Chapitre 3 :

circuits combinatoires

L'Additionneur

Le Demi-Additionneur

Le Demi Additionneur à un bit est un circuit qui permet d'additionner 2 chiffres binaires sans retenue rentrante

Lorsqu'on fait l'addition de 2 chiffres binaires A et B on obtient la somme S et une retenue R.

A + B = S retenue R

S = /ab + a/b = a xor b

R = ab

A	*B*	*S*	R
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

L'Additionneur

Le Demi-Additionneur

Le Demi Additionneur à un bit est un circuit qui permet d'additionner 2 chiffres binaires sans retenue rentrante

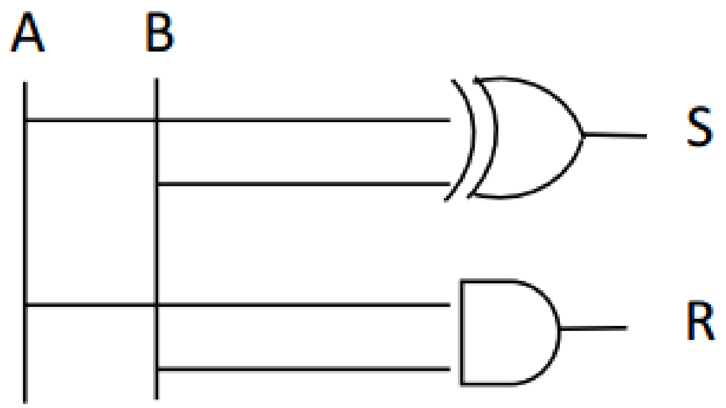
Lorsqu'on fait l'addition de 2 chiffres binaires A et B on obtient la somme S et une retenue R.

A + B = S retenue R

$S = \overline{A}\,B + A\,\overline{B}$

$S = A \oplus B$

$R = A\,B$



A	B	S	R
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

L’Additionneur

L’Additionneur complet

L’Additionneur complet à un bit est un circuit qui permet d’additionner 2 chiffres binaires avec une retenue rentrante

Lorsqu’on fait l’addition de 2 nombres binaires, on travaille par rangées,

on additionne les chiffres 2 à 2 selon leurs poids (de droite à gauche).

A la fin de chaque addition on obtient une somme et une retenue sortante,

cette retenue s’ajoutera à la somme de la rangée précédente et deviendra une retenue rentrante.

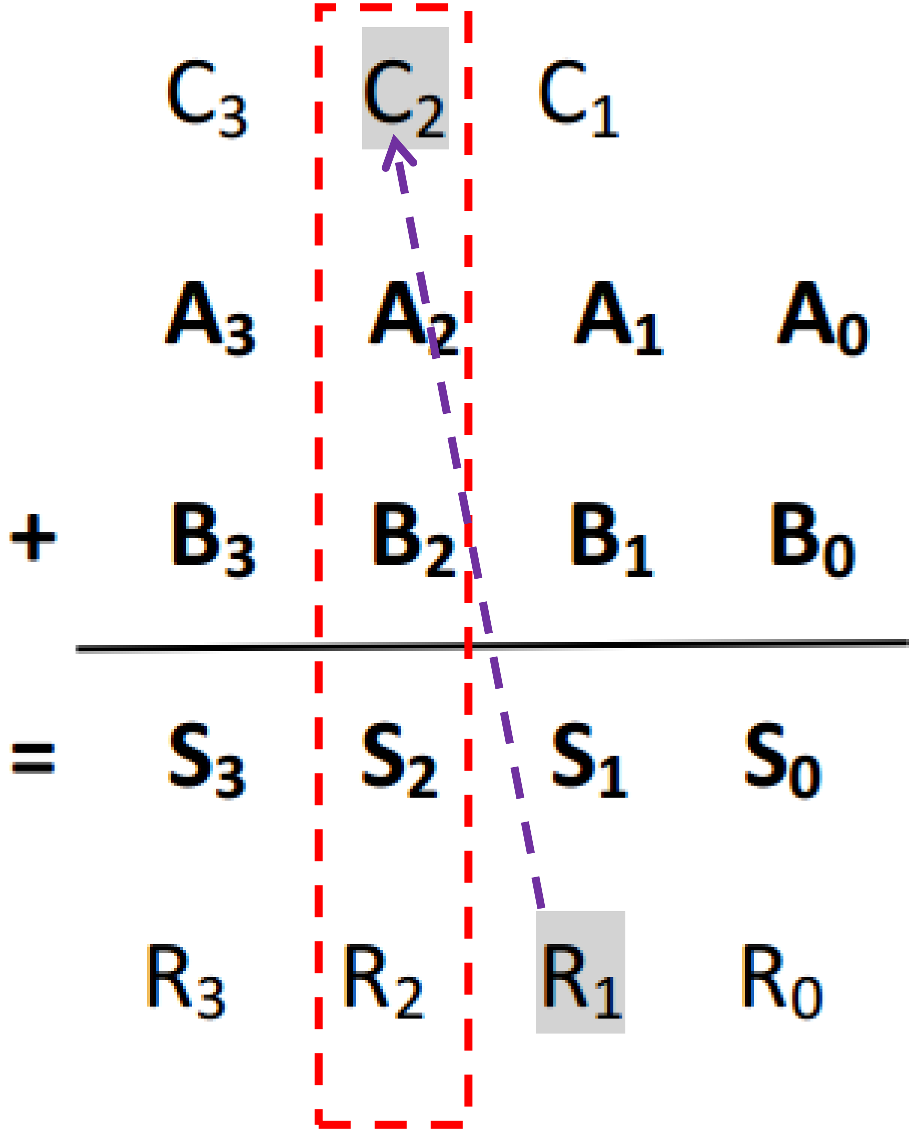
$$
\begin{array}{ccccc}
 & C_3 & C_2 & C_1 & \\
 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\
+ & B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\
\hline
= & S_3 & S_2 & S_1 & S_0 \\
 & R_3 & R_2 & R_1 & R_0
\end{array}
$$

L'Additionneur

L'Additionneur complet

L' Il n'y a jamais de retenue rentrante sur la première rangée (bits de poids faibles)

Pour cette rangée on a donc un demi-additionneur, pour toutes les autres on aura des additionneurs complets



L'Additionneur

$R(a,b,c) = ab + bc + ac$

ab / c	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

A	*B*	*C*	S	R
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

c) = /a/bc + /ab/c + abc + a/b/c

$S(a,b,c) = /a(/bc + b/c) + a(bc + /b/c)$

$S(a,b,c) = /a(b \text{ xor } c) + a(\overline{b \text{ xor } c}) = a \text{ xor } b \text{ xor } c$

L’Additionneur

$a \oplus b = \bar{a}.b + a.\bar{b}$

$\overline{a \oplus b} = \bar{a}.\bar{b} + a.b$

ab / c	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

A	B	C	S	R
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

S = $\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + abc + abc + ab + a\bar{b}\bar{c}$

S = $\bar{a}\left(\bar{b}c + b\bar{c}\right) + a\left(bc + \bar{b}\bar{c}\right)$

