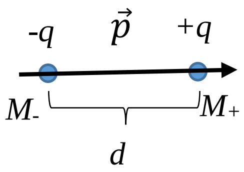
II.6. Application : Le dipôle électrique

On appelle dipôle électrique un système de deux charges électriques $+q$ et $-q$, placées respectivement aux M_+ et M_- et séparées par une distance $d = M_-M_+$ très petite par rapport à la distance d'observation r $(d << r)$; exemple 0.1 mm observé à 1m.

Le dipôle électrique est entièrement déterminé par la donnée de son moment dipolaire $\vec{p}$ définit par :

$$\vec{p} = q\overrightarrow{\mathrm{M_-M_+}},$$



où :

- Direction : la droite joignant les deux charges.
- Sens : dirigé de la charge q_- vers la charge q_+.
- Module : $\|\vec{p}\| = q\left\|\overrightarrow{\mathrm{M_-M_+}}\right\|$.

Remarque :

Un dipôle électrique peut être rigide ($\vec{p}$ constant) ou non rigide ($\vec{p}$ variable).

Exemple 1 :

Un atome placé dans un champ électrique extérieur $\vec{E}$ subit une déformation : le barycentre des charges positives (noyau) et le barycentre des charges négatives (nuage électronique) ne coïncident pas. Ainsi, on obtient un dipôle électrique induit non rigide dont la valeur dépend de $\vec{E}$.

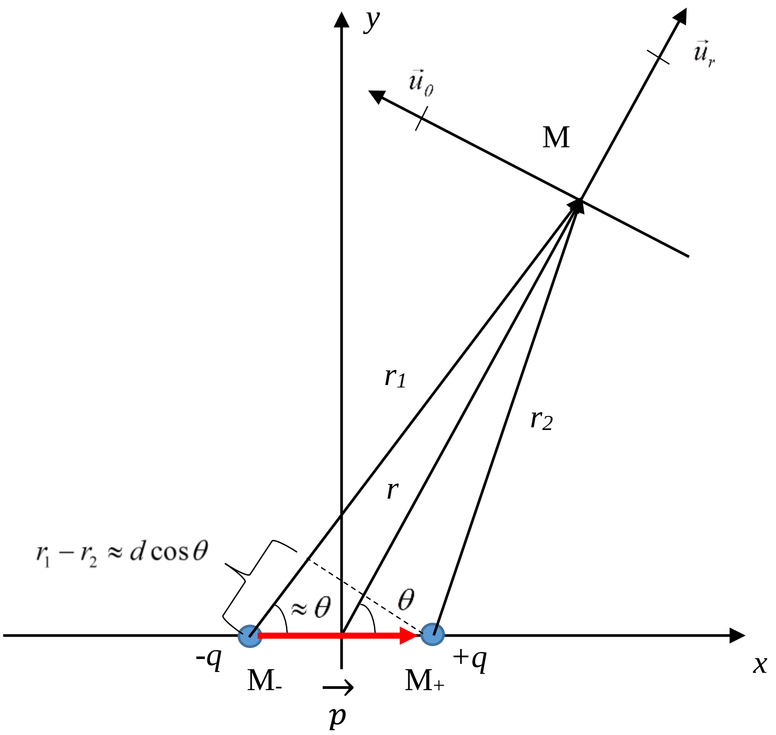
Exemple 2 :

Certaines molécules (H_2O, HCl, …) présentent un moment dipolaire permanent et rigide à température constante.

Potentiel électrique et champ électrique créés par un dipôle électrique à grande distance

Le potentiel électrique V_M créé au point M par le dipôle électrique $\vec{p}$ est donné par :

$$V_M = V_M(-q) + V_M(+q) = \frac{-Kq}{r_1} + \frac{Kq}{r_2} = Kq\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right).$$



Approximations :

$$d << r \;\Rightarrow\; \begin{cases} r_1 r_2 \approx r^2 \;, \\ r_1 - r_2 \approx d\cos\theta \;\left(d = \left\|\overrightarrow{M_- M_+}\right\|\right). \end{cases}$$

Ainsi, on obtient :

$$\boxed{V_M = \frac{K\,p\cos\theta}{r^2} = \frac{K\,\vec{p}.\vec{r}}{r^3}}.$$

Le champ électrique $\vec{E}_M$ créé au point M par le dipôle électrique $\vec{p}$ est donné par :

$$\vec{E}_M = -\vec{\nabla} V_M = -\frac{\partial V_M}{\partial r}\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V_M}{\partial \theta}\vec{u}_\theta = E_{Mr}\vec{u}_r + E_{M\theta}\vec{u}_\theta.$$

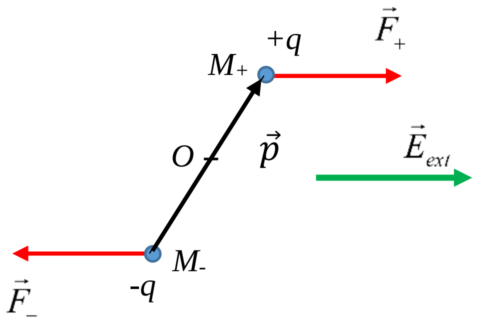
$$\Rightarrow \begin{cases} E_{Mr} = -\dfrac{\partial V_M}{\partial r} = \dfrac{2Kp\cos\theta}{r^3} \\ E_{M\theta} = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_M}{\partial \theta} = \dfrac{Kp\sin\theta}{r^3} \end{cases}.$$

Remarque :

Le dipôle électrique ne peut pas créer un potentiel électrique et un champ électrique dans la position où il se trouve (ne sont pas définis).

