Electricité : Epreuve Finale
(Durée 1h30)

Rappel : Constante de Coulomb $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\ 10^9 N\ m^2\ C^{-2}$

Exercice 1 : (5 points)

Un dipôle de moment dipolaire $\vec{p}$ est maintenu fixe au point O (voir figure 1-a). On définit un point M repéré par son vecteur position $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{u_r}$ et on suppose que r est très grand devant les dimensions du dipôle. Le potentiel créé par ce dipôle au point M est donné par l'expression suivante:

$$V(r,\theta) = \frac{Kp\cos\theta}{r^2}$$

1) Etablir l'expression des composantes radiale E_r et transversale E_θ du champ électrique $\vec{E}$ créé par le dipôle au point M.

On place successivement aux positions M_1 et M_2 un deuxième dipôle de moment dipolaire $\vec{p'}$ faisant un angle α avec la direction du dipôle $\vec{p}$ (voir figure 1-b)

2) Pour α=30°, calculer l'énergie potentielle du dipôle $\vec{p'}$ dans chacune des positions M_1 et M_2.
3) Représenter le dipôle $\vec{p'}$ dans sa position d'équilibre stable en M_1, puis en M_2. Justifier.

On donne : $\|\vec{p}\|$ =3.7 10^{-31} C.m ; $\|\vec{p'}\|$ = 5.3 10^{-31} C.m ; $\|\overrightarrow{OM_1}\|=\|\overrightarrow{OM_2}\|$ =1 cm

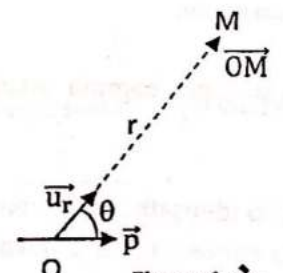


Figure 1-a

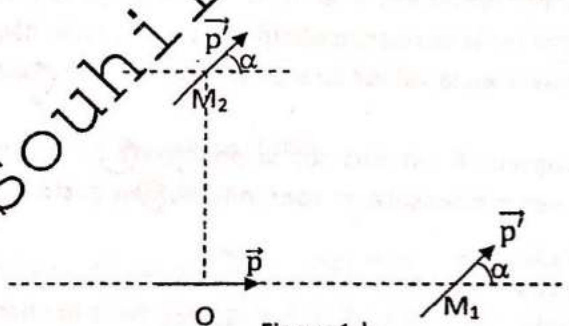


Figure 1-b

Exercice 2: (7 points)

Une sphère (S) de rayon R=2 cm et de centre O porte une charge totale Q (>0) distribuée uniformément en volume. On notera que tout point M de l'espace est repéré par le vecteur $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{u_r}$ et que le potentiel électrique créé par (S) est nul pour r tendant vers l'infini.

1) a) En utilisant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrique $\vec{E}(r)$ créé par (S) pour r > R.
   b) En déduire l'expression du potentiel électrique V(r) pour cette région.
2) a) Calculer le flux Φ_1 du champ électrique à travers la sphère, de centre O et de rayon R_1=30 cm, sachant que $E(R_1)$ = 4. 10^3 V/m.
   b) Quelle relation y a-t-il entre le flux Φ_1 et le flux Φ_2 du champ électrique à travers la sphère de centre O et de rayon R_2 ($R_2 > R_1$)?
   c) En déduire le champ électrique $E(R_2)$ pour R_2=2 R_1.
3) a) Calculer la charge totale Q de (S) ainsi que sa densité volumique de charge ρ.
   b) Calculer les potentiels $V(R_1)$ et $V(R_2)$.

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

4) On abandonne, sans vitesse initiale, une charge ponctuelle $q=1nC$ au point M_1 tel que $OM_1=R_1$. Déterminer l'énergie cinétique $Ec(M_2)$ de la charge q lorsqu'elle sera au point M_2 tel que $OM_2=R_2$.

Exercice 3 : (8 points)

Le circuit de la figure 2 comprend 3 générateurs réversibles, de forces électromotrices respectives E_1, E_2 et E_3, un récepteur pur de force contre-électromotrice e, des résistances identiques R, une résistance variable x, deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 et un interrupteur K à 2 positions.
On prendra : $R = 90\ \Omega$, $E_1 = 200$ V, $E_2 = 100$ V, $E_3 = 50$ V, e = 50 V, $C_1 = 10000\ \mu F$ et $C_2=5000\ \mu F$.

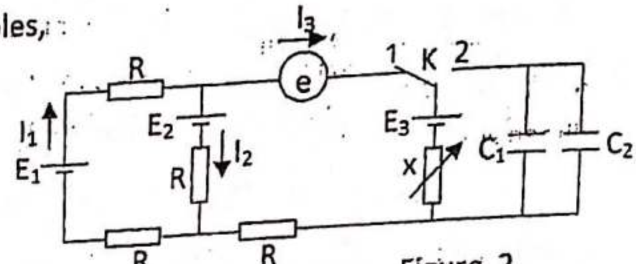


Figure 2

1) L'interrupteur K est mis sur la **position 1.** Les intensités des courants sont appelées I_1, I_2 et I_3 ; leurs sens sont indiqués sur la figure 2.

   a) En appliquant les lois de Kirchhoff, établir le système d'équations permettant de calculer les courants I_1, I_2 et I_3.
   b) Donner le courant I_3 en fonction de la résistance x.
   c) Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance x en fonction de x.
   d) Trouver x_0, la valeur de x pour laquelle cette puissance est maximale.