S = $\bar{a}(b \oplus c) + a\left(\overline{b \oplus c}\right)$

S = $a \oplus b \oplus c$

L’Additionneur

$$a \oplus b = \bar{a} . b + a . \bar{b}$$

$$\overline{a \oplus b} = \bar{a} . \bar{b} + a . b$$

ab c ,	00	01	11	10
0				
1				

A	B	C	S	R
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

L'Additionneur

ab c ,	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

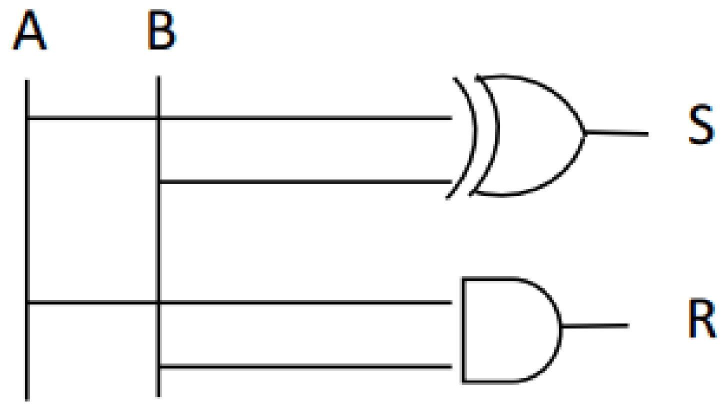
R = AB+ AC + BC

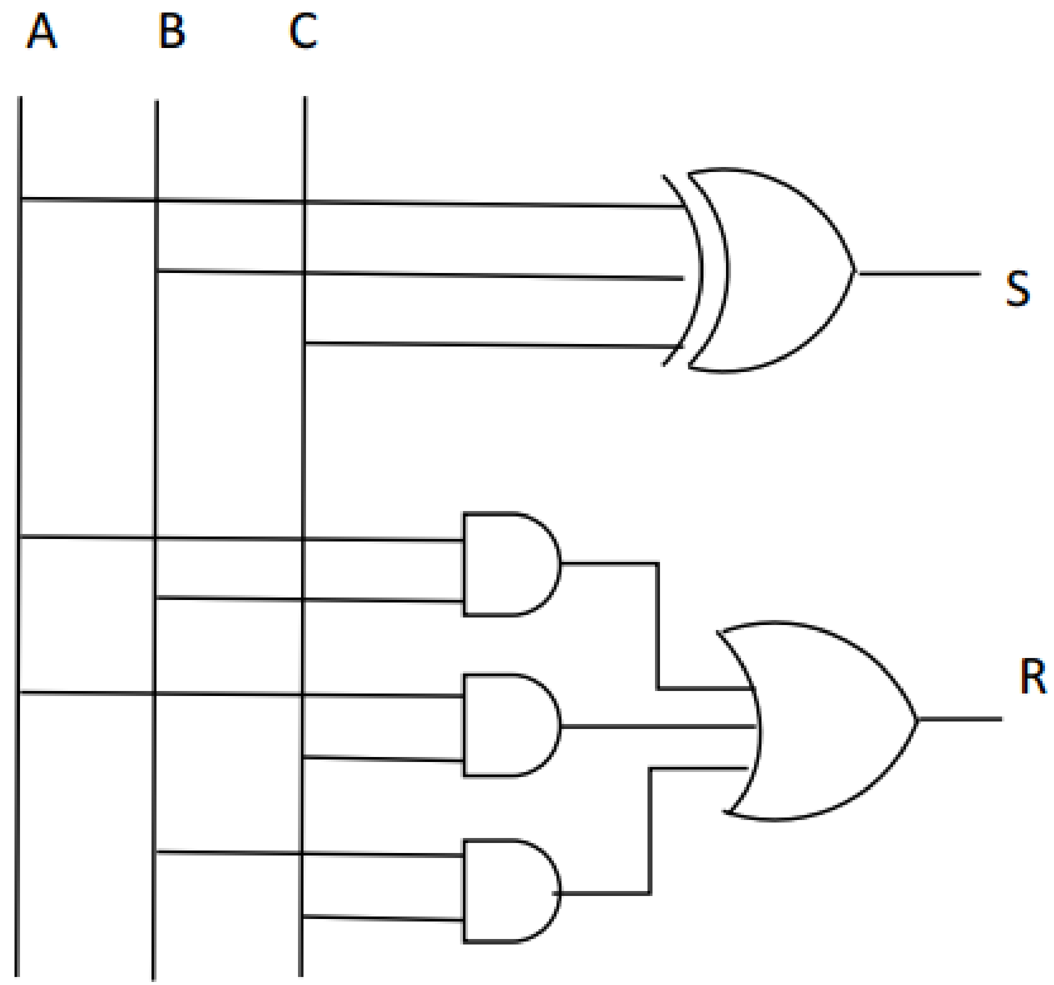
A	B	C	S	R
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

L'Additionneur

$S = a \oplus b \oplus c$

$R = AB + AC + BC$



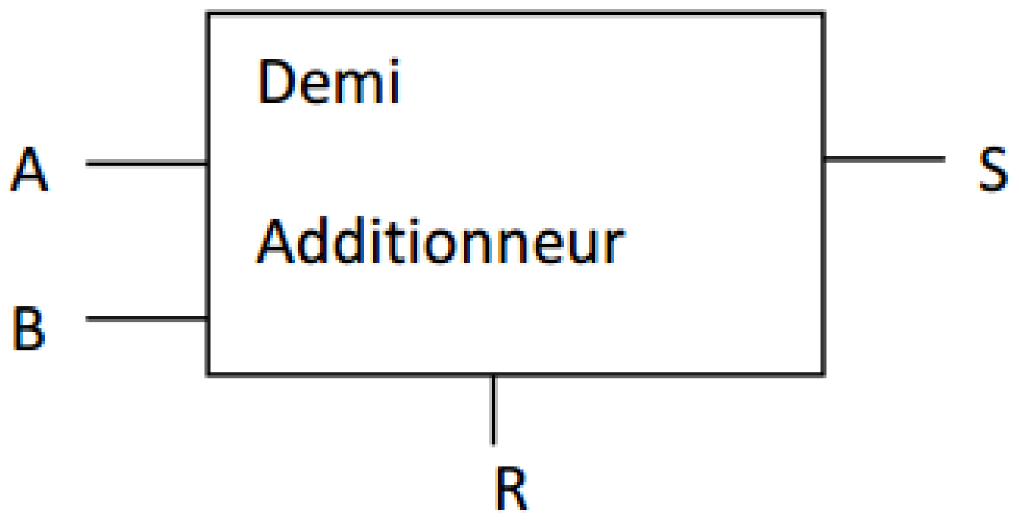


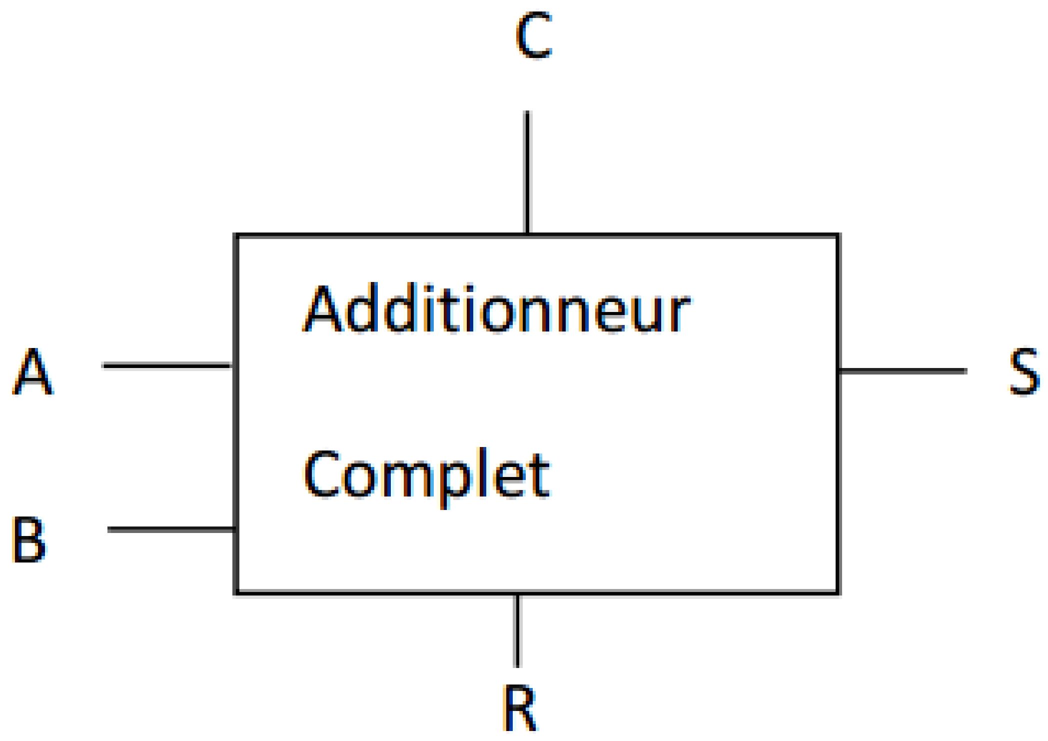
L’Additionneur

Circuits fonctionnels

Un circuit fonctionnel est un composant portant le nom de la fonction qu’il représente.

Il possède les entrées et les sorties de cette fonction





Circuit d'un Additionneur à 4 bits

Pour réaliser un additionneur à 4 bits il faut connecter 4 additionneurs à un bit,

un demi- additionneur et trois additionneurs complets.

La connexion se fait par les retenues Ci = Ri-1

Ce circuits fait l'addition de deux nombres

A3 A2 A1 A0

et B3 B2 B1 B0

Le résultat est **S3 S2 S1 S0**

et la retenue finale est **R3**

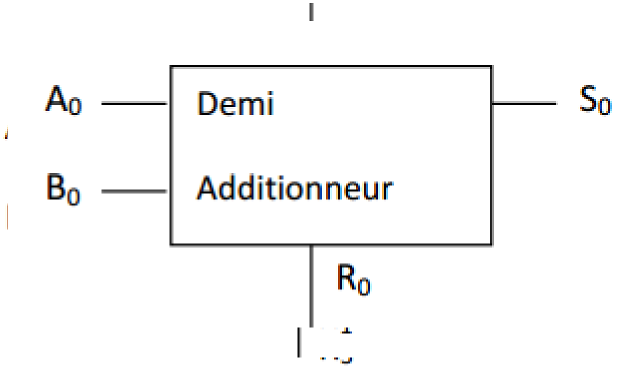
Circuit d’un Additionneur à 4 bits

Pour réaliser un additionneur à 4 bits il faut connecter 4 additionneurs à un bit,

un demi- additionneur et trois additionneurs complets.

La connexion se fait par les retenues Ci = Ri-1

Ce circuits fait l’addition de deux nombres



A3 A2 A1 A0

et B3 B2 B1 B0

Le résultat est **S3 S2 S1 S0**

et la retenue finale est **R3**

Circuit d'un Additionneur à 4 bits

Les R_i sont les retenues sortantes

Les C_i sont les retenues rentrantes

$C_i = R_{i-1}$

$A_1 + B_1 + C_1 = S_1$ retenue R_1 $C_2 = R_1$

$A_2 + B_2 + C_2 = S_2$ retenue R_2

$$
\begin{array}{ccccc}
 & C_3 & C_2 & C_1 & \\
 & \mathbf{A_3} & \mathbf{A_2} & \mathbf{A_1} & \mathbf{A_0} \\
+ & \mathbf{B_3} & \mathbf{B_2} & \mathbf{B_1} & \mathbf{B_0} \\
\hline
= & \mathbf{S_3} & \mathbf{S_2} & \mathbf{S_1} & \mathbf{S_0} \\
 & R_3 & R_2 & R_1 & R_0
\end{array}
$$

Circuit d’un Additionneur à 4 bits

Pour réaliser un additionneur à 4 bits il faut

connecter 4 additionneurs à un bit,

un demi- additionneur et trois additionneurs

complets.

