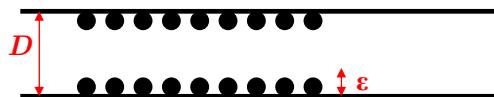


2: Cas des conduites rugueuses ($\epsilon/D \neq 0$) expérimentales aux rugosités homogènes

Coefficient de pertes de charge λ : Conduites rugueuses homogènes – Essais de Nikuradse (1930)

Considérons une conduite rugueuse ($\epsilon/D \neq 0$)

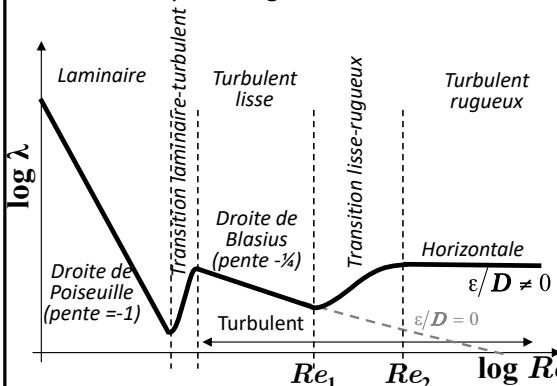
- En pratique la rugosité sera hétérogène ($\epsilon/D \neq \text{const.}$)
- Essais de Nikuradse à rugosité calibrée ou homogène ($\epsilon/D = \text{const.}$)
 - Dans ses expériences, il a rendu artificiellement rugueuse une paroi lisse en laiton en collant une couche uniforme de grains de sable calibrés



$$\frac{1}{1000} < \frac{\epsilon}{D} = C^{\text{te}} < \frac{1}{30}$$

Constatations:

- La rugosité n'influence pas le comportement de λ dans la zone laminaire
- Lorsque Re grandit, l'écoulement devient turbulent et:

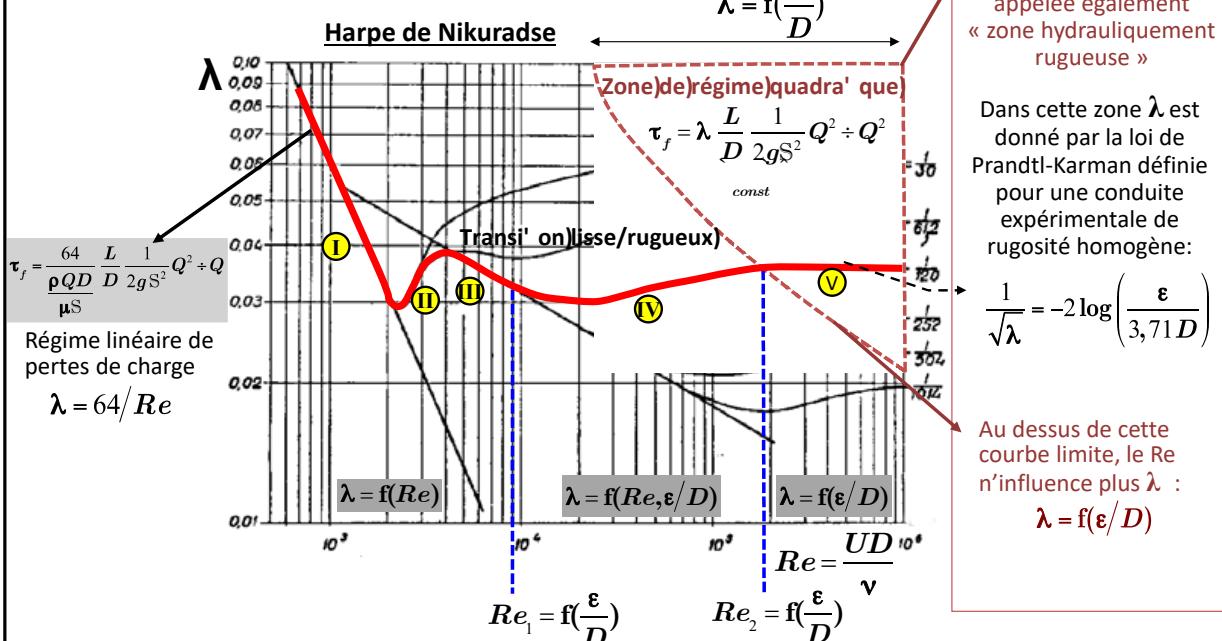


- Pour $Re < Re_1$, comme dans le cas d'une conduite lisse, les points expérimentaux se déplacent sur la même courbe de transition puis sur la même droite de Blasius : Le régime est dit « hydrauliquement lisse » et $\lambda = f(Re)$ uniquement
- Au delà d'un Re_1 critique dépendant de ϵ/D , les points expérimentaux ne suivent plus la même évolution que celle d'une conduite lisse. Il y a une incurvation vers le haut de la courbe, puis à partir d'un second Re_2 critique ($Re > Re_2$), la valeur de λ ne varie plus avec Re : $\lambda = f(\epsilon/D)$ uniquement (Zone « hydrauliquement rugueuse »)

Essais de Nikuradse – Diagramme du coefficient de pertes de charge réparties λ (1/2)

$$\tau_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gS^2} \quad \text{avec} \quad \lambda = f\left(Re, \frac{\epsilon}{D}\right)$$

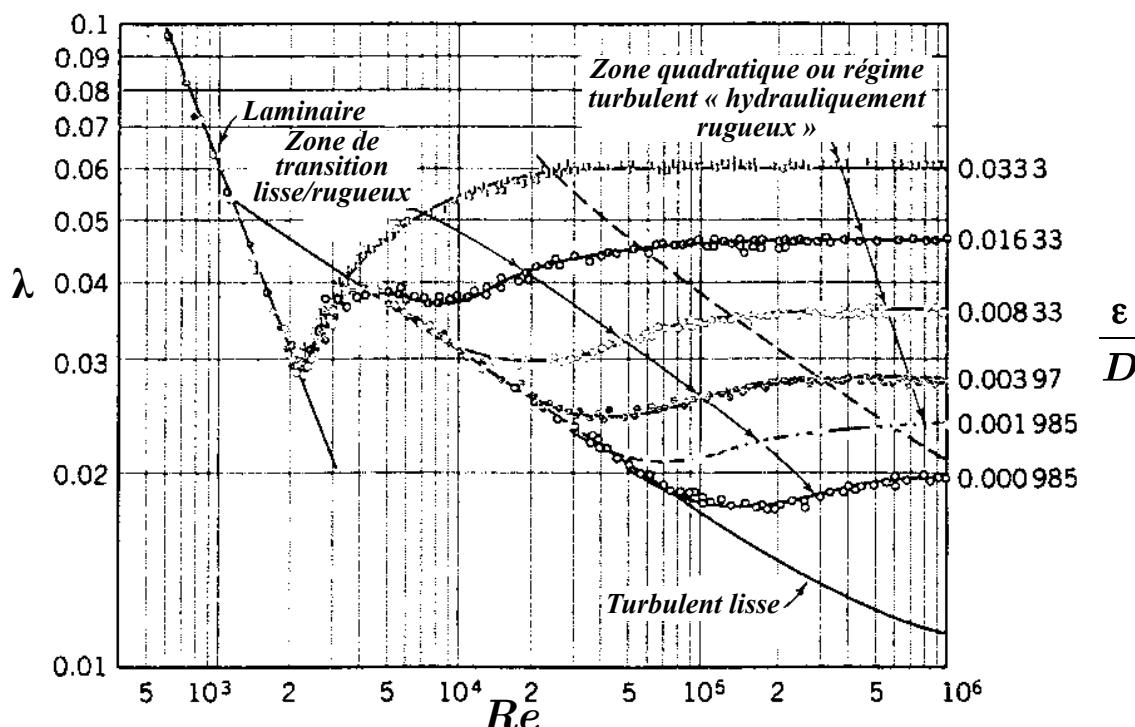
Zone où λ est indépendant du Re
 $\lambda = f\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$



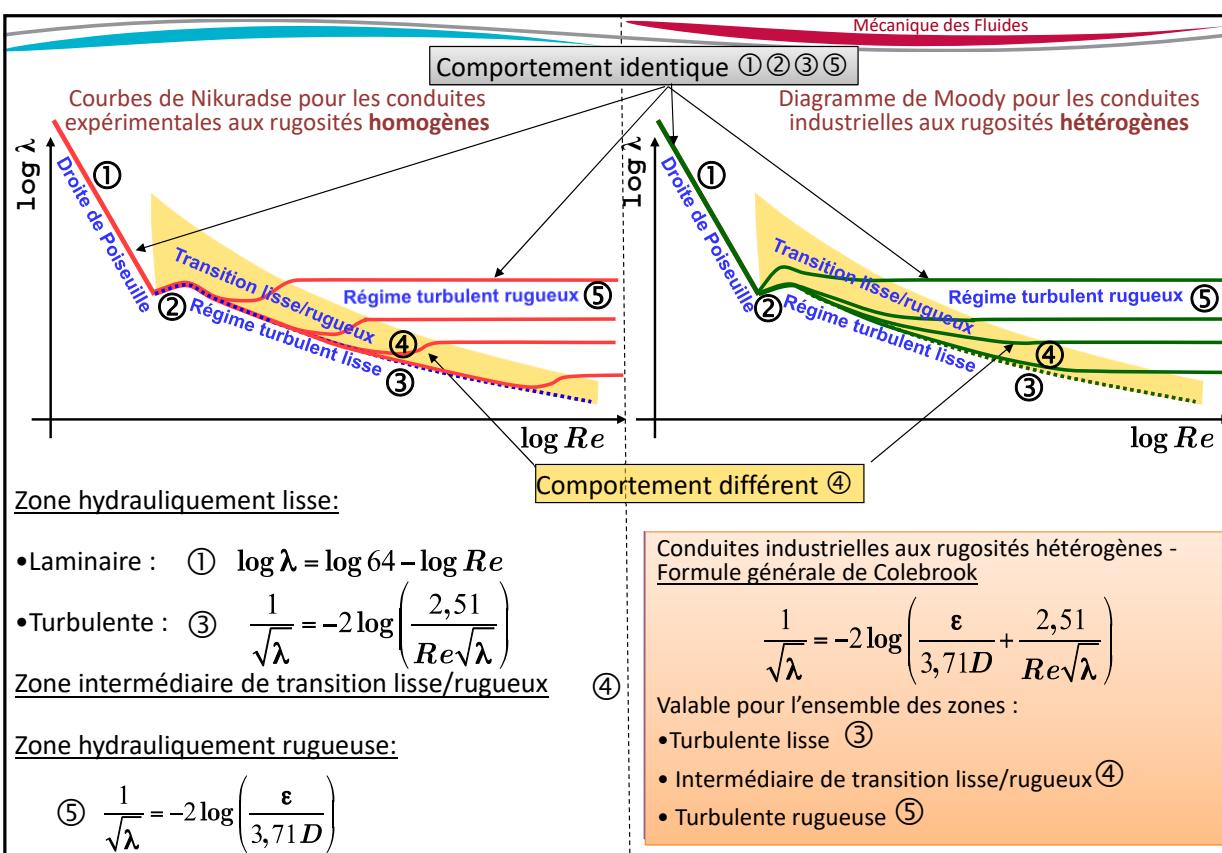
Essais de Nikuradse – Diagramme du coefficient de pertes de charge réparties λ (2/2)

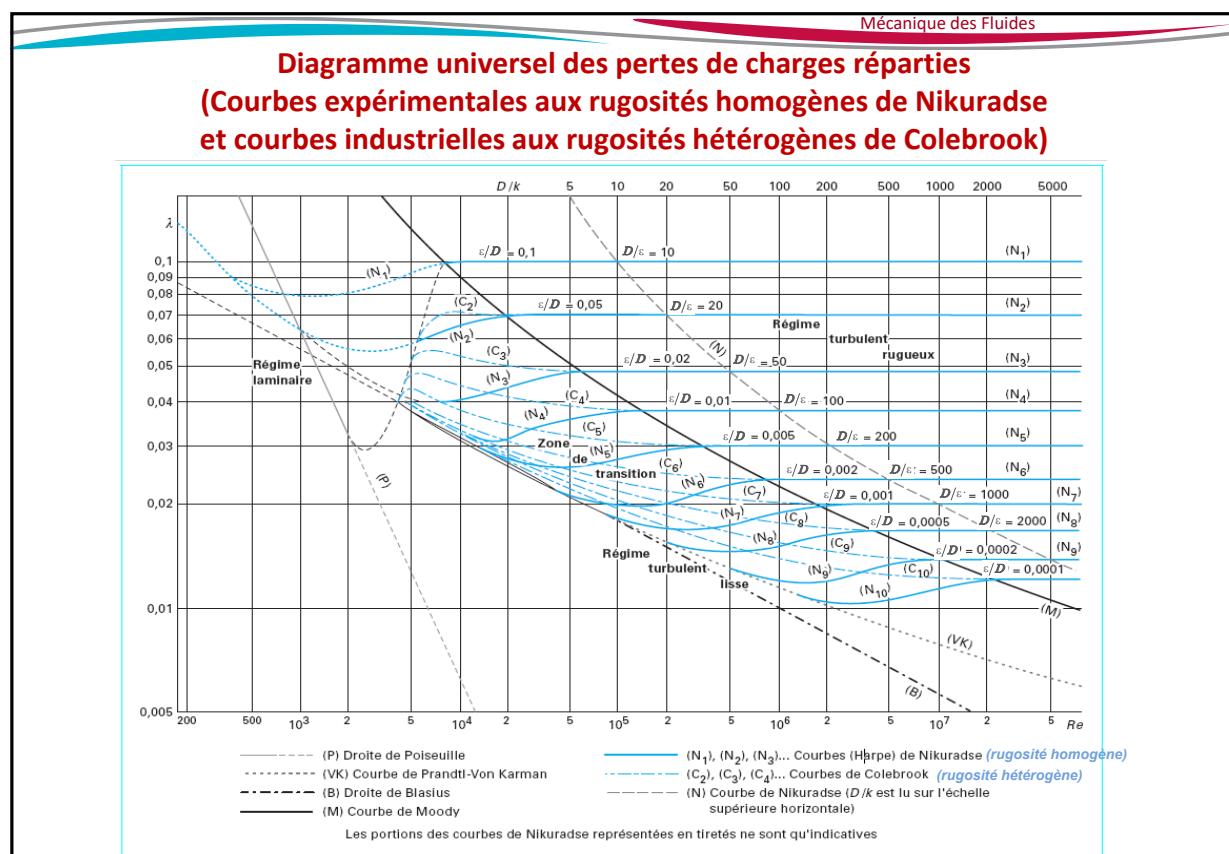
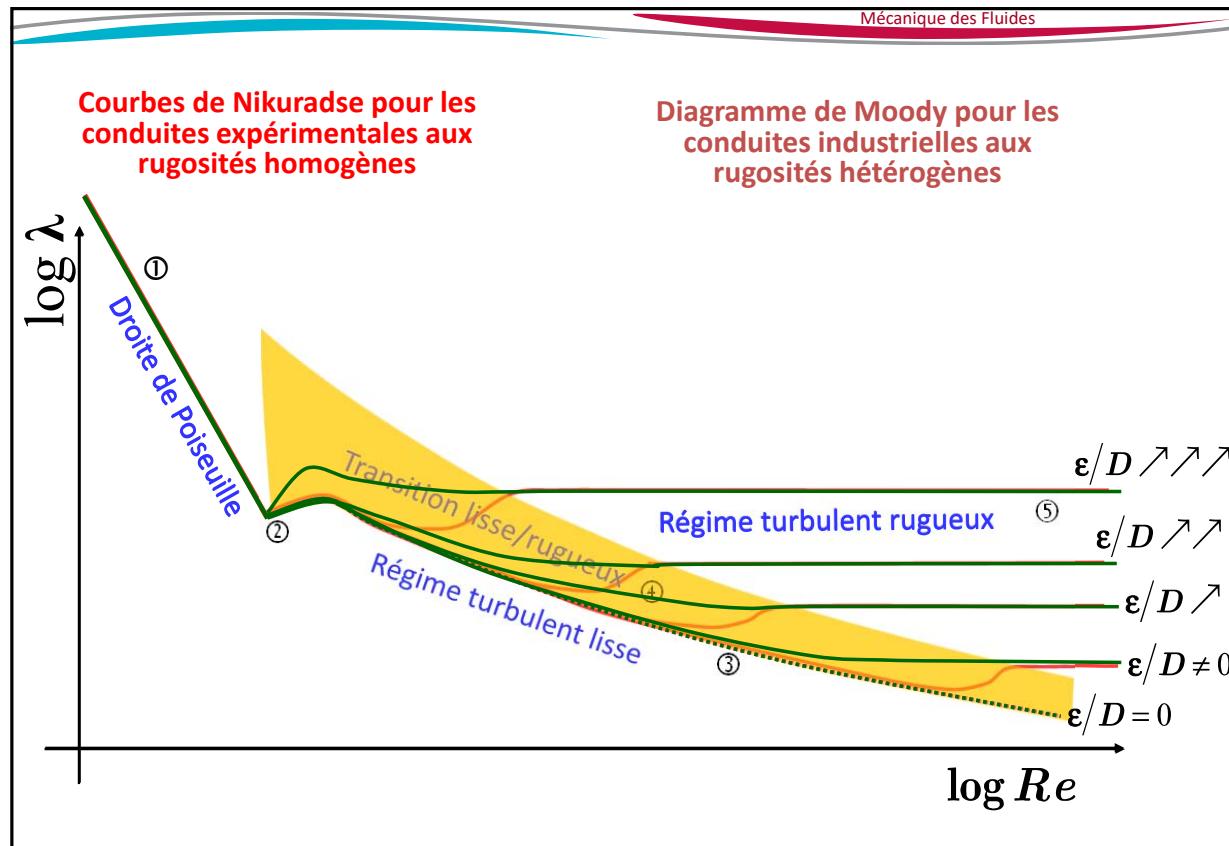
- La région I caractérise l'écoulement laminaire (donc de Poiseuille) car Re est inférieur à 2000 environ. Dans cette région, λ est indépendant de la rugosité et ne dépend uniquement que du Reynolds. Dans cette région l'expérience confirme la loi de Poiseuille : $\lambda = 64/Re$. L'écoulement y présente donc une variation linéaire de pente -1 du $\log \lambda$ en fonction de $\log Re$.
- La région II est une zone de transition du régime laminaire au régime turbulent. Elle est relativement peu étendue (le nombre de Reynolds varie de 2 000 à 4 000 voir 7 000 environ) sans caractéristiques particulières.
- La région III, correspond au « régime turbulent lisse ». Pour de faibles rugosités, le comportement est identique à celui d'une conduite lisse et λ n'est fonction que de Re . Elle comprend une première partie qui s'étend jusqu'à un nombre de Reynolds de 10^5 environ pour les conduites à faible rugosité, présente encore (comme les conduites lisses) une variation linéaire de pente $-1/4$ de $\log \lambda$ en fonction de $\log Re$. Son expression correspond à la relation de Blasius : $\lambda = 0,3164/Re^{1/4}$
Au-delà de 10^5 , si la rugosité est extrêmement faible, comme en conduite lisse, la fonction s'écarte de la linéarité. La formule de Blasius doit être remplacée par la relation plus générale de von-Karman ou Prandtl-Nikuradse : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$
- Dans la région V, appelée « zone de régime quadratique » ou « hydrauliquement rugueuse » λ n'est plus fonction du nombre de Reynolds, mais uniquement de la rugosité relative ϵ/D : $\lambda = f(\frac{\epsilon}{D})$
Pour cette zone, Prandtl-Karman proposent la formule: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D} \right)$
Le Re_2 à partir duquel on passe de la région IV à V dépend de la rugosité relative: $Re_2 = f(\frac{\epsilon}{D})$
- La région IV est une région de transition « lisse/rugueux » entre une évolution identique à celle d'une conduite lisse et la région V hydrauliquement rugueuse. Le Re_1 à partir duquel on passe de la région III à IV dépend de la rugosité relative ϵ/D . Dans cette région, λ dépend des deux paramètres que sont Re et ϵ/D : $Re_1 = f(\frac{\epsilon}{D})$. Le Re_1 à partir duquel on entre dans la région IV dépend de la rugosité relative $\lambda = f(Re, \frac{\epsilon}{D})$

Courbes expérimentales des essais de Nikuradse



3: Cas des conduites rugueuses ($\epsilon / D \neq 0$) industrielles aux rugosités hétérogènes





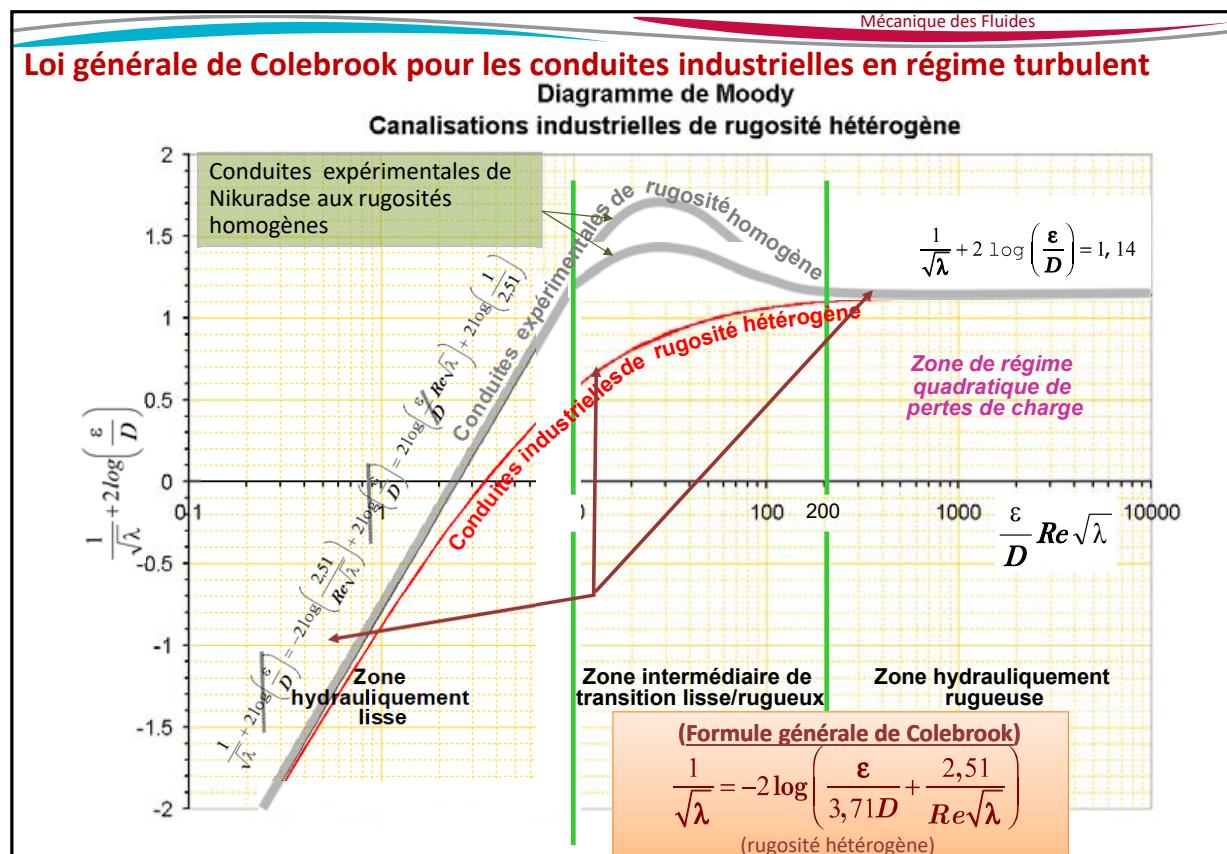
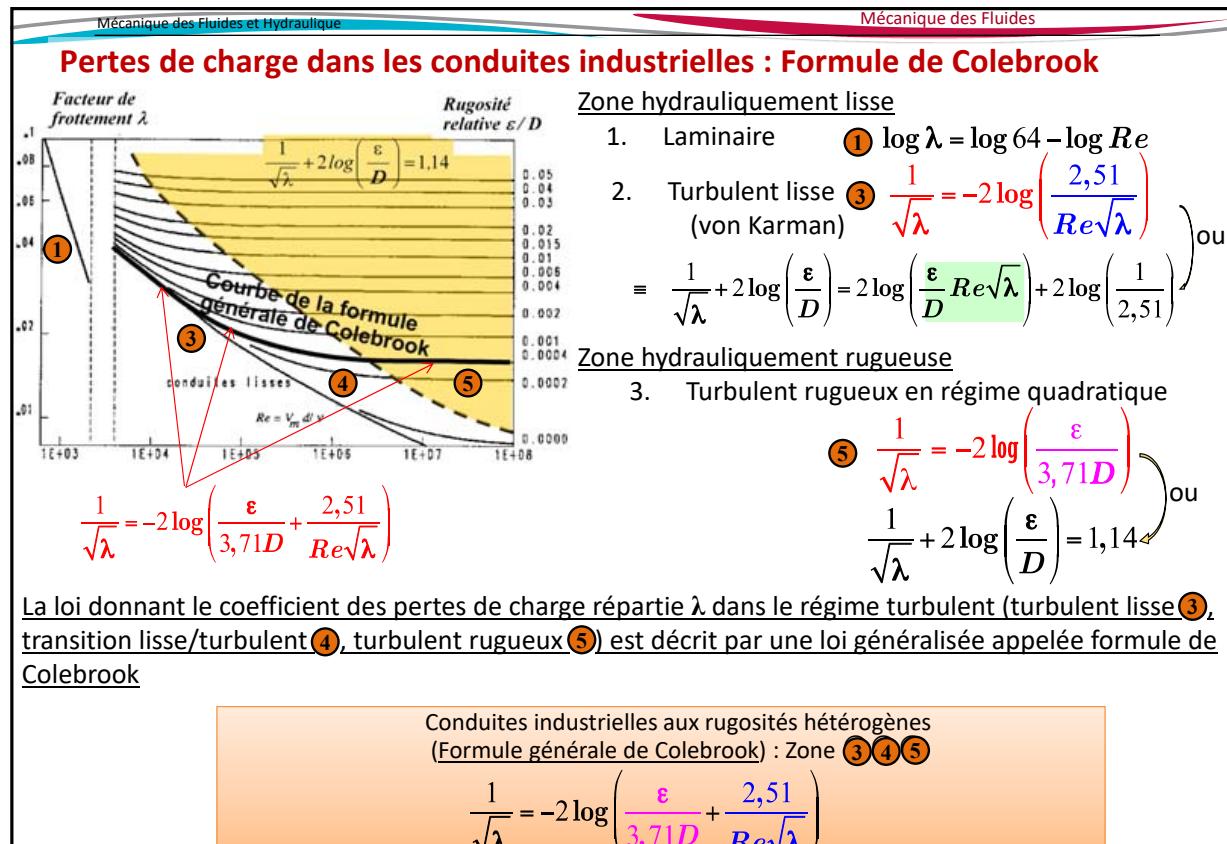


Diagramme de Moody pour les conduites industrielles

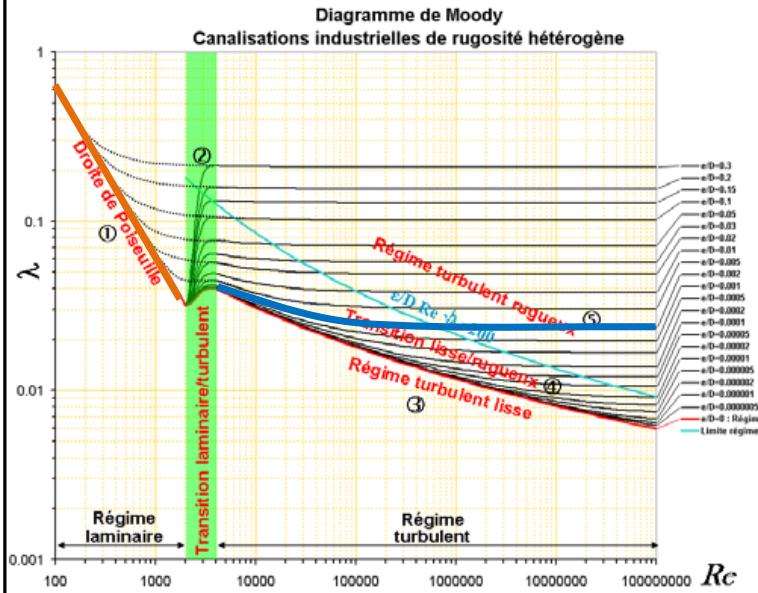
Formule de Poiseuille : Formule pour les pertes de charge répartie en régime laminaire ①

$$\log \lambda = \log 64 - \log Re \quad \text{pour } Re < 2000$$

Loi de Colebrook : Formule universelle de pertes de charge turbulente en conduites industrielles de rugosité hétérogène ③ ④ ⑤

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad \text{pour } Re > 2000$$

en négligeant la zone de transition laminaire/turbulent



Rem: La rugosité ϵ des conduites industrielles aux rugosités hétérogènes est un paramètre d'équivalence et n'est pas nécessairement la représentation de la hauteur moyenne des aspérités réelles. Dans la zone quadratique, ϵ est équivalent au ϵ homogène qui donne un λ identique au λ mesuré avec le ϵ hétérogène.

On se reporte à des catalogues pour déterminer cette rugosité

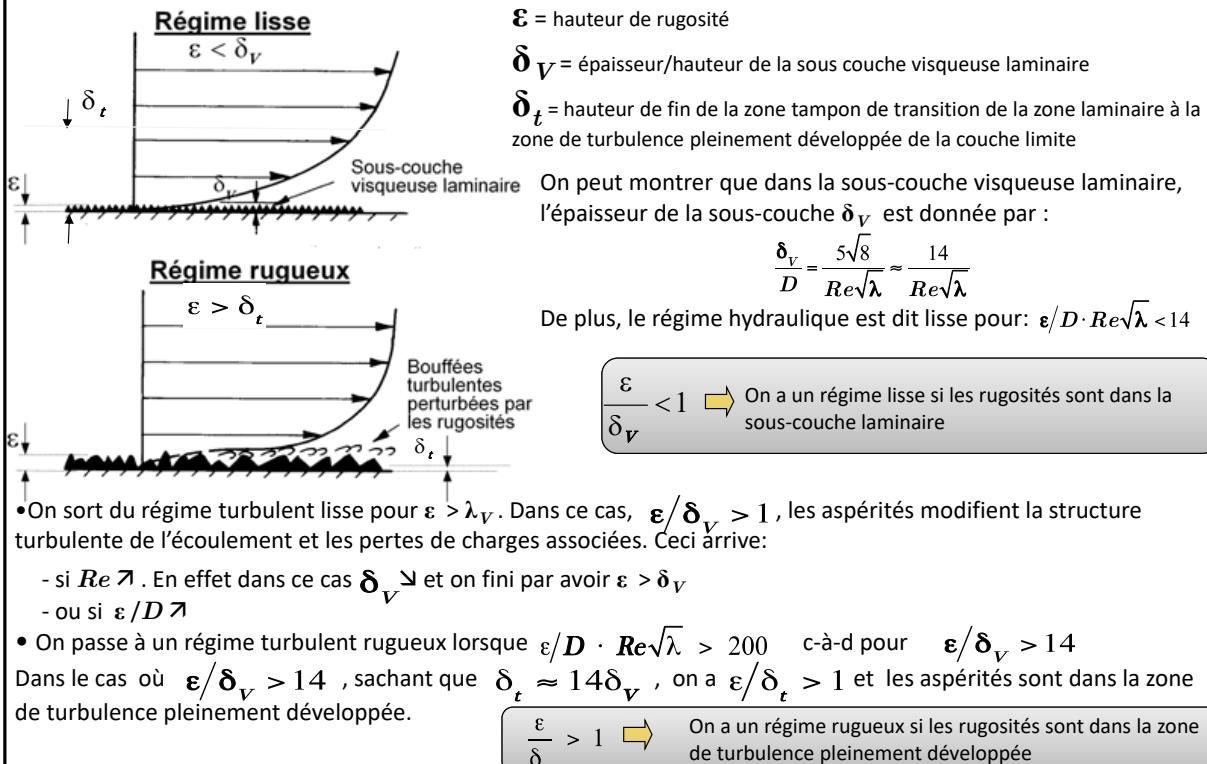
Rem: Le diagramme de Moody est le diagramme d'évolution de λ pour des conduites industrielles à rugosités hétérogènes



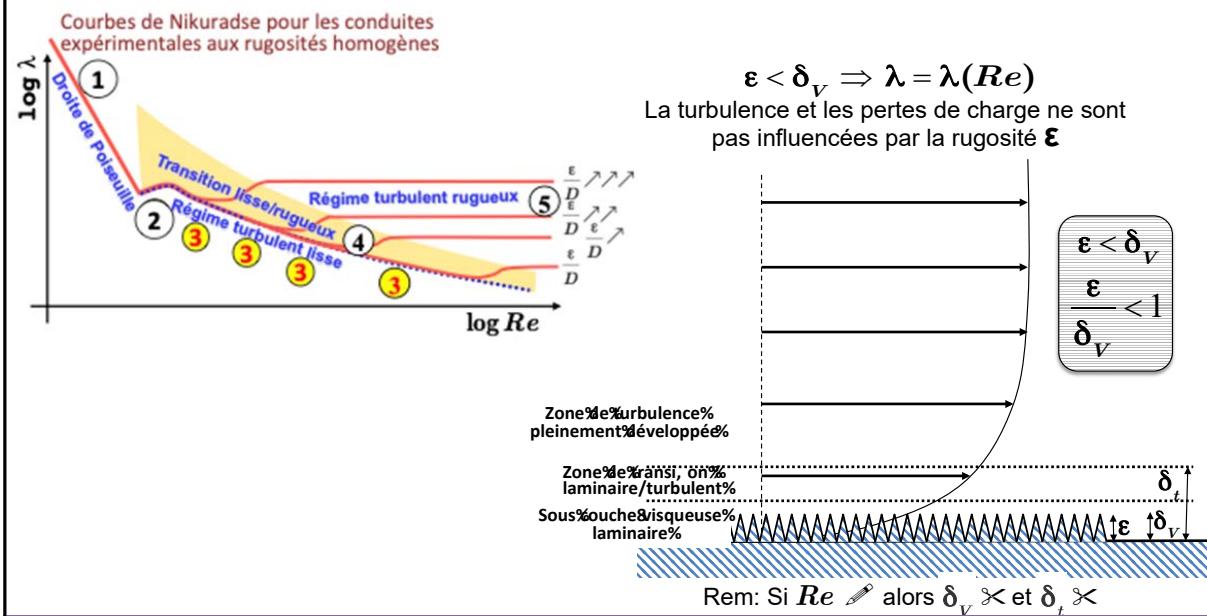
Catalogue de valeurs de rugosité

Nature de la paroi	Rugosité uniforme équivalente ϵ (exprimée en mm)
Tuyau étiré en verre, cuivre, laiton	< 0,001
Tuyau industriel en laiton	0,025
Tuyau en acier laminé neuf	0,05
Tuyau en acier laminé rouillé	0,15 à 0,25
Tuyau en acier laminé incrusté	1,5 à 3
Tuyau en acier laminé bitumé intérieurement	0,015
Tuyau en acier soudé neuf	0,03 à 0,1
Tuyau en acier soudé rouillé	0,4
Tuyau en fer galvanisé	0,15 à 0,20
Tuyau en fonte usuelle moulée neuf	0,25
Tuyau en fonte usuelle moulée rouillé	1 à 1,5
Tuyau en fonte usuelle moulée bitumé intérieurement	0,1
Tuyau recouvert intérieurement de fortes incrustations	Jusqu'à 3
Tuyau en ciment lisse	0,3 à 0,8
Tuyau en ciment brut	Jusqu'à 3
Tuyau en acier rivé	0,9 à 9
Planches non rabotées	1 à 2,5
Pierre de taille brute de perçement	8 à 15
Galerie	90 à 600