2) L'interrupteur K est mis sur la **position 2** à un instant qu'on prendra comme origine des temps. Les condensateurs sont **initialement déchargés.**

   a) Calculer C, la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs du circuit.
   b) Etablir l'équation différentielle régissant la charge, q(t), du condensateur équivalent en fonction de x et C.
   c) En déduire la charge q(t) à un instant t quelconque.
   d) Pour $x = x_0$, calculer le temps t_0 au bout duquel le condensateur équivalent atteint les 80% de sa charge finale.
   e) Calculer les charges finales Q_1 et Q_2 des deux condensateurs.

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Electricité : Epreuve Finale
(Barème)

Exercice 1 : (5 points)

1) Expression des composantes E_r et E_θ du champ électrique $\vec{E}$ créé par le dipôle au point M.

$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$

$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2Kp\cos\theta}{r^3}$ 0,25 0,5 $\qquad E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{Kp\sin\theta}{r^3}$ 0,25 0,5

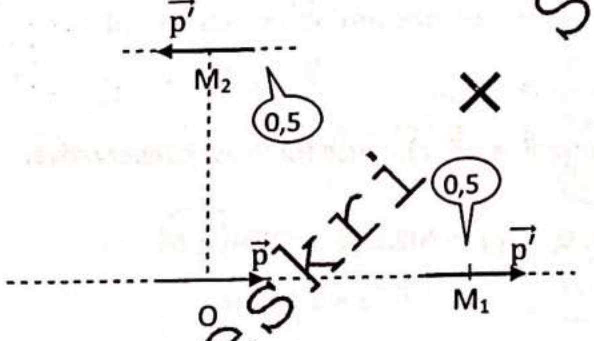
2) En M_1 : θ_1=0 rd, $\quad \vec{E_1}\begin{cases} E_{r_1} = \frac{2Kp}{r^3} \\ E_{\theta_1} = 0 \end{cases}$ 0,25

$E_{p_1} = -\vec{p'}.\vec{E_1} = -p'E_1\cos\alpha = -\frac{Kpp'\sqrt{3}}{\|\overrightarrow{OM_1}\|^3}$ 0,5 $\qquad$ A.N. $E_{p_1} = -3{,}05\ 10^{-45}$J 0,25

En M_2 : $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ rd $\quad \vec{E_1}\begin{cases} E_{r_2} = 0 \\ E_{\theta_2} = \frac{Kp}{r^3} \end{cases}$ 0,25

$E_{p_2} = -\vec{p'}.\vec{E_2} = -p'E_2\cos(\pi-\alpha) = p'E_2\cos\alpha = \frac{Kpp'\sqrt{3}}{2\|\overrightarrow{OM_2}\|^3}$ 0,5 $\qquad$ A.N. $E_{p_2} = 1{,}52\ 10^{-45}$J 0,25

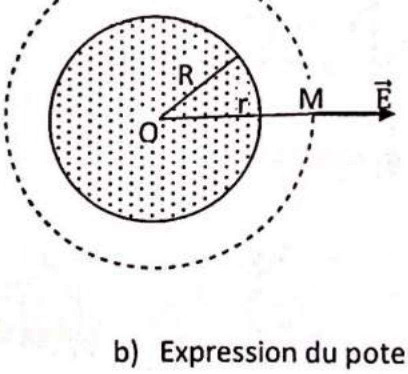
3) Représentation du dipôle $\vec{p'}$ dans sa position d'équilibre stable.



Justification : la position d'équilibre stable correspond à une énergie potentielle minimale. On trouve les valeurs α_1 = 0 rd et $\alpha_2 = \pi$ rd. 0,5

Exercice 2: (7 points)

1) a) Expression du champ électrique $\vec{E}(r)$: 1,5



- Le champ électrique est radial (symétrie sphérique)
- La surface de Gauss est une sphère de rayon r>R
- Flux du champ électrique à travers la surface de Gauss:

$$\Phi = \iint_S \vec{E}.\vec{ds} = \iint_S E.ds = E\iint_S ds = E\,4\pi r^2$$

- Charge enveloppée par la surface de Gauss: $q_{int} = Q$
- Théorème de Gauss : $\Phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$ ou $\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}$

b) Expression du potentiel électrique V(r) :

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Le champ étant radial, $dV = -E\,dr$ (0,5)

$\Rightarrow V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + cte$

Et, puisque $V(\infty) = 0$, $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (0,5)

2) a) Calcul du flux Φ_1:

$\Phi_1 = E(R_1).4\pi R_1^{\,2}$ (0,25) A.N. $\Phi_1 = 4{,}52\ 10^3\ V.m$ (0,25)

b) Le flux de $\vec{E}(r)$ est le même à travers toutes les sphères de centre O et de rayon r (pour $R < r < \infty$) $\Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$ (0,5)

c) $E(R_1).4\pi R_1^{\,2} = E(R_2).4\pi R_2^{\,2} \Rightarrow$ pour $R_2 = 2R_1$, $E(R_2) = \frac{E(R_1)}{4}$ (0,25)

A.N. $E(R_2) = 10^3\ V/m$ (0,25)

3) a) Calcul de la charge totale Q : (0,25) (0,25)

Application du théorème de Gauss $\Rightarrow Q = \Phi\,.\,\varepsilon_0$ A.N. $Q \cong 4.10^{-8} C$

La charge étant distribuée de manière uniforme, la densité volumique de charge est constante $\Rightarrow \rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}$ (0,5) A.N. $\rho = 1{,}19\ 10^{-3}\ C/m^3$ (0,25)

b) Calcul des potentiels $V(R_1)$ et $V(R_2)$:

$$V(R_1) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = 1200\ V \quad (0{,}25)$$

$$V(R_2) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 600\ V \quad (0{,}25)$$

4) La charge q est soumise à une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}(r)$. Cette force est conservative.