La connexion se fait par les retenues

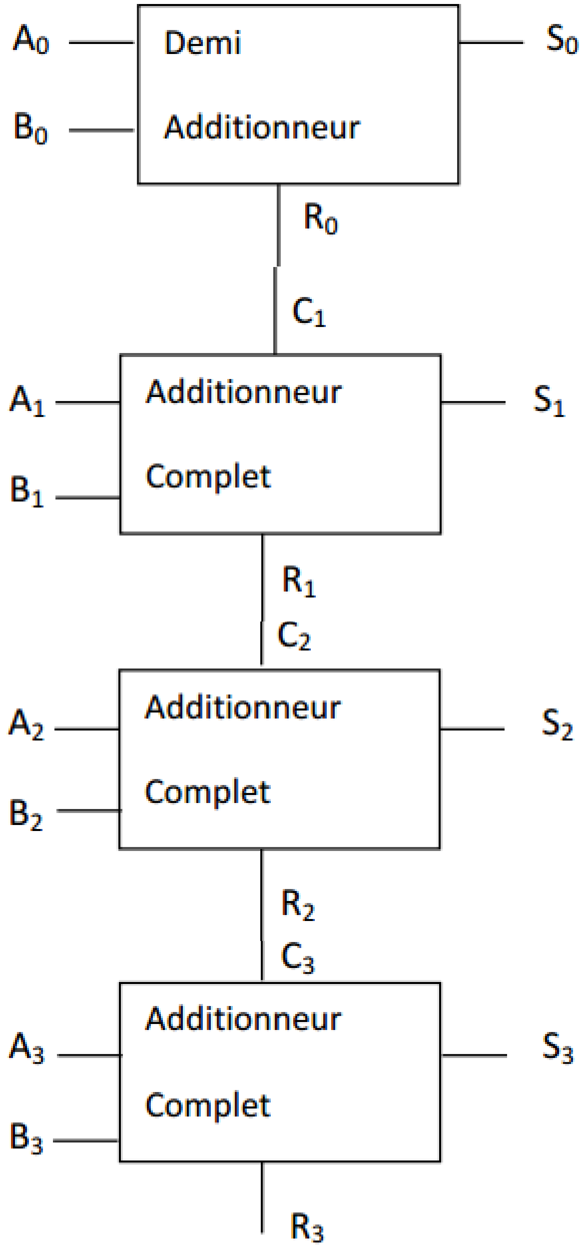
$C_i = R_{i-1}$

Ce circuits fait l’addition de deux nombres

$A_3 A_2 A_1 A_0$ et $B_3 B_2 B_1 B_0$

Le résultat est $S_3 S_2 S_1 S_0$ et la retenue

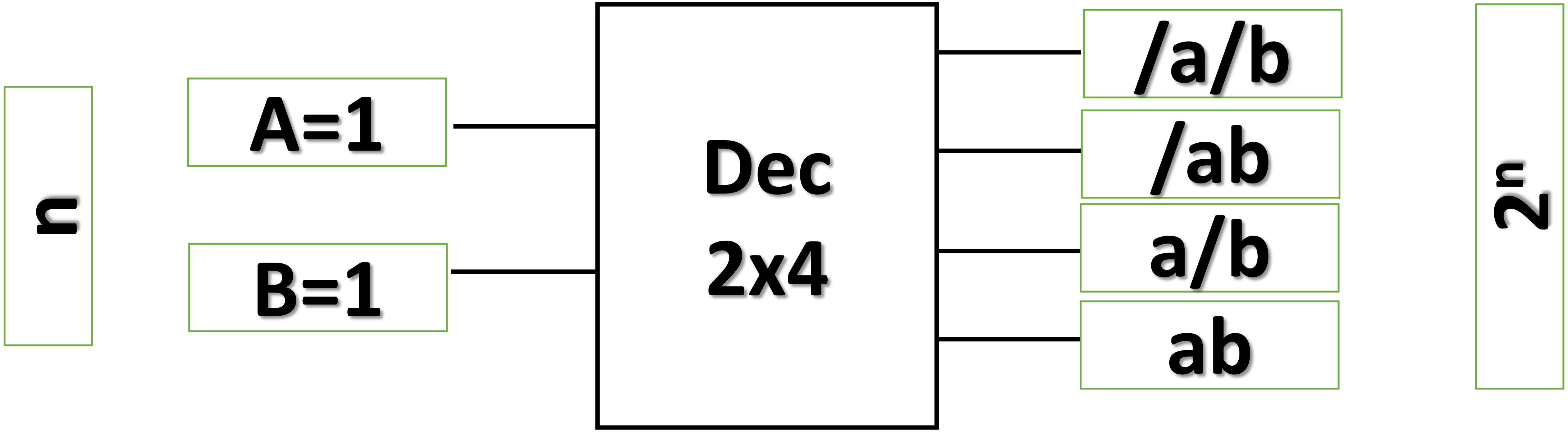
finale est R_3



Le décodeur

Un décodeur est un circuit combinatoire qui a n entrées et 2^n sorties dont une seule est égale à 1

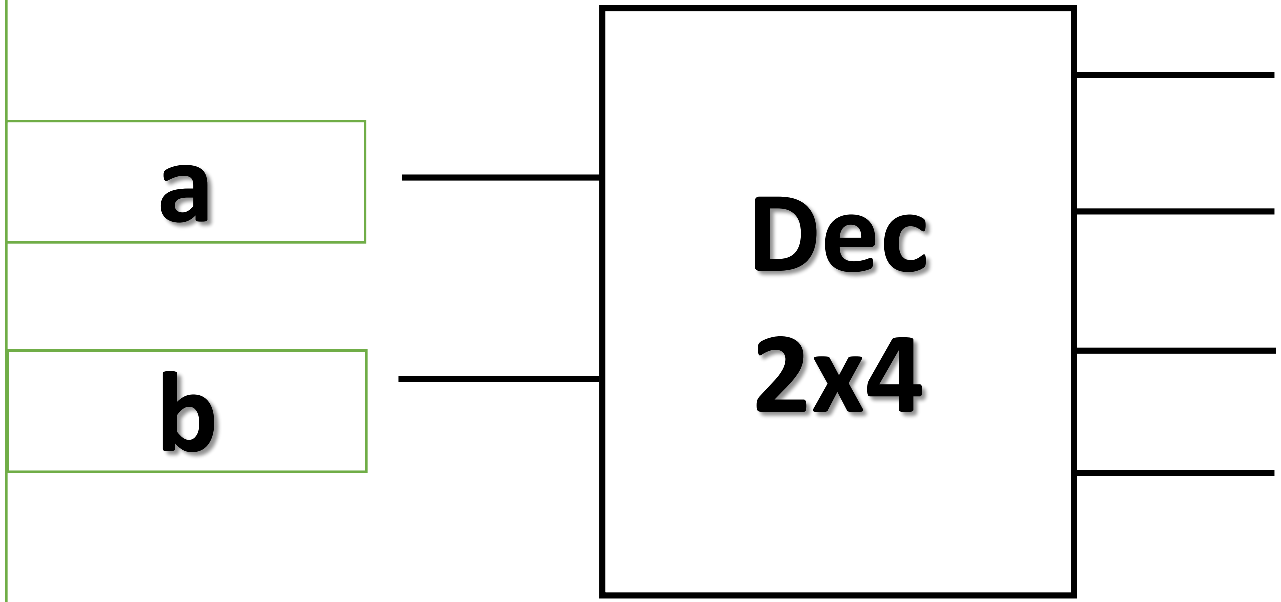
L'exemple suivant représente un décodeur 2x4

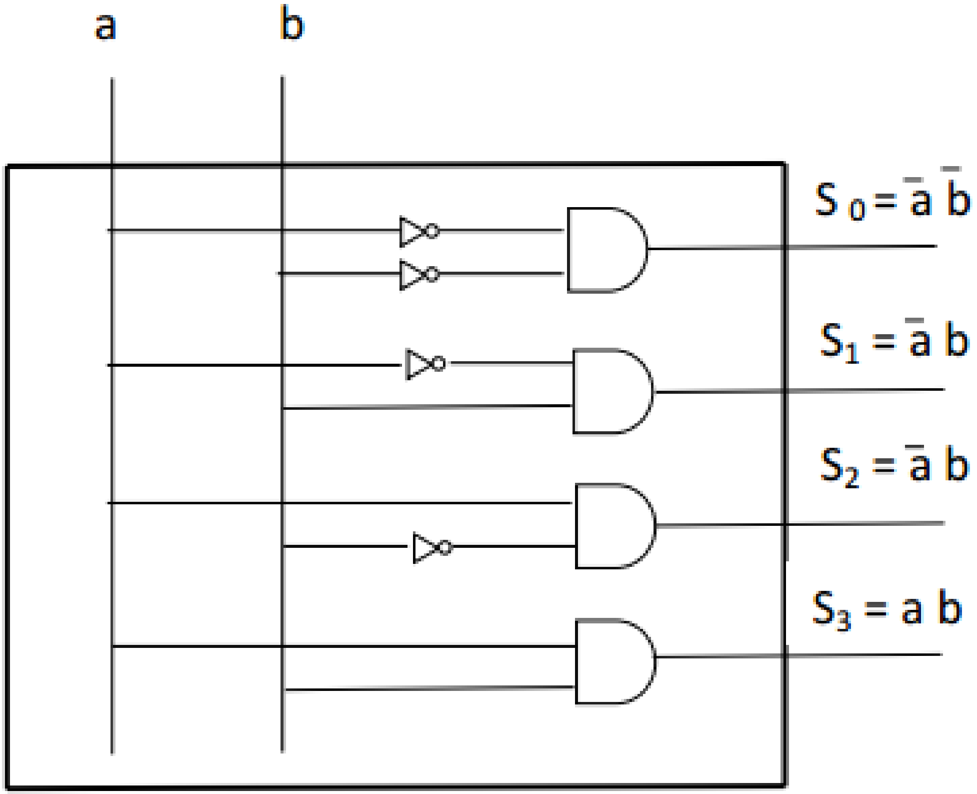


Le décodeur

Un décodeur est un circuit combinatoire qui a n entrées et 2^n sorties dont une seule est égale à 1

