Chapitre 2 : Dynamique du point matériel.

I) Introduction :

La dynamique est une partie de la mécanique qui étudie les rapports entre le mouvement et ses causes (forces).

II) Principe de l'inertie :

2.1) Énoncé du principe :

Si un objet n'est soumis à aucune force (objet libre), alors :

i) il reste au repos s'il l'était déjà.

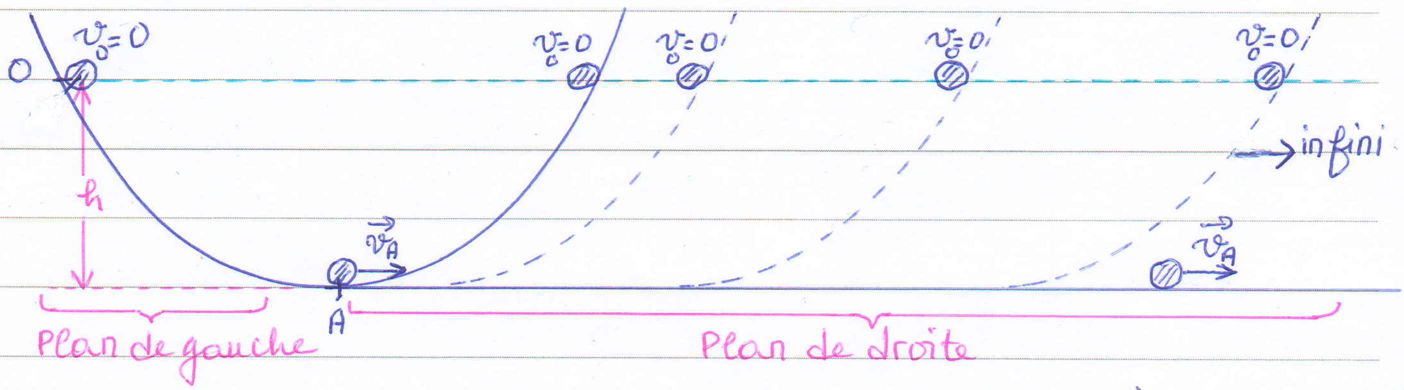
ii) il continue à se déplacer sur une ligne droite s'il l'était déjà.

Remarque :

Le mouvement est une notion relative à l'observateur (repère), donc il est important de préciser le ou les observateurs pour lesquels le principe de l'inertie est valable.

2.2) Expérience de Galilée (1564-1642) :

Hypothèse : On néglige tous types de frottement, à savoir : La résistance de l'air, les frottements sur le plan du mouvement, …



Au point O, la vitesse de la bille v_0 est nulle ($v_0 = 0$).

Arrivant au point A, la bille acquiert une vitesse v_A.

Quelle que soit l'inclinaison du plan de droite, la bille remonte toujours à la même hauteur, hauteur de laquelle elle était partie sur le plan de gauche.
Par extrapolation, si le plan de droite se trouve à l'infini, la bille continuera indéfiniment son mouvement sans être freinée ou accélérée jusqu'à l'infini.

2.3) Référentiel (repère) Galiléen ou inertiel :

Un référentiel galiléen ou inertiel est un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est valable.

Remarques :

i) Tout référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen, est lui-même galiléen.
ii) Dans un référentiel galiléen, l'accélération d'une particule peut s'expliquer simplement par des forces d'origine matérielle liées à la particule et à son environnement.
iii) Une particule qui se déplace en mouvement rectiligne uniforme dans un repère galiléen n'est soumise à aucune force (ou les forces se compensent entre elles).

2.4) Exemples :

Exemple 1 :

Pour la plupart des expériences qu'on peut réaliser sur Terre, le repère lié au sol est un bon repère galiléen.

Exemple 2 :

Pour le mouvement des planètes, on choisit comme système de référence un système lié au soleil dont les axes sont dirigés vers des étoiles bien précises.

Exemples 3 :

Dans les lavabos qui se vident, l'eau tourne dans le sens des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère nord et dans le sens contraire dans l'hémisphère sud. Ce phénomène, [qui est dû à la rotation de la Terre par rapport à son axe (accélération = 0,03 m/s²) et à la rotation de la Terre par rapport au soleil (accélération = 0,006 m/s²)] est inexplicable en terme de force matérielle dans un repère lié au sol. Par contre, ce phénomène est tout à fait explicable si l'étude se fait dans un repère lié au soleil.

III) Quantité de mouvement :

3.1) Définition :

On appelle quantité de mouvement d'un corps ou d'une particule, de masse m et animé de la vitesse $\vec{v}$, la quantité vectorielle :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Dans le système international : $[\vec{p}] = [m][\vec{v}] = \frac{kg}{m\,s}$

3.2) Principe d'inertie en utilisant la notion de quantité de mouvement :

Une particule isolée (la résultante des forces appliquées sur elle est nulle) se déplace avec une quantité de mouvement constante dans un référentiel galiléen.

3.3) Définition de la force :

La force est la variation de la quantité de mouvement au cours du temps :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}$$

Dans le cas où la masse m de la particule est constante :

$\vec{F} = m\vec{a}$ (Deuxième loi de Newton).