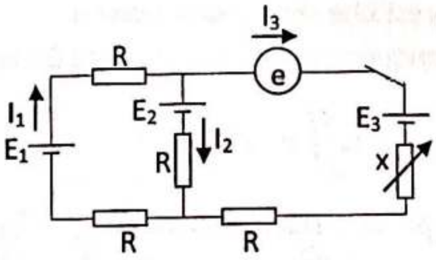
$E_c(M_2) - E_c(M_1) = E_p(M_1) - E_p(M_2)$ (0,5)

$E_c(M_2) = q[V(R_1) - V(R_2)]$ (0,5) A.N. $E_c(M_2) = 6\ 10^{-7} J$ (0,25)

Exercice 3 : (8 points)

1) L'interrupteur K est mis sur la **position 1.**

a) Système d'équations permettant de calculer les courants I_1, I_2 et I_3 :



Loi des nœuds :

$I_1 = I_2 + I_3$ (0,25)

Loi des mailles :

$2RI_1 + RI_2 = E_1 - E_2$ (0,5)

$-RI_2 + (R + x)I_3 = E_2 - E_3 - e$ (0,5)

b) Le système d'équations devient :

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 180\, I_1 + 90\, I_2 = 100 \\ -90\, I_2 + (90 + x)\, I_3 = 0 \end{cases}$$

On élimine I_1 puis I_2 et on obtient :

$$I_3 = \frac{100}{450+3x}$$ 1

c) Puissance dissipée par effet Joule dans la résistance x :

$$P_x = xI_3{}^2 = \frac{10^4\, x}{(450 + 3x)^2}$$ 0,5

0,25

d) Valeur de x pour laquelle cette puissance est maximale.

P_x est maximale si $\frac{dP_x}{dx} = 0$ 0,25

$$\frac{dP_x}{dx} = \frac{10^4(450-3x)}{(450+3x)^3}$$ 0,5

$\frac{dP_x}{dx} = 0$ pour $x_0 = 150\ \Omega$ 0,25

(On peut vérifier qu'il s'agit bien d'un maximum en cherchant le signe de la dérivée seconde de P_x qui doit être négative)

2) L'interrupteur K est mis sur la **position 2.**

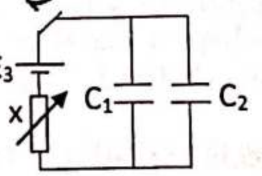
a) Capacité du condensateur équivalent :

$C = C_1 + C_2 = 15000\ \mu F$ 0,25

b) Equation différentielle régissant la charge :

$$x\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E_3$$

$$x\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 50$$ 1



c) Charge q(t) à un instant t quelconque :

$$q = 50C\left(1 - e^{-\frac{t}{xC}}\right)$$ 1 : Pour la résolution

d) Calcul du temps t_0 :

$$q(t_0) = \frac{80}{100}50\ C = 50\ C\left(1 - e^{-\frac{t_0}{xC}}\right)$$ 0,25

$t_0 = x_0\ C\ \ln 5$ 0,25 A.N. $t_0 = 3{,}62\ s$ 0,25

e) Calcul des charges finales Q_1 et Q_2.

Les 2 condensateurs sont en parallèle :

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C} = \frac{50\ C}{C} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_1\, 50 = 0{,}5\ C \\ Q_2 = C_2\, 50 = 0{,}25\ C \end{cases}$$ 0,25 0,25

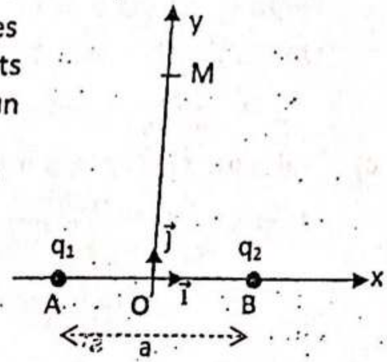
0,5

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Electricité : Epreuve Finale
(Durée 1h30)

Exercice 1 (6 points)

On considère un système d'axes (Ox,Oy). Deux charges ponctuelles identiques $q_1=q_2=+q$ ($q > 0$) sont respectivement placées aux points A et B de l'axe Ox de sorte que AB=a. On considère, sur l'axe Oy, un point M d'ordonnée OM=y (voir la figure ci-contre).



1. Déterminez l'expression du potentiel électrique V créé par les 2 charges au point M en fonction de K, q, y et a.
2. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}$ au point M en fonction de K, q, y et a.
3. Donnez les expressions du potentiel électrique V_0 et du module du champ $\vec{E_0}$ au point M_0 d'ordonnée $y_0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ en fonction de K, q et a.
4. On maintient une $3^{ème}$ charge $q_3=-2q$ à la position M_0. Calculez U, l'énergie interne du système des 3 charges.
5. On libère la charge q_3 sans vitesse initiale. Calculez $E_c(0)$, l'énergie cinétique de cette charge quand elle arrive au point O.

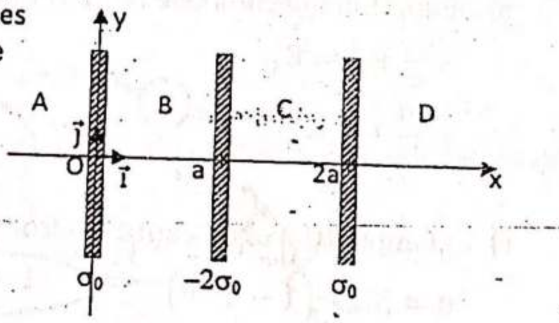
Données : $q = 10^{-8}$C, a = 10cm et $K = 9\ 10^9$ (MKSA).

Exercice 2 (6 points)

Un plan infini, uniformément chargé avec une densité surfacique de charge σ, est placé à l'origine d'un repère (Oxyz).