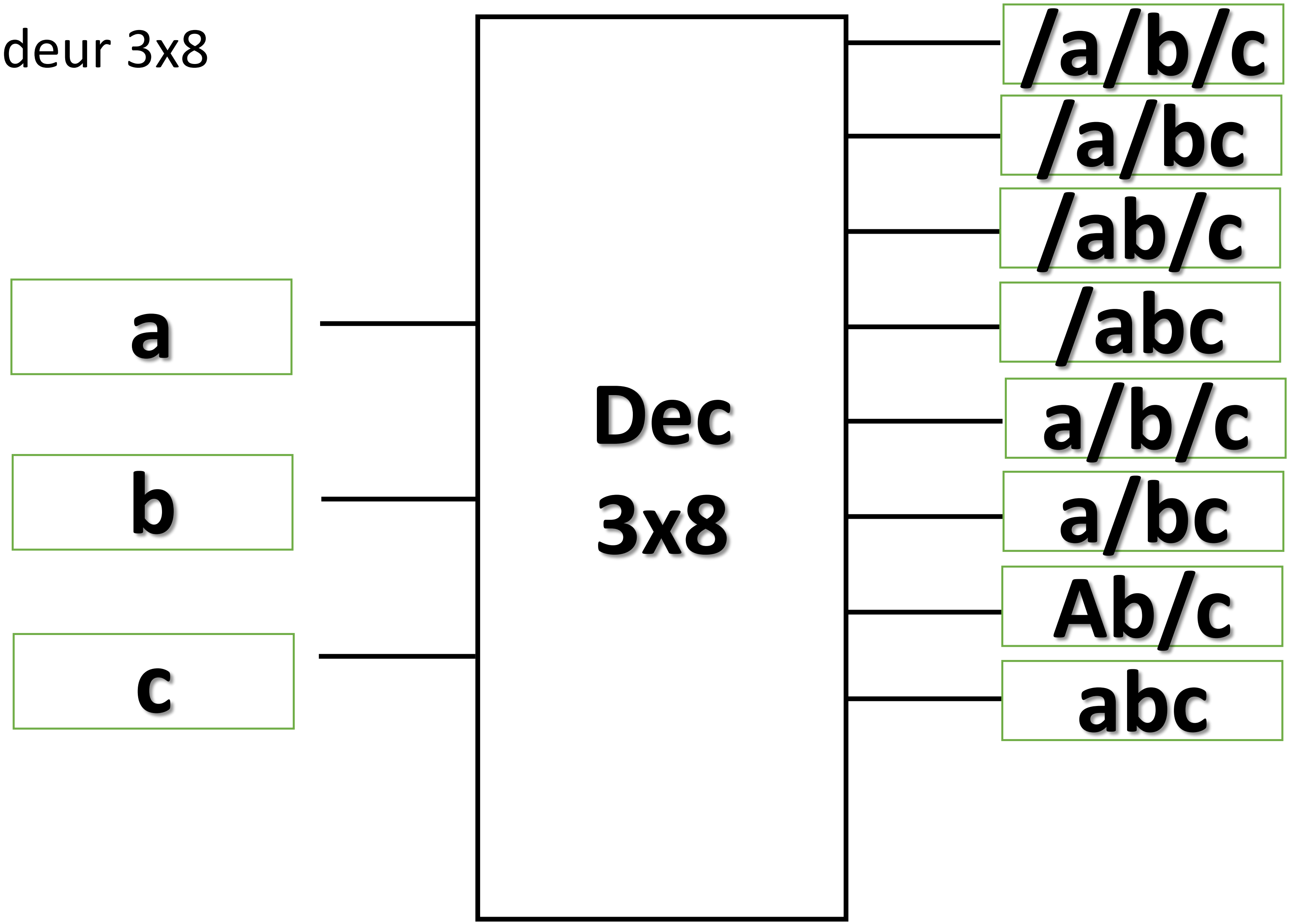
L'exemple suivant représente un décodeur 2x4





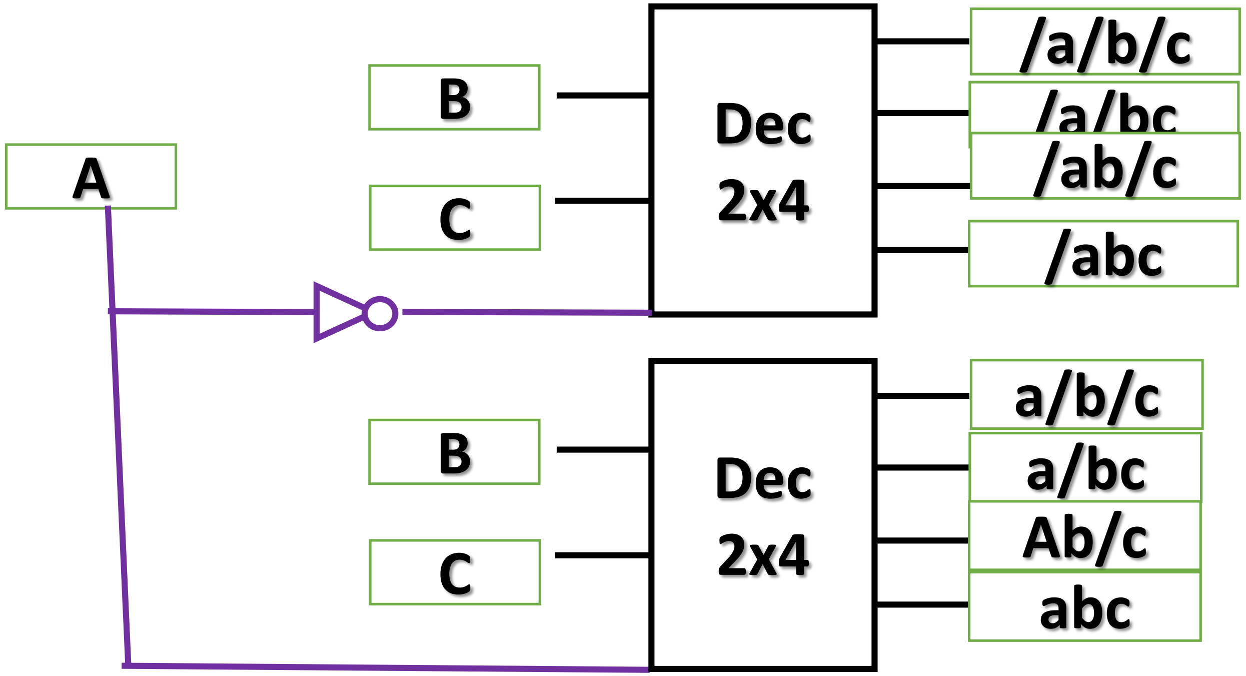
Le décodeur

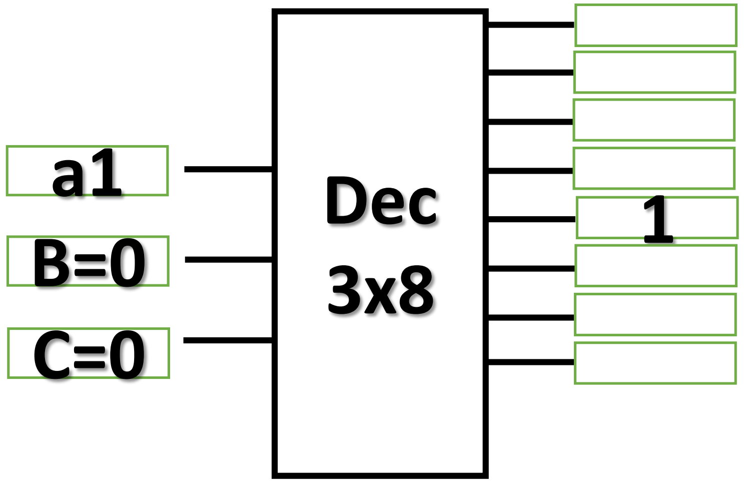
un décodeur 3x8



Le décodeur

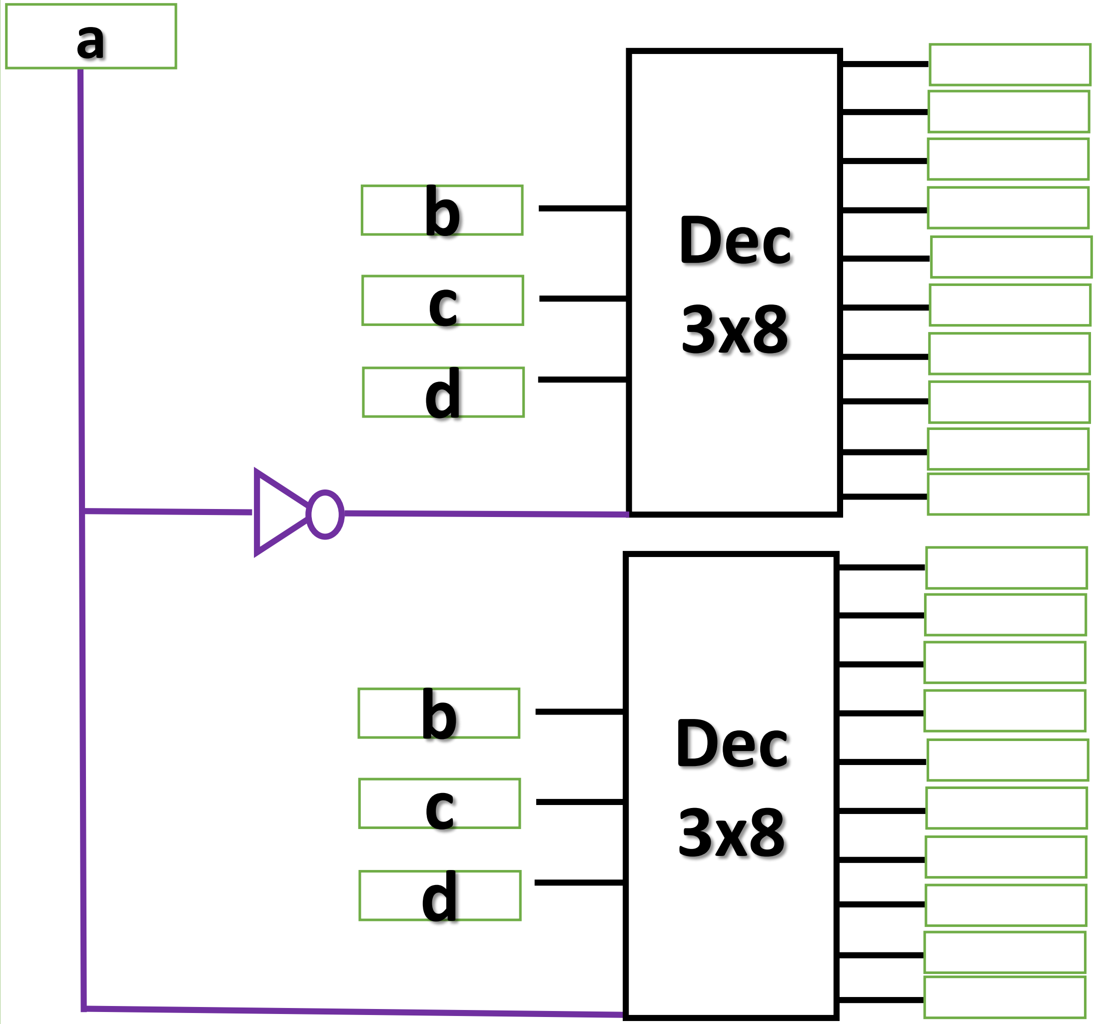
un décodeur 3x8 à l'aide de 2x4





Le décodeur

un décodeur 4x16 à l'aide de 3x8



Le DEC 4x16 aura comme entrées a b c d

On utilisera 2 DEC 3x8 qui auront comme entrées communes b c d

et 16 sorties (2x8)