3.4) Conservation de la quantité de mouvement :

Application : Exercice 3 (série : dynamique du point matériel).

Deux boules A et B de masses respectives $m_A = 2\,kg$ et $m_B = 3\,kg$ se déplacent sans frottements sur un plan horizontal (xOy), et se heurtent en un point P.

1) Leurs vitesses respectives, mesurées juste avant le choc sont :

$\vec{v}_A = 4\vec{i} - 6\vec{j}$ (m/s) et $\vec{v}_B = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ (m/s).

La vitesse de la boule B, mesurée juste après le choc est :

$\vec{v}_B\,' = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ (m/s).

a) Déterminer la vitesse de la boule A juste après le choc.

On suppose que le système formé par les boules A et B est isolé $\Rightarrow$ la quantité de mouvement reste conservée (constante) au cours du mouvement (avant et après le choc) :

* La quantité de mouvement avant le choc :

$$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_A + \vec{P}_B = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = 2\times(4\vec{i} - 6\vec{j}) + 3\times(2\vec{i} + 2\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{P}_{avant} = 14\vec{i} - 6\vec{j} \ (kg\,m/s)$$

* La quantité de mouvement après le choc :

$$\vec{P}_{après} = \vec{P}_A\,' + \vec{P}_B\,' = m_A \vec{v}_A\,' + m_B \vec{v}_B\,' = 2\vec{v}_A\,' + 3\times(2\vec{i} - 2\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{P}_{après} = 2\vec{v}_A\,' + 6\vec{i} - 6\vec{j}$$

* Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_{après} \Rightarrow 14\vec{i} - 6\vec{j} = 2\vec{v}_A\,' + 6\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_A\,' = 4\vec{i} + 0\vec{j} = 4\vec{i} \ (m/s)$$

b) Quelle est la variation de la quantité de mouvement de la boule A ?

Conservation de la quantité de mouvement du système (A et B) :

$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_{après} \Rightarrow \vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{P}'_A + \vec{P}'_B$

$\Rightarrow \Delta\vec{P}_A = \vec{P}'_A - \vec{P}_A = -(\vec{P}'_B - \vec{P}_B) = -\Delta\vec{P}_B$

$\Rightarrow \Delta\vec{P}_A = -\Delta\vec{P}_B \Rightarrow \Delta\vec{P}_A = m_A(\vec{v}'_A - \vec{v}_A) = 12\vec{j}\ (kg\,m/s)$

Cette relation montre de façon claire qu'il y'a échange de la quantité de mouvement entre les deux boules.

c) Si le temps d'interaction entre les deux boules est $\Delta t = 0,5\,s$, Quelles sont les forces d'interaction entre les deux boules ?

La force agissant sur la boule A :

$\vec{F}_A = \frac{\Delta\vec{P}_A}{\Delta t}$

La force agissant sur la boule B :

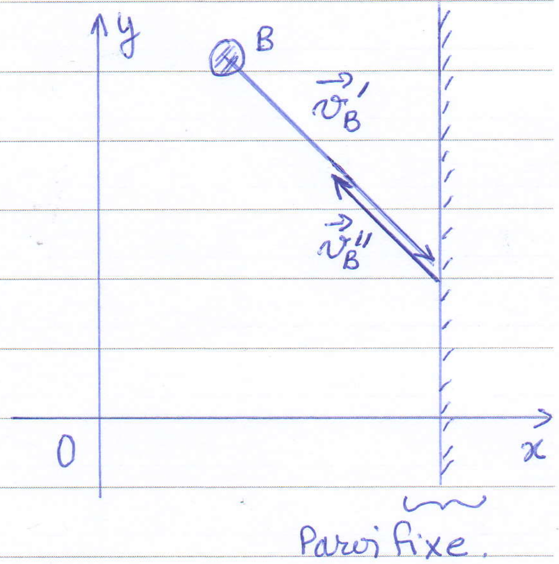
$\vec{F}_B = \frac{\Delta\vec{P}_B}{\Delta t}$

$\Delta\vec{P}_A = -\Delta\vec{P}_B \Rightarrow \vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (Principe de l'action et de la réaction).

$\vec{F}_A = -\vec{F}_B = 24\vec{j}\ (N)$

2) La boule B va ensuite heurter une paroi parallèle à l'axe Oy et rebondit avec une vitesse $\vec{v}_B'' = -\vec{i} + \vec{j}$ (m/s).

Sachant que la durée de l'interaction est $\Delta t' = 0{,}1s$, déterminer la force moyenne ayant agi sur la boule B.



La force moyenne ayant agi sur la boule B est :

$$\vec{F}_m = \frac{\Delta \vec{p}_B'}{\Delta t'} = \frac{m_B}{\Delta t} \Delta \vec{v}_B$$

$$\vec{F}_m = \frac{m_B}{\Delta t'} \left(\vec{v}_B'' - \vec{v}_B' \right)$$

$$\vec{F}_m = \frac{3}{0{,}1} \left((-\vec{i} + \vec{j}) - (2\vec{i} - 2\vec{j}) \right) \text{ (N)}$$

$$\vec{F}_m = 90 (-\vec{i} + \vec{j}) \text{ (N)}$$

$$\|\vec{F}_m\| = 90 \left((-1)^2 + (1)^2 \right)^{1/2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$