1. En utilisant le théorème de Gauss, montrez que le champ électrique créé par ce plan en tout point de l'espace est uniforme et exprimez son module E en fonction de σ et ε_0 (la permittivité du vide)

   Représentez qualitativement le vecteur champ électrique $\vec{E}$ si $\sigma < 0$.
2. On considère maintenant 3 plans infinis portant des distributions de charge de densités surfaciques respectives $\sigma_0, -2\sigma_0$ et σ_0 ($\sigma_0 > 0$) qu'on place dans le repère (Oxyz) comme l'indique la figure ci-contre.



   a. Calculez le champ électrique $\vec{E}$ créé par ces 3 plans dans les régions :
   A : $x < 0$
   B : $0 < x < a$
   C : $a < x < 2a$
   D : $x > 2a$

   b. Représentez le vecteur champ électrique $\vec{E}$ dans chacune des 4 régions.
   Echelle 1cm → 2π V/m.

On place un dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p_1}$ dans la région B et un $2^{ème}$ dipôle de moment dipolaire $\vec{p_2}$ dans la région C de telle sorte que l'énergie potentielle de chacun de ces dipôles soit nulle.

   c. Représentez qualitativement $\vec{p_1}$ et $\vec{p_2}$ dans les régions B et C. Justifiez votre représentation.

   d. Représentez les positions finales respectives des 2 dipôles. En déduire leurs énergies potentielles finales.

Données : $\sigma_0 = 4\pi\varepsilon_0$ C/m², $|\vec{p_1}| = |\vec{p_2}| = 2\ 10^{-10}$ C.m.

Juin 2015

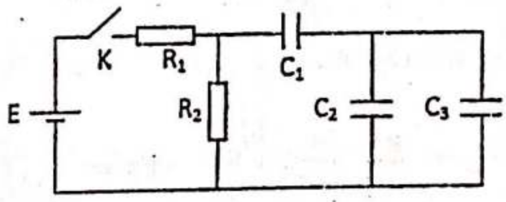
USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Exercice 3 (8 points)

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.

Le circuit de la figure ci-contre est constitué d'un générateur de force électromotrice E, de deux résistances R_1 et R_2, de trois condensateurs C_1, C_2 et C_3 et d'un interrupteur K.

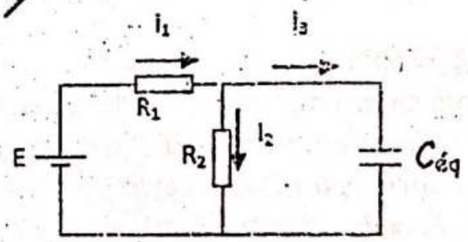
On prendra : $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2} = C$



I. Régime permanent : l'interrupteur K étant fermé, on attend que les condensateurs soient entièrement chargés.

1. Donnez les intensités des courants dans les différentes branches du circuit.
2. Déterminez la capacité $C_{éq}$ du condensateur équivalent à l'association des 3 condensateurs C_1, C_2 et C_3. Exprimez-la en fonction de C.
3. Déterminez la charge Q_1 du condensateur de capacité C_1 ainsi que la tension V_1 à ses bornes.
4. En déduire les charges Q_2 et Q_3 des deux autres condensateurs.

II. Régime transitoire : les trois condensateurs étant initialement déchargés, on ferme l'interrupteur à l'instant t=0s.



5. En appliquant les lois de Kirchhoff, montrez que l'équation différentielle qui régit la charge q(t) du condensateur équivalent aux trois condensateurs C_1, C_2 et C_3 est :
$$R\frac{dq}{dt}+\frac{8}{3}\frac{q}{C}=E$$
6. Résolvez cette équation différentielle et donnez la charge q(t).
7. Ecrivez les relations qui lient la charge q(t) à $q_1(t)$, $q_2(t)$ et $q_3(t)$, les charges respectives des trois condensateurs C_1, C_2 et C_3.
8. En déduire les expressions des charges $q_1(t)$, $q_2(t)$ et $q_3(t)$.

Electricité : Epreuve Finale

Exercice 1 (6 points)

1. $V = V_1 + V_2 = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2}$ — 0,5

   $q_1 = q_2 = +q$ et $r_1 = r_2 = \sqrt{y^2 + \frac{a^2}{4}}$

   D'où $V = \frac{2Kq}{\sqrt{y^2+\frac{a^2}{4}}}$ — 0,5

2. V ne dépend que de la coordonnée y $\Longrightarrow E = -\frac{dV}{dy} = \frac{2Kqy}{\left(y^2+\frac{a^2}{4}\right)^{3/2}}$ — 0,5 d'où $\vec{E} = \frac{2Kqy}{\left(y^2+\frac{a^2}{4}\right)^{3/2}}\vec{j}$ — 0,5

3. $V_0 = \frac{2Kq}{a}$ — 0,5 $E_0 = \frac{Kq\sqrt{3}}{a^2}$ — 0,5

4. ~~$U = \frac{Kq_1q_2}{a} + \frac{Kq_1q_3}{a} + \frac{Kq_2q_3}{a} = -\frac{3Kq^2}{a}$ — 0,5 A.N. U = - 27 μJ — 0,5~~

5. Conservation de l'énergie totale de la charge q_3 (soumise à une force électrique dérivant d'un potentiel) :

   $E_c(O) + E_p(O) = E_c(M_0) + E_p(M_0)$

   $E_p(O) = q_3V(O) = -2q\frac{4Kq}{a} = -\frac{8Kq^2}{a}$ — 0,5

   $E_c(M_0) = 0$

   $E_p(M_0) = q_3V_0 = -\frac{4Kq^2}{a}$ — 0,5

   D'où $E_c(O) = E_p(M_0) - E_p(O) = \frac{4Kq^2}{a}$ — 0,5 A.N. $E_c(O) = 36\mu J$ — 0,5

Exercice 2 (6 points)