Influence de la rugosité : régime lisse et rugueux



Influence de la rugosité – Sous couche visqueuse – Régime turbulent lisse (3)

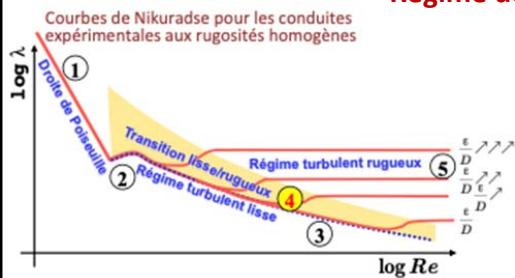


ϵ = hauteur de rugosité

δ_V = épaisseur de la sous couche visqueuse laminaire

δ_t = hauteur de fin de la zone tampon de transition de la zone laminaire à la zone de turbulence pleinement développée de la couche limite

Influence de la rugosité - Sous couche visqueuse – Régime de transition lisse/rugueux ④



$$\delta_V < \varepsilon < \delta_t \Rightarrow \lambda = \lambda\left(\frac{\varepsilon}{D}, Re\right)$$

Les rugosités sont dans la zone de transition et les pertes de charge dépendent de ε/D et de Re

On arrive en régime de transition laminaire/rugueux:

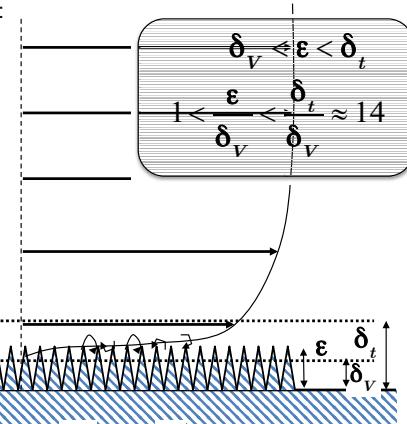
- si $\delta_V \nearrow$ c-à-d si $Re \nwarrow$
- ou si $\varepsilon/D \nearrow$

Si $\varepsilon/\delta_V > 1$, on entre dans la zone de transition laminaire/turbulent et les aspérités modifient la structure turbulente de l'écoulement et les pertes de charges associées : Passant par un régime de transition, on va vers un régime turbulent rugueux

Zone de turbulence pleinement développée

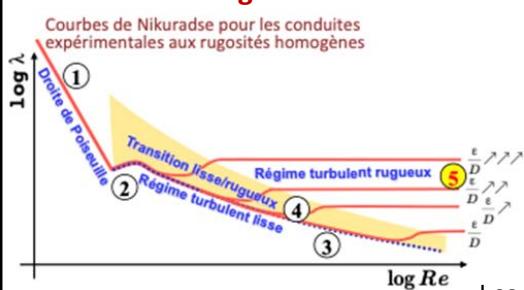
Zone de transition laminaire/turbulent

Sous couche visqueuse laminaire



Rem: Si $Re \nwarrow$ alors $\delta_V \nearrow$ et $\delta_t \nearrow$

Influence de la rugosité - Sous couche visqueuse – Régime turbulent rugueux ⑤



$$\varepsilon > \delta_t \Rightarrow \lambda = \lambda\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Les bouffées turbulentes et en conséquence les pertes de charge sont fondamentalement influencées par la rugosité ε

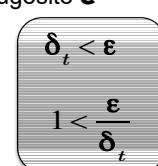
Le régime turbulent rugueux est atteint si $\varepsilon/\delta_t > 1$

On arrive à ce régime turbulent rugueux : $\nwarrow \delta_t$ c-à-d si $Re \nwarrow$
• ou si $\varepsilon/D \nearrow$

Zone de turbulence pleinement développée

Zone de transition laminaire/turbulent

Sous couche visqueuse laminaire



Bouffées(turbulentes perturbées par les rugosités ε)

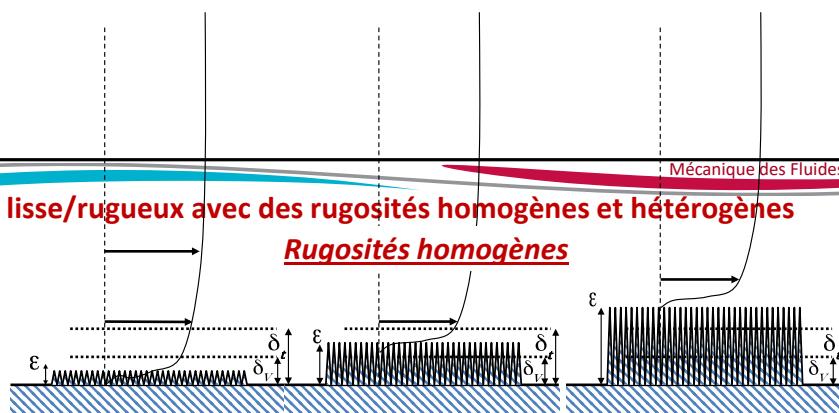
Rem: Si $Re \nwarrow$ alors $\delta_V \nearrow$ et $\delta_t \nearrow$

Distribution des vitesses – Sous couche visqueuse – Influence de la rugosité

- Si $\epsilon > \delta_t$ (δ_t = la hauteur de la fin de la zone tampon de transition entre zone de la sous-couche laminaire et la zone de turbulence pleinement développée d'un écoulement turbulent), les rugosités sont dans zone de turbulence pleinement développée
 - ➔ Les rugosités influencent fondamentalement la structure de l'écoulement et de ses bouffées turbulent
 - ➔ Les pertes de charge ne dépendent plus que de ϵ/D
 - ➔ Le régime est turbulent **rugueux**
- Si $\epsilon < \delta_V$ (δ_V = la hauteur de la sous-couche visqueuse laminaire), les rugosités sont dans la sous couche visqueuse laminaire
 - ➔ Les rugosités n'influencent pas la structure de l'écoulement dans la zone de turbulence pleinement développée et dans la zone de transition
 - ➔ Comme les pertes de charge sont principalement associées à la turbulence qui n'est pas influencée ϵ pour $\epsilon < \delta_V$, les pertes de charge sont identiques à celles du comportement turbulent lisse
 - ➔ Les pertes de charge ne dépendent alors que de Re .
 - ➔ Le régime est turbulent **lisse**
- Si $\delta_V < \epsilon < \delta_t$, les rugosités sont dans la zone de transition
 - ➔ Les pertes de charge dépendent alors de ϵ/D et de Re .
 - ➔ Le régime est un régime de transition du turbulent lisse au turbulent rugueux

Transition lisse/rugueux avec des rugosités homogènes et hétérogènes

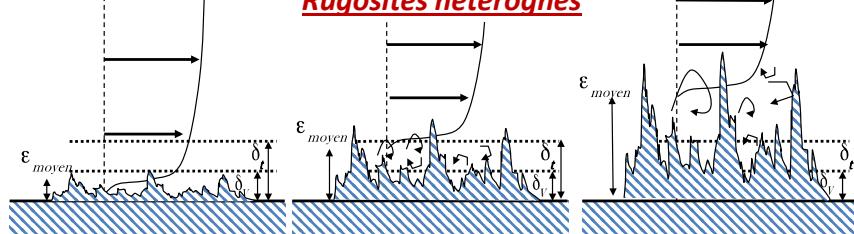
Rugosités homogènes



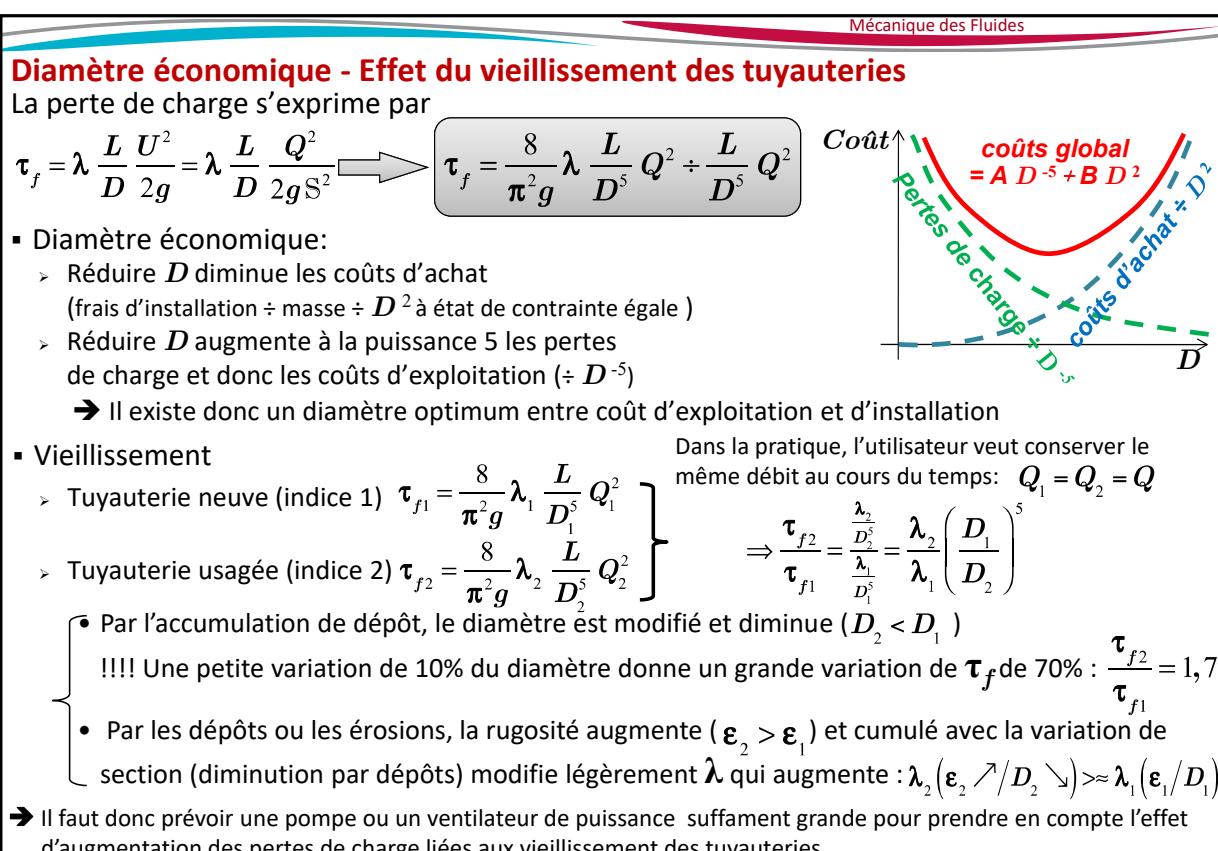
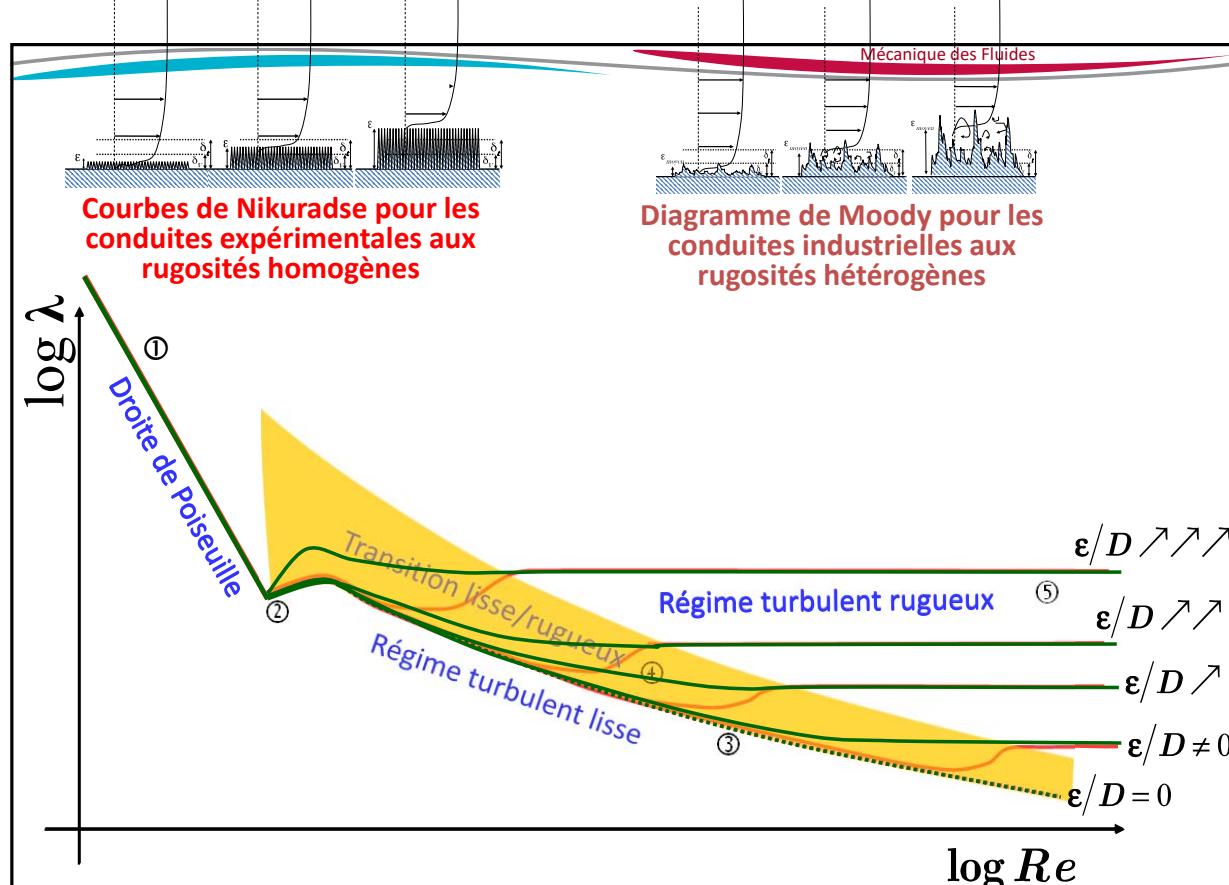
Pour des rugosités homogènes (ayant toutes la même hauteur ϵ), avec $Re \nearrow$ ou $\epsilon \nearrow$, comme les rugosités atteignent toutes simultanément la zone de transition laminaire/turbulent puis la zone de turbulence pleinement, la transition du régime turbulent lisse vers le régime turbulent rugueux est relativement brutale

Rem: Si $Re \nearrow$ alors $\delta_V \searrow$ et $\delta_t \searrow$

Rugosités hétérogènes



Pour des rugosités hétérogènes (ϵ variable), avec $Re \nearrow$ ou $\epsilon_{moyen} \nearrow$, comme les rugosités sont parfois dans la sous-couche visqueuse laminaire, dans la zone de transition laminaire/turbulente ou/et dans la zone de turbulence pleinement développée, la transition du régime turbulent lisse vers le régime turbulent rugueux est bien plus progressive que pour des rugosités homogènes



Pertes de charge réparties dans les conduites non-circulaires

Principe : On revient à des relations similaires au cas d'une canalisation circulaire en définissant un diamètre hydraulique « équivalent »

Dans le cas de conduites dont la section est non-circulaire (rectangulaire, triangulaire, polygonale...)



- On définit un rayon hydraulique

$$R_h = \frac{S}{\chi} \quad S = \text{l'aire de la section}$$

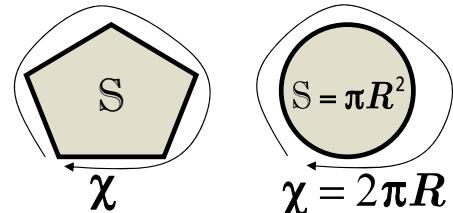
$$\chi = \text{la circonference}$$

- Et un diamètre hydraulique « équivalent »:

$$D_h = 4R_h$$

(Rem : cette définition permet dans le cas d'une section circulaire d'avoir une définition du diamètre hydraulique identique cas d'une conduite circulaire)

$$R_{hcercle} = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2}$$



- Le Reynolds est défini par : $Re = \frac{UD_h}{v}$

- La perte de charge sera définie comme précédemment : $\tau_f = \lambda \frac{L}{D_h} \frac{U^2}{2g}$

- Avec le coefficient de pertes de charge donné dans les catalogues :

$$\lambda = \lambda(Re, \frac{\epsilon}{D_h}, \text{type de section})$$

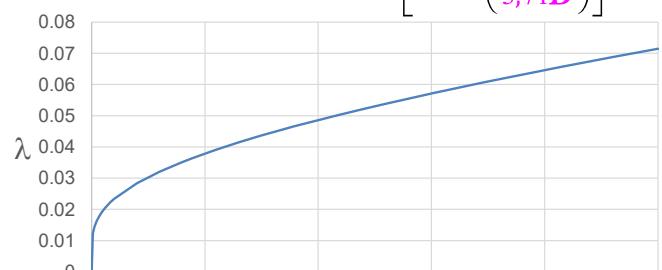
Coefficient de pertes de charge turbulentes en tuyauterie rectangulaire

Conduite droite à parois rugueuse « hétérogène » (cas industriel) - Coefficient des pertes de charge réparties

Régime de loi quadratique des pertes de charge ($Re \geq \frac{560}{\epsilon/D_h}$)

Section circulaires et rectangulaire avec $0,5 \leq a/b \leq 2$ est déterminé par la courbe $\lambda = \lambda(\epsilon/D_h)$ telle que :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\left[-2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71D} \right) \right]^2}$$



On est en régime turbulent rugueux

$$Re \gg$$

$$\lambda = \lambda \left(Re, \frac{\epsilon}{D_h}, \text{type de section} \right) \Rightarrow \lambda = \lambda \left(\frac{\epsilon}{D_h}, \text{type de section} \right)$$

XIX.b. Pertes de charge singulières

Fin Leçon 23

Pertes de charge locales ou singulières

On distingue deux types de pertes de charge:

- Les pertes de charge régulières (ou réparties)
- Les pertes de charge singulières (ou locales)
 - Le circuit fluide contient des tronçons de géométries différentes de celles de tubes rectilignes
 - Ces singularités causent de perturbations supplémentaires. En conséquence, ces singularités causent des dissipations supplémentaires de l'énergie mécanique du fluide y circulant
 - Ces effets sont appelés « singularités » auxquels on associe des **pertes de charge locales** ou **pertes de charge singulières** supplémentaires
 - Contrairement aux pertes de charge réparties qui sont proportionnelles à la longueur du tronçon, **ces pertes n'ont qu'un effet local**

- Pertes de charge régulières = pertes d'énergie dans les tronçons rectilignes à section constante
- Pertes de charge singulières = pertes d'énergie dans les autres parties (sauf systèmes récepteurs ou générateurs)

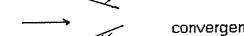
Types de perte de charge singulière

Dispositifs à changement de section

Progressifs

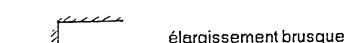


divergent



convergent

Brusques

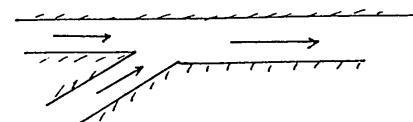


élargissement brusque

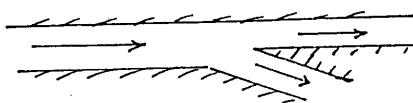


rétrécissement brusque

Dispositifs de branchement

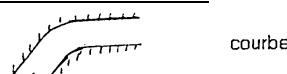


Dispositifs de dérivation



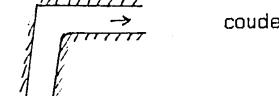
Dispositifs de changement de direction

Progressifs



courbe

Brusques



coude

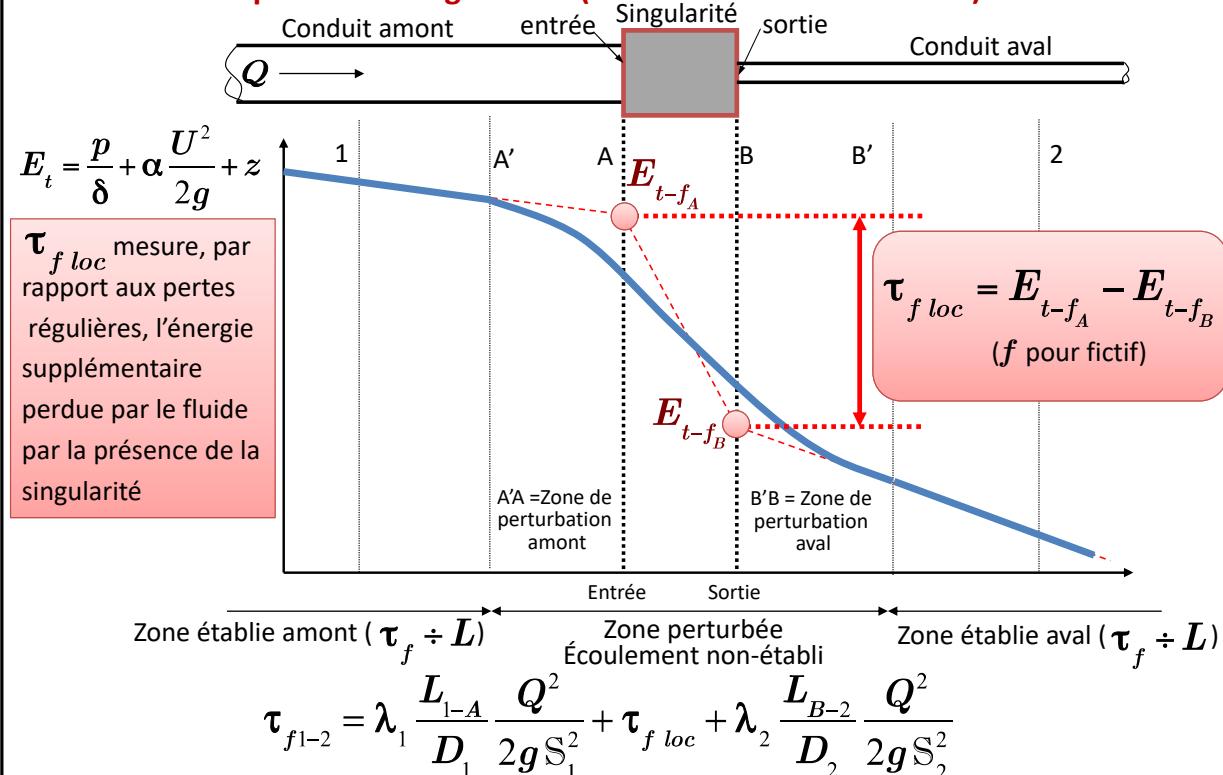
Organes de tuyauterie :

destinés au réglage ou à la protection du circuit

- Vannes, robinets, ventelles, registres,...
- Clapets de retenue et anti-retour
- Filtres
- Soupapes de sécurité...

Rem: les pompes et turbines ne sont pas des singularités. Ils fournissent (pompes) ou retirent (turbines) de l'énergie mécanique au fluide par l'interaction du fluide avec des pièces mécaniques en mouvement

Définition d'une perte de charge locale (Hors cas des branchements et dérivations)



Définition d'une perte de charge locale

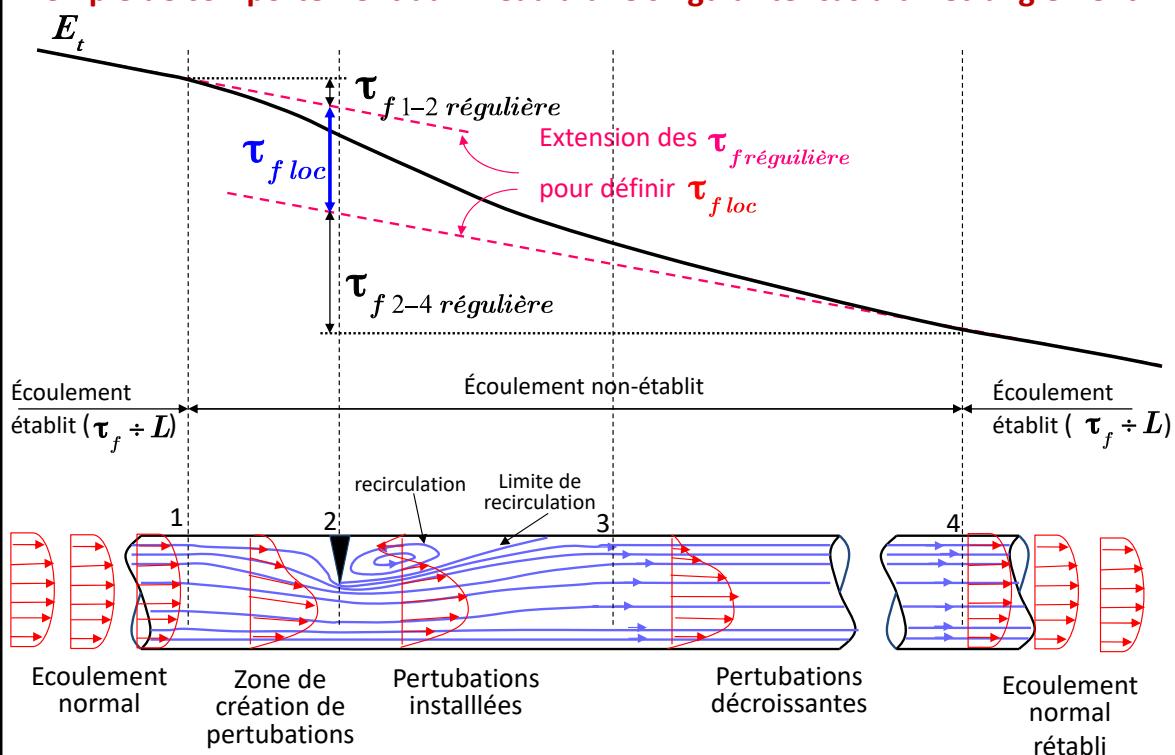
- Par définition:
 - La perte de charge locale $\tau_{f loc}$ mesure, par rapport aux pertes régulières, l'énergie mécanique supplémentaire perdue par le fluide lors de son passage dans la singularité.
- Cette perte de charge locale s'obtient alors en prolongeant les parties droites de la perte de charge répartie jusqu'aux sections d'entrée *A* et de sortie *B* de la singularité et la perte de charge locale est donnée par l'écart :

$$\tau_{f loc} = E_{t-f_A} - E_{t-f_B}$$

où E_{t-f_A} et E_{t-f_B} représentent les énergies totales fictives (charges totales fictives) à l'entrée *A* et de sortie *B* obtenue en ne considérant que les pertes de charge réparties à l'amont de *A* et à l'aval de *B*.

- Cette définition revient donc à concentrer l'effet de perte supplémentaire due à la singularité entre l'entrée *A* et la sortie *B* de la singularité.
- Dans la détermination pratique des pertes de charge, cette définition pragmatique n'exige pas la connaissance des longueurs de perturbation de l'écoulement à l'amont et à l'aval de la singularité.

Exemple de comportement au niveau d'une singularité: cas d'un étranglement



Expression de la perte de charge locale

- Comme pour les pertes de charge réparties ($\tau_{frépartie} = \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$), sachant que par définition de la τ_{floc} , la longueur de la singularité n'intervient pas, suivant

un analyse dimensionnelle on peut exprimer les pertes de charge locales sous la forme: $\tau_{floc} = \zeta \frac{U^2}{2g}$

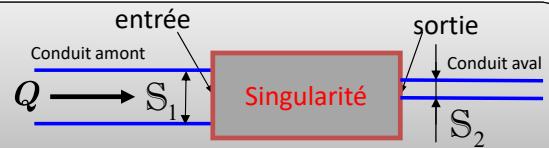
avec ζ = coefficient sans dimension de perte de charge locale. par analyse dimensionnelle, comme c'était le cas de λ , ζ sera fonction de Re , de la géométrie et de la rugosité (élément géométrique):

$$\zeta = f(Re, \text{type de singularité, nature de la paroi et son état de surface})$$

(Rem: Sachant que par définition, la longueur de la singularité n'intervient pas comme facteur influençant la détermination de la perte de charge singulière, ζ ne dépend pas de la longueur de la singularité)

- Par convention « logique », on prend de Re , D et U correspondant à la plus petite section

→ si $S_1 > S_2$ alors $\tau_{floc} = \zeta \frac{U_2^2}{2g}$ et $Re = \frac{U_2 D_2}{v}$



→ si $S_1 < S_2$ alors $\tau_{floc} = \zeta \frac{U_1^2}{2g}$ et $Re = \frac{U_1 D_1}{v}$

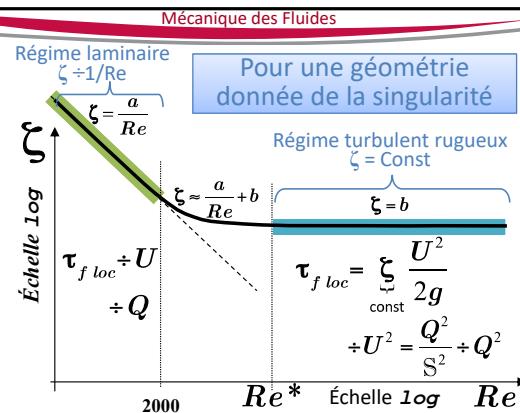


Dans la littérature anglo-saxonne, ζ est souvent représenté par la symbole K_L (pour « minor Loss Coefficient »)

Expression de la perte de charge locale

$$\tau_{floc} = \zeta \frac{U^2}{2g}$$

avec $\zeta = f(Re, \text{type de singularité, état de surface de la paroi})$



En pratique:

- Au dessus d'un certain Reynolds critique de similitude (Re^*), le régime est turbulent rugueux et ζ ne dépend plus du Reynolds. De plus, pour la majorité des singularités, ζ dépend peu de la rugosité mais dépend essentiellement de la géométrie de la singularité → pour une singularité donnée, $\zeta = \text{const}$:

$Re \geq Re^* \approx 10000$ (régime turbulent rugueux): $\zeta = \zeta(\text{géom}) \Rightarrow \zeta = \text{const} = b$ (pour une géométrie fixée) $\Rightarrow \tau_{floc} \div U^2 \div Q^2$

- Au contraire pour les petits Re ($Re < 2000$), le régime est laminaire et $\zeta \div 1/Re$

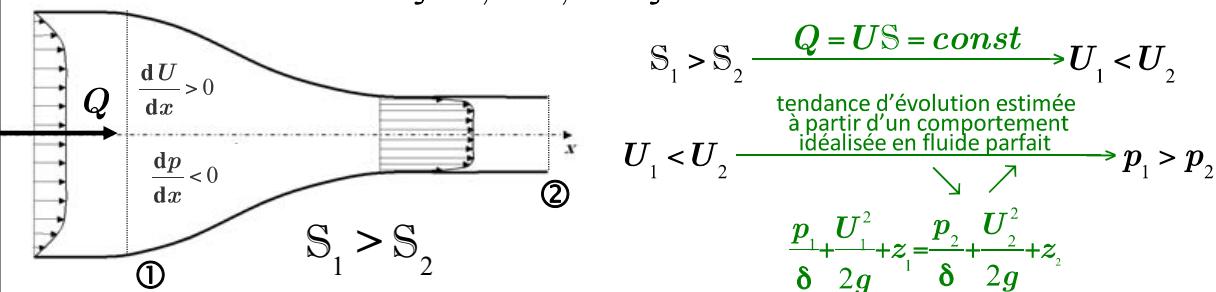
$$Re \leq 2000 \text{ (régime laminaire)} : \zeta = \frac{a(géom)}{Re} \Rightarrow \zeta = \frac{\text{const}}{Re} \text{ (pour une géométrie fixée)} \Rightarrow \tau_{floc} \div U \div Q$$

Catalogue de pertes de charge singulières

- Détermination analytique, numérique, informatique de ζ très complexe
- Accumulation de résultats expérimentaux répertoriés dans des catalogues donnant la valeur du coefficient ζ de la singularité

Perte de charge locale dans les convergents progressifs

Pour un convergent progressif $\zeta \approx 0,02$ à $0,05 \Rightarrow \zeta \approx 0$ pour $Re >>$ (c-à-d en régime turbulent rugueux)



Comme le gradient de pression pousse l'écoulement dans sa direction, il n'y a pas de risque de décollement

- Les convergents peuvent assez être courts
- Pas de perte d'énergie par des décollements

La seule source de perte d'énergie est le frottement sur la paroi : Cette perte sera faible si le convergent est court

En conséquence, la perte de charge est négligeable pour un convergent progressif $\Rightarrow \zeta \approx 0$

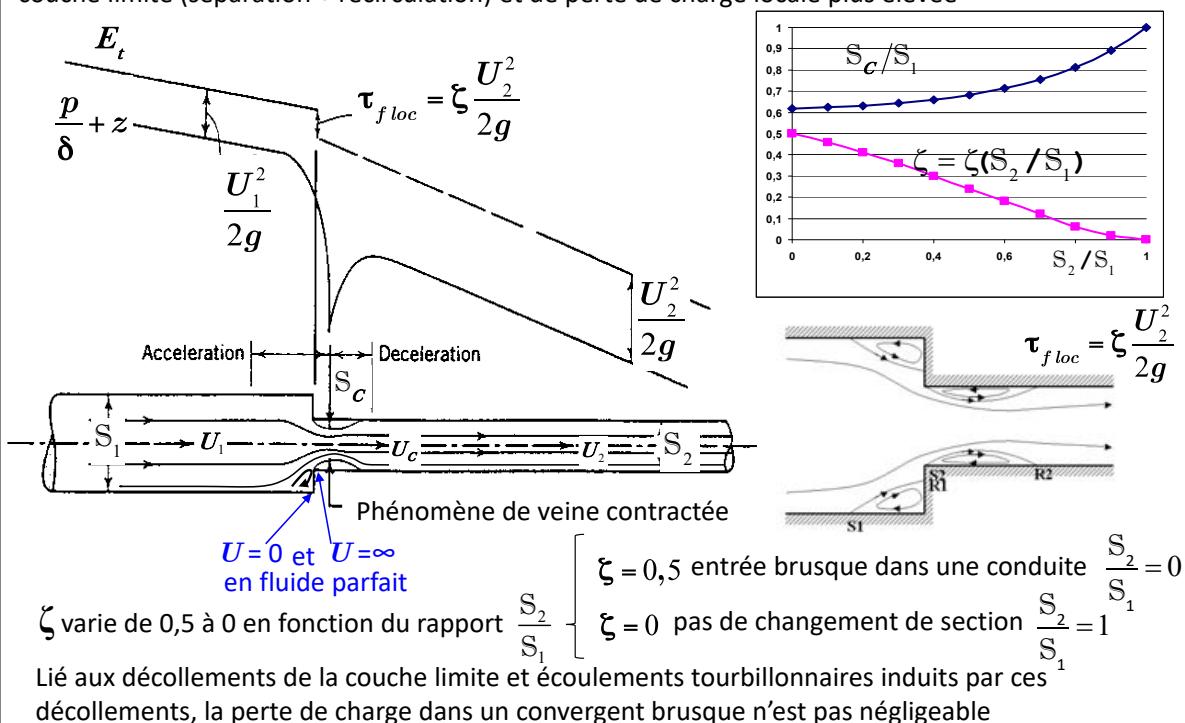
$$\frac{p_1}{\delta} + \underbrace{\alpha_1 \frac{U_1^2}{2g}}_{\approx 1} + z_1 = \frac{p_2}{\delta} + \underbrace{\alpha_2 \frac{U_2^2}{2g}}_{\approx 1} + z_2 + \overbrace{\tau_f}_{1-2}^{\approx 0}$$