a sera utilisé pour valider l'un ou l'autre des 2 DEC 3x8

V1 = $\bar{a}$ et V2 = a

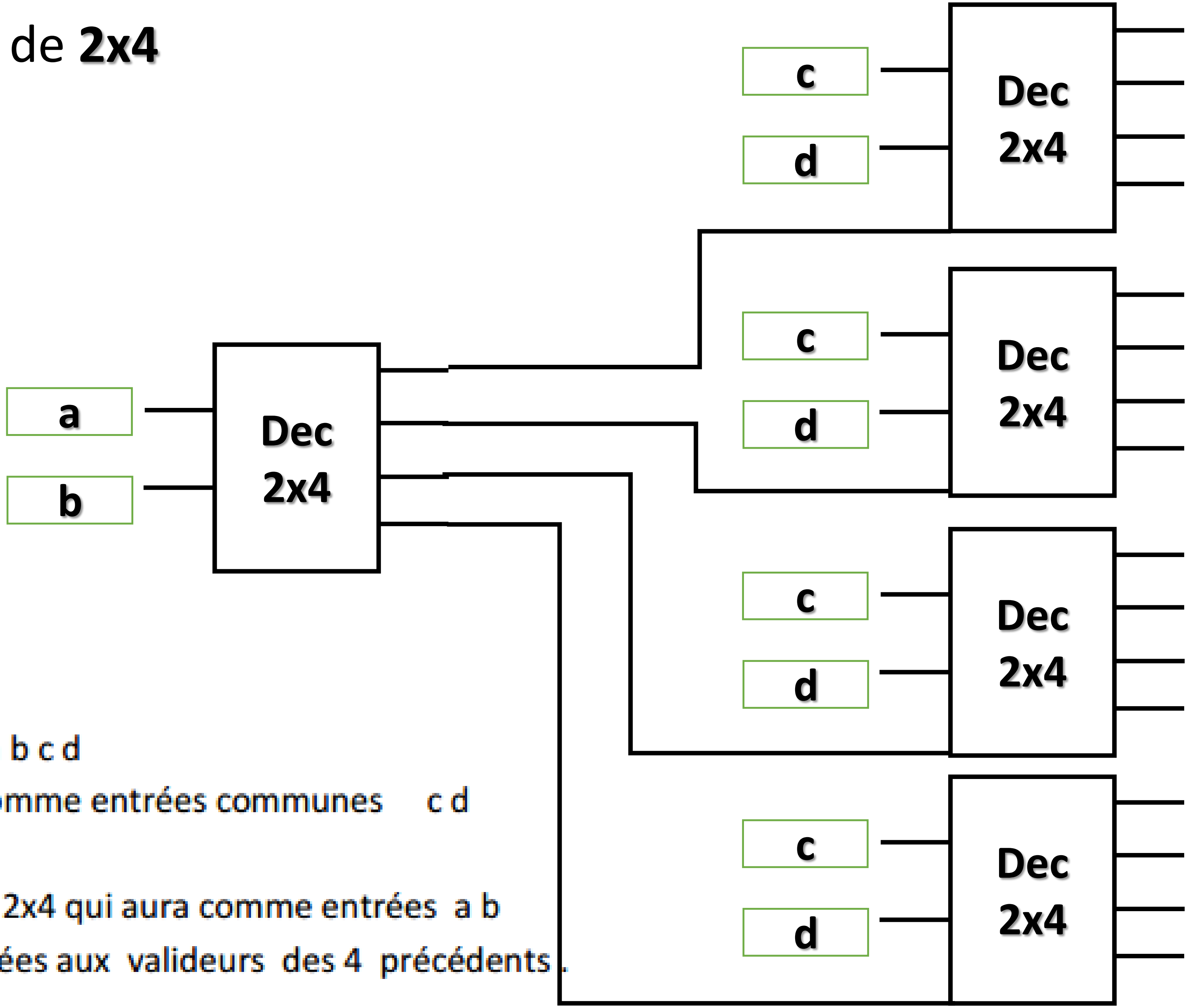
Si a = 0 alors V1 = 1 c'est le premier DEC qui sera actif

Si a = 1 alors V2 = 1 c'est le deuxième DEC qui sera actif

donc une seule sortie parmi les 16 sera égale à 1

(celle du DEC validé)

un décodeur **4x16** à l'aide de **2x4**



Le DEC 4x16 aura comme entrées a b c d

On utilisera 4 DEC 2x4 qui auront comme entrées communes c d

et 16 sorties (4x4)

On utilisera également un autre DEC 2x4 qui aura comme entrées a b

Les sorties de ce DEC seront connectées aux valideurs des 4 précédents .

Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un DEC p x 2^p

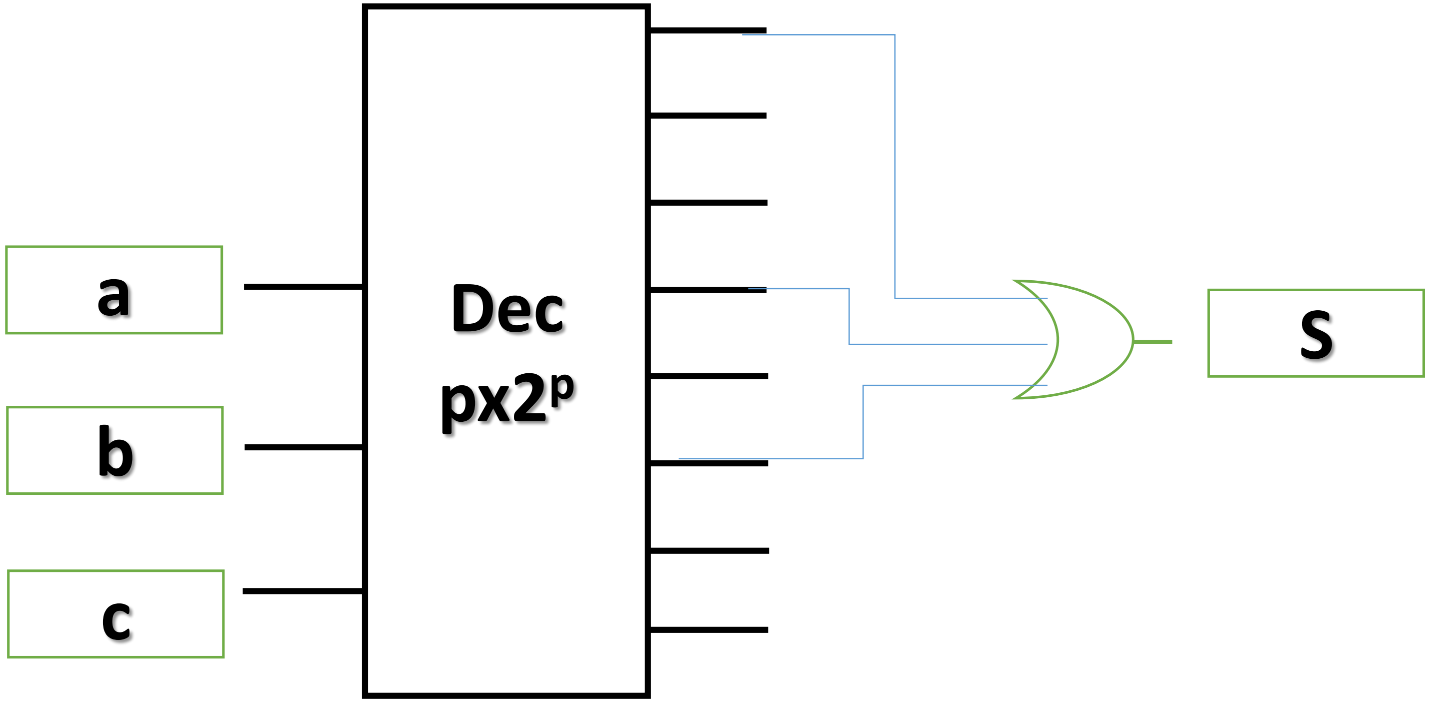
1) P = n

Chaque sortie du décodeur correspond à un minterme. On fera la somme logique **(OR)** de toutes les sorties du décodeur correspondant au min termes pour lesquels la fonction est égale à 1.