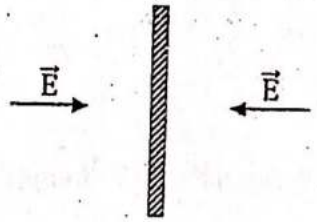
1. Application du théorème de Gauss :
   - Direction du champ électrique : perpendiculaire au plan — 0,25
   - Surface de Gauss : cylindre d'axe perpendiculaire au plan, de base S et de hauteur h — 0,25
   - Flux du champ électrique à travers la surface de Gauss : Φ = 2ES — 0,25
   - Charge enveloppée par la surface de Gauss : $q_{int} = \sigma S$ — 0,25
   - Théorème de Gauss : $\Phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ — 0,25

   $2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ — 0,25

   Le vecteur champ électrique garde une direction, un sens et un module constants $\Rightarrow$ il est uniforme. — 0,25

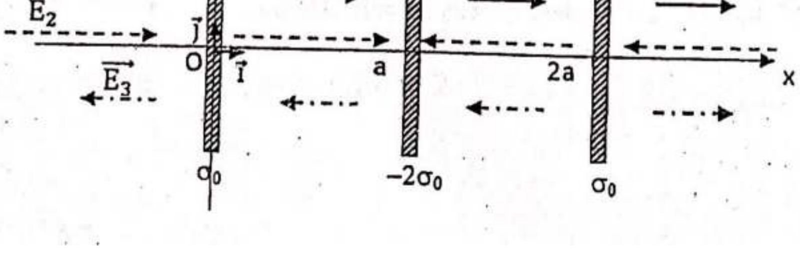
   Représentation pour σ < 0 :

   0,25



2. a. On applique le principe de superposition : $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$ dans chaque région

   Et $|\vec{E_1}| = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$, $|\vec{E_2}| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$ et $|\vec{E_3}| = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$ — 3 x 0,25



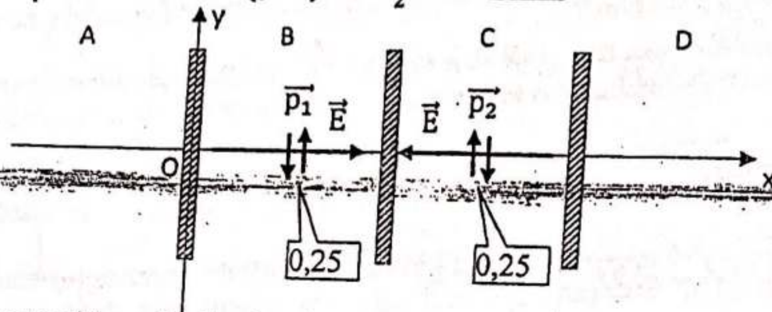
Region A : $\vec{E} = \vec{0}$ ← 0,25 Région B : $\vec{E} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{i} = 4\pi\vec{i}$ (V/m) ← 0,25

Région C : $\vec{E} = -\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\vec{i} = -4\pi\vec{i}$ (V/m) ← 0,25 Région D : $\vec{E} = \vec{0}$ ← 0,25

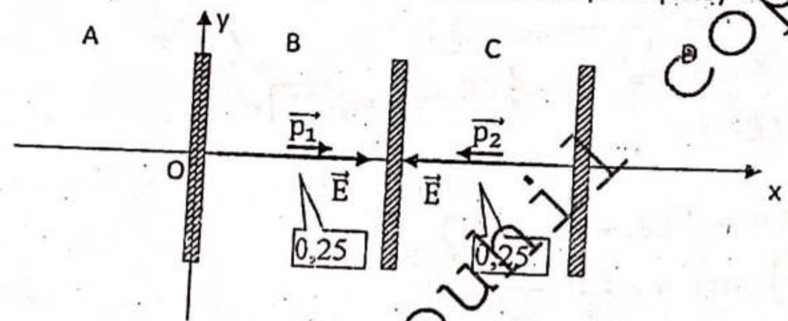
b. Représentation à l'échelle: ← 2 x 0,25

c. $E_p = -\vec{p}.\vec{E}$

$E_p = 0$ quand $(\vec{p},\vec{E}) = \pm\frac{\pi}{2}$ rd ← 0,25



d. Les positions finales des dipôles sont telles ces derniers soient alignés avec le champ électrique (absence de couple de forces sur chaque dipôle)

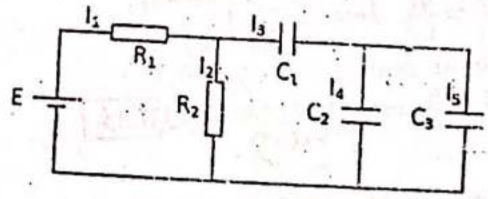


$E_{p1f} = -p_1 E = -8\pi\, 10^{-10}$ J ← 0,25 $E_{p2f} = -p_2\, E = -8\pi\, 10^{-10}$ J ← 0,25

Exercice 3 (8 points)

I. **Régime permanent :**

1. Les condensateurs chargés, ils ne laissent pas passer de courant



$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{E}{2R}$ ← 0,5

$I_3 = I_4 = I_5 = 0$ ← 0,5

2. $C_{éq} = \frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3} = \frac{3}{4}C$ ← 0,5

3. La charge Q_1 du condensateur de capacité C_1 est égale à la charge Q du condensateur équivalent.

Calcul de Q : $\frac{Q}{C_{éq}} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E$

$\Rightarrow Q_1 = Q = C_{éq}\frac{R_2}{R_1+R_2}E = \frac{3}{4}C\,\frac{E}{2} = \frac{3}{8}\,CE$ ← 0,5