$\left[\begin{array}{l} \tau_{f \text{ convergent progressif}} \approx 0 \\ \zeta_{\text{convergent progressif}} \approx 0 \end{array} \right]$

<https://www.youtube.com/watch?v=wMxK2GtFFq0> (juillet 2016)

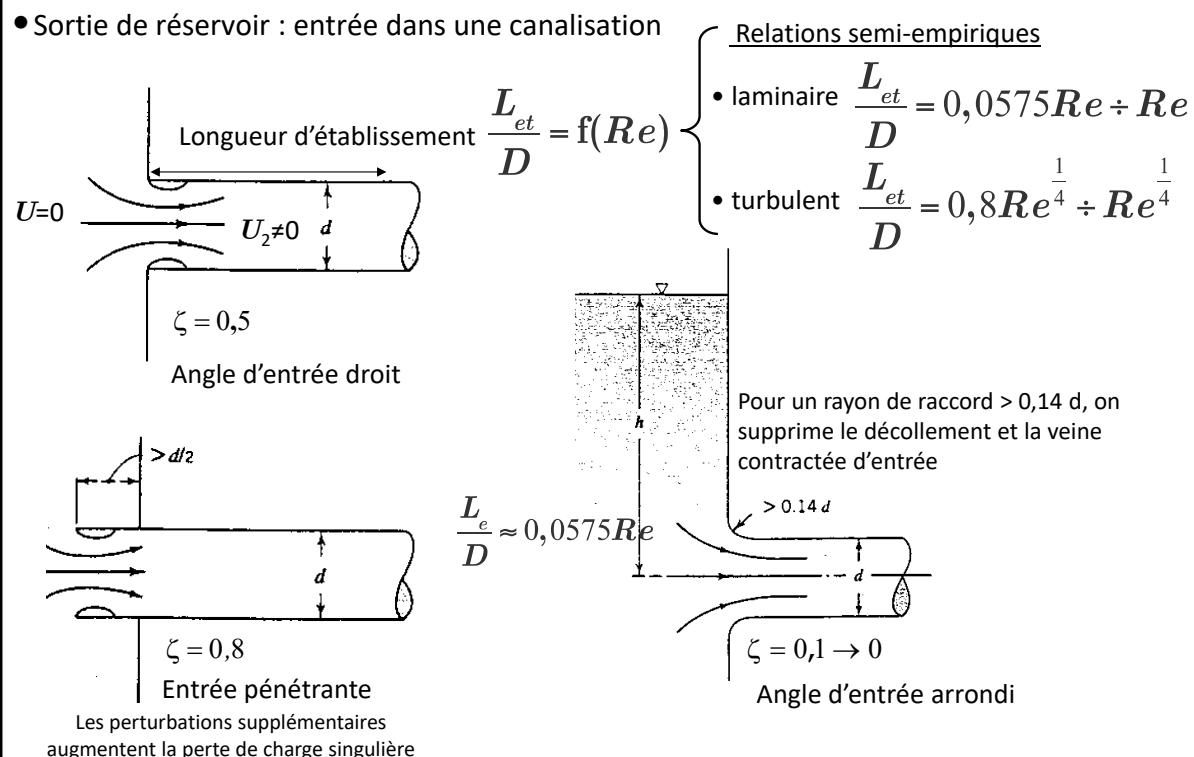
Perte de charge locale dans les convergents brusques aux grands Re

Convergent brusque : plus facile à fabriquer et donc moins cher mais induit des problèmes dans la couche limite (séparation + recirculation) et de perte de charge locale plus élevée

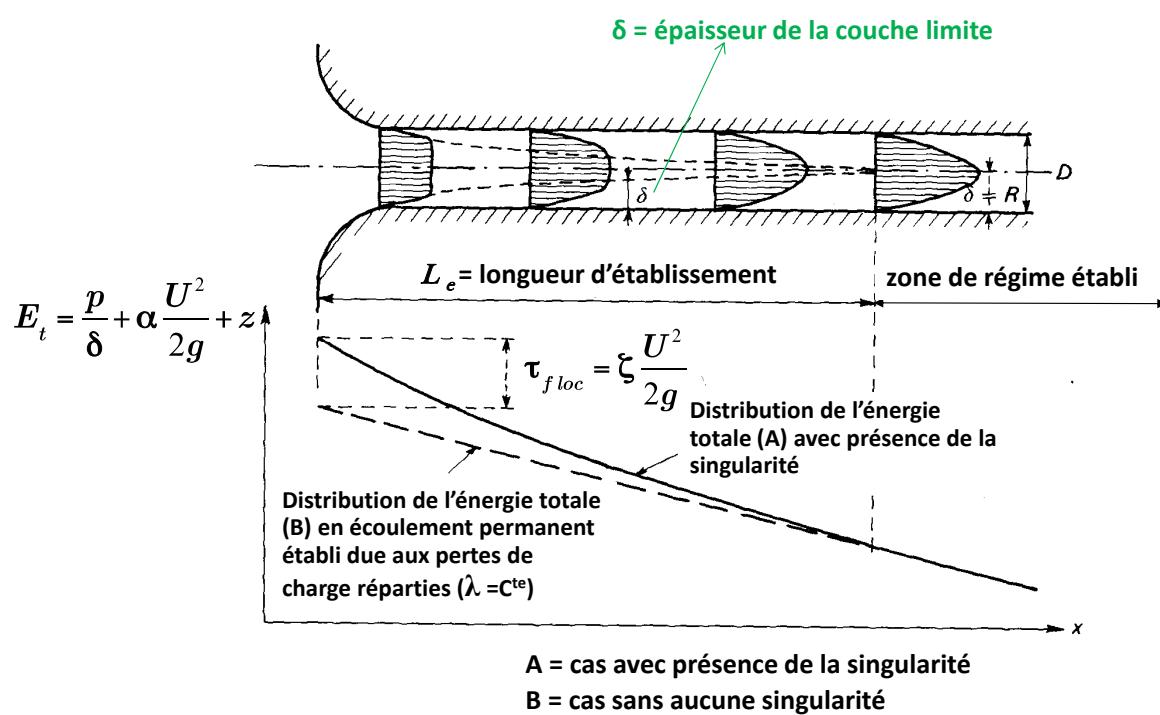


Perte de charge locale dans les convergents brusques

- Sortie de réservoir : entrée dans une canalisation



Perte de charge dans les convergents

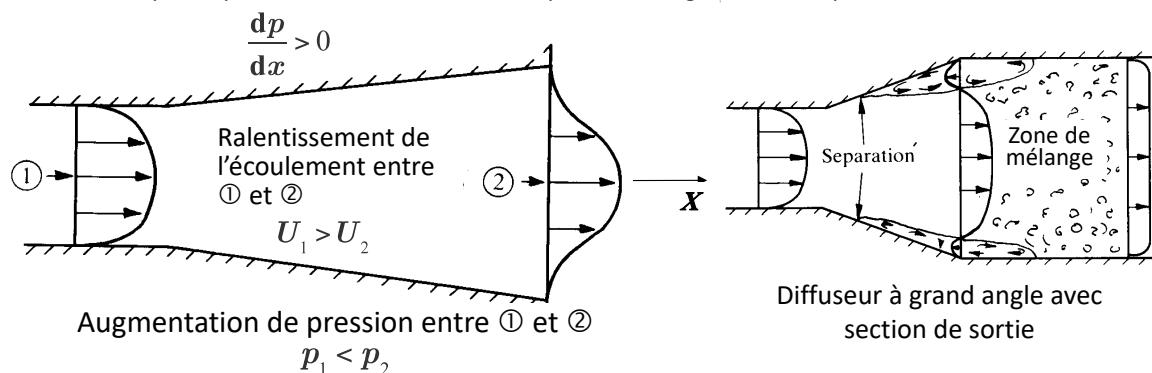


Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs progressifs)

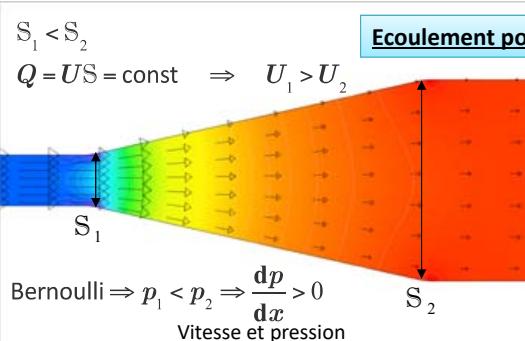
$$\underbrace{US = \text{const}}_{\text{masse}} \Rightarrow p + \rho \frac{U^2}{2} + \rho g z = \text{const} \Rightarrow \frac{dp}{dx} > 0 \Rightarrow \text{le gradient de pression s'oppose à l'écoulement}$$

Bernoulli en fluide parfait
(détermination approchée de la
tendance d'évolution de la pression)

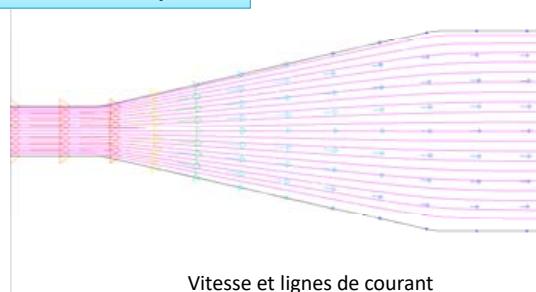
Pour un petit angle d'ouverture, l'écoulement se ralentit suite à l'augmentation de la section (cons. masse) et, en conséquence, la pression augmente (Bernoulli) créant un « gradient adverse de pression ». Avec un angle d'ouverture plus grand, le gradient adverse de pression s'intensifie: si l'énergie cinétique des zones à basse vitesse située près des parois n'est plus suffisante pour s'opposer au gradient adverse de la pression, il y a inversion des vitesses et décollement (écoulement de retour) avec une zone de recirculation. Dans cette zone tourbillonnaire de recirculation, les pertes par frottement sont fortes et la perte de charge est donc importante.



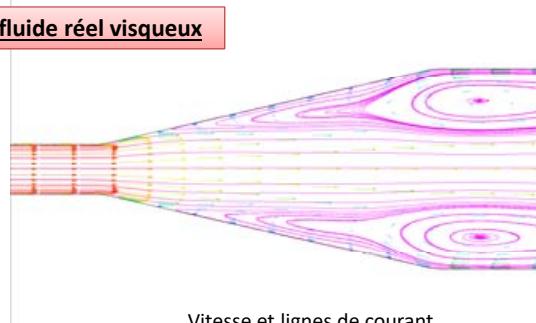
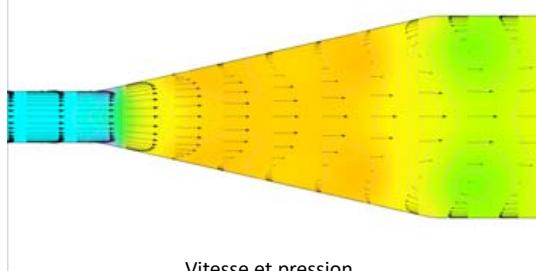
Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs)



Ecoulement potentiel de fluide parfait

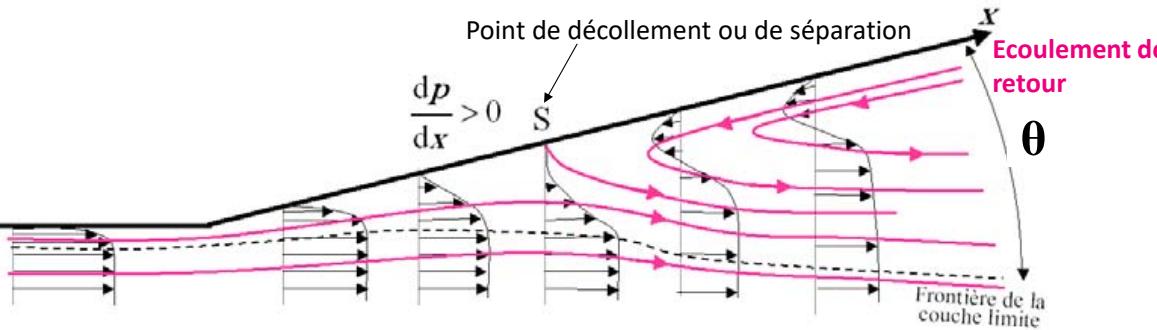


Ecoulement de fluide réel visqueux



Mécanique des Fluides

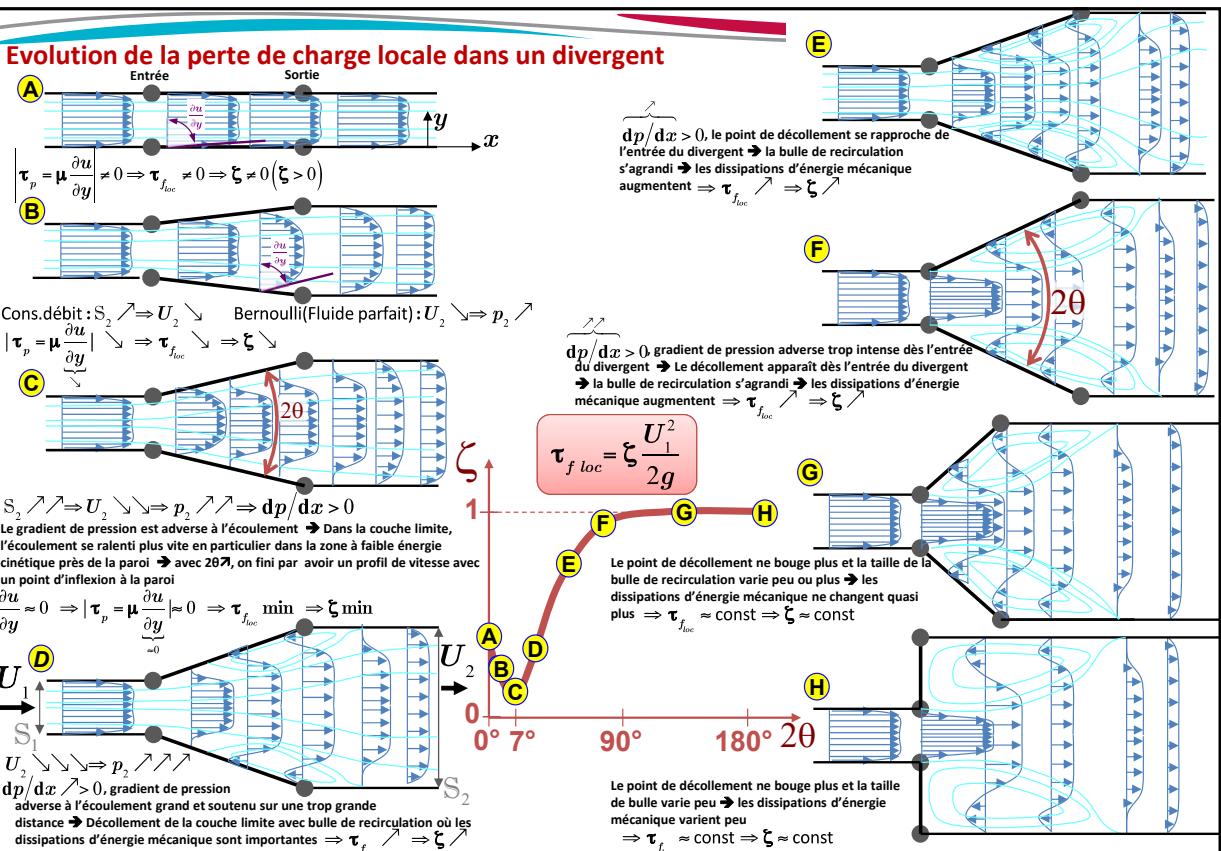
Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs)



Si l'angle du divergent est trop grand et/ou la longueur du divergent trop longue, sous l'effet du gradient adverse de pression, la couche limite décolle et subit un épaissement important créant des pertes de charge locales importantes dans la zone tourbillonnaire d'écoulement de retour (zone de recirculation)

Au-delà d'une certaine valeur de l'angle d'ouverture θ du diffuseur et de longueur de diffuseur, le gradient de pression deviendra trop important et la couche limite va décoller sur chaque paroi

- Le profil des vitesses avant le décollement se ralentit progressivement pour finir par présenter une point d'inflexion.
- Au-delà du point d'inflexion l'écoulement est décollé et on aura des dissipations importantes d'énergie mécanique
- Par ce décollement, l'effet de recompression sera atténué et de plus, la perte de charge s'accroîtra fortement

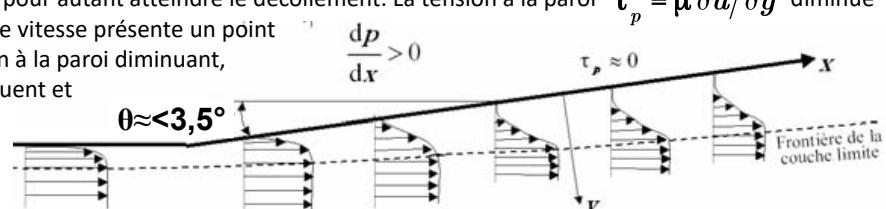
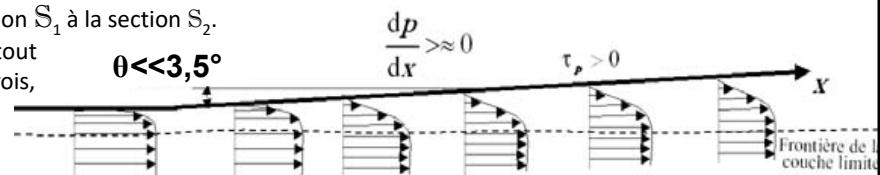


Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs)

L'angle maximum 2θ avant décollement pour un diffuseur conique est de l'ordre de 7° . Cet angle correspond à l'angle donnant une perte de charge minimum au diffuseur.

On peut expliquer la présence de ce minimum comme suit :

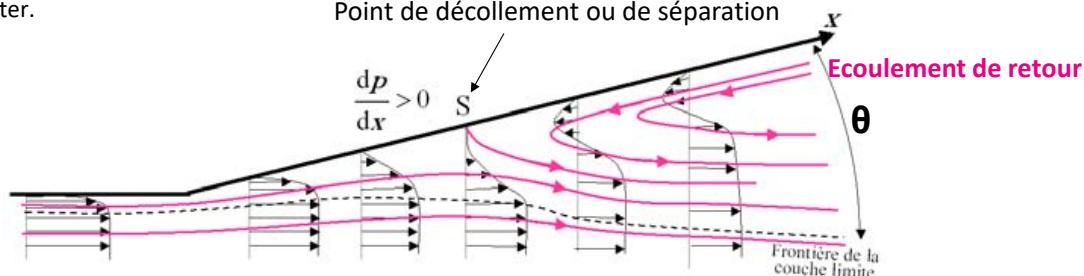
- Si angle nul, la perte de charge « non nulle » est due aux pertes réparties par frottement sur la longueur de la singularité
- Si l'angle d'ouverture est très petit, le gradient adverse de pression du à l'élargissement est très faible, l'énergie cinétique se transforme lentement en énergie de pression, sans trop de pertes, mais il faut une grande longueur de diffuseur pour passer de la section S_1 à la section S_2 . La perte de charge est alors surtout due aux frottements sur les parois, comme pour une conduite cylindrique longue
- Lorsque l'angle d'ouverture est inférieur à 7° , les vitesses lorsque l'on se rapproche des parois se ralentissent plus vite que celles de la zone centrale sous l'effet du gradient adverse de pression. Le profil de vitesse tend vers un profil ayant un point d'inflexion sans pour autant atteindre le décollement. La tension à la paroi $\tau_p = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ diminue pour tendre vers 0 si le profil de vitesse présente un point d'inflexion à la paroi. La tension à la paroi diminuant, les pertes par frottement diminuent et atteignent un minimum pour un angle 2θ de 7°



Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs)

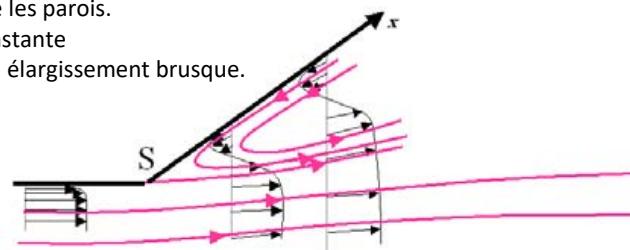
- Si l'angle d'ouverture est assez grand, le diffuseur est court, les pertes par frottement sont réduites, mais les pertes par mélange sont fortes. En effet, dans une section perpendiculaire à l'axe, la répartition des vitesses présente un maximum accentué au centre. Quand l'angle d'ouverture dépasse $2\theta = 7^\circ$, le fluide finit par décoller des parois, ce qui n'est pas favorable à la conservation de l'énergie mécanique : la recirculation dans la zone décollée créant des pertes tourbillonnaires importantes → A partir de $2\theta > 7^\circ$, la perte de charge locale se met à augmenter.

Point de décollement ou de séparation

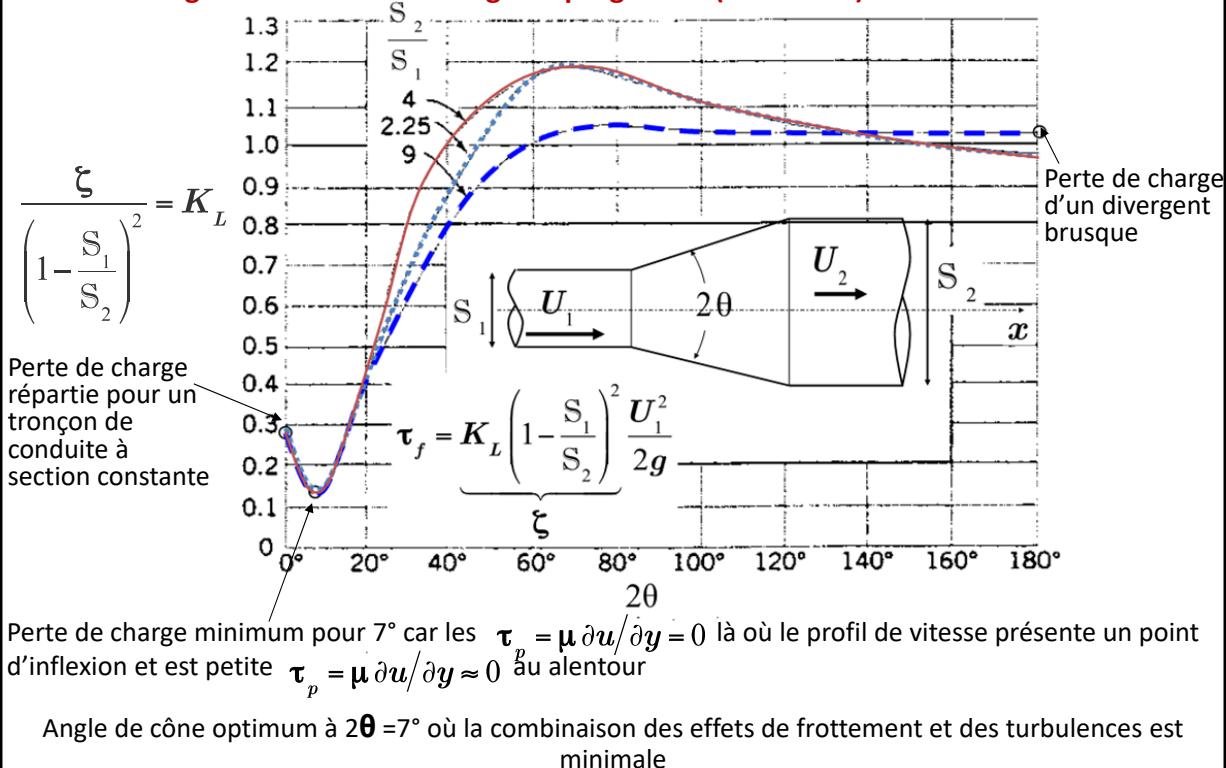


- Si le divergent est trop ouvert, le décollement apparaît dès le début du divergent. Il se forme un jet qui peut se plaquer contre l'une des parois ou qui oscille entre les parois. La perte de charge est importante, reste quasi-constante et est alors analogue à celle qui se produit dans un élargissement brusque.

<https://www.youtube.com/watch?v=wMxK2GtFq0> (juillet 2016)



Perte de charge locale dans les divergents progressifs (diffuseurs)

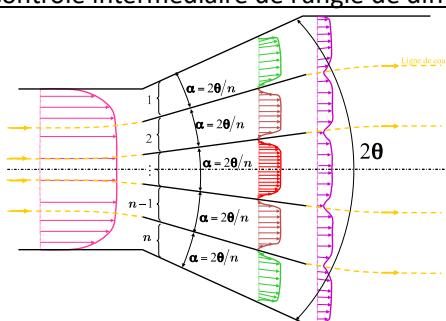


Perte de charge minimum pour 7° car les $\tau_p = \mu \partial u / \partial y = 0$ là où le profil de vitesse présente un point d'inflexion et est petite $\tau_p = \mu \partial u / \partial y \approx 0$ au alentour

Angle de cône optimum à $2\theta = 7^\circ$ où la combinaison des effets de frottement et des turbulences est minimale

Divergents progressifs (diffuseurs) : contrôle des décollements

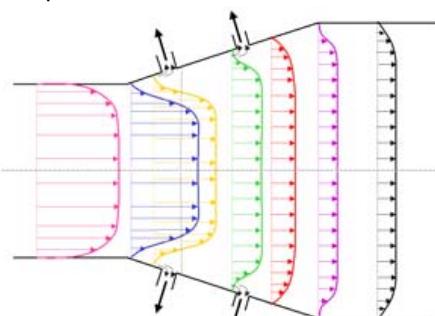
Contrôle intermédiaire de l'angle de diffusion par soufflets (système passif)



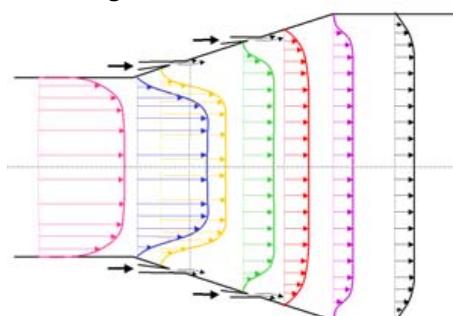
Pour un n soufflets, entre deux soufflets, l'angle d'ouverture diminue et vaut $2\theta/n$. Si $2\theta/n$ est suffisamment faible, les décollements disparaissent et les pertes associées à ces décollements disparaissent. Cependant, il existe un compromis entre un nombre suffisant de soufflets pour supprimer les pertes par décollement et pas trop grand pour limiter les pertes par frottement sur les parois supplémentaires des soufflets.

Systèmes actifs

Aspiration de la zone déficiente



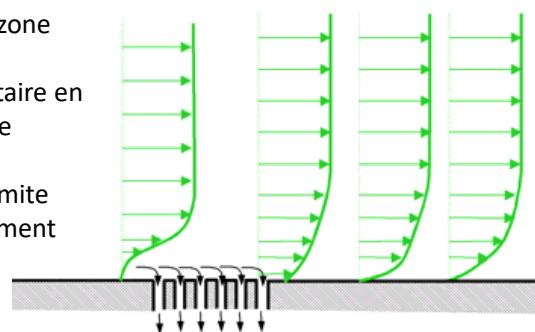
Soufflage de la zone déficiente



Contrôle du développement et du décollement de la couche limite

Contrôle par aspiration de la zone déficiente :

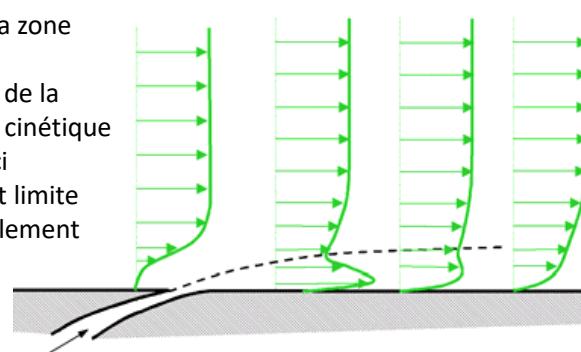
Suppression de la zone déficiente en énergie cinétique dans la zone située près de la paroi. Ceci empêche le décollement et limite donc les τ_f dues au décollement



Dispositifs actifs permettant de retarder ou de supprimer le décollement de la couche limite

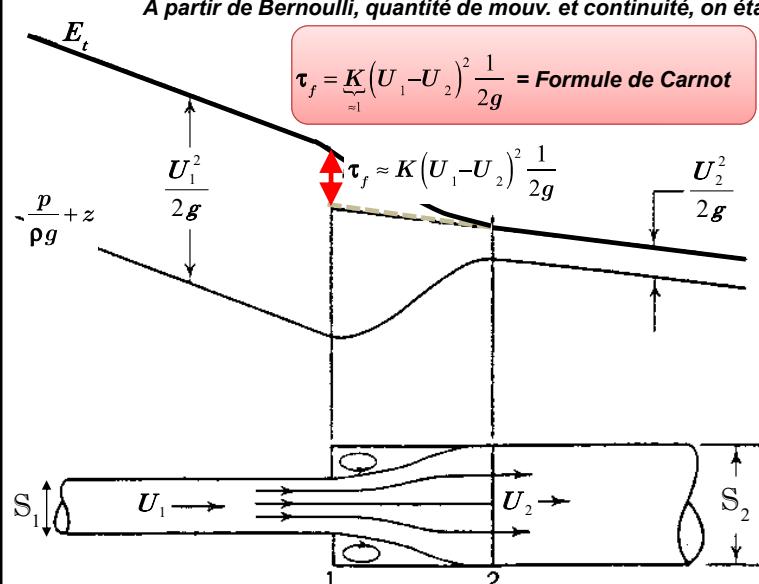
Contrôle par soufflage de la zone déficiente :

Augmentation de l'énergie de la zone déficiente en énergie cinétique située près de la paroi. Ceci empêche le décollement et limite donc les τ_f dues au décollement



Perte de charge locale dans les divergents brusques

A partir de Bernoulli, quantité de mouv. et continuité, on établit la formule de Carnot:



$$\begin{aligned}\tau_f &= \underbrace{K}_{\approx 1} \left(1 - \frac{U_2}{U_1}\right)^2 \frac{U_1^2}{2g} \\ &= \underbrace{K}_{\approx 1} \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{U_1^2}{2g}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \zeta = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \quad \tau_f = \zeta \frac{U_1^2}{2g}$$

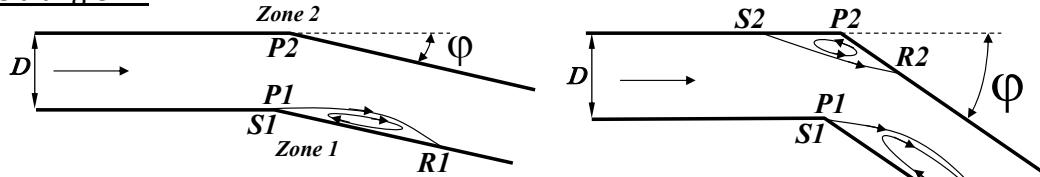
- Sortie d'une canalisation ($S_2 \rightarrow \infty$), on a : $\zeta = 1$
La valeur $\zeta = 1$ correspond au fait que toute l'énergie cinétique présente en sortie de canalisation est totalement dissipée par la suite



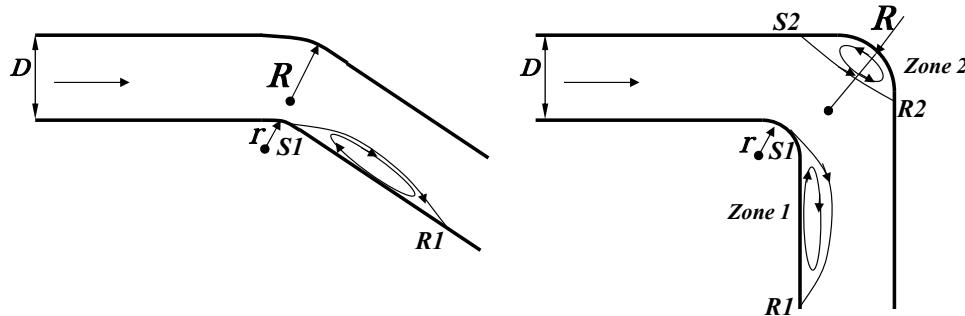
Perte de charge locale dans les coude

D'après les comportements de la couche limite décrits dans le chapitre « Introduction au concept de la couche limite », en fonction de l'angle du coude et du rayon de raccordement, des décollements apparaîtront au niveau de l'intérieur (Zone 1) et de l'extérieur (Zone 2) du coude.