Energie potentielle d'un dipôle électrique en présence d'un champ électrique extérieur uniforme $\vec{E}_0$

L'énergie potentielle E_p acquise par un dipôle électrique $\vec{p}$ en présence d'un champ électrique extérieur uniforme $\vec{E}_{ext}$ est donnée par :



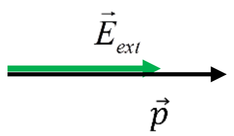
$$\begin{aligned} dE_p &= -\vec{F}_+.d\overrightarrow{OM}_+ - \vec{F}_-.d\overrightarrow{OM}_- = -\left(+q\vec{E}_{ext}\right).d\overrightarrow{OM}_+ - \left(-q\vec{E}_{ext}\right).dOM_- \\ &= -q\vec{E}_{ext}.d\left(\overrightarrow{OM}_+ - \overrightarrow{OM}_-\right) = -q\vec{E}_{ext}.d\overrightarrow{M_-M_+} = -d\left(\vec{E}_{ext}.q\overrightarrow{M_-M_+}\right) \\ &= -d\left(\vec{p}.\vec{E}_{ext}\right) \end{aligned}$$

Ainsi, on obtient :

$$E_p = -\vec{p}.\vec{E}_{ext} = -\|\vec{p}\|\|\vec{E}_{ext}\|\cos\left(\vec{p},\vec{E}_{ext}\right).$$

- La position d'équilibre stable est définie par E_p minimum

$\Rightarrow \cos\left(\vec{p},\vec{E}_{ext}\right)=1 \quad \Rightarrow \left(\vec{p},\vec{E}_{ext}\right)=0$.



- La position d'équilibre instable est définie par E_p maximum

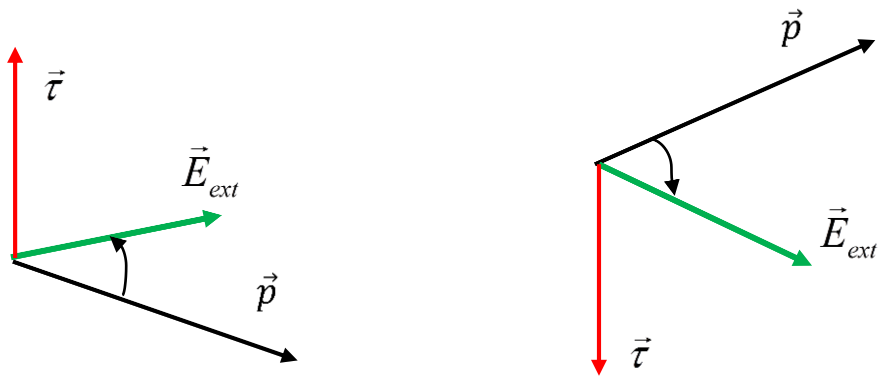
$\Rightarrow \cos\left(\vec{p},\vec{E}_{ext}\right)=-1 \quad \Rightarrow \left(\vec{p},\vec{E}_{ext}\right)=\pi$.

Moment du couple de forces exercé sur un dipôle électrique en présence d'un champ électrique extérieur uniforme $\vec{E}_0$

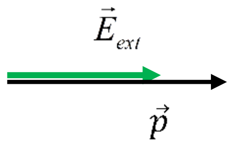
$$\vec{\tau}=\overrightarrow{OM}_+\wedge\vec{F}_+ +\overrightarrow{OM}_-\wedge\vec{F}_- = q\overrightarrow{OM}_+\wedge\vec{E}_{ext} - q\overrightarrow{OM}_-\wedge\vec{E}_{ext} = q\left(\overrightarrow{OM}_+ - \overrightarrow{OM}_-\right)\wedge\vec{E}_{ext} = q\overrightarrow{M_-M_+}\wedge\vec{E}_{ext}$$

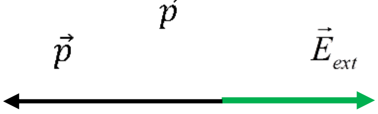
Ainsi, on obtient :

$$\vec{\tau}=\vec{p}\wedge\vec{E}_{ext}.$$



Cas particuliers :

- 

$\vec{\tau}=\vec{0}$.
- 

$\vec{\tau}=\vec{0}$.