$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{3}{8}\,E$ ← 0,5

4. $V_2 = V_3 = \frac{R_2}{R_1+R_2}E - V_1 = \frac{E}{2} - \frac{3}{8}\ E = \frac{1}{8}\ E \quad \boxed{0,5}$

$$Q_2 = C_2V_2 = \frac{CE}{8} \quad \boxed{0,5}$$

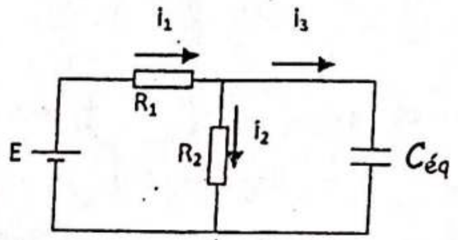
$$Q_3 = C_3V_3 = \frac{CE}{4} \quad \boxed{0,5}$$

II. Régime transitoire :

5. Application des lois de Kirchhoff :

$i_1 = i_2 + i_3 \quad \boxed{0,25}$

$R_1i_1 + R_2i_2 = E \quad \boxed{0,25}$



$\frac{q}{C_{éq}} - R_2i_2 = 0 \quad \boxed{0,25}$

$i_3 = \frac{dq}{dt} \quad \boxed{0,25}$

$\Rightarrow \quad R\frac{dq}{dt} + \frac{8}{3}\frac{q}{C} = E \quad \boxed{0,25}$

6. Résolution de l'équation différentielle :

SESSM : $q = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ où $\tau = \frac{3RC}{8} \quad \boxed{0,25}$

SP : q_p=cte $\Rightarrow \frac{8}{3}\frac{q_p}{C} = E \quad \Rightarrow \quad q_p = \frac{3}{8}\ CE \quad \boxed{0,25}$

SG : $q = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{3}{8}\ CE$

Condition initiale :

à t=0, q = 0 $\Rightarrow \quad A = -\frac{3}{8}\ CE \quad \boxed{0,25}$

$q = \frac{3}{8}\ CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{3RC}{8} \quad \boxed{0,25}$

$\boxed{0,25}$

7. Relations entre q(t), q_1(t), q_2(t) et q_3(t) :

$q = q_1 = q_2 + q_3 \quad \boxed{0,25}$

$\frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} \quad \boxed{0,25}$

Ce qui donne :

$\frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} = \frac{q}{C_2+C_3} \quad \boxed{0,25}$

8. Expressions des charges q_1(t), q_2(t) et q_3(t) :

$$\begin{cases} q_1(t) = q(t) = \frac{3}{8}\ CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \boxed{0,25} \\ q_2(t) = C_2\frac{q(t)}{C_2+C_3} = \frac{q(t)}{3} = \frac{1}{8}CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \boxed{0,25} \\ q_3(t) = C_3\frac{q(t)}{C_2+C_3} = \frac{2q(t)}{3} = \frac{1}{4}EC\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \boxed{0,25} \end{cases}$$

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Juin 2015

Electricité : Epreuve de Rattrapage
(Durée 1h30)

Exercice 1 :(7points)

Un fil de longueur L, de densité linéique λ_1 et placé suivant l'axe des y d'un système de coordonnées cartésiennes (Oxyz), porte une charge Q positive (figure 1.a).

1- a. Représenter sur un schéma le vecteur $d\vec{E}$ crée par un élément dl = dy du fil au point M situé sur l'axe des x tel que OM = x

b- Exprimer les composantes dE_x et dE_y de $d\vec{E}$ en fonction de K (Constante de Coulomb), λ_1, x et α

c- Etablir alors en fonction de K, λ_1, x, α_1 et α_2 l'expression des composantes Ex et Ey du champ électrique $\vec{E}$ crée par tout le fil au point M.

2. En déduire les expressions de E_x et E_y lorsque le fil devient infini

3. On place maintenant un second fil infini, de densité linéique $\lambda_2 = -\lambda_1$, à une distance d du premier fil. Donner l'expression du vecteur champ électrique $\vec{E}$ crée par ces deux fils en un point M situé à une distance x = d/2 du premier fil (figure 1.b).