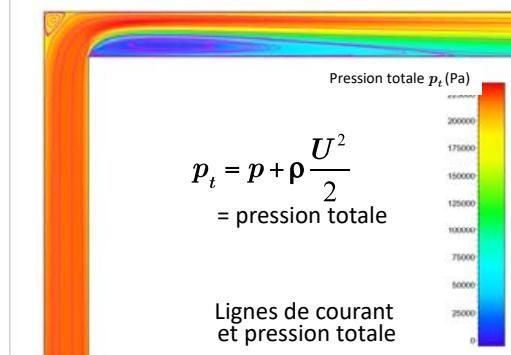
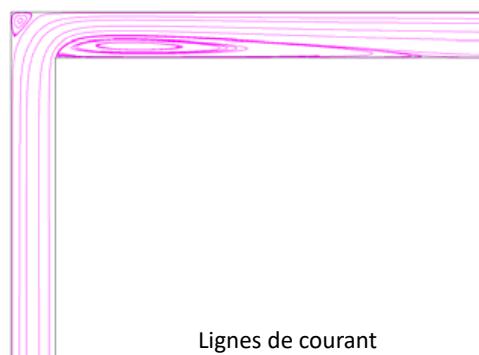
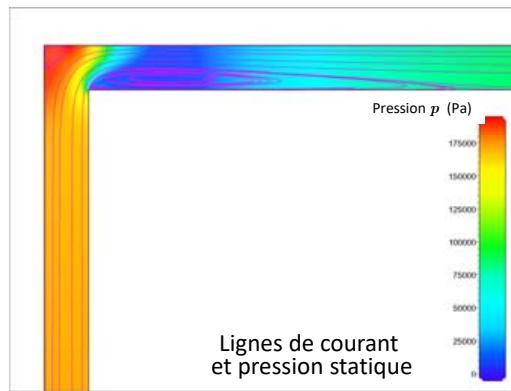
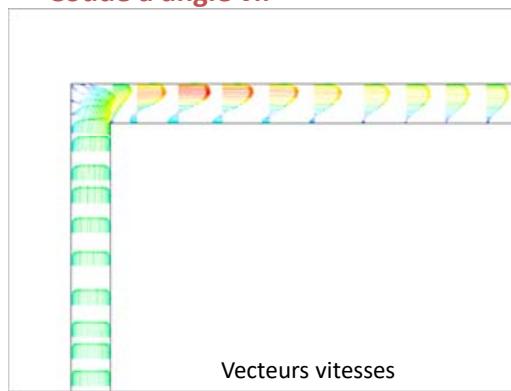
coude à angle vif

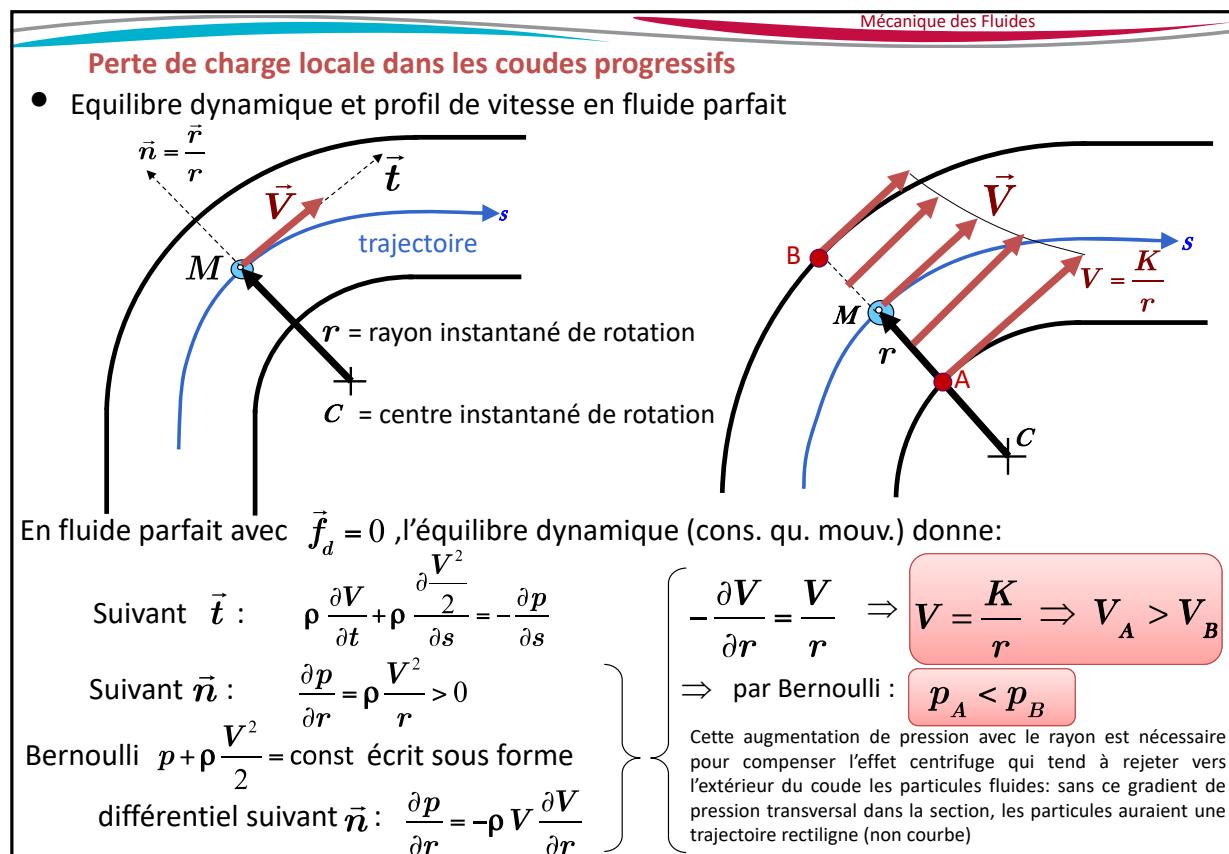
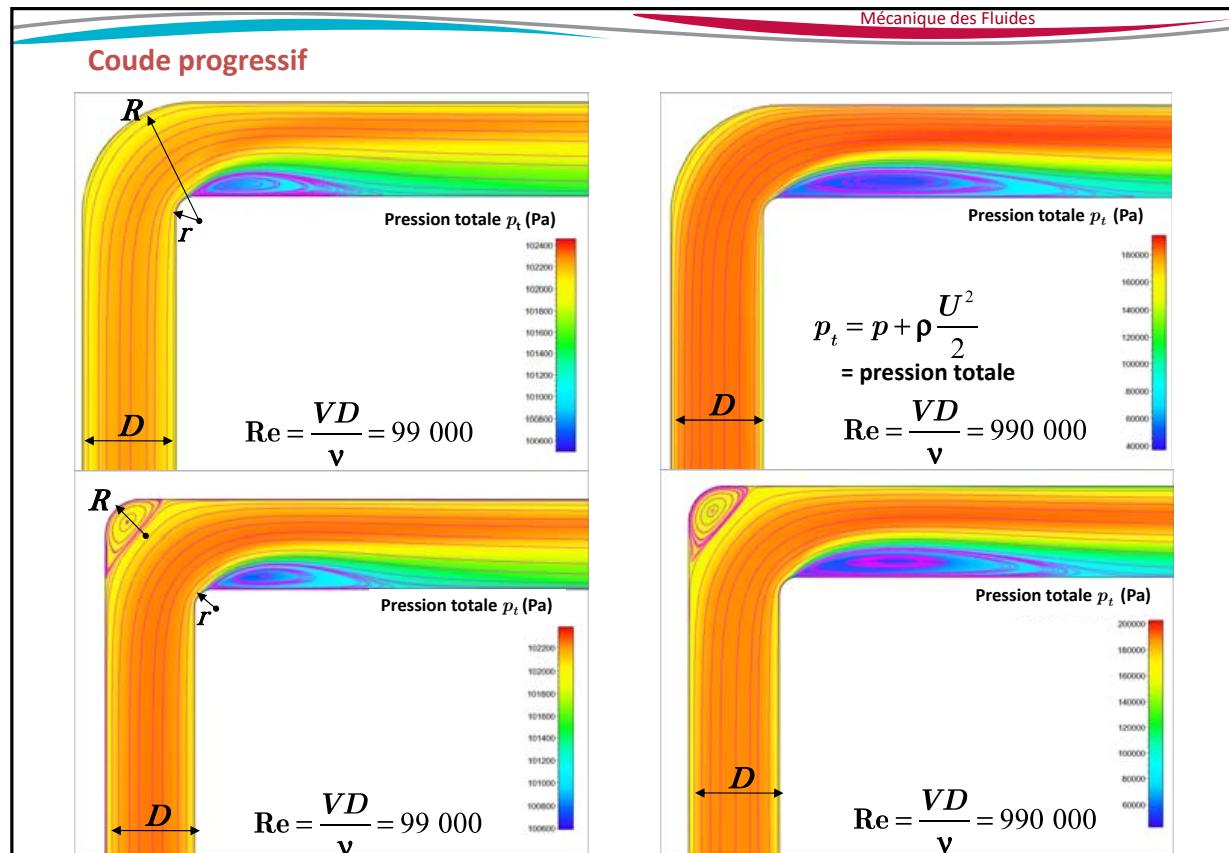


coude progressif

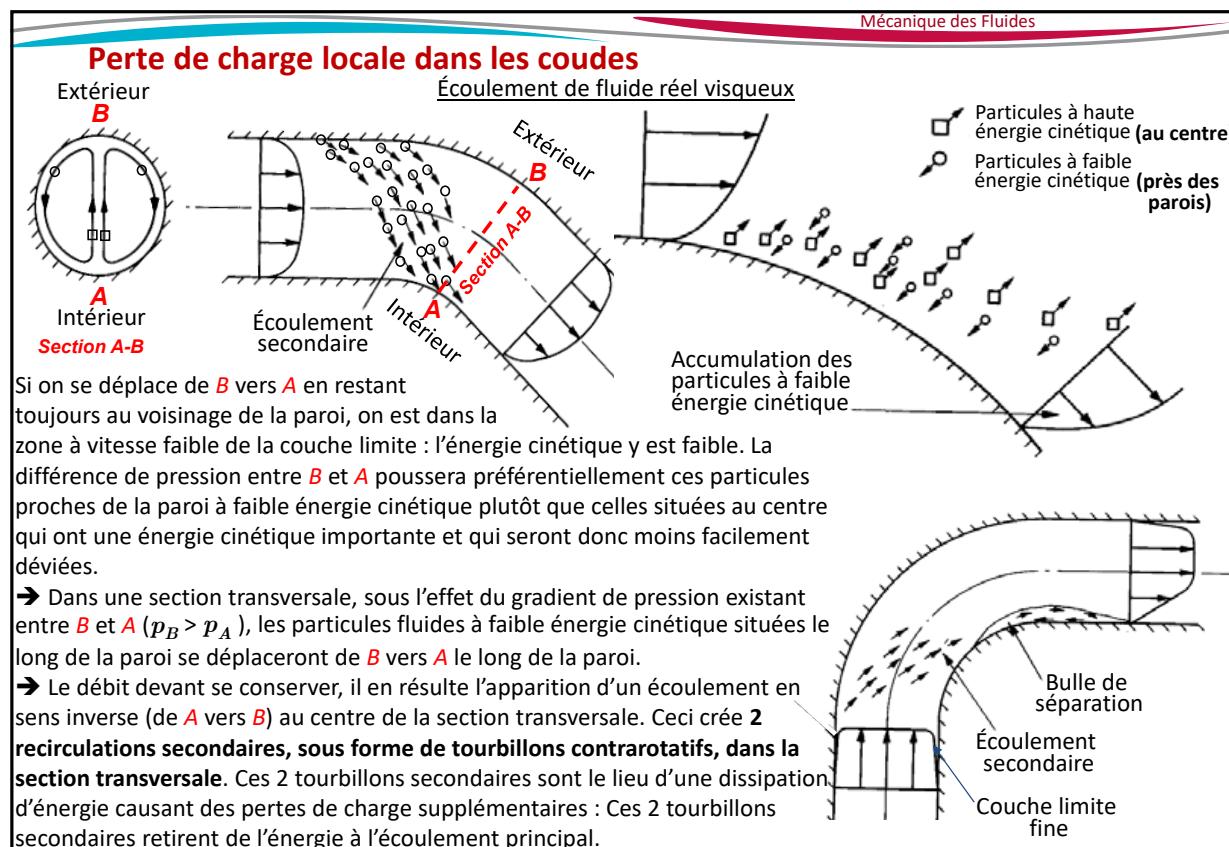
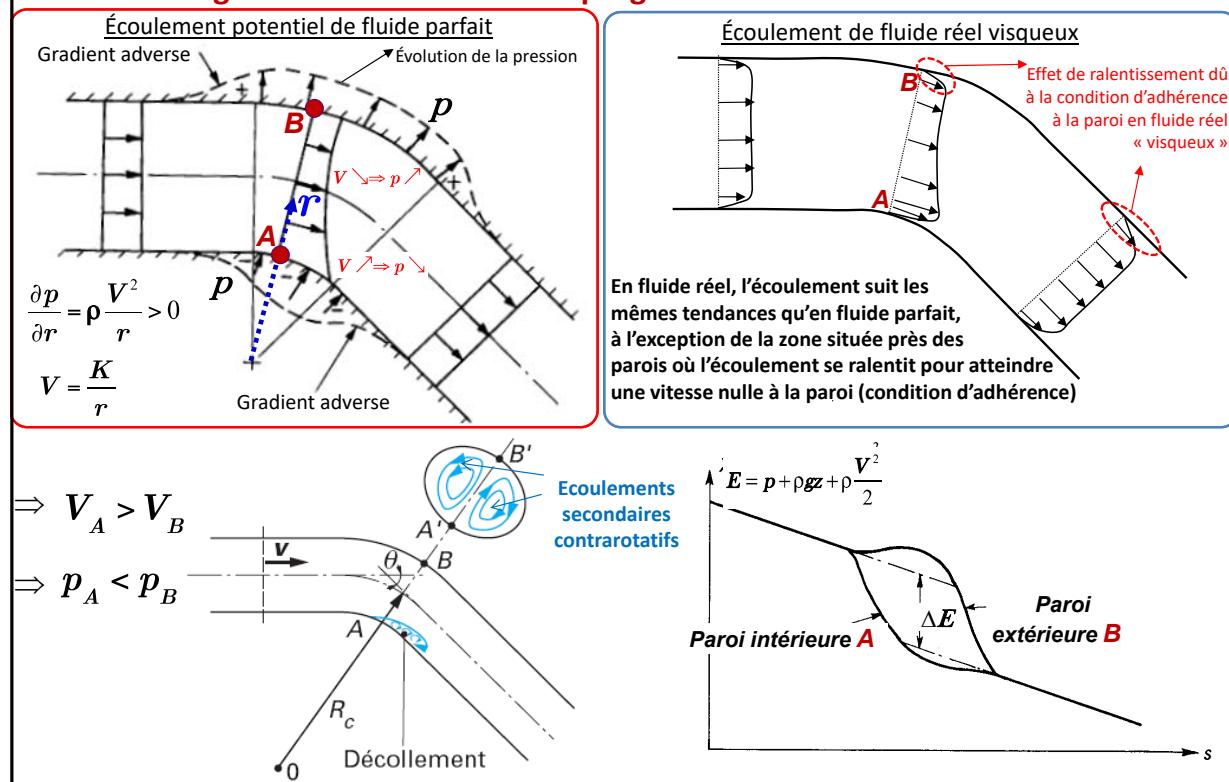


Coude à angle vif

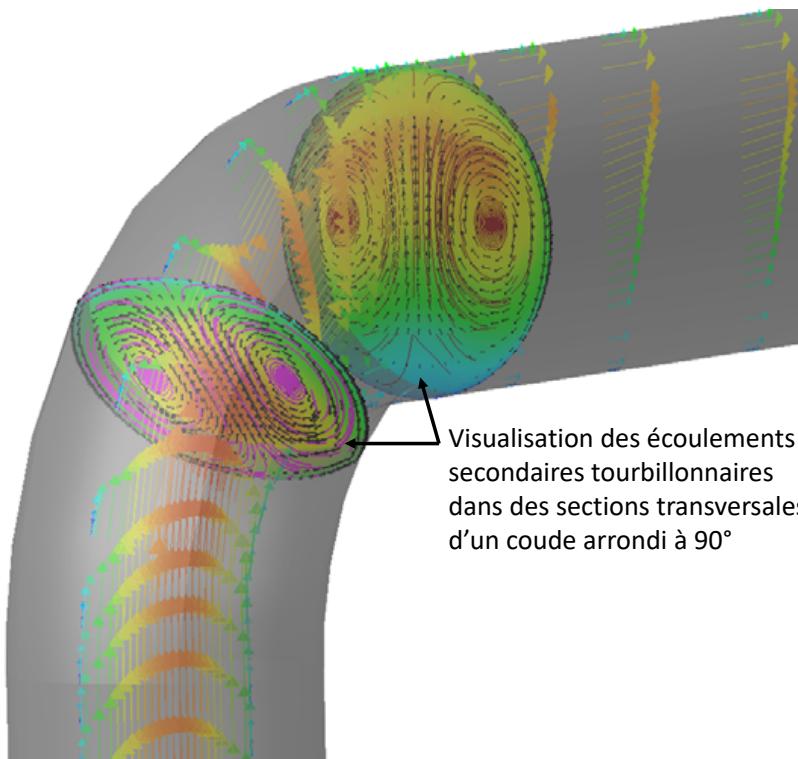




Perte de charge locale dans les coude progressifs



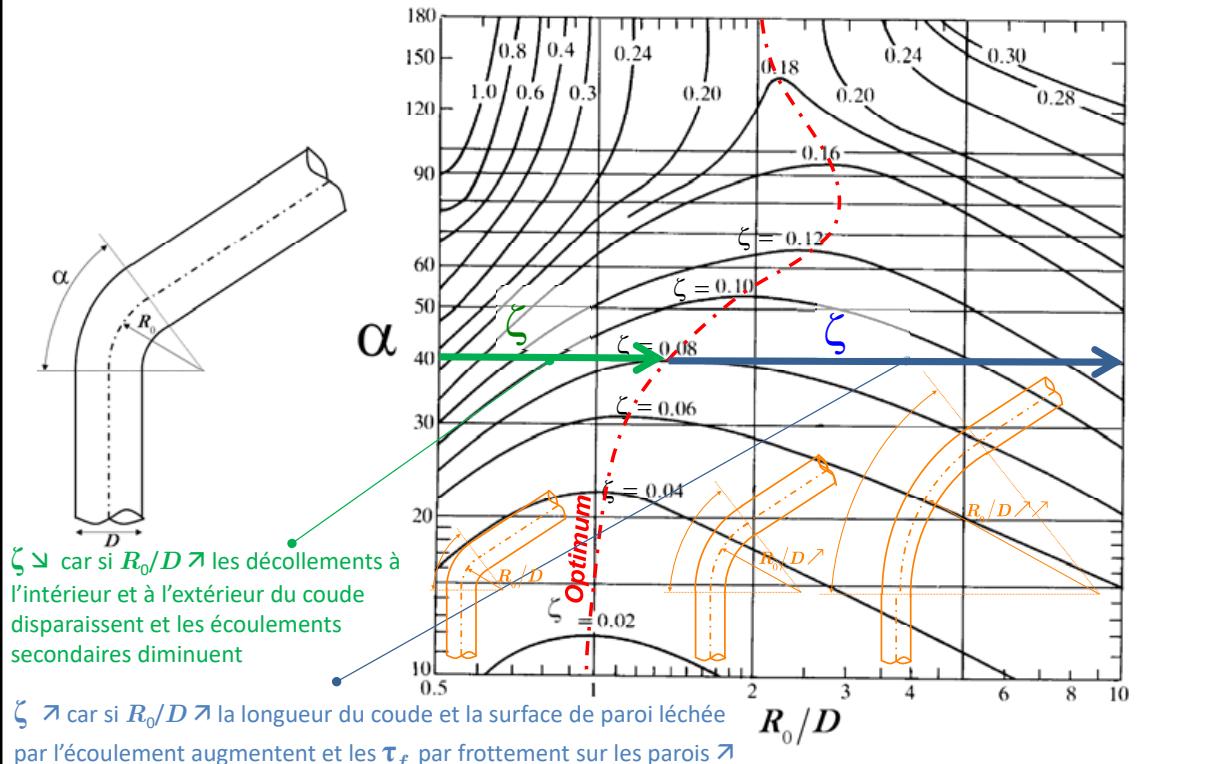
Perte de charge locale dans les coudes



Perte de charge locale dans les coudes : Origine des écoulements secondaires

- Remarque pour aider à comprendre l'origine des écoulements secondaires :
 - C'est la différence de pression (ou, pour être plus précis, dans le cas où les forces de pesanteur doivent être prises en compte, la différence de pression motrice) entre deux points qui induit un écoulement.
 - Par ailleurs, si plusieurs chemins sont possibles, le fluide prend le chemin le plus facile pour son déplacement.
- Dans le coude, l'écoulement au centre de la section a une vitesse bien plus importante suivant la direction de l'axe que l'écoulement proche de la paroi qui voit sa vitesse tendre vers zéro sur cette paroi.
- En tenant compte de la masse de particules fluides, cette vitesse plus importante dans l'axe que près des parois, impose aux particules du centre une inertie aux changements de direction plus importante que celles près des parois.
- Les particules près des parois seront donc plus sensibles au gradient de pression qui les poussera vers l'intérieur du coude. En conséquence, dans la section du coude, un débit secondaire le long des parois latérales allant de l'extérieur vers l'intérieur du coude apparaît sous l'effet du gradient de pression.
- Par ailleurs, suivant principe de conservation de la masse, dans la section du coude le débit secondaire le long des parois latérales induit un débit en sens inverse dans le centre de la section : ce débit secondaire dans la partie centrale de la section va donc de l'intérieur vers l'extérieur du coude.
- Ainsi donc, par conservation de la masse, on obtient dans le plan d'une section du coude deux tourbillons contrarotatifs. Ces écoulements tourbillonnaires qui apparaissent en plus de l'écoulement principal suivant l'axe du coude portent le nom d'écoulements secondaires. Ces écoulements secondaires sont le lieu de dissipations supplémentaires d'énergie mécanique.

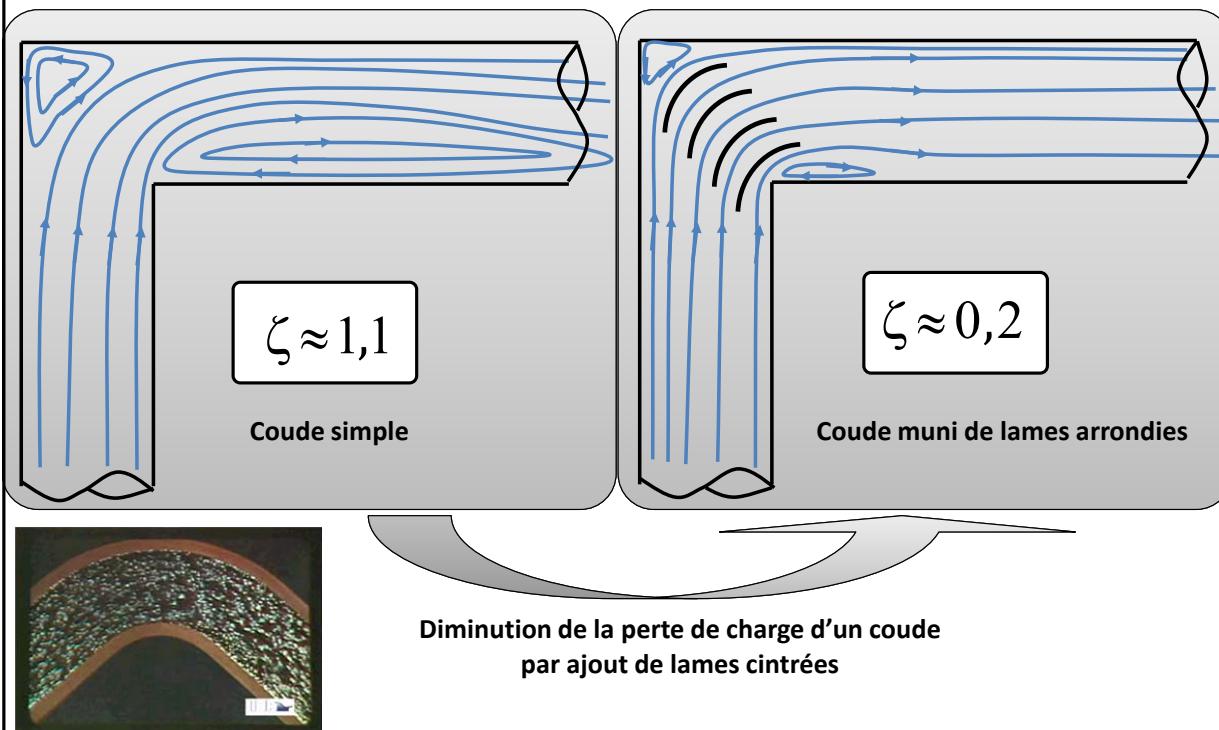
Perte de charge locale dans des coude progressifs



Perte de charge locale dans les coudes

- De manière générale, un coude brusque présente plus de décollements, des décollements plus intenses et des écoulements secondaires plus intenses → les τ_f locales sont plus importantes ($\zeta \gg$) pour un coude brusque que pour un coude progressif. Cependant un coude progressif est plus encombrant.
- Pour un angle de déviation α donné, si le rayon de courbure relatif $R_0/D \nearrow$, le coude devient de plus en plus progressif (mais également de plus en plus encombrant de plus en plus long)
 - Dans un premier temps, $\tau_f \downarrow$ car les décollements à l'intérieur et à l'extérieur du coude diminuent puis disparaissent et les écoulements secondaires diminuent et en conséquence $\zeta \downarrow$
 - Dans un second temps, si R_0/D continue à augmenter, la longueur du coude augmente et les τ_f par frottement sur les parois \nearrow et en conséquence $\zeta \nearrow$
 - Pour un angle de coude α fixé, il existe un optimum, donnant ζ minimum pour les τ_f locales, en fonction du rayon de courbure relatif R_0/D

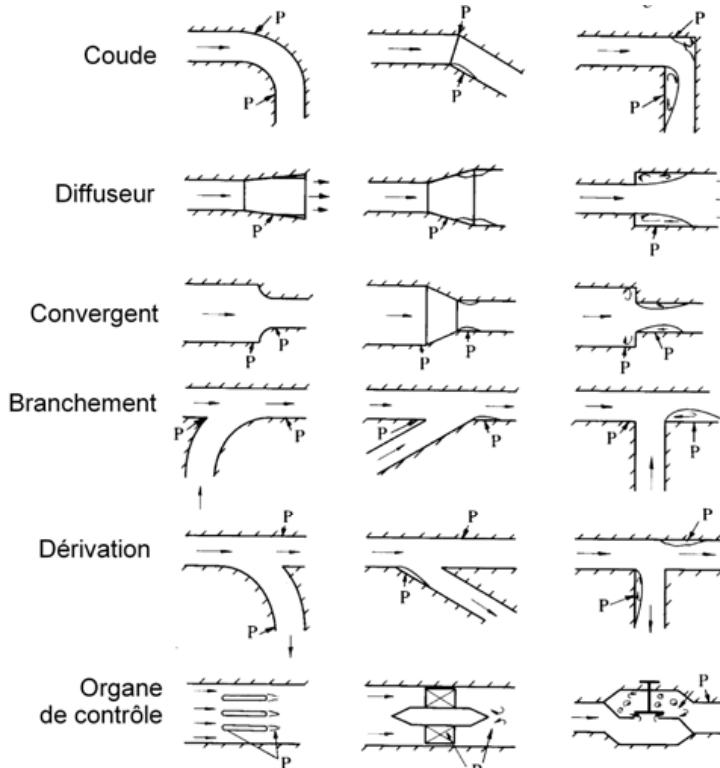
Perte de charge locale dans les coudes brusques – réduction par insertion de lames



Perte de charge locale dans les coudes

- Dans le cas d'un coude à angle vif et de celui progressif, une façon simple d'éviter les décollements parasites est d'installer une série de lames cintrées ou d'aubages fixes. Les canaux entre les lames cintrées ayant une courbure relative plus faible :
 - Réduisent ou suppriment les décollements dans la partie extérieur ou intérieur du coude (voir illustration sur l'évolution des décollements en fonction du rayon dans les coudes progressifs). Ceci a donc tendance à diminuer les pertes de charge singulières.
 - Réduisent l'intensité des écoulements secondaires et donc des pertes tourbillonnaires associées. Ceci a donc à également tendance diminuer les pertes de charge singulières.
- Néanmoins, l'ajout de lames augmente la superficie des surfaces en contact avec le fluide et donc les frottements visqueux: Les pertes de charge par frottement ont tendance à augmenter avec le nombre de lames.
- En conséquence, pour diminuer le coefficient de perte singulier du coude, il existe un compromis entre un nombre suffisamment important de lames pour supprimer les décollements et limiter les pertes secondaires par tourbillon et suffisamment faible pour ne pas augmenter de manière démesurée les pertes par frottement visqueux le long des parois des lames.

Zones de décollement dans les singularités



XIX.c. Pertes de charge singulières dans les branchements et dérivations

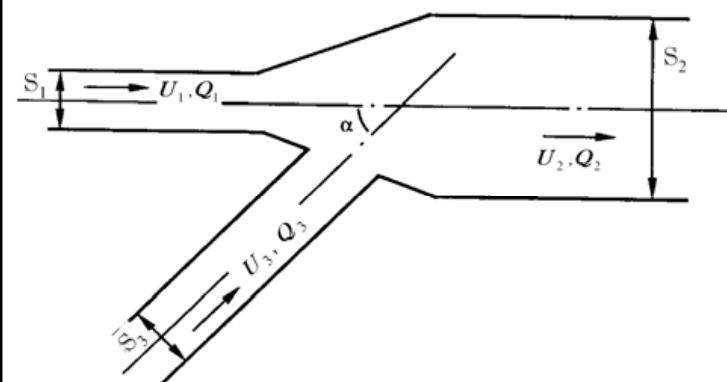
Branchements et dérivations

Dans les raccordements, il y a une variation de charge totale, combinaison de:

- Perte de charge singulière proprement dite (variation négative de la charge)
- + la variation de charge provoquée par la variation de débit (variation négative ou positive de la perte de charge)

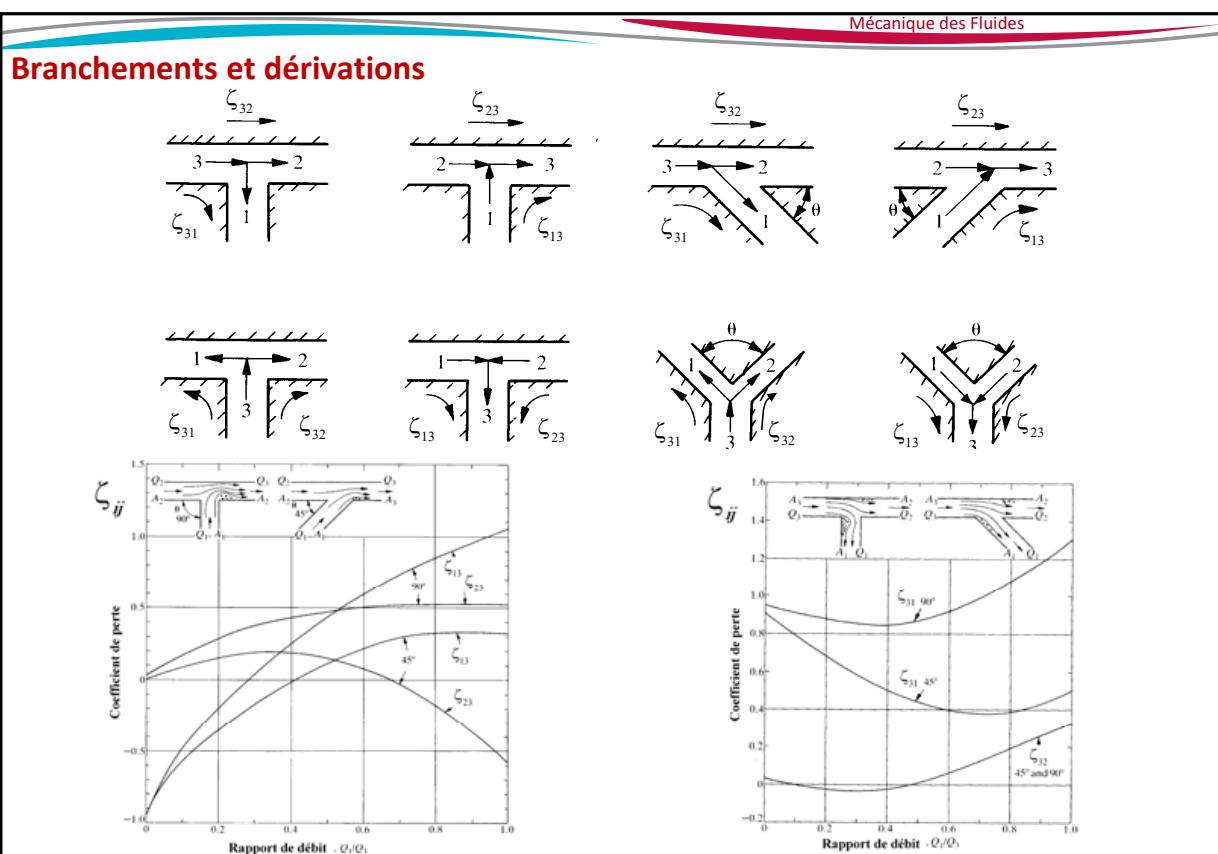
$$\tau_{fij} = \zeta_{ij} \frac{U^2}{2g}$$

$\left\{ \begin{array}{l} U = \text{vitesse dans la branche où transite le débit total} \\ \tau_{fij} = \text{perte de charge singulière d'un branchement ou d'une dérivation sur le trajet } i \rightarrow j = \text{variation de charge (positive ou négative) sur le trajet } i \rightarrow j \end{array} \right.$

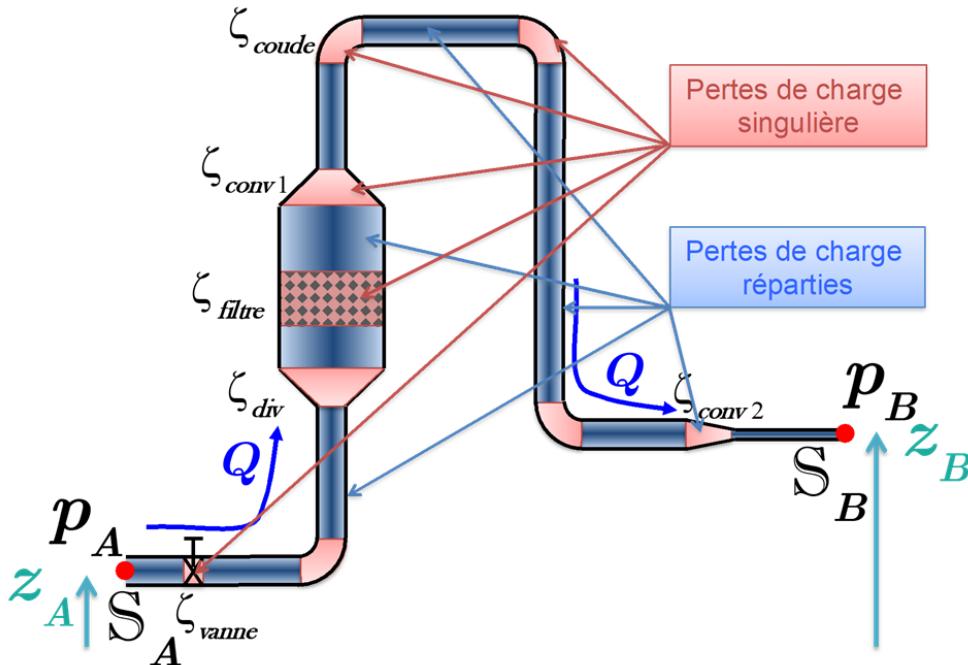


Exemple : Soit E_1 , E_2 et E_3 l'énergie mécanique totale dans les sections 1, 2 et 3. Si ces énergies sont telles que $E_1 > E_2$, $E_3 < E_2$: On a alors :

