

Analyse en Composantes Principales (ACP) pour données fonctionnelles

Sujet proposé par : Angelina ROCHE (roche@ceremade.dauphine.fr)

La statistique pour données fonctionnelles est une branche de la statistique qui étudie des données se présentant sous forme de courbes (par exemple courbe de l'évolution de la température sur une journée, ou une année). Nos observations prennent donc la forme suivante :

$$\{X_i(t_j), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, p\},$$

avec X_1, \dots, X_n des fonctions aléatoires supposées continues et de carré intégrable et t_1, \dots, t_p les points d'observations.

Les données étant initialement dans un espace de fonctions, c'est-à-dire de dimension infinie, il est souvent utile de réduire leur dimension pour pouvoir mieux observer l'échantillon et pour pouvoir réaliser d'autres études statistique (prédiction d'une quantité dans un modèle de régression ou classification par exemple). Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons à une méthode pour réduire la dimension qui est l'ACP fonctionnelle c'est-à-dire la généralisation de l'ACP vectorielle au cadre fonctionnel. Dans un premier temps, nous définirons les objets usuels de la statistique (moyenne, covariance) dans un cadre fonctionnel puis nous écrirons le problème théorique de l'ACP. Dans un second temps, nous verrons comment mettre en pratique l'ACP fonctionnelle (calcul et interprétation des axes, projection des individus). Une application sur des données réelles sera proposée à partir de packages R existants.

Références

- [1] Brezis, H. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Universitext. Springer, New York, 2011.
- [2] Hall, P. Principal component analysis for functional data : methodology, theory, and discussion. *The Oxford handbook of functional data analysis*, 210–234, Oxford Univ. Press, Oxford, 2011.
- [3] Hsing, T. ; Eubank, R. *Theoretical foundations of functional data analysis, with an introduction to linear operators*. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 2015.
- [4] Ramsay, J. O. ; Silverman, B. W. *Functional data analysis*. Second edition. Springer Series in Statistics. Springer, New York, 2005.