Exemple : n = 3 et P = 3

S(abc) = $\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c$

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



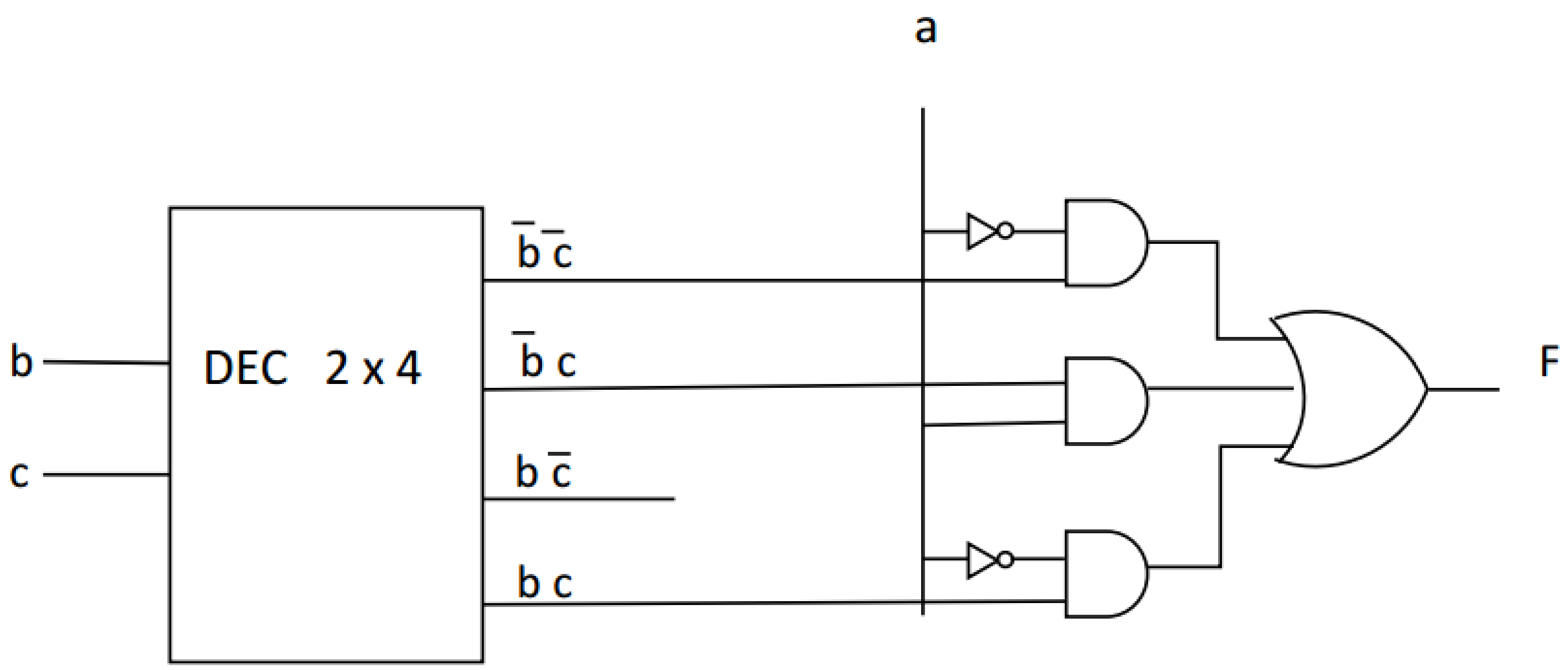
Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un DEC p x 2^p

2) p < n

P variables seront les entrées du décodeur. Les **(n-p)** variables restantes seront à l'extérieur du décodeur. La fonction sera formée par la combinaison des sorties du décodeur et des variables extérieures.

Exemple : **n = 3** et **P = 2**

F(abc) = $\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c$



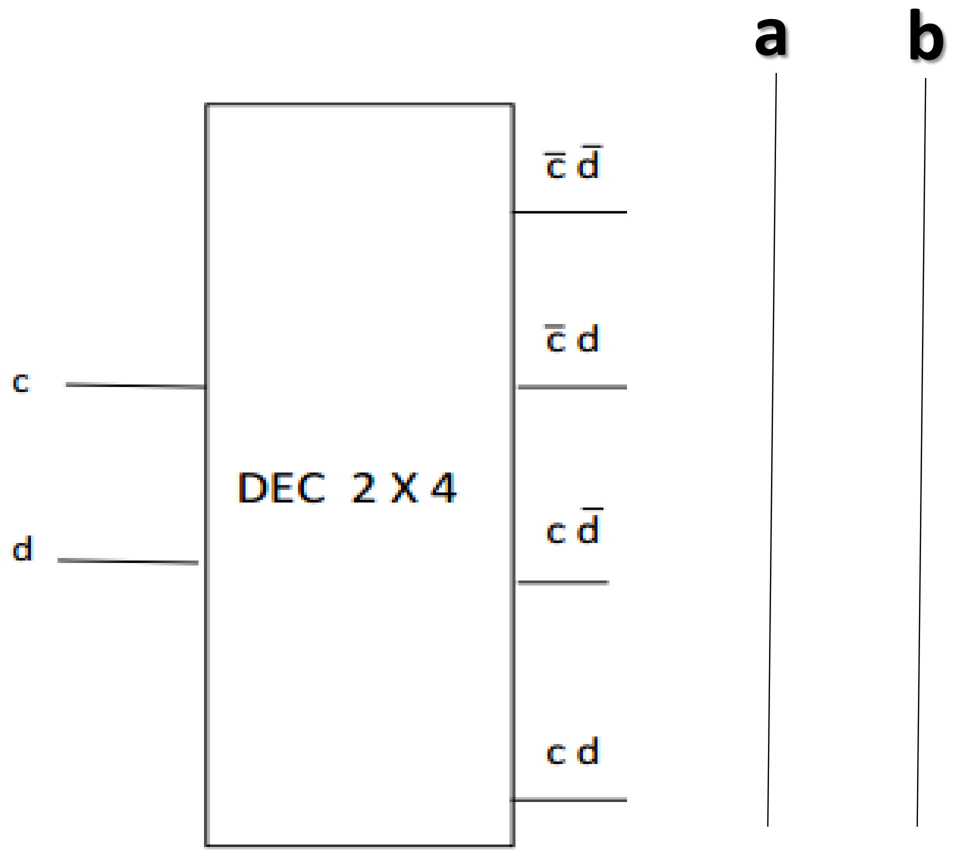
Réaliser une fonction de n variables à l’aide d’un DEC p x 2^p

Exemple 2 : **n = 4** et **p = 2**

F(abcd) = $a\bar{b}cd + \bar{a}bd(c + \backslash\mathrm{c}) + a\bar{c}(d + \backslash\mathrm{d})$

Si on sort les variables **a** et **b**, les entrées du **DEC 2 X 4** seront **c** et **d.**

c et **d** sont **indissociables**, Il faut donc faire apparaitre **c** et **d** dans chaque terme.



Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un DEC p x 2^p

Exemple 2 : **n = 3** et **P = 2**

F(abc) = $a\bar{b}cd + \bar{a}bd + a\bar{c}$

Si on sort les variables a et b, les entrées du DEC 2 X 4 seront c et d c et d sont **indissociables**,

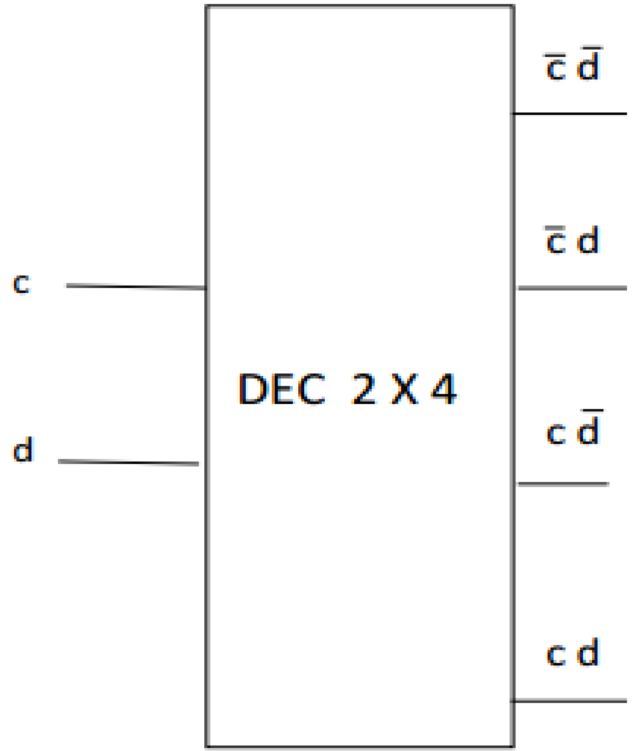
Il faut donc faire apparaitre c et d dans chaque terme.

$$F(abc) = a\bar{b}cd + \bar{a}bd(c+\bar{c}) + a\bar{c}(d+\bar{d})$$

$$F(abc) = a\bar{b}cd + \bar{a}bcd + \bar{a}b\bar{c}d + a\bar{c}d + a\bar{c}\bar{d}$$