- $E_1 > E_3$
- $\tau_{f1-2} = E_1 - E_2 > 0 \Rightarrow \zeta_{12} > 0$
- $\tau_{f1-3} = E_1 - E_3 > 0 \Rightarrow \zeta_{13} > 0$
- $\tau_{f3-2} = E_3 - E_2 < 0 \Rightarrow \zeta_{23} < 0$



XX.e. Perte de charge globale d'un circuit



Fin Leçon 24

Perte de charge globale d'un circuit

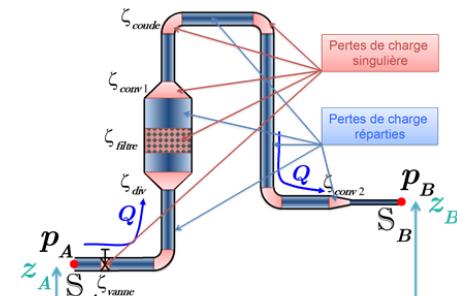
Soit une conduite unique (sans branchements ni dérivation) à géométrie fixée

- Quelle est la différence de pression entre A et B ?
- Pour faire circuler un débit volumique Q

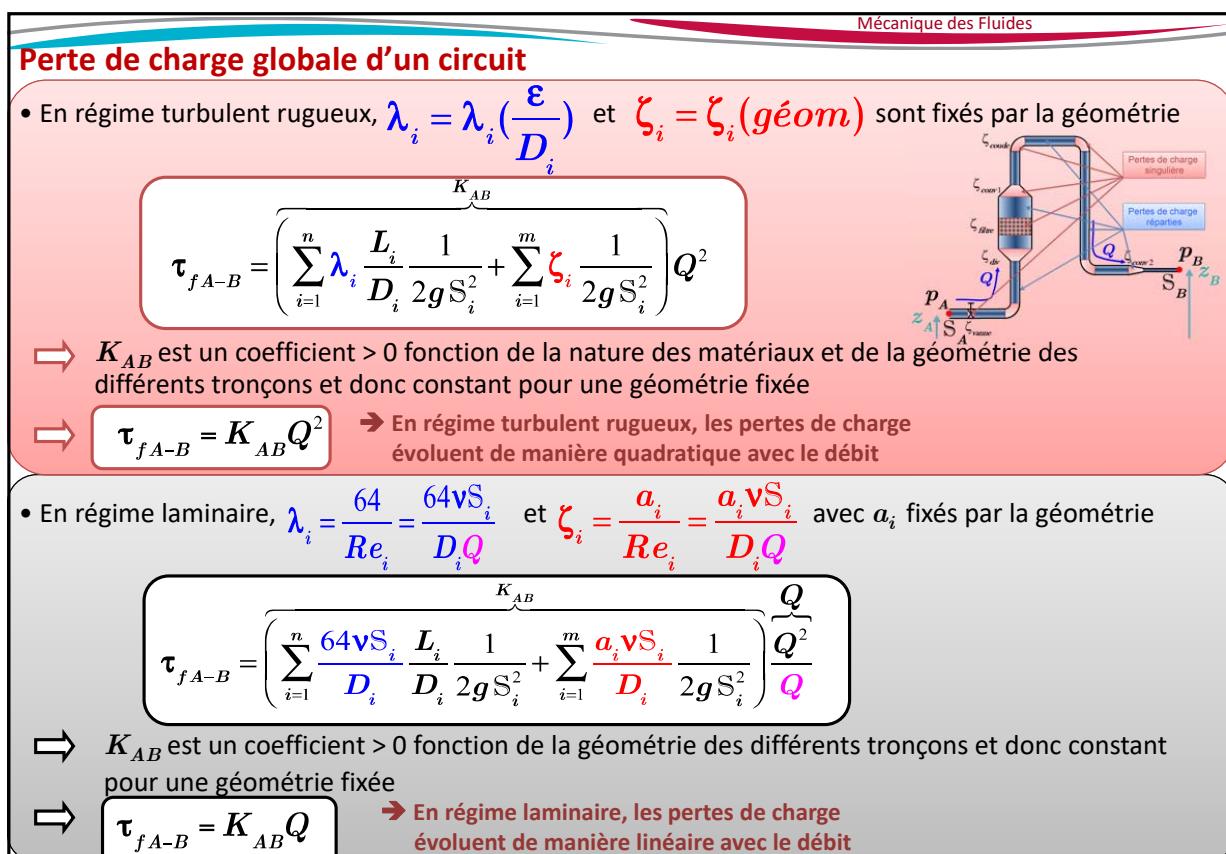
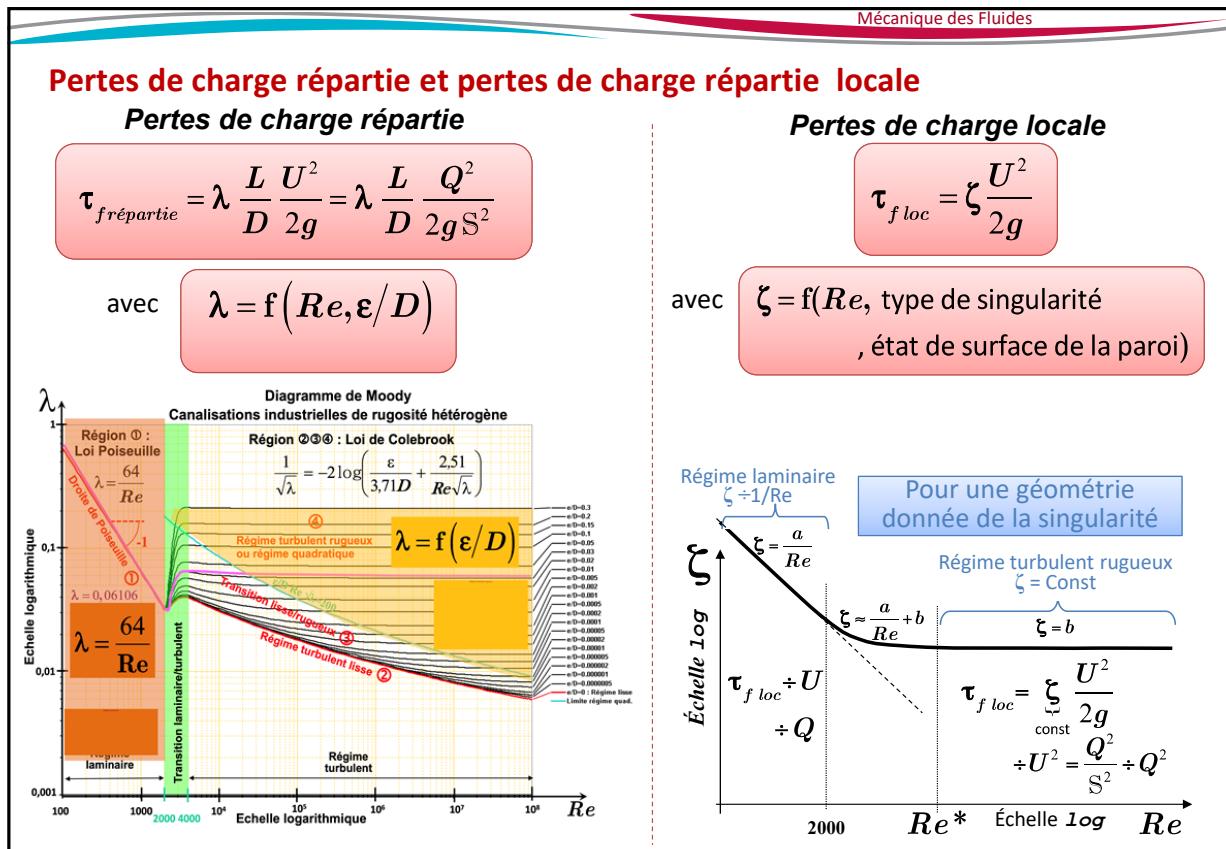
La relation de Bernoulli généralisée s'écrit:

$$\left(\frac{p_A}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_A \right) = \left(\frac{p_B}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_B \right) + \tau_{f_{A-B}}$$

- Si on suppose être
 - en régime turbulent $Re \gg$: $\alpha = 1,04$ à $1,1$ et on peut supposer en première approximation $\alpha_A = \alpha_B = 1$
 - en régime laminaire $Re < 2000$: on peut alors supposer $\alpha_A = \alpha_B = 2$
- La perte de charge globale $\tau_{f_{A-B}}$ est égale à la somme
 - Des pertes réparties
 - Des pertes singulières



$$\tau_{f_{A-B}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{Q^2}{2g S_i^2} + \sum_{i=1}^m \zeta_i \frac{Q^2}{2g S_i^2} \Rightarrow \boxed{\tau_{f_{A-B}} = \overbrace{\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{1}{2g S_i^2} + \sum_{i=1}^m \zeta_i \frac{1}{2g S_i^2} \right)}^{K_{AB}} Q^2}$$



Perte de charge globale d'un circuit en régime turbulent rugueux

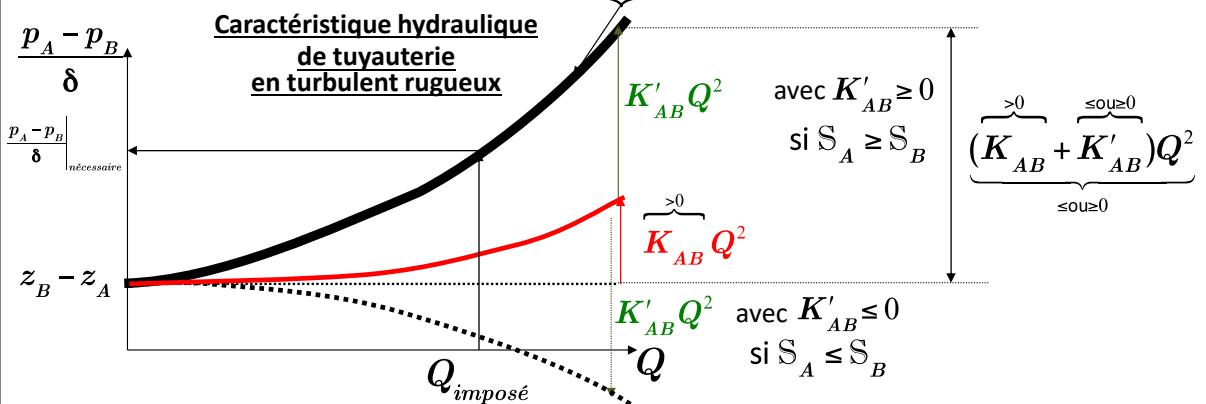
Après avoir déterminé les coefficients des pertes de charge à partir de catalogue, on peut écrire:

≈ 1 en turbulent

$$\frac{p_A - p_B}{\delta} = z_B - z_A + \underbrace{\frac{1}{2g} \left(\frac{\alpha_B}{S_B^2} - \frac{\alpha_A}{S_A^2} \right) Q^2}_{K'_{AB}} + K_{AB} Q^2$$

ou encore

$$\frac{p_A - p_B}{\delta} = (z_B - z_A) + K'_{AB} Q^2 + K_{AB} Q^2 \quad \text{Loi parabolique}$$



Perte de charge globale d'un circuit en régime laminaire

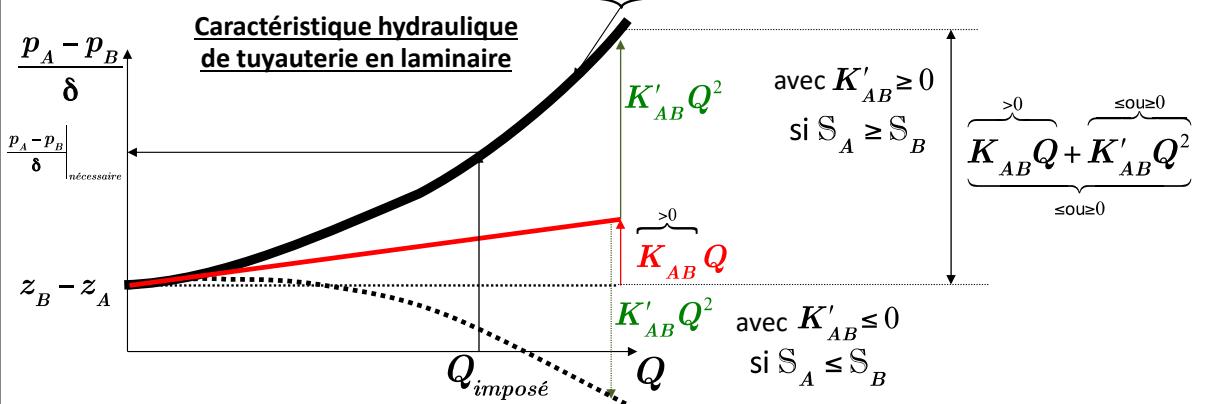
Après avoir déterminé les coefficients des pertes de charge à partir de catalogue, on peut écrire:

$= 2$ en laminaire

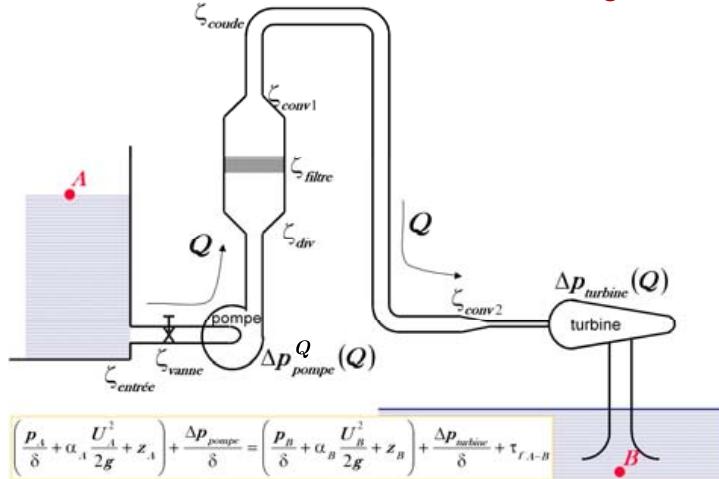
$$\frac{p_A - p_B}{\delta} = z_B - z_A + \underbrace{\frac{1}{2g} \left(\frac{\alpha_B}{S_B^2} - \frac{\alpha_A}{S_A^2} \right) Q^2}_{K'_{AB}} + K_{AB} Q^2$$

ou encore

$$\frac{p_A - p_B}{\delta} = (z_B - z_A) + K'_{AB} Q^2 + K_{AB} Q^2 \quad \text{Loi « linéaire »-parabolique}$$



Variation de charge globale avec machines fournissant ou retirant de l'énergie mécanique au fluide



Energie fournie au fluide par une pompe (ou un ventilateur)

Energie extraite du fluide (récupérée) par une turbine

$$\left(\frac{p_A}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_A \right) + \overbrace{\frac{\Delta p_{pompe}}{\delta}}^{\geq 0} = \left(\frac{p_B}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_B \right) + \overbrace{\frac{\Delta p_{turbine}}{\delta}}^{\geq 0} + \overbrace{\tau_{f,A-B}}^{\geq 0}$$

Variation de charge globale avec machines produisant de l'énergie dans le fluide ou absorbant de l'énergie du fluide

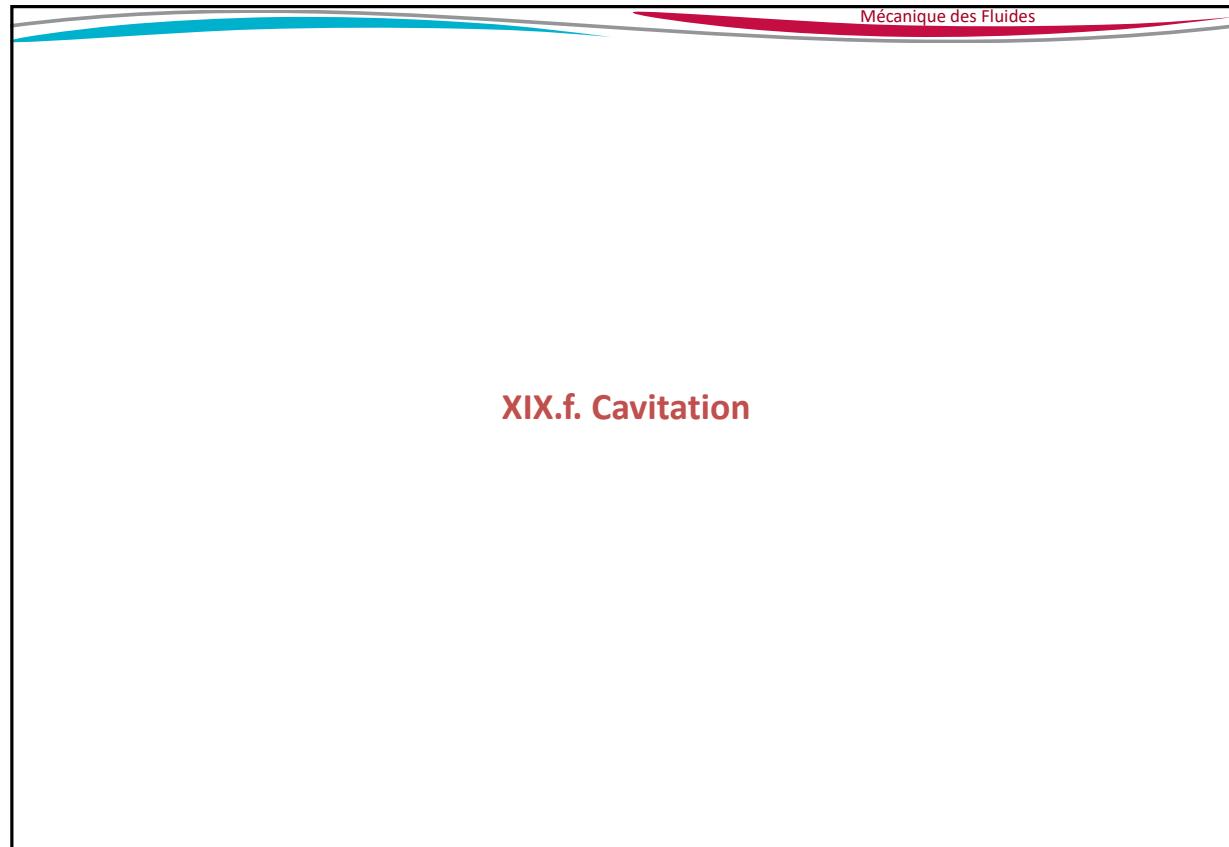
De manière générale, lors de son transport entre un point **A** et **B** dans une canalisation, le fluide voit son énergie mécanique totale variée en:

- Diminuant sous les effets de pertes de charges induites par les frottements visqueux
 - On note $\tau_{f,A-B} \geq 0$ l'ensemble de ces pertes de charge réparties et singulières
- Augmentant par l'énergie fournie par des machines telles que les pompes et ventilateurs au fluide
 - On note $\Delta p_{pompe} \geq 0$ cette variation d'énergie sous forme de pression
 - Remarquons que cette variation est une caractéristique de la machine et dépend du débit Q traversant la machine: $\Delta p_{pompe} = \Delta p_{pompe}(Q)$
- Diminuant par l'énergie absorbée (récupérée) du fluide par des machines telles que les turbines
 - On note $\Delta p_{turbine} \geq 0$ cette variation d'énergie sous forme de pression
 - Remarquons que cette variation est une caractéristique de la machine et dépend du débit Q traversant la machine: $\Delta p_{turbine} = \Delta p_{turbine}(Q)$

La loi généralisée de Bernoulli incluant des pompes et turbines s'écrit alors

$$\left(\frac{p_A}{\delta} + \alpha_A \frac{U_A^2}{2g} + z_A \right) + \overbrace{\frac{\Delta p_{pompe}}{\delta}}^{\geq 0} = \left(\frac{p_B}{\delta} + \alpha_B \frac{U_B^2}{2g} + z_B \right) + \overbrace{\frac{\Delta p_{turbine}}{\delta}}^{\geq 0} + \overbrace{\tau_{f,A-B}}^{\geq 0}$$

XIX.f. Cavitation



Mécanique des Fluides

Phénomène de cavitation. !!! destructeur

Vaporisation partielle du liquide si $p < p_{vap}$	Entraînement par l'écoulement vers des régions de pression plus élevée ($p > p_{vap}$)
Vaporisa(on* 	Transport vers une région à $p \nearrow$
Condensation similaire à une implosion des poches de vapeur sous la pression du liquide qui s'effectue à des vitesses km/s → apparition de micro-ondes de choc	Érosion rapide suite aux chocs : micro-martèlement → tension locale supérieure à la limite d'élasticité et fatigue souvent associée à une destruction de la paroi

Description générale du phénomène

Phénomène qui apparaît dans le transport de liquides dès que la pression p devient inférieure à la pression de vapeur saturante (p_{vap}).

Dans ce cas ($p < p_{vap}$):

- Il y a vaporisation partielle du liquide
 - Le fluide devient alors biphasique (phase liquide + phase vapeur) et les relations des chapitres antérieurs ne seront plus valables ;
 - Après vaporisation, les bulles de vapeur sont entraînées par l'écoulement :
 - Soit dans des régions où la pression continue à diminuer → la vaporisation de poursuit et se développe ;
 - Soit dans des régions où la pression redevient plus élevée que p_{vap} ($p > p_{vap}$). Dans ce cas, les bulles de vapeur sont comprimées et repassent en phase liquide avec une implosion brutale: C'est la **cavitation**.
- Lorsque ce phénomène de re-condensation par implosion se produit, il existe :
- Une chute brusque de débit et une augmentation des pertes ;
 - Des vibrations et un bruit caractéristique pouvant devenir insupportable ;
 - Mais surtout, une **destruction plus ou moins rapide du matériau de la paroi**, due à des phénomènes d'érosion mécanique induit par les ondes de choc des implosions des bulles de vapeurs, s'accompagnant parfois de corrosion chimique.

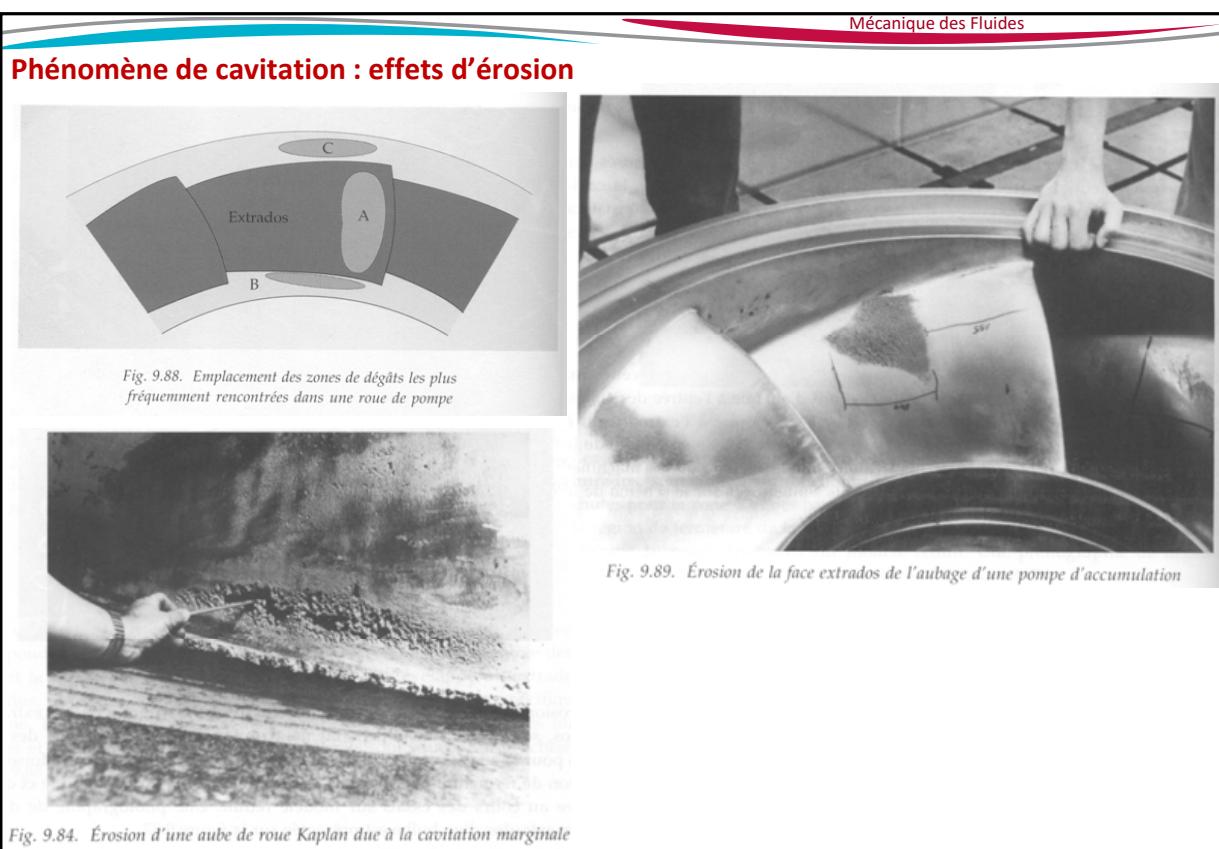
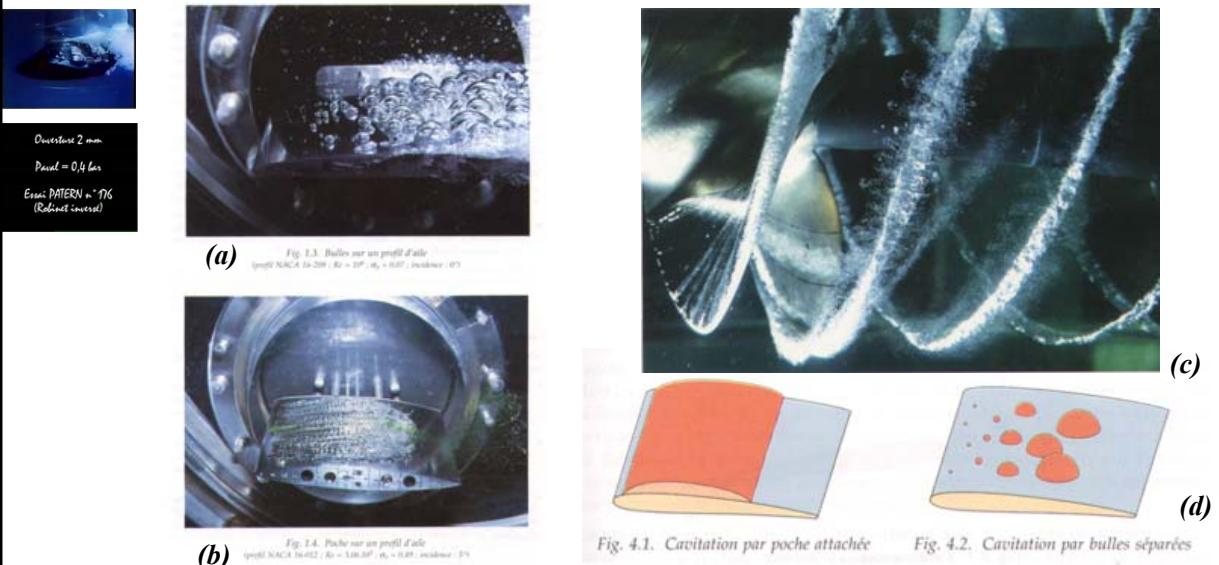
Phénomène de cavitation. !!! destructeur

Ce phénomène de cavitation qui apparaît pour $p < p_{vap}(T_{fluide})$:

- Est néfaste (chute de performance dû à l'écoulement diphasique avec dissipation d'énergie dans lors de la vaporisation)
- Peut même devenir destructeur:
 - À la paroi, Il y a une succession, à un rythme très élevé, de poches de vapeur et de liquide : action physico-chimique de corrosion
 - Lorsque les poches de vapeur se retrouvent entraînées par l'écoulement dans des régions de pression plus élevée ($p > p_{vap}$), elles se condensent en s'écrasant.
 - Cet écrasement est similaire à une implosion des poches de vapeur sous la pression du liquide. Cette implosion crée une micro-onde de surpression (de plusieurs milliers de bar : on peut par exemple avoir de brusques de surpression locale pouvant être de l'ordre de 30 000 bars) qui se propage et vient percuter la paroi à des vitesses de l'ordre de **1 km/s**
- ➔ **Apparition de micro-ondes de choc qui se propagent jusqu'à la paroi en martelant**
 - Effets sonores très importants
 - Vibrations intenses
 - Et surtout **érosion** rapide suite aux chocs: micro-martèlement induisant une tension locale supérieure à la limite d'élasticité et une fatigue, la plupart du temps associée à une érosion chimique et éventuellement à la destruction de la paroi

Phénomène de cavitation : visualisation

Le phénomène de cavitation est en général nuisible et on cherche la plupart du temps à l'éviter. L'apparition de bulles de vapeur à la paroi a en effet une action physico-chimique intense (phénomène de corrosion) et leur disparition par implosion, dans les régions de l'écoulement où la pression augmente à nouveau, entraîne des actions mécaniques très fortes: (vibrations, chocs, bruits, ...). Ce phénomène d'implosion peut causer une érosion intense et rapide des parois. C'est ainsi qu'on a mesuré au cours de ce phénomène, des augmentations brusques de pression locale pouvant être de l'ordre de 30 000 bars.



Phénomène de cavitation : effets de l'implosion



Fig. 3.22. Simulation numérique de l'implosion d'une bulle au voisinage d'une paroi solide. Contours de la bulle à différents instants pendant l'implosion. D'après Chahine & Duraiswami (1994)

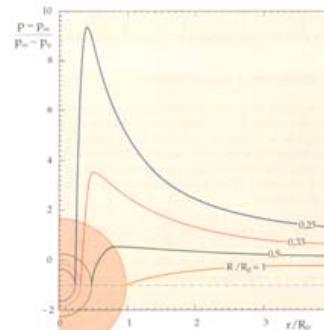


Fig. 3.21. Évolution radiale de la pression adimensionnelle, pour différentes positions de l'interface, pendant la phase d'implosion

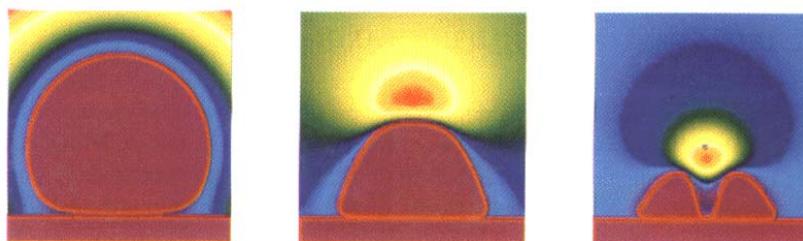


Fig. 3.23. Champ de pression autour de la bulle durant sa phase d'implosion. Les zones de haute pression sont représentées en rouge, et les zones de basse pression en bleu. D'après Chahine & Duraiswami (1994)

Mécanique des Fluides

Phénomène de cavitation : risques d'apparition dans un réseau de canalisation

$$\frac{p_M}{\delta} = \left(\underbrace{\frac{p_A}{\delta} + \alpha_A \frac{Q^2}{2gS_A^2} + z_A}_{\approx 1} \right) - \left(\underbrace{\alpha_M \frac{Q^2}{2gS_M^2} + z_M}_{\approx 1} \right) - K_{AM} Q^2$$

Fixé

- Pour un débit donné, le phénomène de cavitation risque d'apparaître en premier lieu au point M où p est minimum ($p_M < p_{vap}$ $\forall N \in [A, B]$) c-à-d lorsque:
 - z_M devient important
 - S_M est faible
 - Les pertes de charge sont importantes ($K_{AM} \gg$)
- Par ailleurs dans un circuit donné, si le débit augmente, suivant la courbe de la caractéristique hydraulique de la tuyauterie, il existe une limite maximum de débit Q_{lim} à partir de laquelle la cavitation va apparaître.
- Pour que cette limite de cavitation apparaisse, il faut que la pression en M soit inférieure à la pression de vapeur saturante (p_{vap})

240/263

XIX.g. Problème de canalisations multiples en réseau

Problème de canalisations multiples en réseau

- Circuit parallèle

avec $E_t = \frac{p}{\delta} + \alpha \frac{U^2}{2g} + z$

Energie

$$\begin{aligned} \tau_{fAB1} &= \tau_{fAB2} \\ \Rightarrow \tau_{fAB1} - \tau_{fAB2} &= 0 \\ \Rightarrow \tau_{fAB1} + \tau_{fBA2} &= 0 \\ \Rightarrow \sum \tau_{fi} &= 0 \text{ Loi des mailles} \end{aligned}$$

▪ Conservation du débit : $Q = Q_1 + Q_2$ ① $\Rightarrow Q - Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow \sum Q_i = 0$ Loi des noeuds

▪ Suivant la conservation de l'énergie, on doit avoir équivalence des charges quel que soit l'itinéraire emprunté:

- L'énergie en **A** pour la branche 1 et 2 sont identiques. L'énergie en **B** pour la branche 1 et 2 sont identiques :

$$\left. \begin{array}{l} E_{tA1} = E_{tA2} \\ E_{tB1} = E_{tB2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \underbrace{E_{tA1} - E_{tB1}}_{\tau_{fAB1}} = \underbrace{E_{tA2} - E_{tB2}}_{\tau_{fAB2}} \\ \Rightarrow \tau_{fAB1} = \tau_{fAB2} \end{array} \right\} \Rightarrow K_{AB1} Q_1^2 = K_{AB2} Q_2^2 \quad \text{②}$$

Les pertes de charge sont donc les mêmes pour chacune des branches

Système non-linéaire de 2 inconnues à 2 équations (①+②) :

$$\left. \begin{array}{l} Q = Q_1 + Q_2 \\ K_{AB1} Q_1^2 = K_{AB2} Q_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \frac{Q \sqrt{K_{AB2}}}{\sqrt{K_{AB1}} + \sqrt{K_{AB2}}} \\ Q_2 = \frac{Q \sqrt{K_{AB1}}}{\sqrt{K_{AB1}} + \sqrt{K_{AB2}}} \end{array} \right.$$

Problème de canalisations multiples en réseau

Les tubes de courant partant dans les branches 1 et 2 ont, dans la section **A**, la même énergie mécanique totale ($E_{tA1} = E_{tA2}$). De la même manière, les tubes de courant des branches 1 et 2 se rejoignant ont, dans la section **B**, la même énergie mécanique totale ($E_{tB1} = E_{tB2}$).