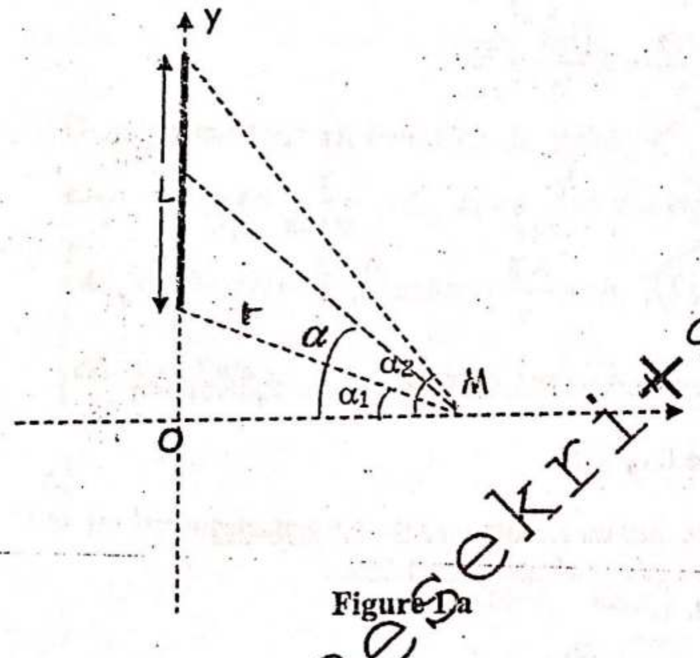


Figure 1.a

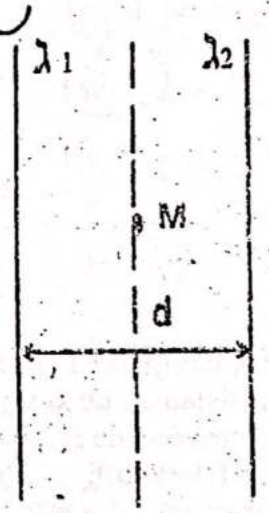


Figure 1 .b

Juin 2015

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI

Exercice 2 :(7Points)
On considère 2 cylindres coaxiaux non conducteurs (C_1) et (C_2) d'axe Δ, de longueur h et de rayons R_1 et R_2 ($R_2 << h$),
(C_1) est plein et a pour densité volumique de charge ρ ; son potentiel à la surface est égal à V_0.
(C_2) est creux, d'épaisseur négligeable et de densité surfacique de charge σ (Figure 2).
$R_1=20$ cm ; $R_2=40$ cm ; $\rho=10^{-7}/\pi$ C.m^{-3} ; $\sigma=-10^{-8}/2\pi$ C.m^{-2}

1) Exprimer les charges Q_1 et Q_2 en fonction de h.
2) Déterminer l'intensité du champ E(r) créé par ces 2 cylindres dans les régions A et B :
   a) Région A : $R_1 < r < R_2$
   b) Région B : $r > R_2$
3) Déterminer l'expression du potentiel électrique V(r) dans chacune de ces régions.
4) Représenter l'allure du champ et du potentiel en fonction de r dans les régions A et B.

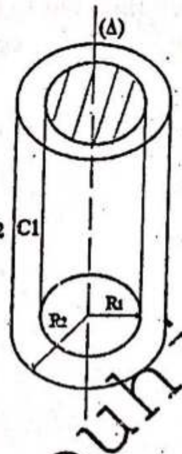
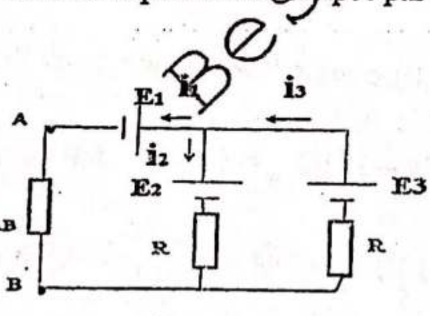


Figure 2

Exercice3 :(6points)
Le circuit de la figure 3, comporte 3 générateurs réversibles et 3 résistances. R_{AB} est la résistance équivalente du regroupement des résistances de la figure 4.

1) Déterminer l'expression de R_1 en fonction de R sachant que $R_{AB}=R$.
2) Ecrire les lois de Kirchhoff.
3) En déduire les intensités des courants circulant dans les branches du circuit pour E=2V et R=2Ω
4) Préciser le sens réel des courants et le fonctionnement de chaque générateur réversible.
5) Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit.



E1=E ; E2=E3=2E
FIGURE 3

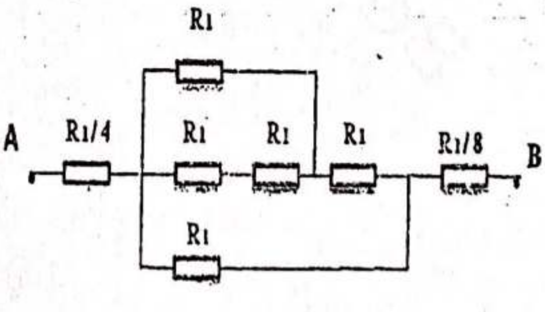
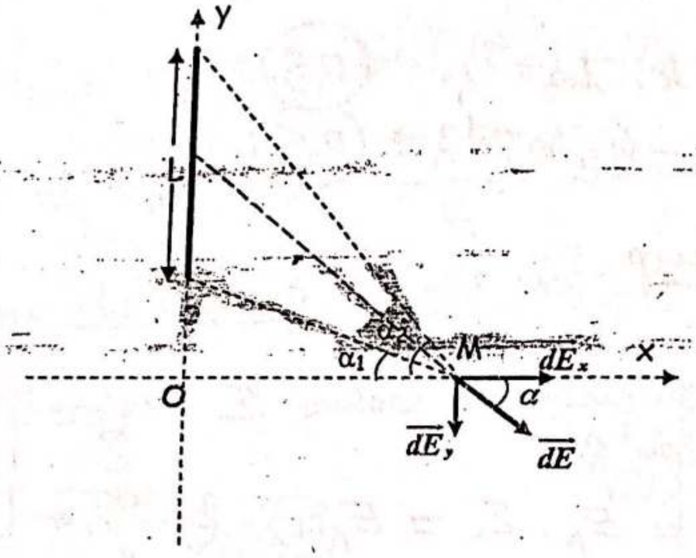


FIGURE 4

Exo 1 /7pts

1- Champ crée par le fil au point M :

a)



1

b)

$$\overrightarrow{dE}=\frac{Kdq}{r^2}\vec{u}=\frac{K\lambda dy}{r^2}\vec{u}\Rightarrow\begin{cases}dE_x=dE\cos\alpha & 0,5\\ dE_y=-dE\sin\alpha & 0,5\end{cases}$$

On exprime tout en fonction de alpha

$\cos\alpha=\frac{x}{r}\Rightarrow r=\frac{x}{\cos\alpha}$ et $tg\alpha=\frac{y}{x}\Rightarrow y=xtg\alpha\Rightarrow dy=\frac{x}{\cos^2\alpha}d\alpha$ donc :

$$\begin{cases}dE_x=dE\cos\alpha=\frac{K\lambda dy}{r^2}\cos\alpha=\frac{K\lambda}{x}\cos\alpha & 0,5\\ dE_y=-dE\sin\alpha=-\frac{K\lambda dy}{r^2}\sin\alpha=-\frac{K\lambda}{x}\sin\alpha & 0,5\end{cases}$$

c)

en intégrant entre α_1 et α_2 on a :

$$E_x=\frac{K\lambda}{x}(\sin\alpha_2-\sin\alpha_1)\quad et\quad E_y=\frac{K\lambda}{x}(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1)\qquad 0,5+0,5$$