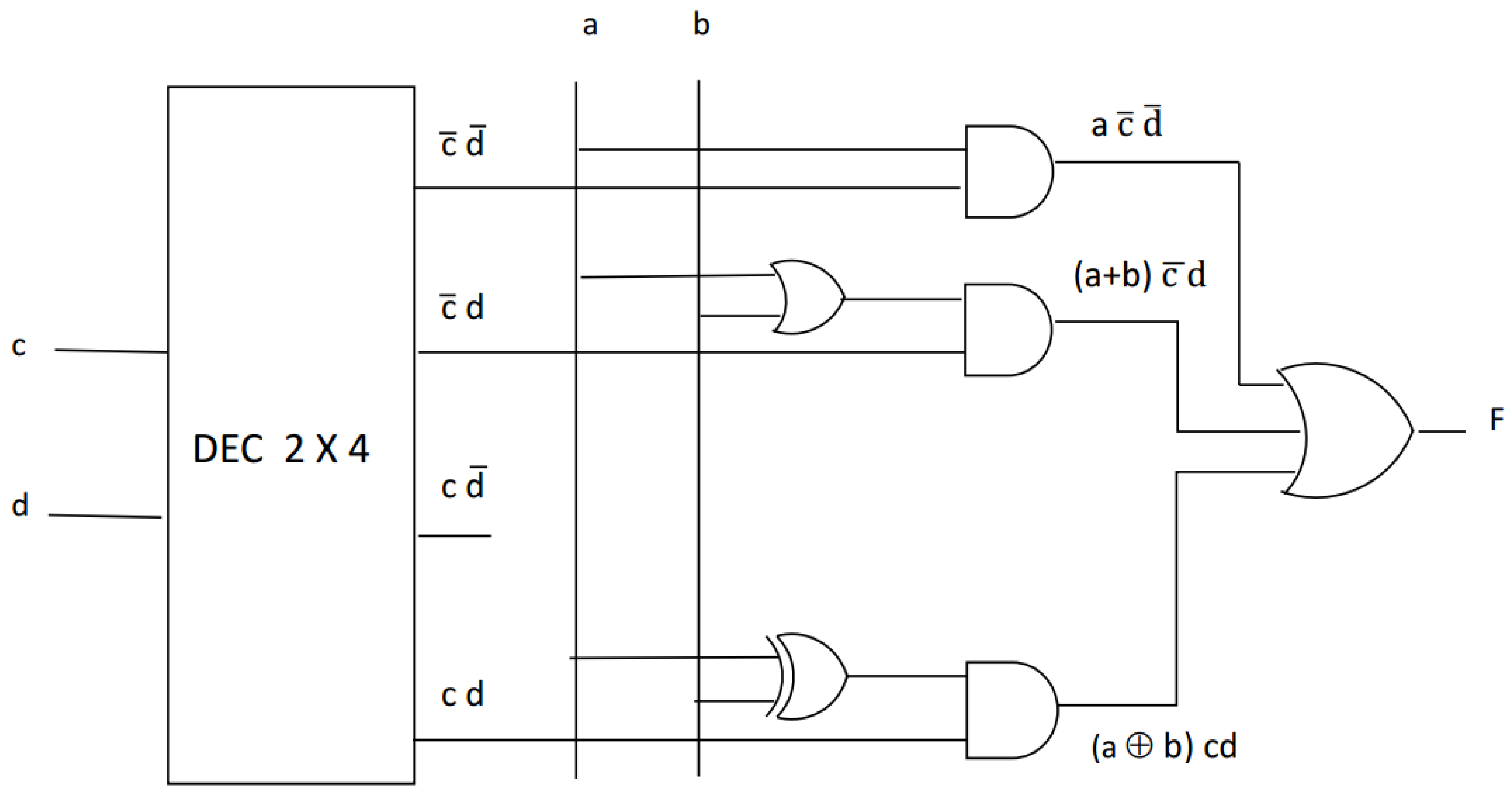
$$F(abc) = cd(a\bar{b}+\bar{a}b) + \bar{c}d(\underbrace{\bar{a}b + a}_{}) + a\bar{c}\bar{d}$$

$$F(abc) = cd(a \oplus b) + \bar{c}d\underbrace{(a+b)}_{} + a\bar{c}\bar{d}$$



Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un DEC p x 2^p

$$F(abc) = c\,d\,(a \oplus b) + \bar{c}\,d\,\underbrace{(a + b)} + a\,\bar{c}\,\bar{d}$$



Réaliser une fonction de n variables à l’aide d’un DEC p x 2^p

Exemple 3 : **n = 4 et p = 2**

Si un terme ne contient ni **c** ni **d** on utilise uniquement les variables extérieures Par exemple

F(a b c d) = a b + $b\bar{c}d$ + $\bar{a}c$

Le premier terme (a b) ne contient ni **c** ni **d** donc on le laisse tel quel.

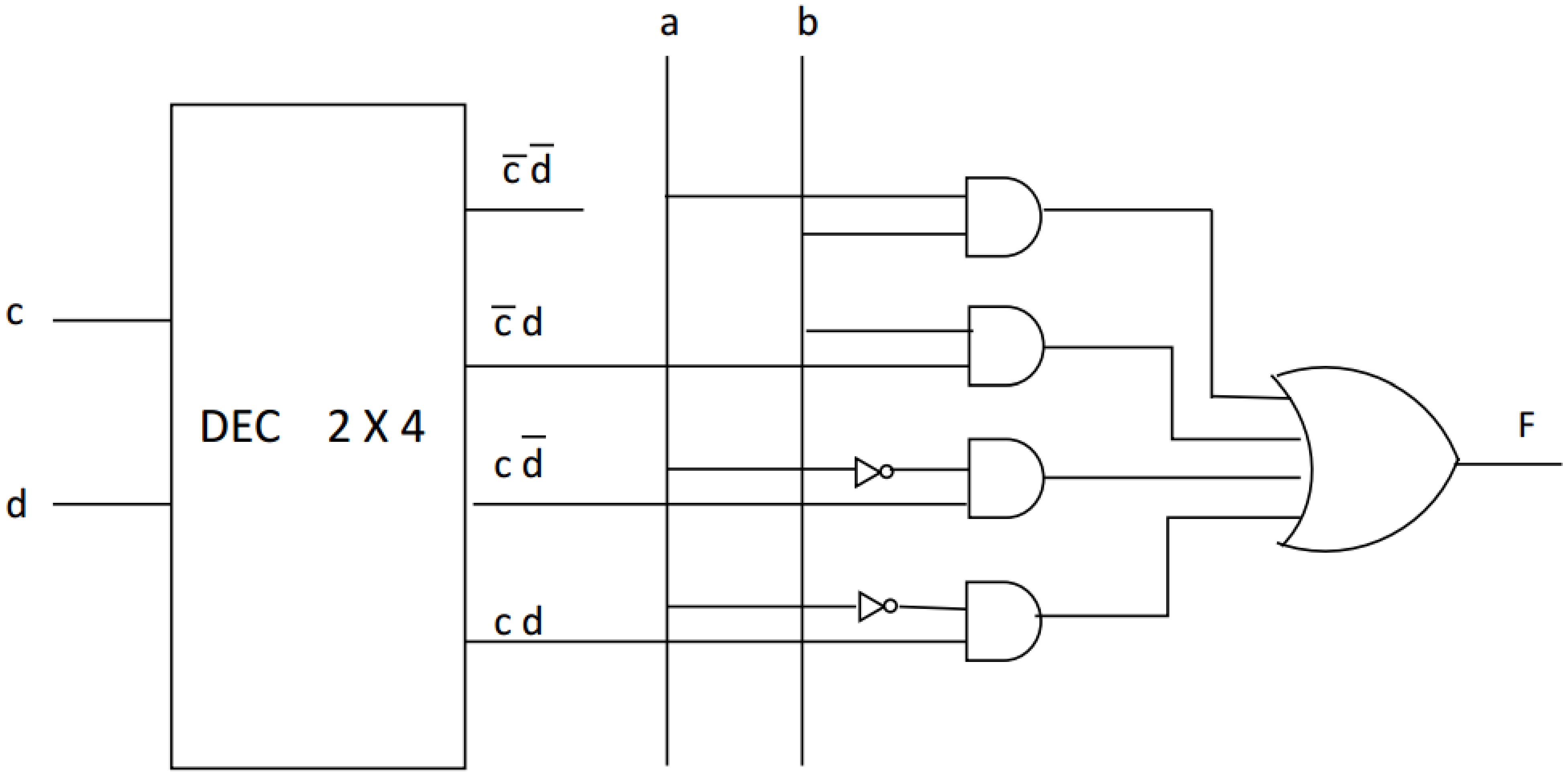
Le deuxième terme **(a c)** contient **c** mais pas **d** donc on le transforme :

/a c = /a c ($\bar{d}$ **+ d**)

F(a b c d) = a b + b $\bar{c}$d + /a c $\bar{d}$+ /a c **d**

Réaliser une fonction de n variables à l’aide d’un DEC p x 2^p

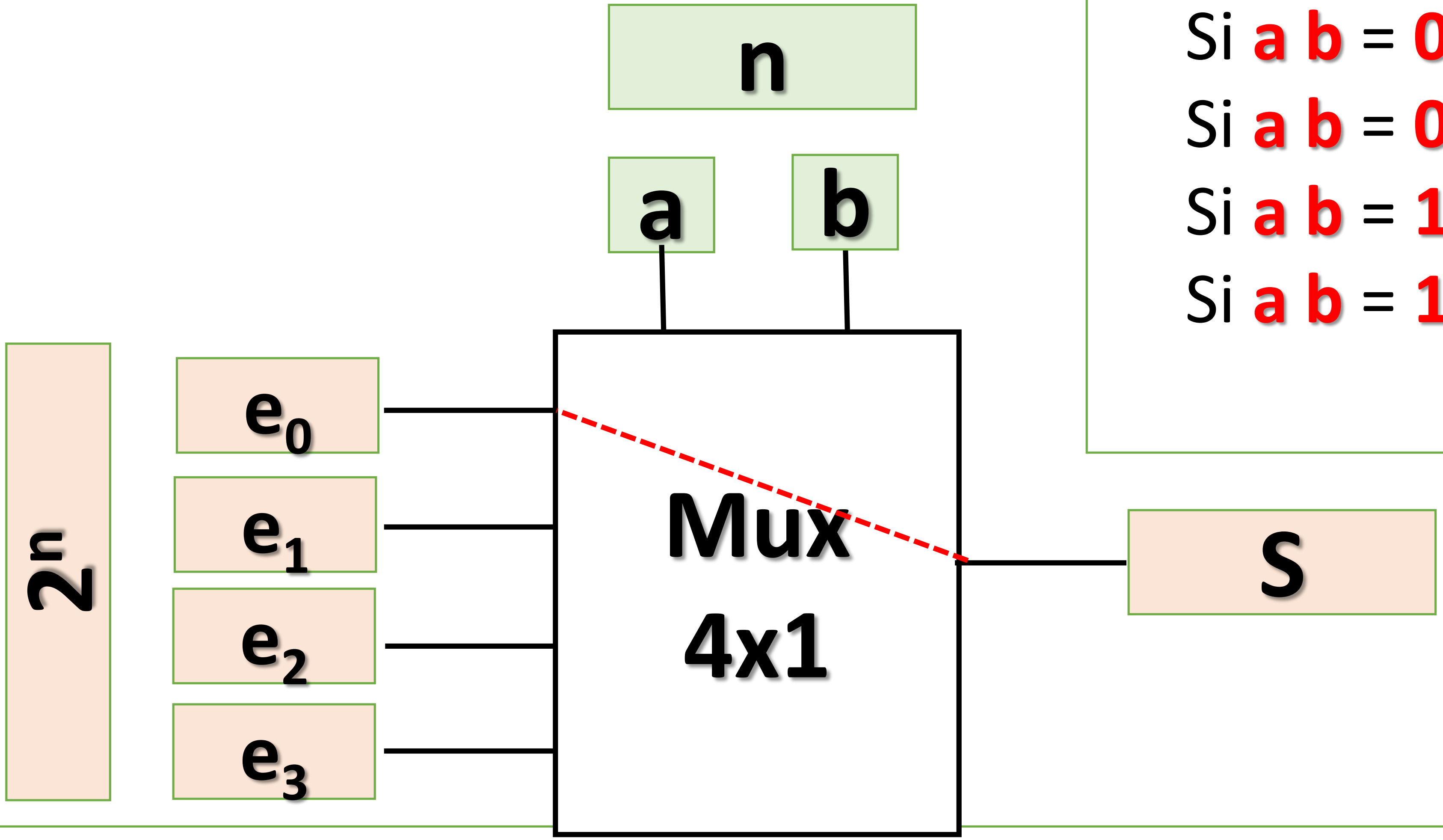
F(a b c d) = a b + b $\bar{c}$d + /a c $\bar{d}$+ /a c d