→ Partant, dans la section **A**, et arrivant, dans la section **B**, avec les mêmes niveaux d'énergie mécanique totale, les pertes de charge pour les deux branches 1 et 2 sont identiques :

$$\tau_{fAB1} = \tau_{fAB2} \Rightarrow \tau_{fAB1} + \tau_{fBA2} = 0 \quad \text{ou encore} \quad \sum_i \tau_{fi} = 0 \quad \text{Loi des mailles}$$

En régime turbulent « quadratique », on aura : $\sum_i K_i Q_i^2 = 0$

En généralisant, en fonction du régime laminaire ou turbulent de l'écoulement, la loi des mailles peut s'écrire sous la forme :

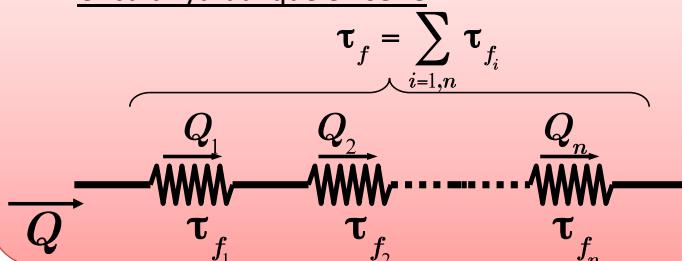
Loi des mailles généralisée en fonction du régime d'écoulement

$$\sum_i \tau_{fi} = 0 \Rightarrow \sum_i K_i \underbrace{\left| Q_i^{n-1} \right| Q_i}_{\tau_{fi}} = 0$$

Tient compte que τ_f la change de signe avec le signe de Q_i
avec n variant en fonction du régime d'écoulement :
 • Laminaire $n=1$
 • Turbulent $n=2$ (cas pratique des écoulements industriels)

Problème de canalisations multiples en réseau

Circuit hydraulique en série

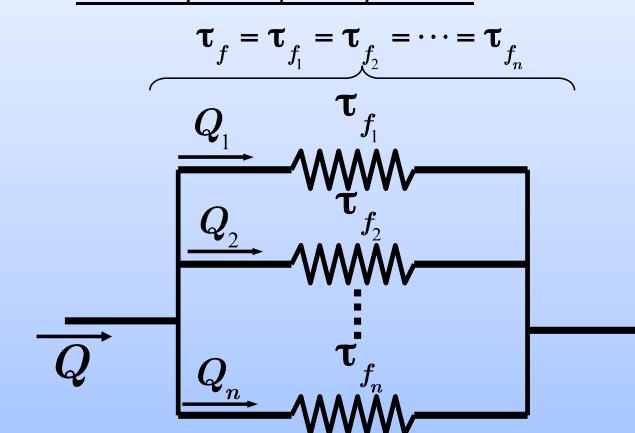


$$\begin{cases} \tau_f = \sum_{i=1,n} \tau_{f_i} \\ Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} \tau_f = \sum_{i=1,n} K_i Q^2 \\ Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n \end{cases}$$

Circuit hydraulique en parallèle



$$\begin{cases} \tau_f = \tau_{f_1} = \tau_{f_2} = \dots = \tau_{f_n} \\ Q = \sum_{i=1,n} Q_i \\ K_1 Q_1^2 = K_2 Q_2^2 \\ K_2 Q_2^2 = K_3 Q_3^2 \\ \vdots \\ K_{n-1} Q_{n-1}^2 = K_n Q_n^2 \\ Q = \sum_{i=1,n} Q_i \end{cases}$$

Problème de canalisations multiples en réseaux

Équivalence électrique (le potentiel de perte de charge \equiv potentiel électrique et le débit \equiv l'intensité du courant électrique)

- Loi des nœuds (exprimée en un nœud)

$$\sum Q_i = 0$$

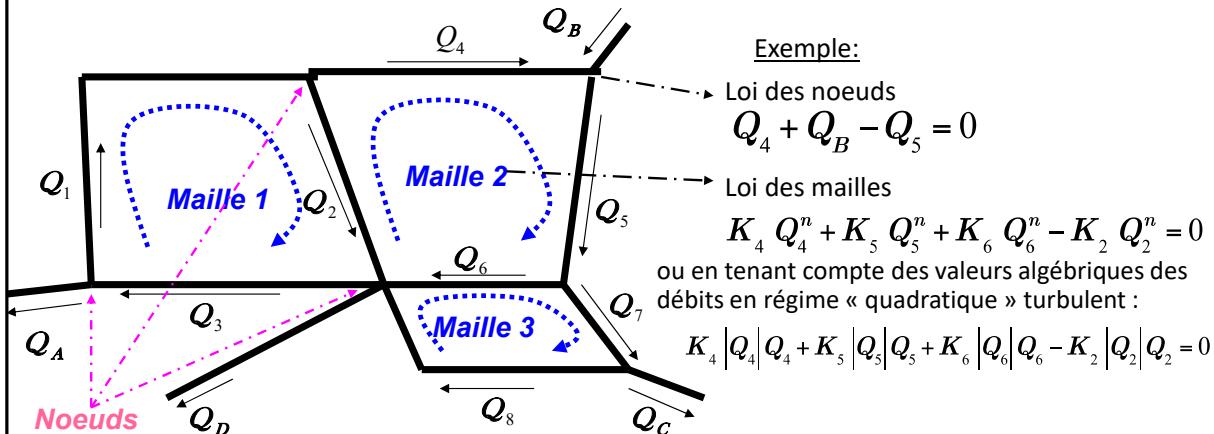
Avec n variant en fonction du régime d'écoulement :

- Laminaire $n = 1$
- Turbulent $n = 2$ (cas pratique des écoulements industriels)

- Loi des mailles (exprimée sur une maille)

$$\sum \tau_{fi} = \sum K_i Q_i^n = \sum K_i |Q_i^{n-1}| Q_i = 0$$

En tenant compte du sens du débit Q_i sur le signe de la τ_{fi}

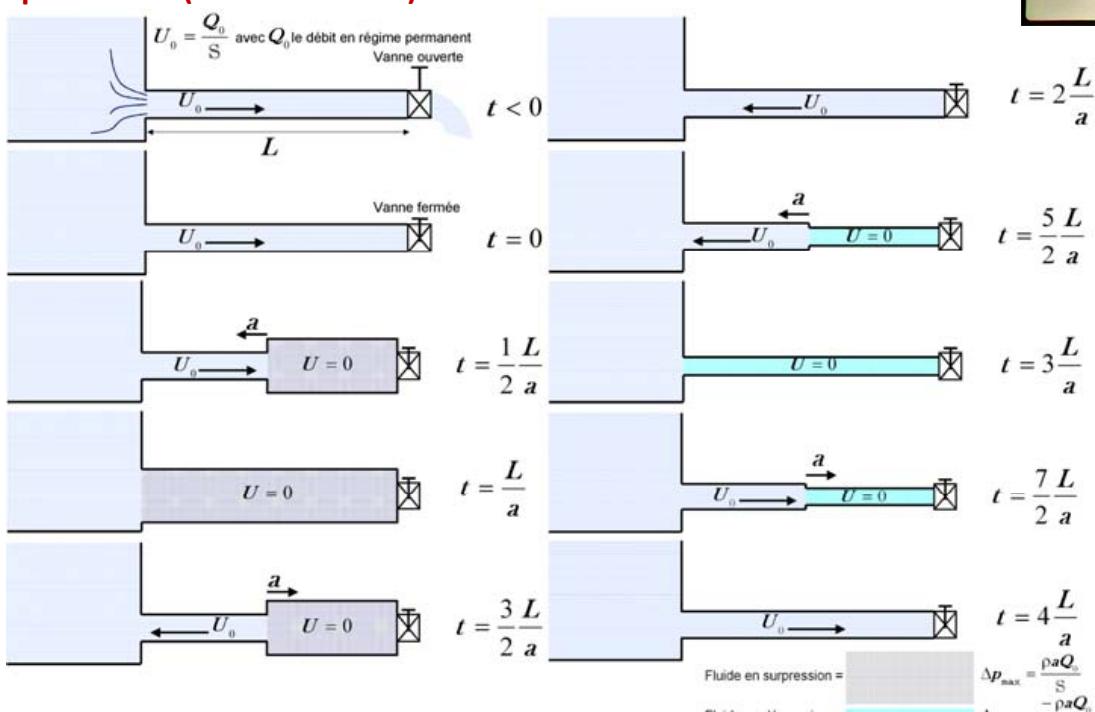


XIX.h. Coup de bâlier

Coup de bélier

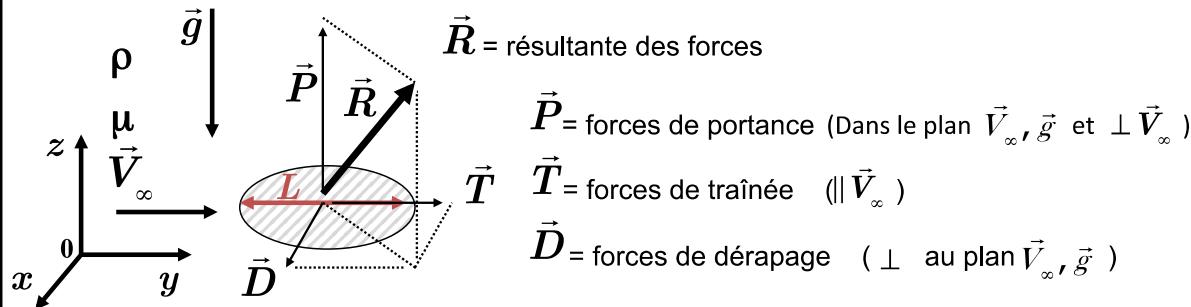
- Apparition dans les phases transitoires (exemple : fermeture de vannes)
 - Propagation d'ondes de pression : effets d'impulsion sur les forces (très fortes variations de pression) + effets sonores provoqués par la modification brusque du régime d'écoulement
 - Dans ce phénomène, la compressibilité des liquides ne peut pas être négligée
 - L'effet de compressibilité du liquide associé à l'élasticité de la tuyauterie est la cause du phénomène
 - On peut montrer que
 - La vitesse a de propagation des ondes de pression est donnée par: $a^2 = \frac{1}{\rho \left(\frac{1}{\chi} + \frac{D}{eE} \right)}$
 - e = épaisseur du tuyau
 - D = diamètre du tuyau
 - E = module d'élasticité du tuyau
 - χ = coefficient de compressibilité du fluide
- Ex: - eau circulant dans un conduit en fonte ou acier $a \approx 1000$ m/s ou caoutchouc $a \approx 15$ m/s ,
- sang dans vaisseaux sanguins $a \approx 9$ m/s
- En cas de fermeture rapide, la valeur des surpressions et dépressions apparaissant est donnée par:
- $$\Delta p_{\max} = \frac{\rho a Q_0}{S} \quad \Delta p_{\min} = \frac{-\rho a Q_0}{S}$$
- Exemple : eau, $Q_0 = 1 \text{ m}^3/\text{s}$, $S = 1 \text{ m}^2$ et acier $\Delta p_{\max} = 10 \text{ bars}$
- Phénomène dangereux où l'intensité et la soudaineté des surpressions (ex: $\Delta p_{\max} = 10 \text{ bars}$) et dépressions peuvent détériorer la conduite ou les organes qui y sont branchés.
 - L'intensité des importantes dépressions (exemple : $\Delta p_{\min} = -10 \text{ bars}$) peut causer l'apparition de la cavitation

Coup de bélier (water hammer)



Fermeture rapide de vanne et propagation de l'onde de surpression et de dépression dans la canalisation

XX. Éléments d'hydrodynamique et d'aérodynamique en fluide réel (Écoulements aux grands nombres de Reynolds)



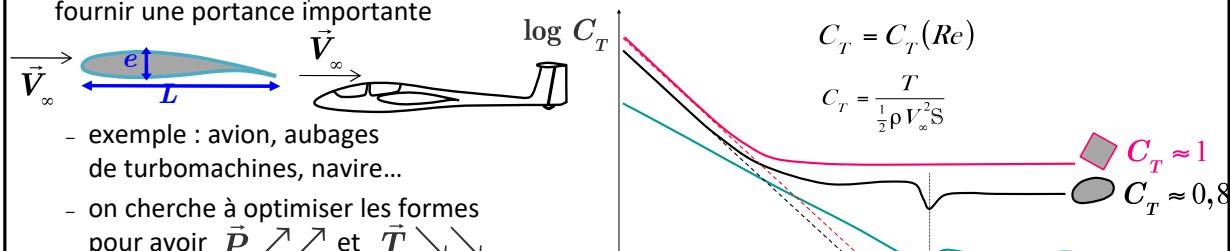
Leçon 23

Éléments d'aérodynamique en fluide réel aux grands Re

Objet

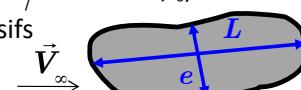
- Étude des efforts autour d'un ou plusieurs obstacles (Hydrodynamique [pour les liquides] et aérodynamique [pour les gaz] et externes) en mouvement aux $Re \ggg (Re = V_\infty L / \nu > 10000 \text{ à } 100000)$
- On s'intéresse notamment aux efforts de résistance à l'avancement (la traînée T) et de portance P (effet utile). Pour ce faire, on considère 2 types d'obstacles :

➤ Obstacles profilés ($e/L < 20\%$) dont l'objectif premier est souvent de minimiser la traînée et de fournir une portance importante

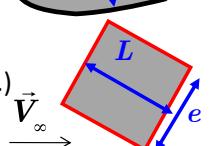


➤ Obstacles non-profilés ($e/L \approx 100\%$)

- Aux contours progressifs (véhicule terrestre...)



- À arêtes vives (bâtiments, poutres, pylônes électriques...)



Mécanique des Fluides

Forces dues à l'écoulement et différentes contributions à la traînée

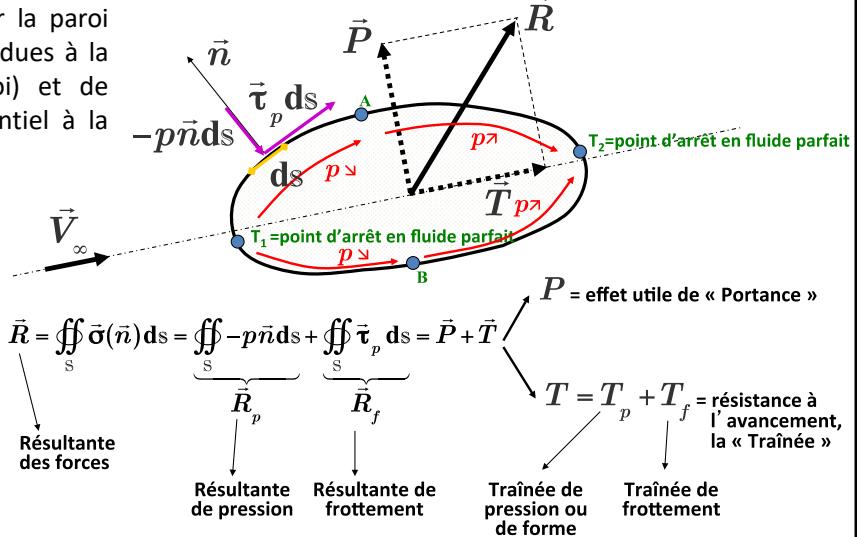
La résultant \vec{R} des forces sur la paroi résulte des forces de contact dues à la pression (normale à la paroi) et de tension de frottement (tangentiel à la paroi)

En 2D, la résultante se décompose en une force :

- de traînée (T)
 - et de portance (P).

$$\text{coeff. traînée : } C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

$$\text{coeff. portance : } C_z = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S}$$

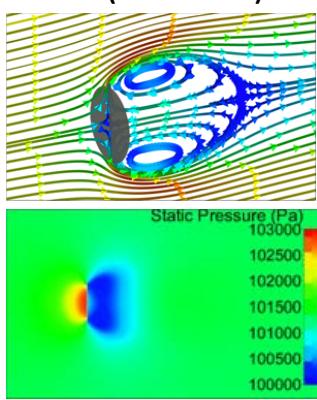


La traînée T est par convention orientée dans le sens de l'écoulement ($\vec{T} \parallel \vec{V}_\infty$). Pour un obstacle se déplaçant à une vitesse \vec{V}_∞ c'est la force aérodynamique ou hydrodynamique qui tend à le freiner (résistance à l'avancement). Cette traînée se décompose elle-même en une traînée due à la pression (T_p) et une traînée due aux tensions tangentielles de frottement (T_f)

La portance P est dirigée perpendiculairement à la traînée. Pour un avion c'est l'effet utilisé qui le « porte » c-à-d qui compense son poids pour lui permettre de voler.

Mecanique des Fluides

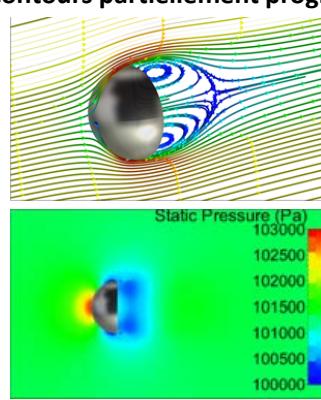
Obstacle non-profilé (arêtes vives)



$$\underbrace{\left(C_{T_{\text{frottement}}} + C_{T_{\text{pression liée aux décollements}}} \right)}_{C_T \approx 1,3} \approx 0,0001 \quad \underbrace{\approx 1,3}$$

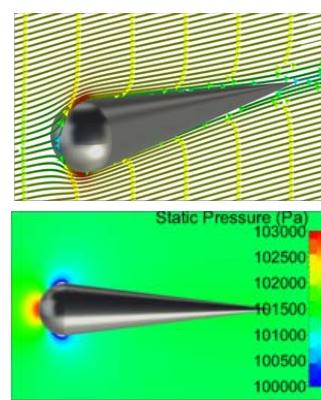
$$T = \underbrace{(C_{T_{\text{frottement}}} + C_{T_{\text{pression liée aux décollements}}})}_{C_T} \frac{1}{2}$$

Obstacle non-profile
(contours partiellement progressifs)



$$\underbrace{(C_T \text{frottement} + C_T \text{pression liée aux décollements})}_{C_T \approx 0,444} \approx 0,017 + 0,427$$

Obstacle profilé

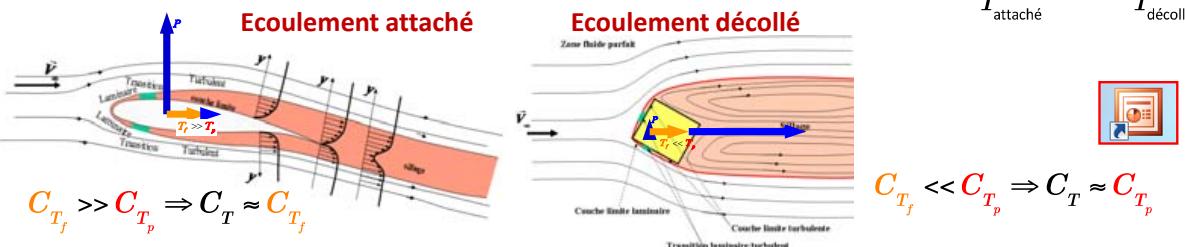


$$\underbrace{\left(C_T_{\text{frottement}} + C_T_{\substack{\text{pression liée} \\ \text{aux décollements}}} \right)}_{C_T \approx 0,055} \approx 0,0414 \quad \underbrace{C_T}_{\approx 0,0139}$$

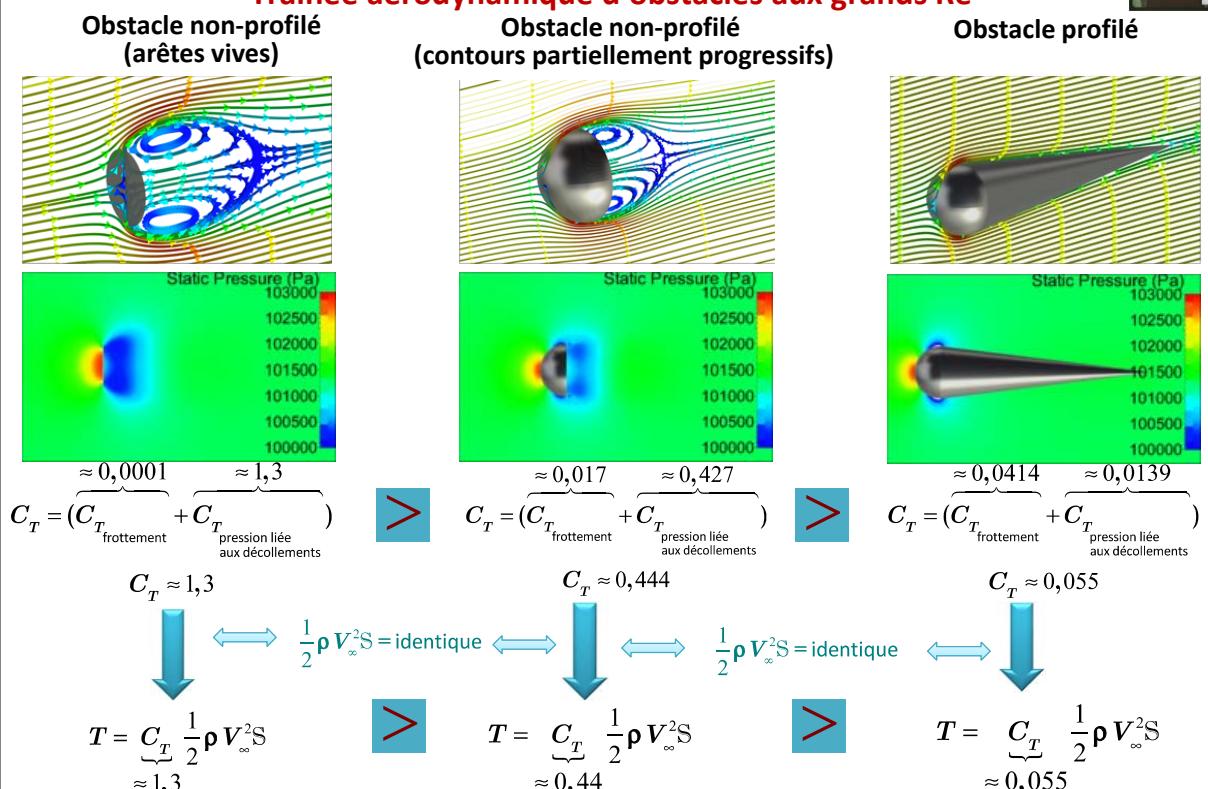
$$T = \underbrace{(C_{T_f} + C_{T_p})}_{C_T \approx 0,055} \rho V_\infty^2 S$$

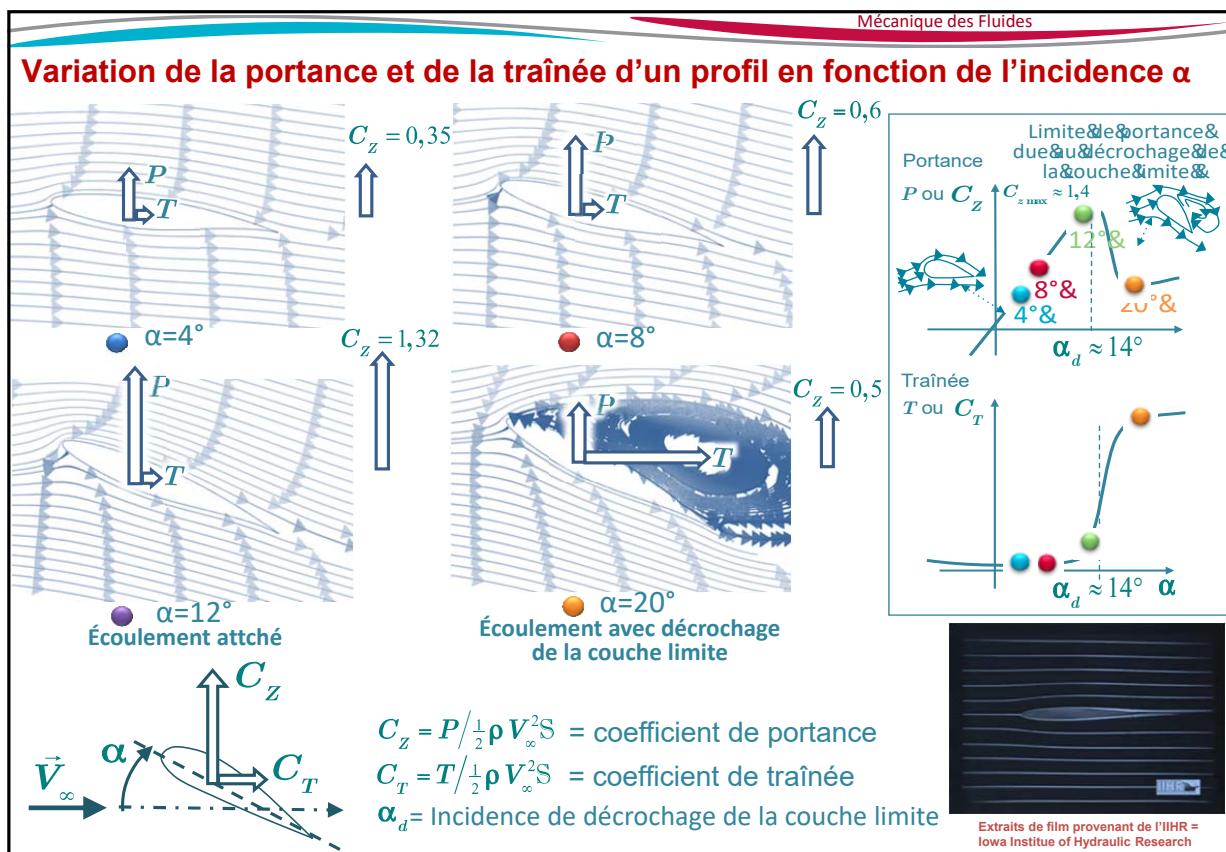
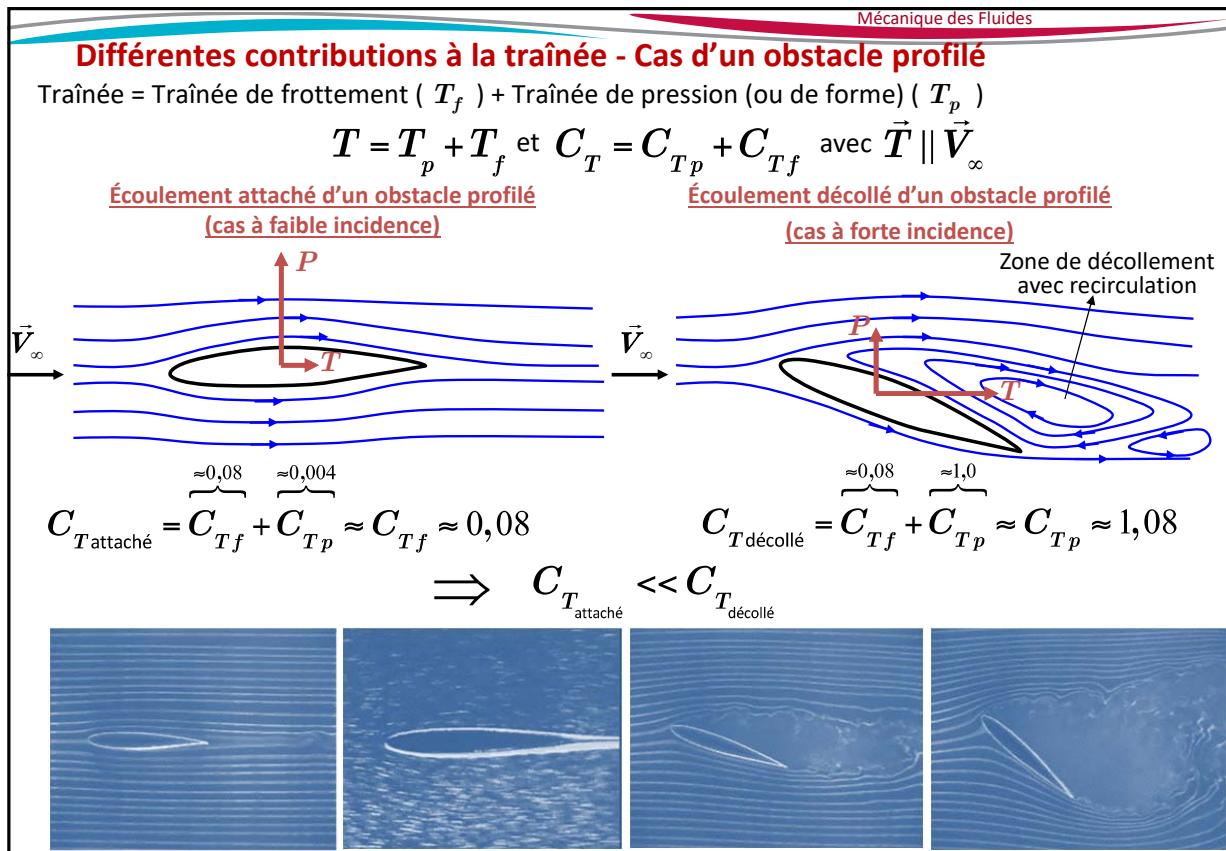
Différentes contributions à la traînée

- La traînée est toujours orientée dans le sens de l'écoulement (elle freine l'objet): $\vec{T} \parallel \vec{V}_\infty$
- La traînée peut être décomposée sous deux formes: $\vec{T} = \vec{T}_p + \vec{T}_f$
 - Une traînée de frottement (T_f) résultant des tensions de frottement le long de la paroi
 - Une traînée de pression (ou de forme) (T_p) due à un déséquilibre de pression entre la surface amont (en surpression) et la surface aval (en dépression) de l'obstacle
- Le coefficient de traînée peut être décomposé en coefficient de traînée de frottement (C_{T_f}) et coefficient de traînée de pression (ou de forme) (C_{T_p}): $C_T = C_{T_p} + C_{T_f}$
- Si il y a décollement, $T_p >> T_f$ ($C_{T_p} >> C_{T_f}$), la traînée est principalement une traînée de pression: $T \approx T_p$ et $C_T \approx C_{T_p}$ (Rem: En pratique C_{T_f} est faible: $C_{T_f} < 0,1$)
- Si la couche limite reste attachée, $T_p << T_f$ ($C_{T_p} << C_{T_f}$), la traînée est principalement une traînée de frottement: $T \approx T_f$ et $C_T \approx C_{T_f}$
- En conséquence, la traînée pour des écoulements non décollés (attachés) est bien plus faible que pour des écoulement avec décollement de la couche limite: $C_{T_{\text{attaché}}} << C_{T_{\text{décollé}}}$



Traînée aérodynamique d'obstacles aux grands Re





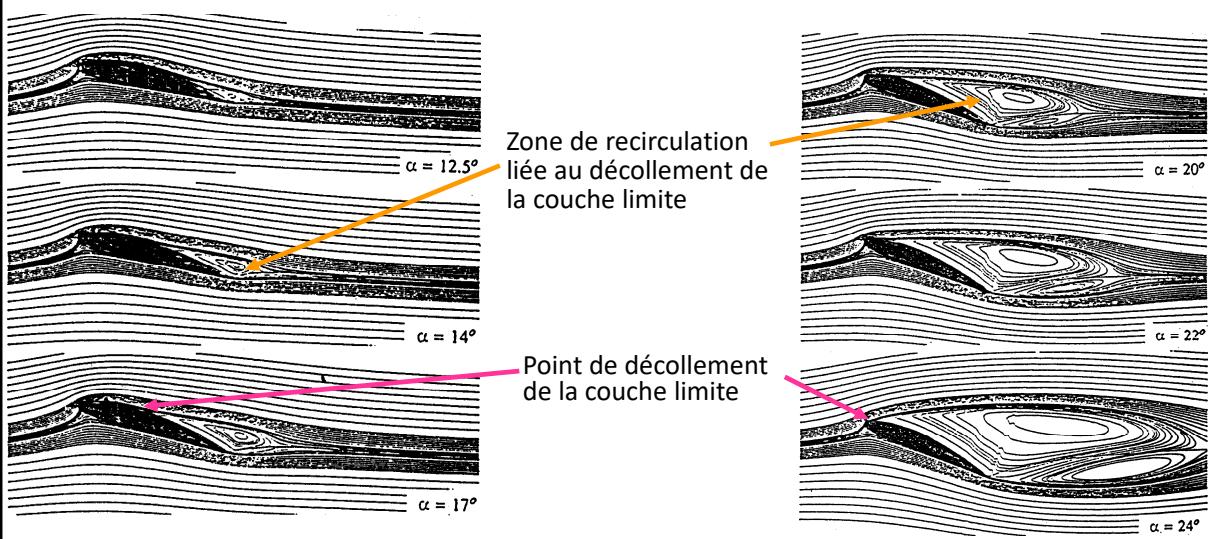
Variation de la portance et de la traînée d'un profil en fonction de l'incidence α

- A faible incidence ($\alpha < \alpha_d \approx 15^\circ$), la couche limite est «attachée» le long de la paroi
 - La portance $P \nearrow$ si $\alpha \nearrow$ ($C_z \nearrow$ si $\alpha \nearrow$)
 - L'↗ de P est la conséquence de l'augmentation de la dépression (↘ de la pression) sur la surface supérieure du profil (l'extrados) liée au resserrement des lignes de courant sur cette partie supérieure avec ↗ d'incidence
 - La traînée $T \ll$ et varie peu ($C_T \approx \text{Cte}$ si $\alpha \nearrow$)
 - La traînée de pression est très faible. La traînée globale est quasi égale à la traînée de frottement:
- Au delà ($\alpha > \alpha_d$) d'une incidence critique appelée l'incidence de décrochage α_d , on a décollement de la couche limite
 - La couche limite voit son épaisseur δ augmenter brutalement et fortement et présenter une zone de recirculation. On parle de **séparation** ou de **décollement de la couche limite**. Le point où apparaît cette forte augmentation de la couche limite est appelé «**point de décollement**». Il correspond au moment où, près de la paroi, on constate une inversion de la direction de l'écoulement : le début d'une zone de recirculation.
 - La portance $P \searrow$ si $\alpha \nearrow$ ($C_z \searrow$) et la traînée $T \nearrow$ ($C_T \nearrow$) La traînée de pression devient plus importante que celle de frottement

Rem: En aéronautique, le dépassement de l'incidence de décrochage est redouté car il correspond à une chute brutale de portance qui, en conséquence, ne permet plus de compenser le poids (l'avion se met à chuter). Ce phénomène est amplifié par l'augmentation brutale de la traînée qui apparaît pour $\alpha > \alpha_d$. En effet, la forte traînée qui n'est plus compensée par la poussée des moteurs a pour effet de ralentir l'avion. La portance étant proportionnelle au carré de la vitesse ($P = C_z \frac{1}{2} \rho V_s^2 S$), cette chute de vitesse cause une chute supplémentaire de portance. L'altitude de l'avion chute très rapidement.

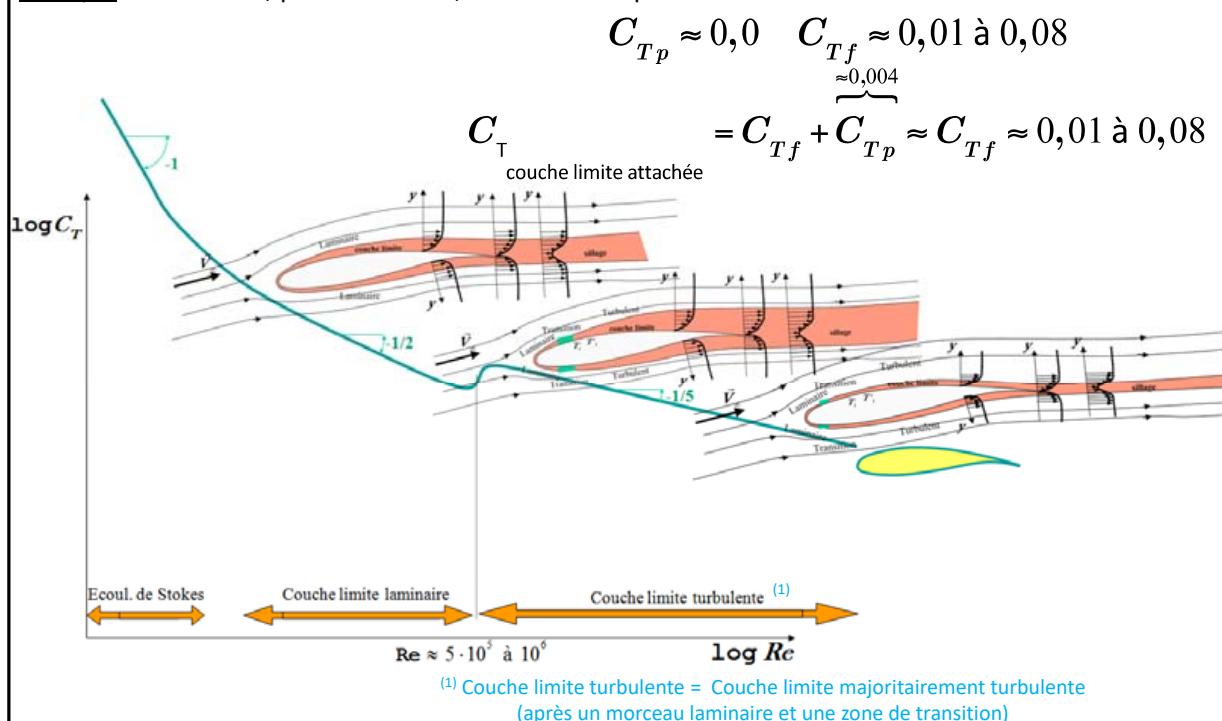
Comportement de la couche limite visqueuse en fonction de l'incidence

- Pour les petits angles d'incidence (<12,5° pour le profil de l'illustration) les lignes de courant collent à la paroi et les performances aérodynamiques sont excellentes : grande portance et faible traînée. Dans ce cas la couche limite visqueuse située le long de la paroi reste attachée
- Pour une certaine incidence maximum appelée « incidence de décrochage » (égale à 12,5° pour le profil de l'illustration), les lignes de courant se séparent de la paroi et les performances aérodynamiques chutent dangereusement : faible portance et grande traînée. Dans ce cas, la couche limite visqueuse se décroche, se décolle de la paroi créant ainsi une zone de recirculation qui augmente de taille avec l'incidence



Évolution de la traînée pour un obstacle profilé (écoulement attaché)

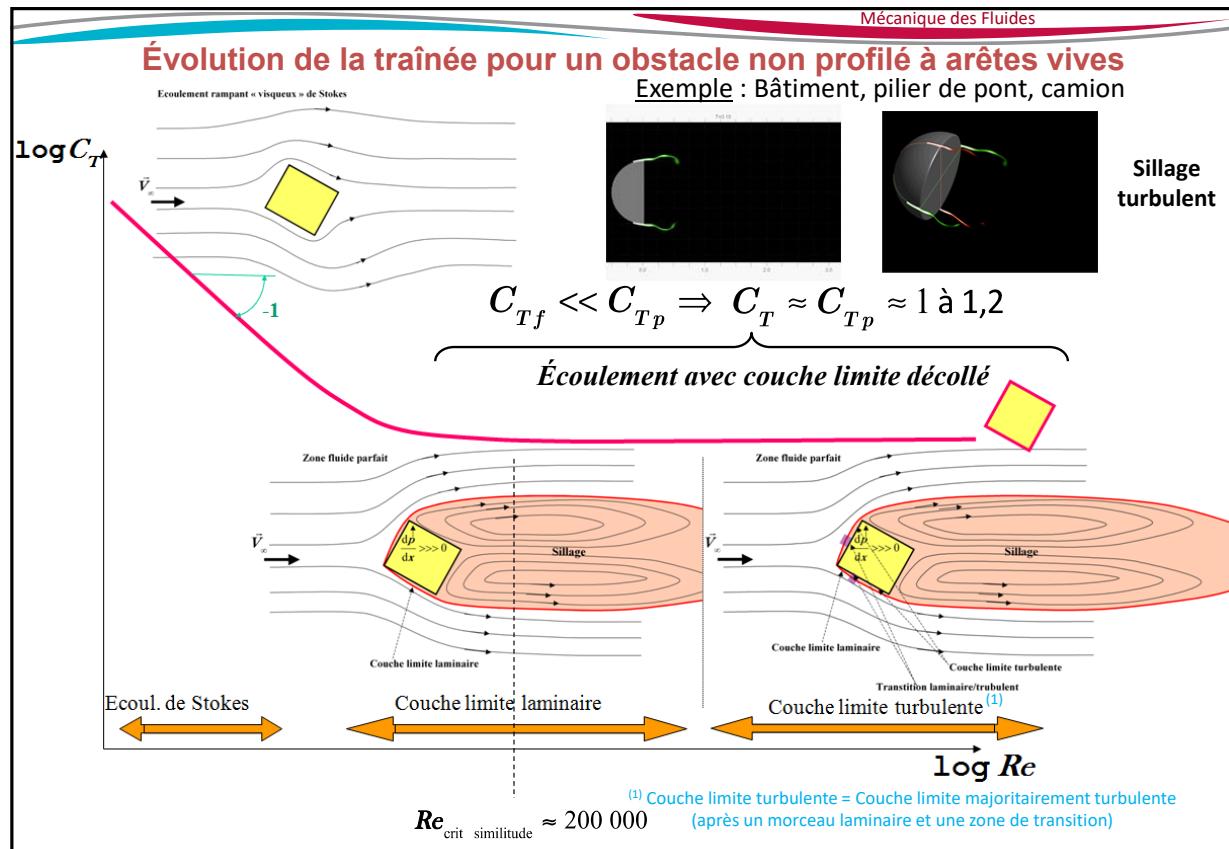
Exemple : aile d'avion, pale d'éolienne, ailette de compresseur axial



⁽¹⁾ Couche limite turbulente = Couche limite majoritairement turbulente
(après un morceau laminaire et une zone de transition)

Évolution de la traînée pour un obstacle profilé (écoulement attaché)

- Pour des Reynolds <<, l'écoulement est un écoulement rampant de Stokes. $C_T \searrow$ progressivement avec Re . Dans cette zone $C_T \div 1/Re$ (zone linéaire de pente -1 dans une diagramme logarithmique)
- Quand $Re \nearrow$, les effets visqueux se concentrent sous forme d'une couche limite autour de l'obstacle et d'un sillage derrière celui-ci.
 - Pour une couche limite attachée, la traînée est essentiellement de frottement : $C_T \approx C_{Tf}$
 - Pour des Reynolds faibles ($Re < 5 \cdot 10^5$), la couche limite est laminaire:
 - Le logarithme de $C_T \searrow$ quasi linéairement avec le logarithme de Re : $C_T \approx \div 1/\sqrt{Re}$ (zone linéaire de pente -1/2 dans un diagramme logarithmique)
 - Cette \searrow est liée à la \searrow de l'épaisseur de la couche limite lorsque $Re \nearrow$;
 - Lorsque la couche limite est turbulente sur la quasi-totalité de l'obstacle profilé ($Re > 10^6$):
 - La traînée est plus élevée que celle pour une couche limite laminaire au même Re .
 - Le logarithme de $C_T \searrow$ quasi linéairement avec le logarithme de Re : $C_T \approx \div 1/(Re)^{1/5}$ (zone linéaire de pente -1/5 dans un diagramme logarithmique)
 - Comme pour le cas laminaire, cette diminution est liée à la diminution de l'épaisseur de la couche limite et du sillage lorsque $Re \nearrow$;
 - Les frottements étant plus importants en turbulent qu'en laminaire, cette diminution de C_T en fonction de Re est plus lente.
- Rem : La largeur du sillage est l'image de l'importance des pertes par frottement visqueux → Si la largeur du sillage diminue, les pertes sont localisées dans une zone de dimension plus faible et le coefficient de traînée C_T diminue.
Dans un écoulement non décollé, la largeur du sillage diminue avec $Re \nearrow$
→ le coefficient de traînée $C_T \searrow$ avec $Re \nearrow$



Évolution de la traînée pour un obstacle non profilé à arêtes vives

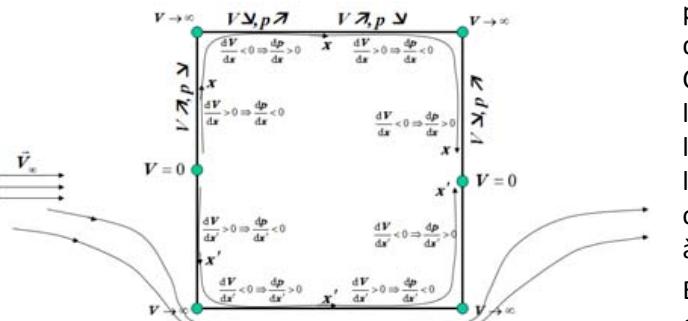
- Aux petits Re , les effets visqueux dominent et l'écoulement est un écoulement rampant de Stokes. Les effets de viscosité diminuent lorsque Re augmente, diminue avec l'augmentation de Re . Dans cette zone $\frac{1}{C_T} \propto 1/Re$ (zone linéaire de pente -1 dans un diagramme logarithmique)
- Re augmentant, les effets visqueux se confinent près de la paroi sous forme d'une couche limite et des séparations visqueuses commencent à apparaître sur la partie aval de l'obstacle
 - Ces points de décollement sont toujours situés sur les arêtes là où, en fluide parfait, le gradient de pression adverse tend vers l'infini ($d\bar{p}/dx \gg 0$).
 - On remarque qu'aux Re élevés, la position des points de décollement ne varie pas en fonction de la structure laminaire ou turbulente de la couche limite.
 - La courbe de C_T en fonction de Re comprend un palier au-delà d'un Re^* critique "de similitude"
 - Lié au déséquilibre important de pression entre les surfaces amonts de l'obstacle et ses surfaces aval, la traînée est essentiellement une traînée de pression ($T_p \gg T_f$) et le terme de traînée de frottement peut, en pratique, être négligé :

$$T \approx T_p \quad \text{et} \quad C_T \approx C_{Tp} \approx 1 \text{ à } 1,2$$

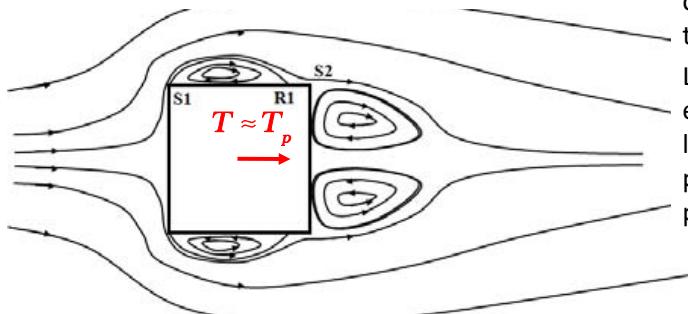
- Rem : La largeur du sillage est l'image de l'importance des pertes par frottement visqueux
 - Si la largeur du sillage diminue, les pertes sont localisées dans une zone de dimension plus faible et le coefficient de traînée C_T diminue. Comme pour le sillage de l'écoulement décollé autour de l'obstacle non profilé à arêtes vives ne varie plus significativement pour $Re > Re^*$ crit "de similitude" → le coefficient de traînée $C_T \approx \text{const}$ avec Re pour $Re > Re^*$ crit "de similitude"

Exemple de décollement : Écoulement autour d'un carré

Écoulement potentiel de fluide parfait



Allure de l'écoulement en fluide réel



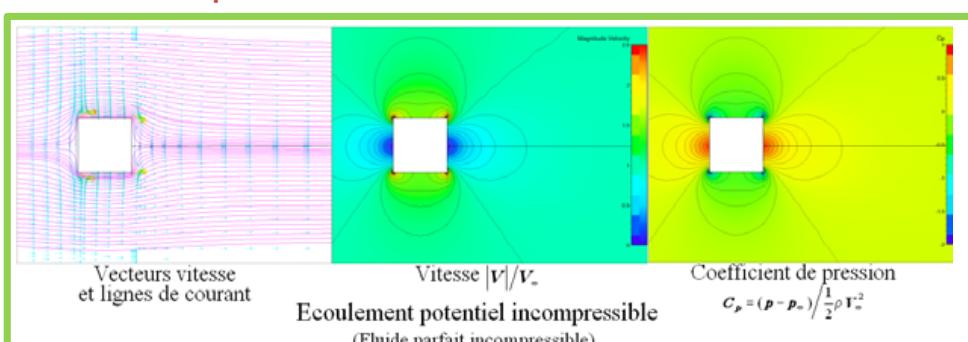
En fluide réel, en S1 le gradient adverse de pression extrêmement intense juste à l'aval de S1 cause un décollement immédiat de la Couche Limite (CL). En se rapprochant de S2, le gradient de pression est favorable à l'écoulement (la pression diminue) et peut (si la distance entre S1 et S2 est suffisante) causer le réattachement de la CL en R1. De S1 à R1 on a alors une bulle de recirculation.

En S2 le gradient adverse de pression extrêmement intense juste à l'aval de S2 cause un décollement immédiat de la CL. On obtient un sillage relativement large avec des tourbillons contrarotatifs.

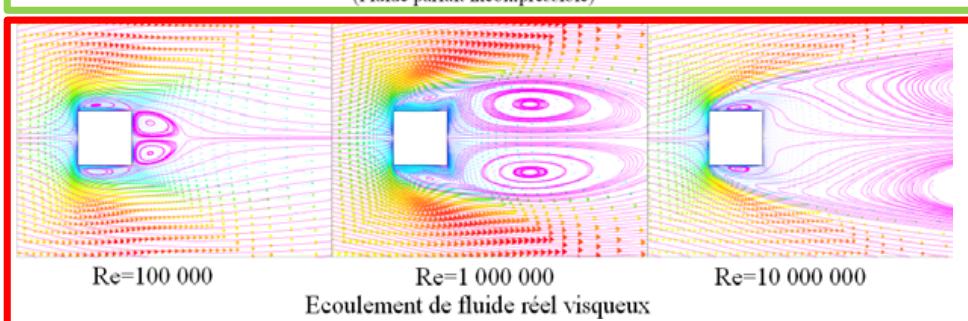
Lié au déséquilibre important de pression entre les surfaces amont et aval de l'obstacle, la traînée est essentiellement une traînée de pression et le terme de traînée de frottement peut, en pratique, être négligé:

$$T \approx T_p \text{ et } C_T \approx C_{Tp}$$

Exemple de décollement : Écoulement autour d'un carré

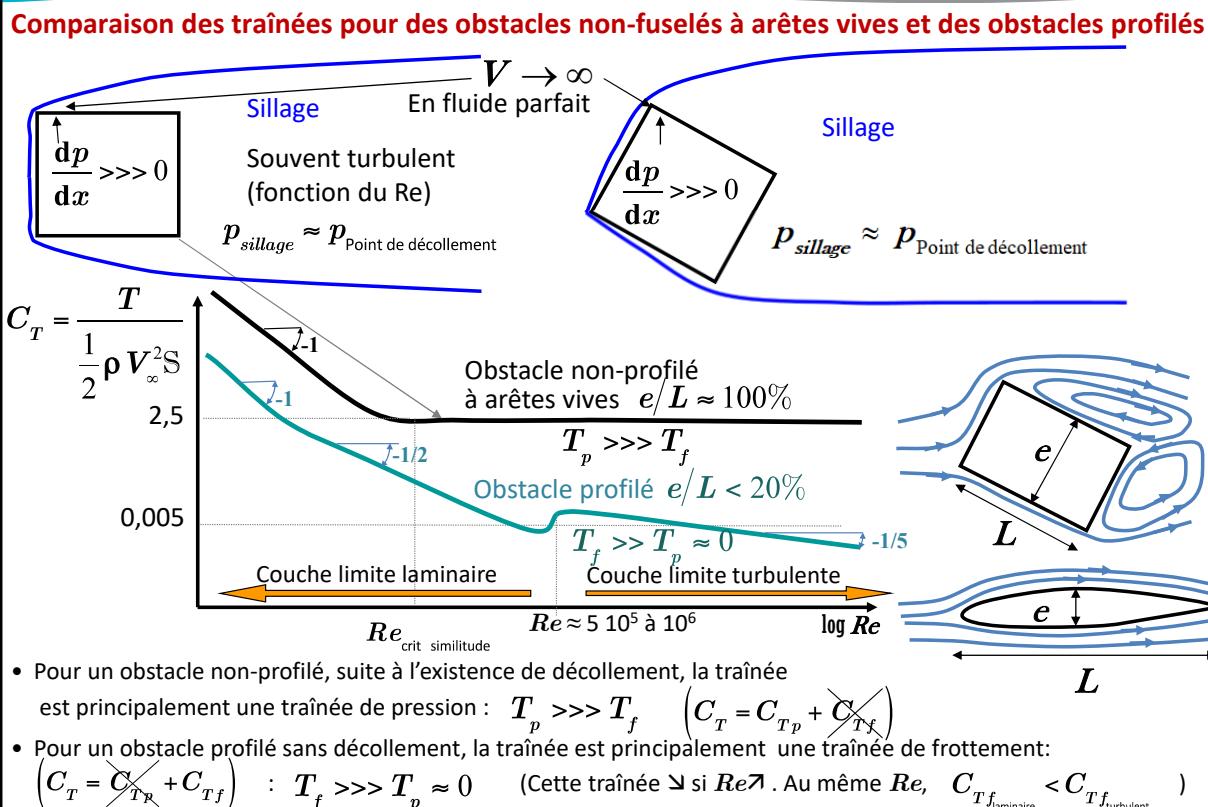


Modèle du fluide parfait
(Hypothèse idéalisée)



Cas du fluide réel

La structure des décollements dépend du Reynolds.
Au-delà d'un Reynolds « critique de similitude » la structure de l'écoulement et des décollements évolue peut et le C_T reste constant

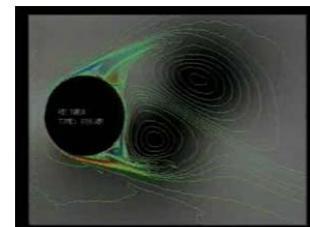
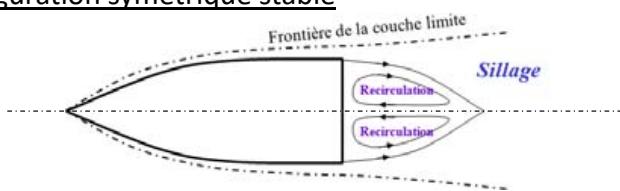


Exemple de décollement : Écoulement au culot d'un obstacle

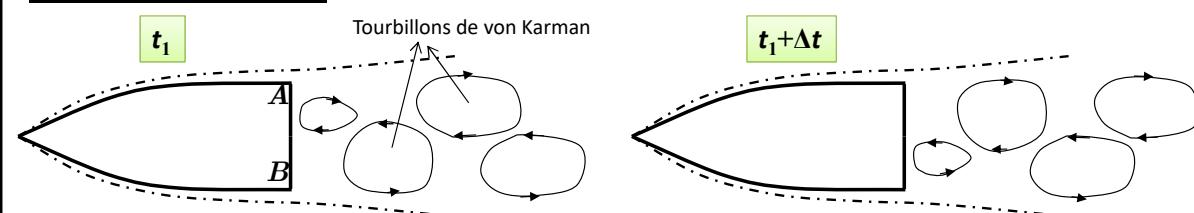
Suivant le nombre de Reynolds, on pourra obtenir 2 configurations :

- Le premier cas, les 2 tourbillons sont totalement symétriques et stables
- Le deuxième cas, donne un écoulement instationnaire où les tourbillons ne sont pas symétriques au culot. Ces tourbillons sont instables et s'échappent alternativement entre les points **A** et **B** induisant des efforts alternés sur l'obstacle. En pratique, cette alternance d'échappements tourbillonnaires (appelée tourbillon de von Karman) se fait avec une grande régularité à une fréquence fixe en fonction du Reynolds. Cette fréquence est adimensionnellement caractérisée par le Strouhal noté **St**

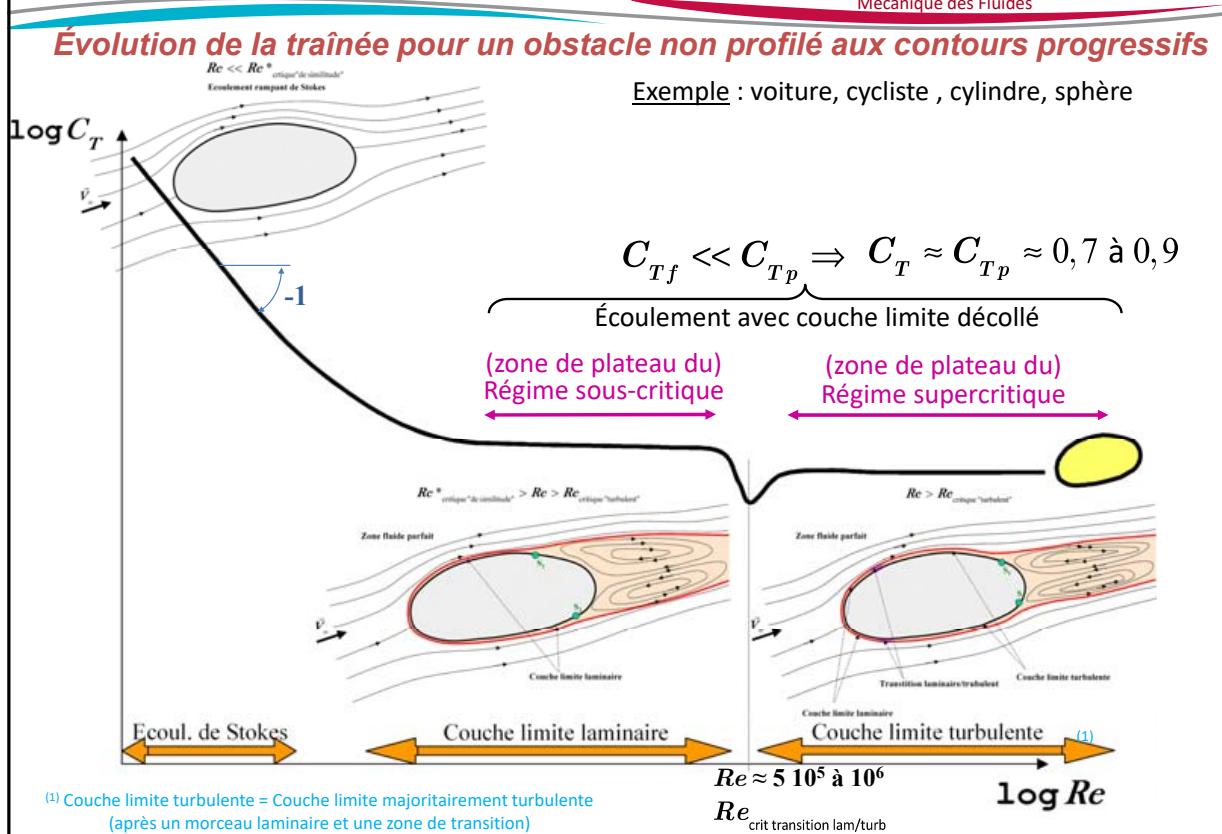
Configuration symétrique stable



Configuration instable: Émission alternée de tourbillon à l'aval de l'obstacle



Rem: Pour d'autres configurations non profilées on peut également avoir ce type d'émission alternée de tourbillons de von Karman. Ce phénomène apparaît dans une certaine gamme de **Re**

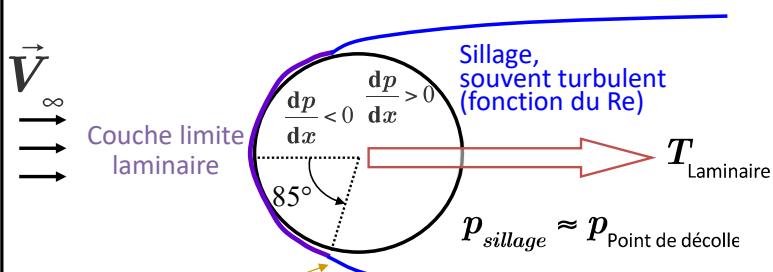


Évolution de la traînée pour un obstacle non profilé aux contours progressifs

- Aux petits Re , les effets visqueux dominent et l'écoulement est un écoulement de Stokes. Les effets de viscosité \rightarrow lorsque $Re \nearrow$ et donc $C_T \rightarrow$ avec l' \nearrow de Re .
 - Quand $Re \nearrow$, des séparations visqueuses commencent à apparaître. Le Re continuant à \nearrow , les effets visqueux se confinent dans une pellicule le long de la paroi (la couche limite) et dans les zones de décollement et de sillage à l'aval.
- On remarque qu'aux Re élevés, C_T présente 2 paliers situés de part et d'autre d'un Re critique:
- Le premier palier correspond au développement d'une couche limite laminaire jusqu'au point de décollement.
 - Le second palier correspond au développement d'une couche limite turbulente en amont du point de décollement. Cette couche limite turbulente résistant mieux au décollement que la couche limite laminaire, les points de décollement sont reculés, le sillage et la traînée diminuent « vis-à-vis du cas laminaire ».
→ Pour un même Reynolds, le C_T de l'écoulement en régime sous-critique est plus élevé que celui de l'écoulement supercritique
 - Ces paliers sur la valeur de correspondent à des gammes de Re où la position des points de décollement varie peu en fonction de Re .
 - Lié au déséquilibre important de pression entre les surfaces amonts de l'obstacle et ses surfaces aval, la traînée est essentiellement une traînée de pression et la traînée de frottement peut, en pratique, être négligé ($T_p \gg T_f$) : $T = T_p + T_f \approx T_p$
 - Rem : La largeur du sillage est l'image de l'importance des pertes par frottement visqueux
→ Si la largeur du sillage diminue, les pertes sont localisées dans une zone de dimension plus faible et le coefficient de traînée C_T diminue. Comme pour un obstacle non profilé aux contours progressifs à grand Re le sillage du décollement de la CL laminaire est plus large que le sillage du décollement de la CL turbulente → C_T couche limite laminaire décollé $>$ C_T couche limite turbulente décollé

Obstacle non profilé aux contours progressifs : Cas d'un cylindre circulaire

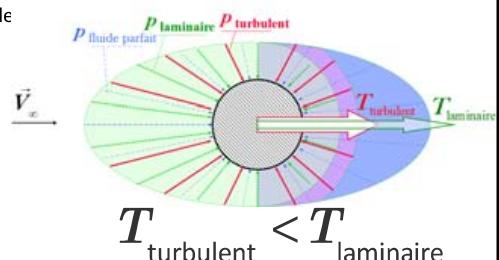
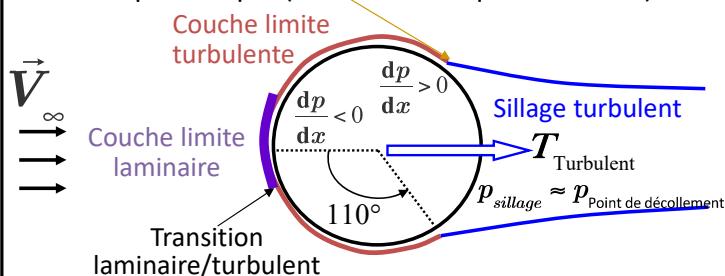
- Cas sous-critique ($Re < Re$ critique turbulent)



$T = \text{Traînée}$

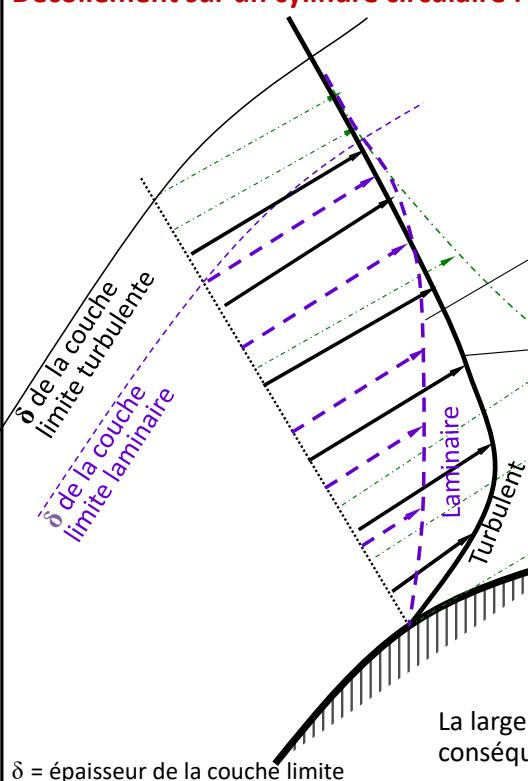
Rem : Le déséquilibre entre les pressions sur l'avant et sur l'arrière de l'obstacle cause une traînée de pression importante

- Cas supercritique ($Re > Re$ critique turbulent)

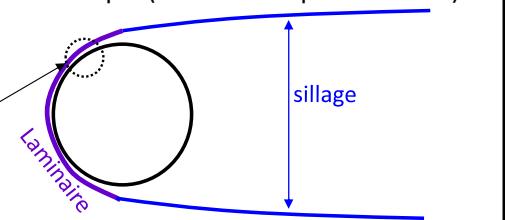


Rem : Dans le cas supercritique (c-à-d où la couche limite est devenue turbulente avant le point de décollement), le point de décollement est reculé
 → Le sillage ↘ et le déséquilibre de pression ↘
 → La traînée ↘ par rapport au cas sous-critique (régime laminaire)

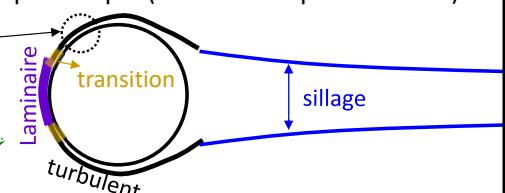
Décollement sur un cylindre circulaire : couches limites laminaire et turbulente



- Cas sous-critique ($Re < Re$ critique turbulent)



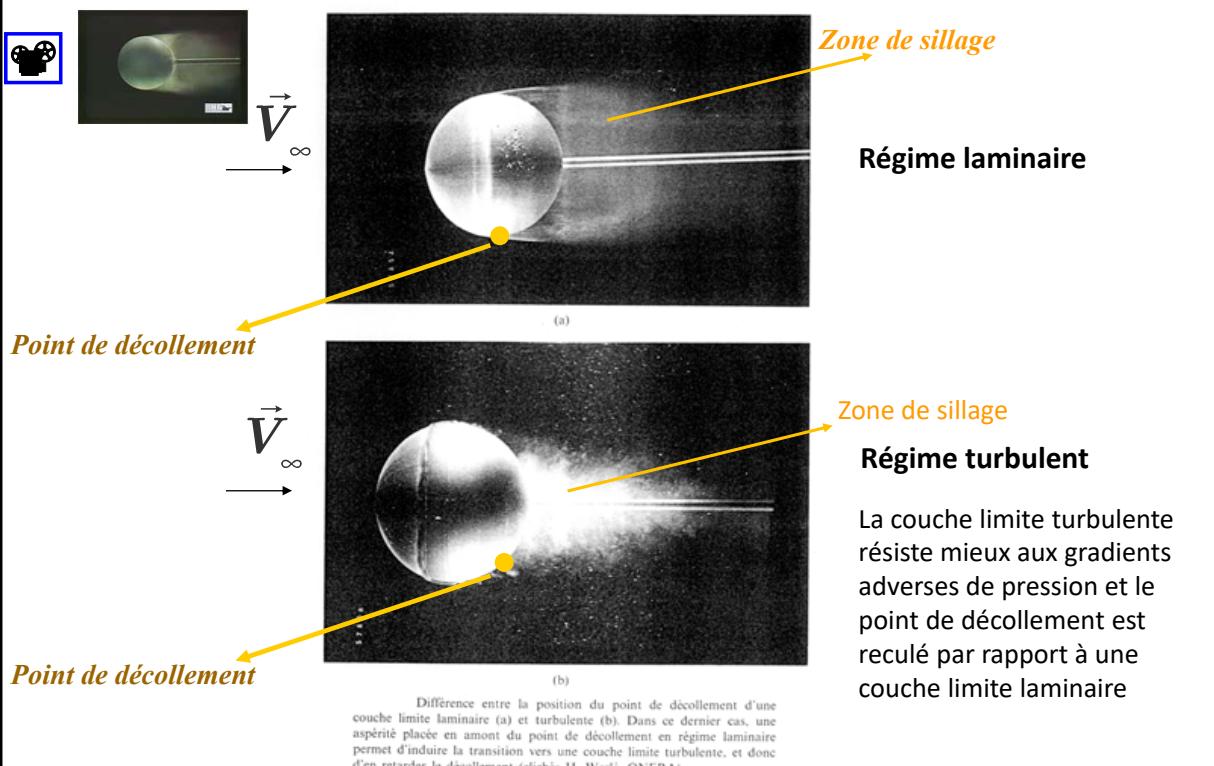
- Cas supercritique ($Re > Re$ critique turbulent)



Près de la paroi, l'énergie cinétique à l'intérieur d'une couche limite turbulente est plus importante que celle d'une couche limite laminaire → La couche limite turbulente offre une meilleure résistance au gradient adverse et retarde l'apparition du décollement par rapport à une couche limite laminaire