Le Multiplexeur

Un multiplexeur est un circuit combinatoire qui a **2^n** entrées , une sortie et **n** lignes de sélection

L'exemple suivant représente un multiplexeur 4x1



Si **a b** = **0 0** **S** = e_0

Si **a b** = **0 1** **S** = e_1

Si **a b** = **1 0** **S** = e_2

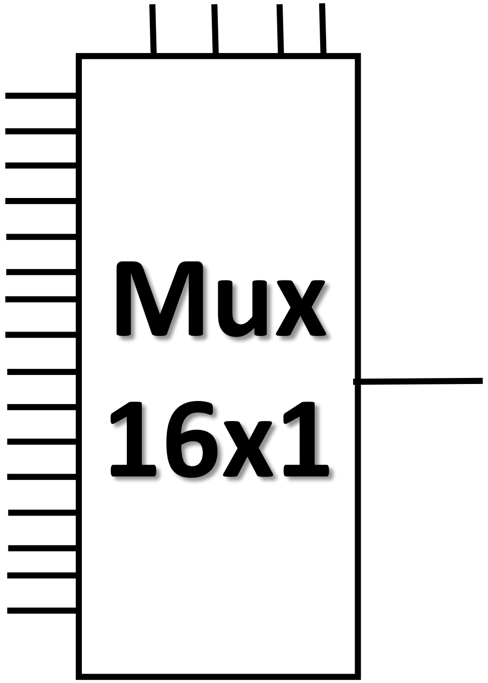
Si **a b** = **1 1** **S** = e_3

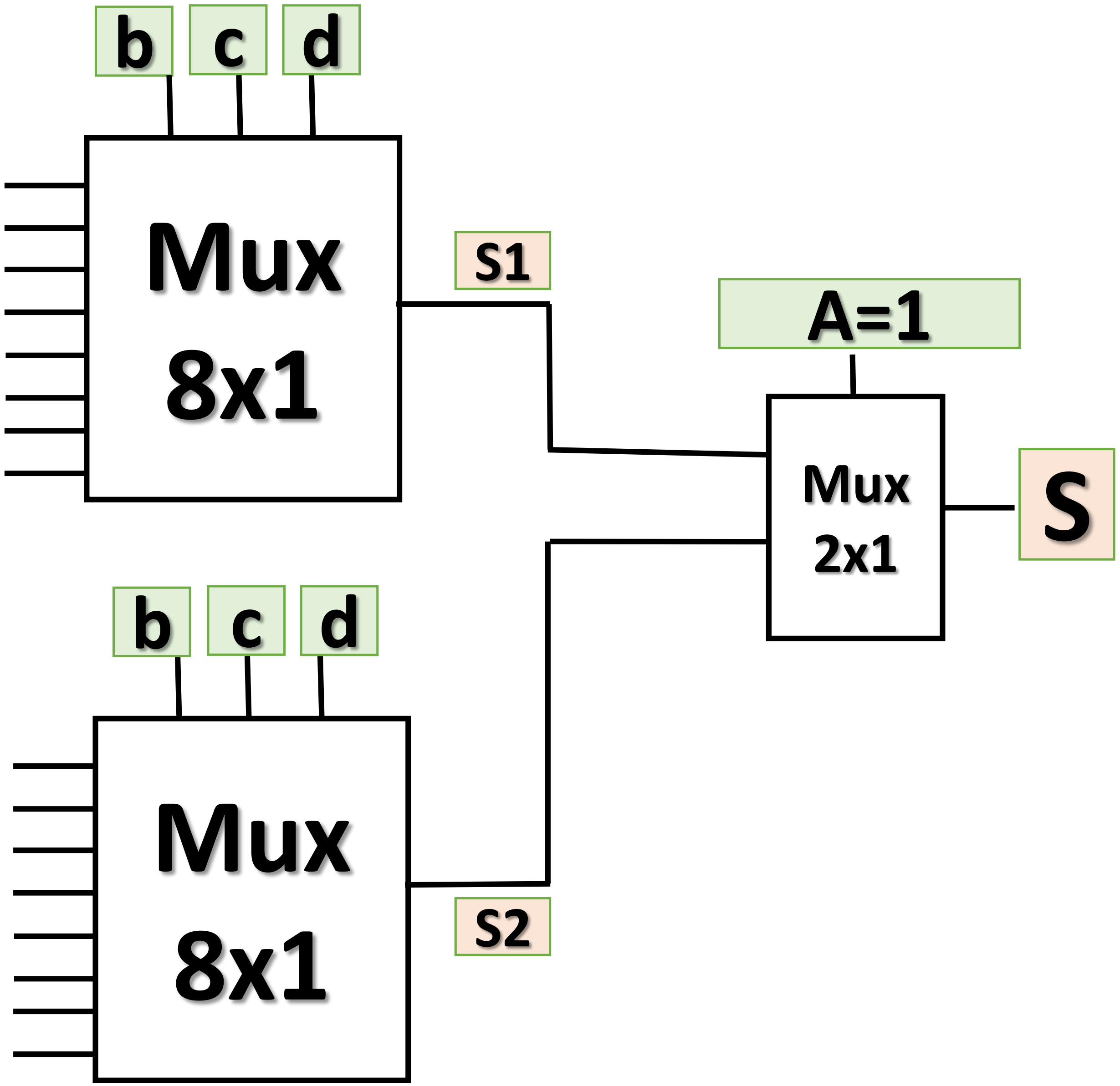
Réaliser un MUX 16x1(2^4x1) à l'aide de MUX 8x1(2^3x1)

Le MUX 16x1 doit avoir **16 entrées** , une sortie et **4 lignes de sélection a b c d** .

On utilisera **2 MUX 8x1** qui auront chacun une sortie et **3 lignes de sélection** communes **b c d** et un MUX **2x1** qui aura comme ligne de sélection **a**

Si **a = 0** alors **S = S1**
Si **a = 1** alors **S = S2**





Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un MUX 2^px1

1/ p = n

Chaque entrée du MUX représentera une valeur de la fonction

Exemple : n = 3 et P = 3

F(abc) = $\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c} + \bar{a}\,b\,c + a\,\bar{b}\,c$

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$e_0 = 1$

$e_1 = 0$

$e_2 = 0$

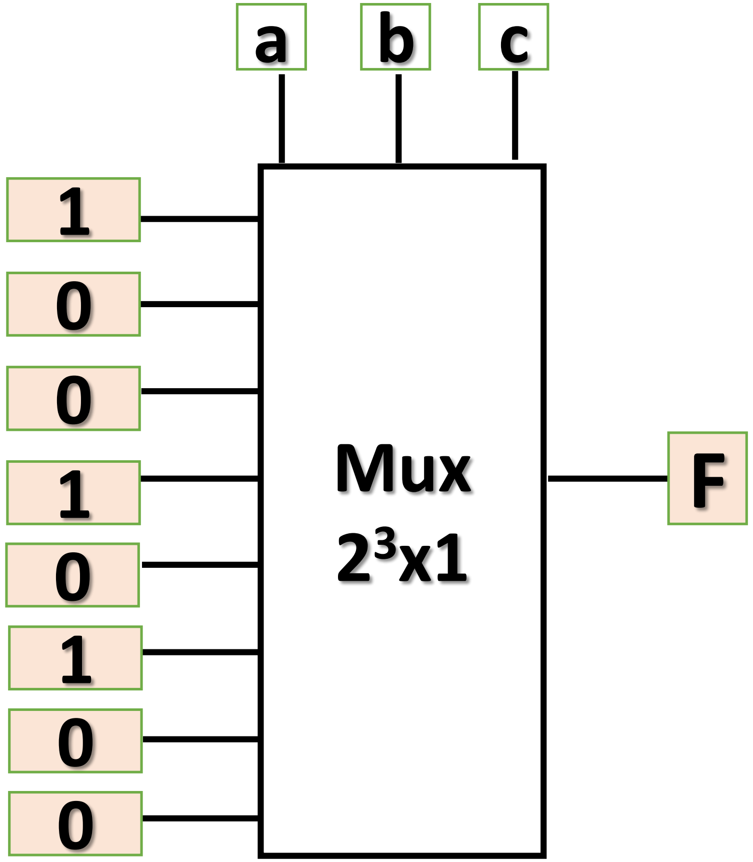
$e_3 = 1$

$e_4 = 0$

$e_5 = 1$

$e_6 = 0$

$e_7 = 0$



Réaliser une fonction de n variables à l'aide d'un MUX 2^px1

P < n

Exemple : N = 4 et p = 2

F(abcd) = ad + bd + cd + abc

On prendra c d comme lignes de sélection a b c d et a b resteront à l'extérieur

F(abcd) = ad(c+/c) + bd(c+/c) + cd + abc(d+/d)

F(abcd) = acd + a/cd + bcd + b/cd + cd + abcd + abc/d

F = cd(a+b+1+ab) + $\bar{c}$d(a+b) + c$\bar{d}$(ab)

F = cd + $\bar{c}$d(a+b) + c$\bar{d}$ (ab)