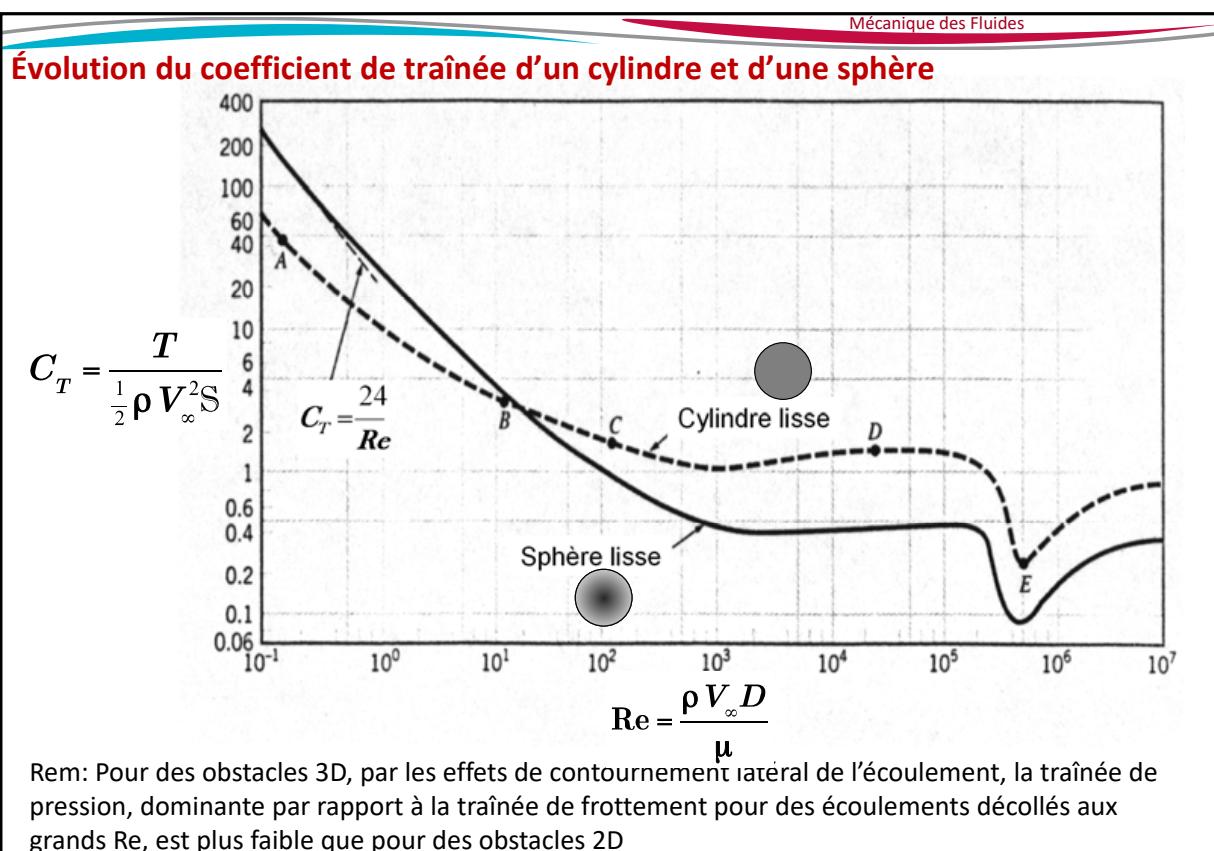
La largeur du sillage est l'image de l'importance des pertes et en conséquence de la traînée : Une largeur de sillage $>> \rightarrow T >>$

Décollement autour d'obstacles non profilés : cas d'une sphère



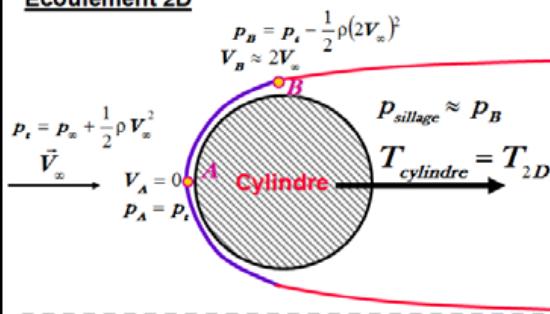
Régime turbulent

La couche limite turbulente résiste mieux aux gradients adverses de pression et le point de décollement est reculé par rapport à une couche limite laminaire

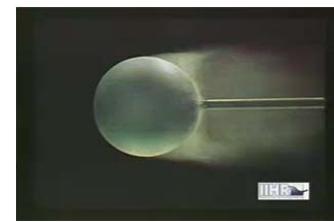
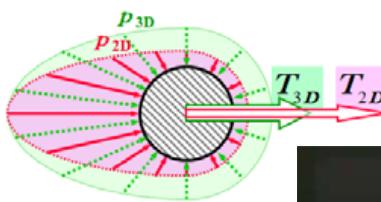
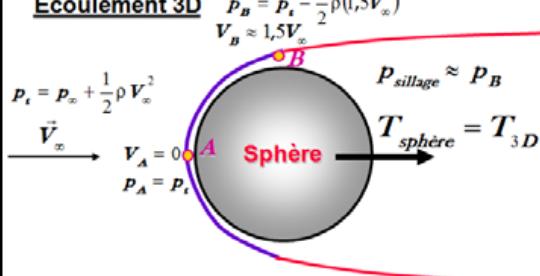


Comparaison du coefficient de traînée d'un cylindre et d'une sphère

Ecoulement 2D



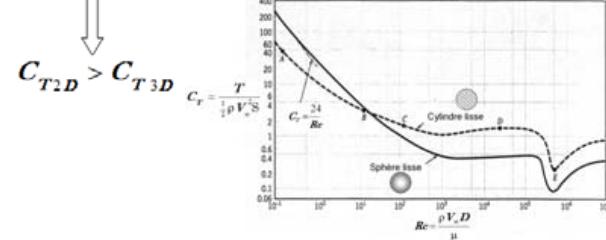
Ecoulement 3D



$$P_{sillage_{2D}} < P_{sillage_{3D}}$$

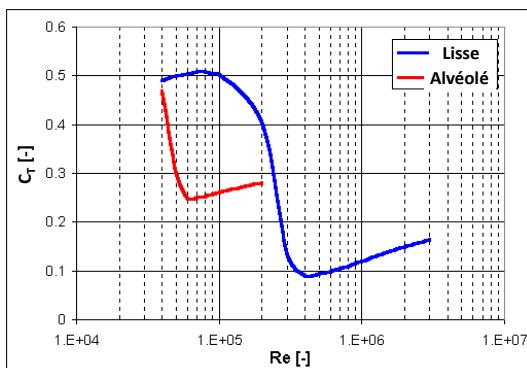
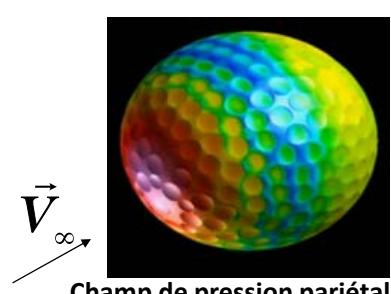
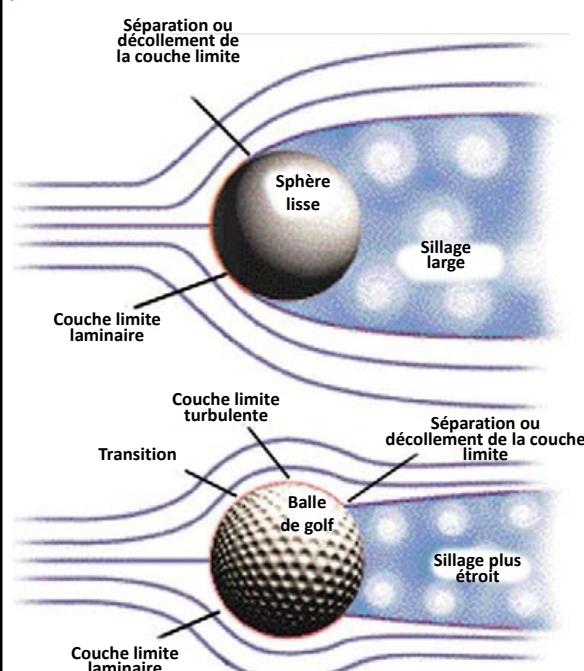
$$T_{2D} > T_{3D}$$

$$C_{T_{2D}} > C_{T_{3D}}$$

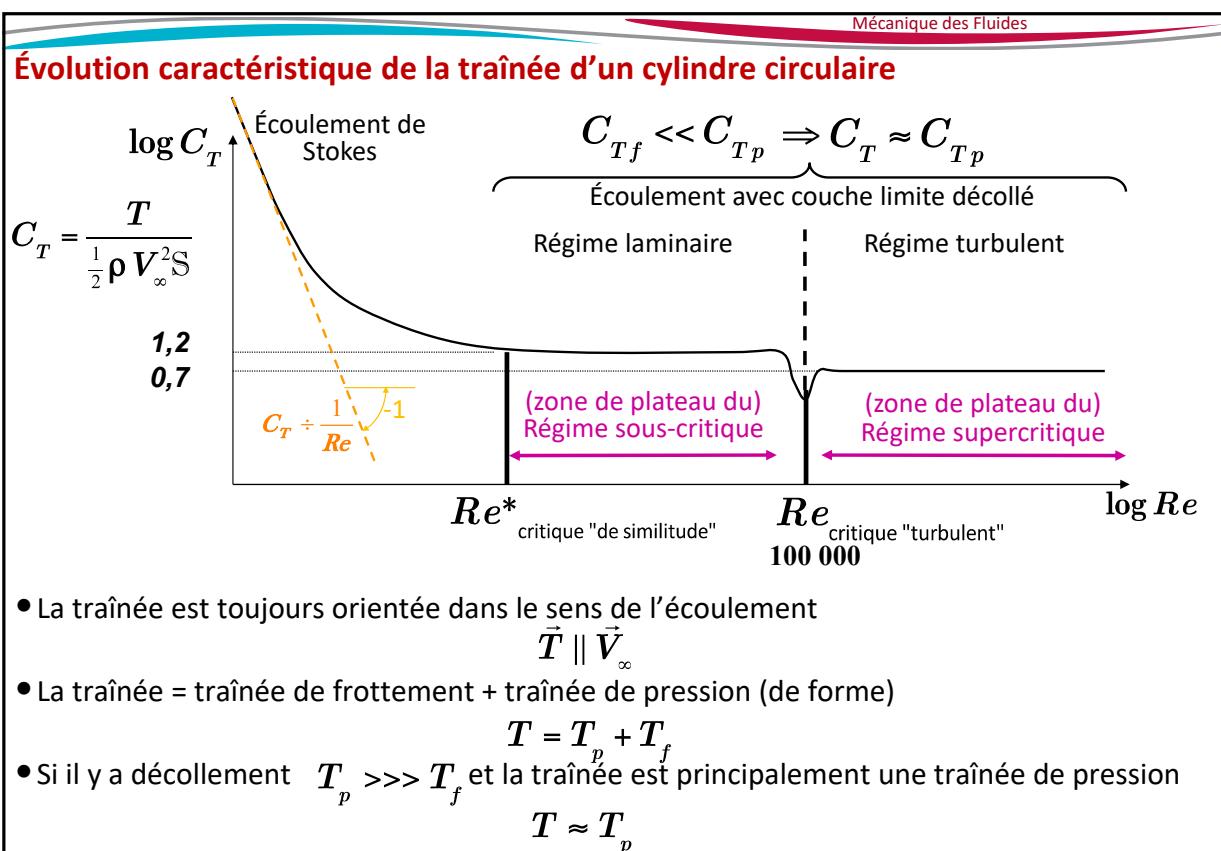
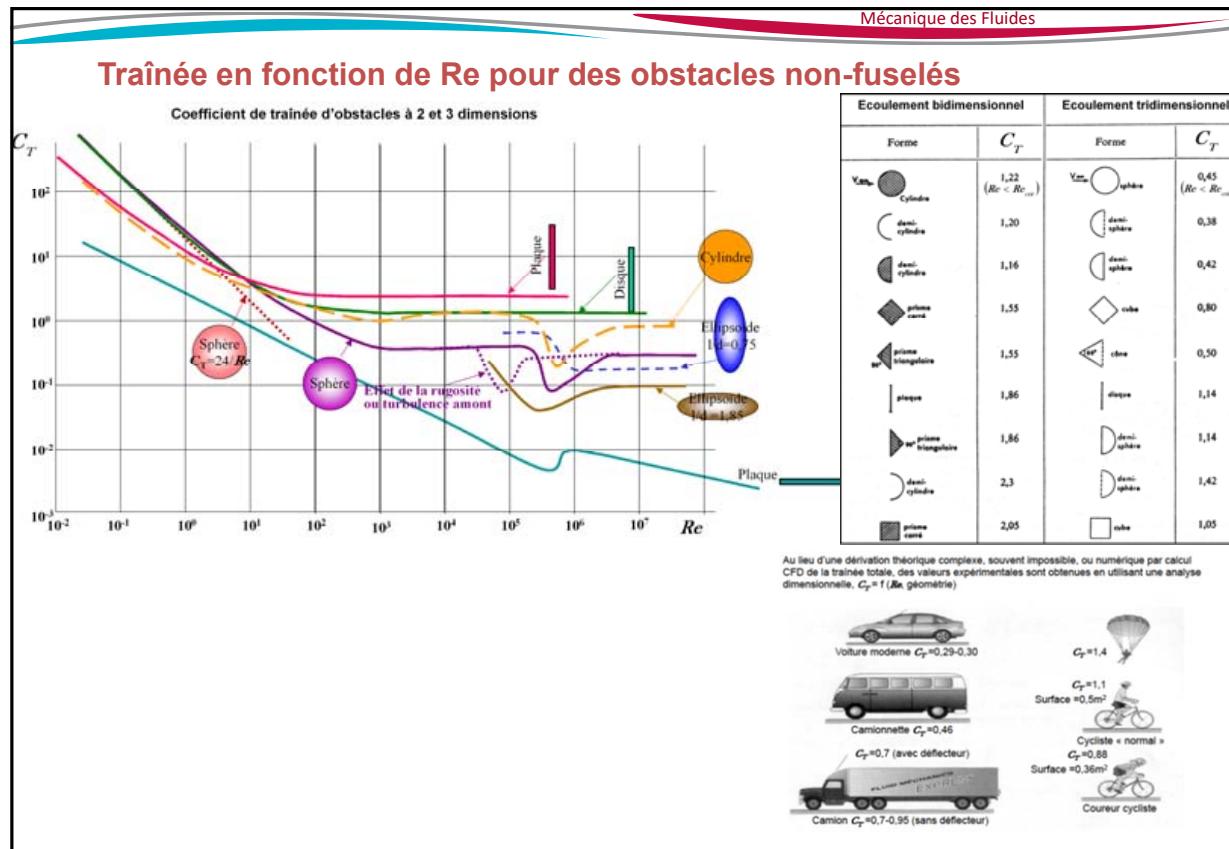


Pour des obstacles 3D, par les effets de contournement latéral de l'écoulement, la traînée de pression, dominante par rapport à la traînée de frottement aux grands Re , est plus faible que pour des obstacles 2D

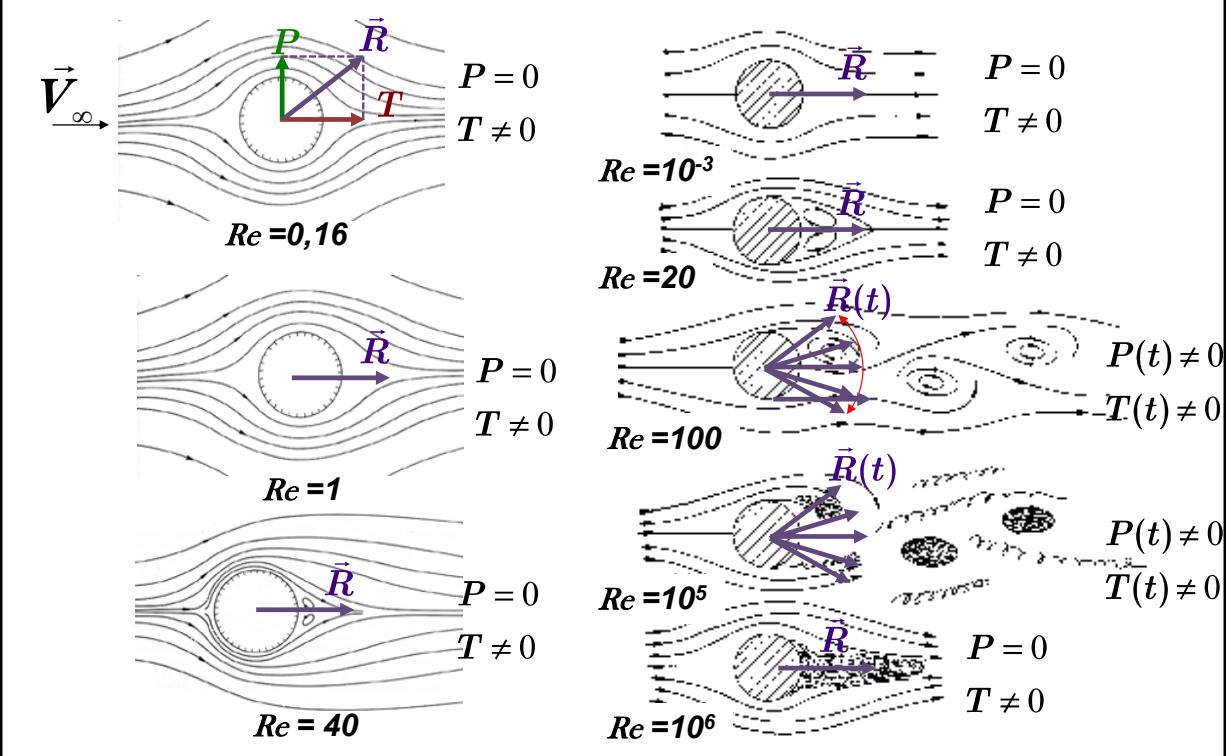
Ecoulement turbulent autour d'une balle de golf (effet des fossettes ou alvéoles sur le déclenchement de la transition laminaire-turbulent)



Evolution du coefficient de traînée en fonction du Reynolds



Régimes d'écoulements autour d'un cylindre circulaire

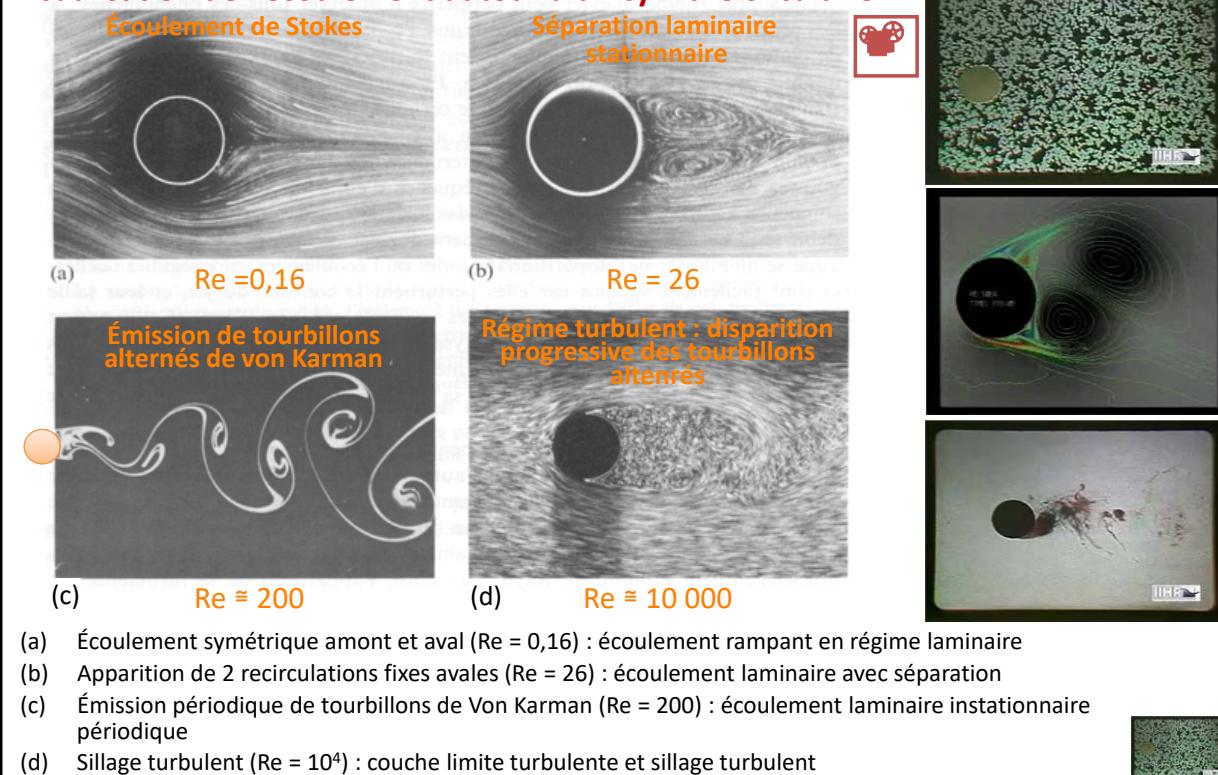


Écoulement autour d'un cylindre circulaire

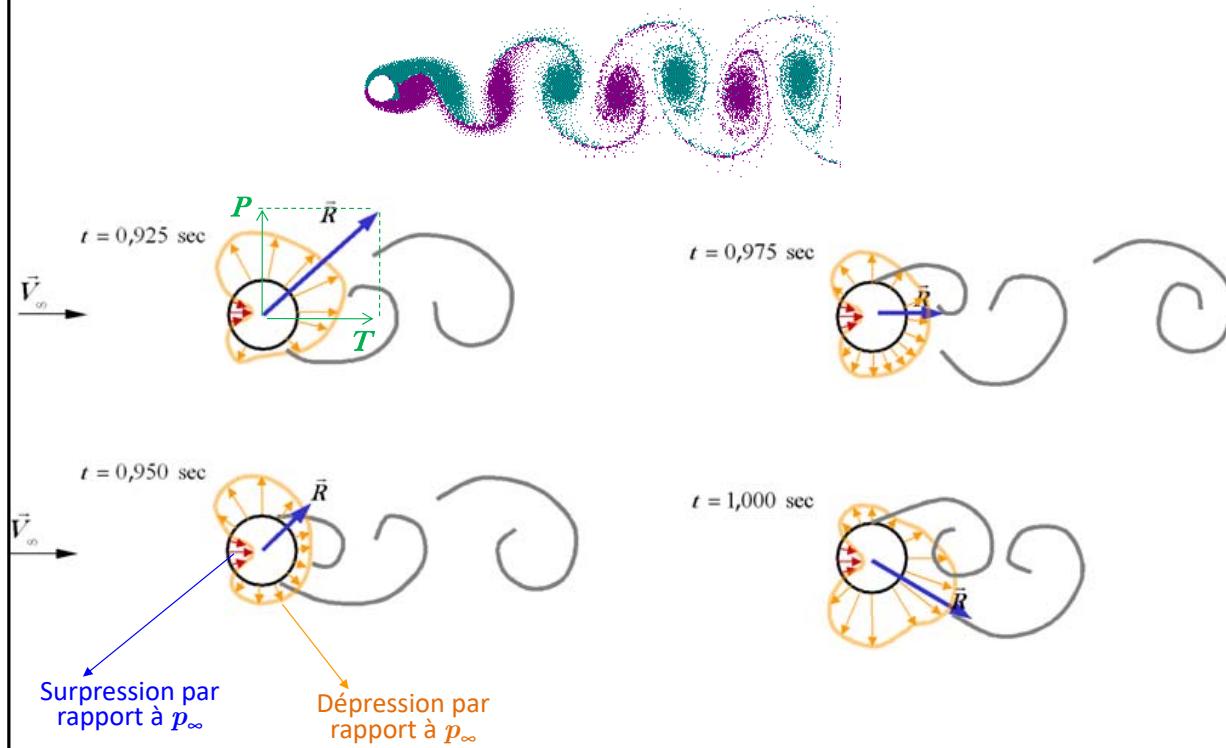
Le décollement entraîne une traînée élevée (attention au niveau de la RDM dans les cas où $V_\infty \gg$ et par conséquent $Re \gg$)

- $Re < 1$: écoulement visqueux laminaire attaché stationnaire et symétrique (écoulement rampant en régime laminaire)
- $Re \approx 20$: séparation laminaire stationnaire et symétrique (Apparition de 2 recirculations fixes avales tournant de manière contrarotative et symétrique)
- $50 \text{ à } 100 < Re < 10\,000$: Ecoulement laminaire avec tourbillons instationnaires (Suite à une instabilité, l'écoulement présente une émission périodique à une fréquence f de tourbillons alternés de von Karman)
 - La répartition des pressions n'est plus symétrique. Cette dissymétrie crée une portance non nulle.
 - La traînée T et la portance P , fluctuent périodiquement à une fréquence f qui a tendance à faire vibrer le cylindre.
 - Si la fréquence d'excitation aéro- ou hydrodynamique est voisine de la fréquence propre : !!! Risque de rupture de la structure (hydro- et aéroélasticité)
 - Phénomène alterné s'accompagne d'une émission sonore appelée son éolien
 - L'analyse dimensionnelle donne : $St = \frac{f D}{V_\infty} = f \left(Re = \frac{\rho V_\infty D}{\mu} \right) \approx 0,19$
- $10\,000 < Re < 100\,000$: la structure devient turbulente et les noyaux tourbillonnaires des émissions alternées sont progressivement détruits par la turbulence (Sillage turbulent). Seules les fluctuations turbulentes à haute fréquence subsistent et, en moyenne dans le temps, l'écoulement présente une portance nulle.
- $Re \gg 100\,000$: l'émission alternée est totalement détruite – écoulement turbulent permanent symétrique (couche limite et sillage turbulents)

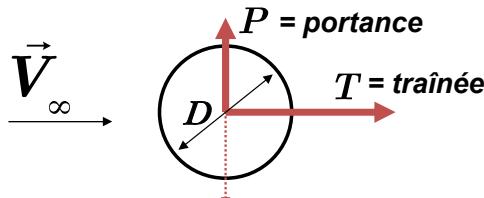
Visualisation de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire



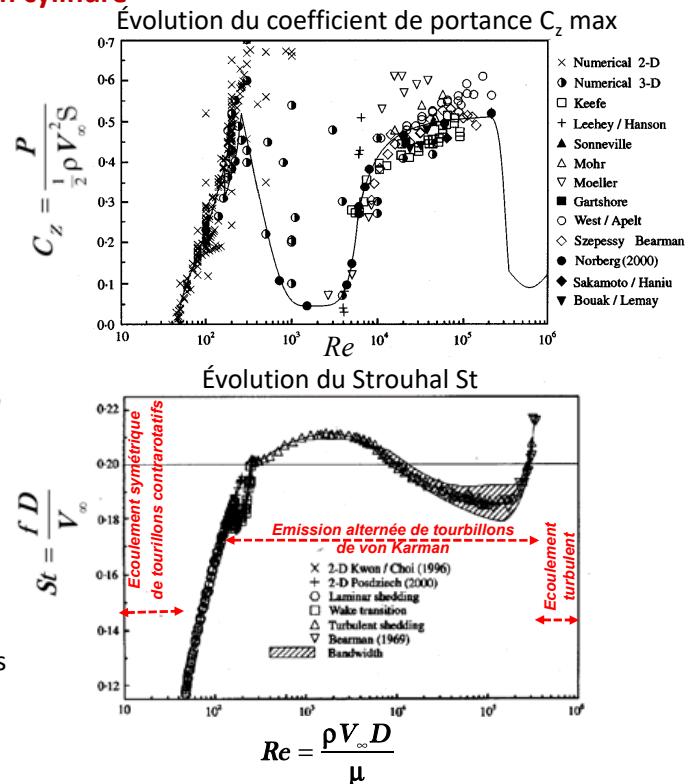
Tourbillons de von Karman et effort fluctuant sur un cylindre circulaire



Fréquence et portance fluctuante sur un cylindre

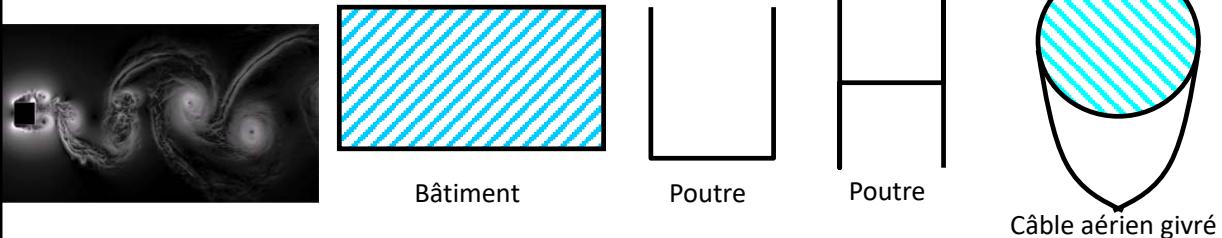


$f=1/T$ = fréquence du phénomène
d'émission alternée de tourbillons



Phénomène d'émission alternée de tourbillons

Le phénomène d'émission alternée de tourbillons de von Karman s'observe également sur d'autres sections



- Rem: sur les câbles givrés la résonnance entre fréquence d'émission aérodynamique de tourbillons alternés et fréquence propre d'oscillation des câbles porte le nom de « lignes électriques galopantes » ou « galloping »

- De façon générale, l'analyse dimensionnelle (théorème des π) donne pour la fréquence de l'émission alternée de tourbillons:

$$f = F(D, V_\infty, \rho, \mu)$$

$$\Rightarrow F(f, D, V_\infty, \rho, \mu) = 0$$

$$\Rightarrow F(\pi_1, \pi_2) = 0$$

$$\Rightarrow F(St = \frac{fD}{V_\infty}, Re = \frac{\rho V_\infty D}{\mu}) = 0$$

$$St = F(Re) \quad \text{pour une géométrie donnée}$$

↓
Nombre de Strouhal

Valeur du Strouhal de quelques géométries courantes

Section et direction du vent	Type	Strouhal
→ ●	circulaire à Re subcritique ^a	0,19 – 0,20
→ ●	circulaire à Re critique ^b	0,3
→ ■	carré	0,127
→ ■■	rectangle 2:1	0,087
→ ■■■	rectangle 5:1 ^c	0,1
→	plaque	0,16
→ ▲	triangle	0,17
→ H	section en H carré	0,120
→ — — —	section en H rectangle 5:1	0,108
→ U	section en U carré droit	0,126
→ □ ←	section en U carré couché	0,125
→ I	section en I	0,145
→ T	section en T droit	0,16
→ +	section en T couché	0,145
→ Γ ←	cornière	0,144
→ <	cornière à 45°	0,147

a. $Re < 10^5$

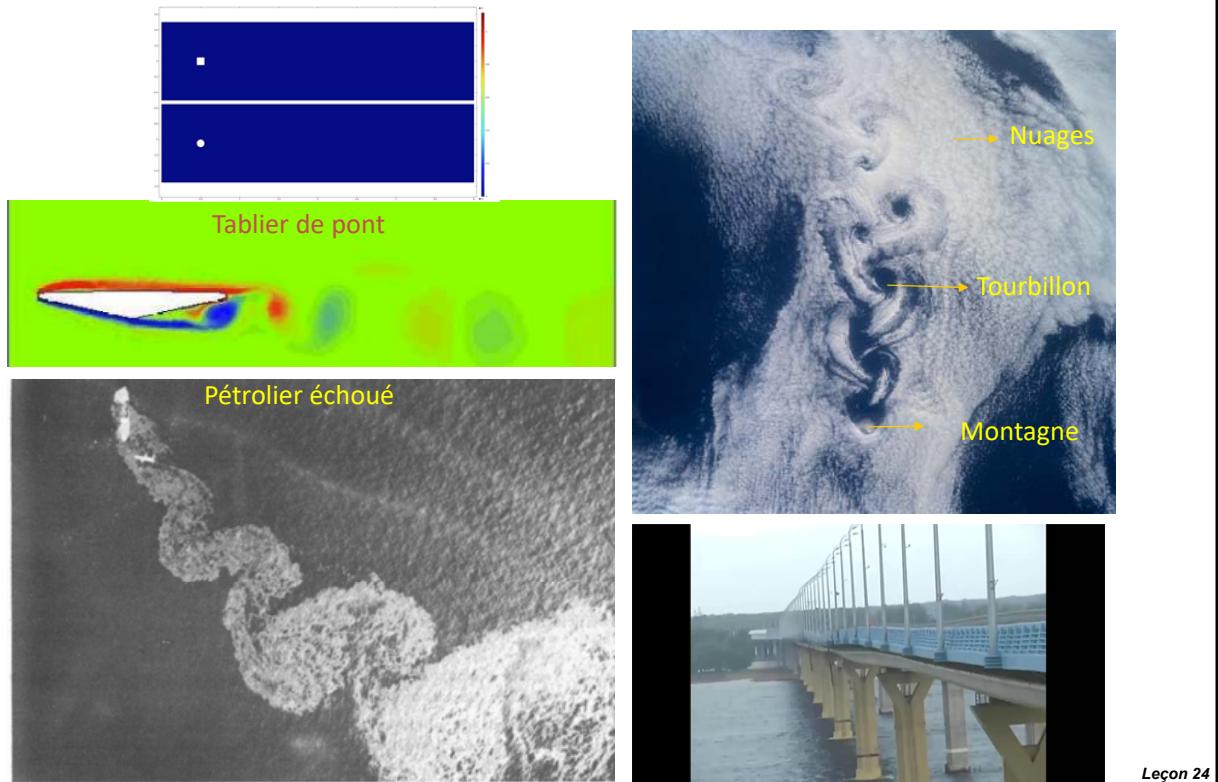
b. $Re > 10^5$

c. Pour les allongements > 5, très dépendant de la couche limite sur les faces latérales.

Le phénomène d'émission alternée de tourbillons de von Karman a pour effet de soumettre l'obstacle à des efforts variant périodiquement. Si cette fréquence de sollicitation aérodynamique est proche d'une des fréquences propres de la structure, un phénomène de résonnance peut conduire à la ruine de la structure. Un exemple célèbre de ce phénomène est celui du pont du Tacoma (USA - 1940)



Visualisation d'émission alternée de tourbillons de von Karman



Références

- J.P. Bernardo
« Mécanique des fluides et hydraulique », Notes de cours, FPMs, 2000
- S. Candel
« Mécanique des fluides », Dunod Université, Bordas, Paris, 1990
- R. Ouziaux et J. Perrier
« Mécanique des fluides appliquée », Dunod Université, Bordas, Paris, 1978
- R. Comolet
« Mécanique expérimentale des fluides : Tome 1 - Statique et dynamique des fluides non visqueux», Masson, 5^{ème} édition, Paris, 1990
- R. Comolet
« Mécanique expérimentale des fluides : Tome 2 - Dynamique des fluides réels, turbomachines», Masson, 4^{ème} édition, Paris, 1994
- R. Comolet et J. Bonnin
« Mécanique expérimentale des fluides : Tome 3 - Recueil de problèmes», Masson, 4^{ème} édition, Paris, 1986
- J. Padet
« Fluides en écoulement : méthodes et modèles », Masson, Paris, 1991

Références

- H. Le Boiteux
« Mécanique physique II: La mécanique des milieux fluides », Librairie Polytechnique Béranger, Paris et Liège, 1961
- P. Chassaing
« Mécanique des fluides : éléments d'un premier parcours », Notes de cours, ENSICA, Toulouse, France, 1996
- J. J. Ginoux
« Aérodynamique théorique et appliquée », Notes de cours, ULB, Bruxelles, Belgique
- E. Guyon, J.-P. Hulin et L. Petit
« Hydrodynamique physique », InterEditions/Editions du CNRS, France, 1991