0,5

2- Si le fil est infini donc $\alpha_1=-\pi/2$ et $\alpha_1=\pi/2$ et enfin :

$$E_x=\frac{2K\lambda}{x}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\quad et\quad E_y=0\qquad 0,5+0,5$$

3- Champ crée par les deux fils :

$$\vec{E}_M=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow E_M=E_1-E_2=\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 x}-\frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}\qquad 0,5$$

Si x = d/2 et $\lambda_1=-\lambda_2=\lambda$, on a :

$$E_M=E_1+E_2=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d}+\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d}=\frac{2\lambda}{\pi\varepsilon_0 d}\qquad 0,5$$

Exercice 2 : 7 pts

1°) Charges

$Q_1 = \rho \times \text{volume} = 4.10^{-9} h$ ← 0,5

$Q_2 = \Gamma \times \text{surface} = -4.10^{-9} h$ ← 0,5

2°) Intensité du champ.

a) $R_1 < r < R_2$

Flux à travers une surface de Gauss Σ passant par un point M de la région A.

① $\Phi_\Sigma = \iint_\Sigma \vec{E_A} \cdot d\vec{\Sigma} = E_A \cdot \Sigma = E_A(r) \cdot 2\pi r h$ ← 0,25

② $\Phi_\Sigma = \frac{\Sigma q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$ ← 0,25

① = ② $\Rightarrow$ $E_A(r) = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0 h r}$ ou $\frac{2K Q_1}{h \cdot r}$ ← 0,5

b) $r > R_2$

$\Phi_{\Sigma'} = E_B(r) \cdot 2\pi r h$ ← 0,25

$\Phi_{\Sigma'} = \frac{\Sigma q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0} = 0$ ← 0,5

Σ' est une surface de Gauss passant par un pt M' de la région B.

$\Rightarrow E_B = 0$ ← 0,25

3°) potentiel électrique.

$$E(r) = -\frac{dV(r)}{dr}$$

* $V_A(r) = -\frac{2KQ_1}{h}\int \frac{dr}{r} \Rightarrow V_A(r) = -\frac{2KQ_1}{h} \ln r + C_A$ ← 0,5

* $V_B(r) = C_B$ ← 0,5

* Détermination des constantes C_A et C_B.

$r \to R_1 \Rightarrow V_A(R_1) = V_0 = -\frac{2KQ_1}{h} \ln R_1 + C_A$

soit : $C_A = V_0 + \frac{2KQ_1}{h} \ln R_1 \leftarrow$ (0,5)

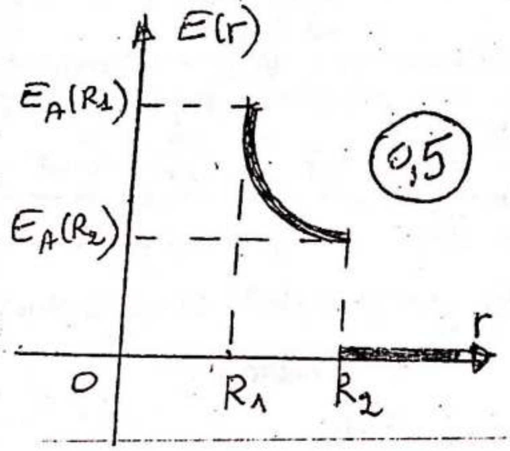
et $V_A(r) = \frac{2KQ_1}{h} \ln \frac{R_1}{r} + V_0 \leftarrow$ (0,5)

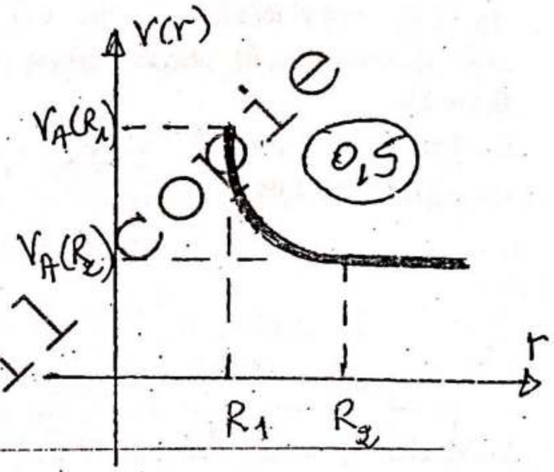
(0,5)

$* \; V_A(R_2) = V_B(R_2) \Rightarrow V_A(R_2) = V_0 + \frac{2KQ_1}{h} \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

$V_B(r) = C_B = V_0 - \frac{2KQ_1}{h} \ln 2 \leftarrow$ (0,5)

4°) <u>Allure du champ et du potentiel.</u>





<u>Exercice 3 : 6 pts</u>

1°) $R' = R = R_{AB}$; $\boxed{0,25 \text{ ou } 0}$

2°) $\begin{cases} i_3 = i_1 + i_2 \leftarrow (0,25) \\ R i_1 - R i_2 = E \leftarrow (0,5) \\ i_2 + i_3 = 0 \leftarrow (0,5) \end{cases}$

3°) $\begin{cases} i_1 = \frac{2}{3} \text{ A} \\ i_2 = -\frac{1}{3} \text{ A} \\ i_3 = 1/3 \text{ A} \end{cases} \leftarrow \boxed{1 \text{ ou } 0}$

4°) Le sens de i_2 est inversé car le courant doit être positif. $\boxed{\ldots 5 \text{ ou } 0}$

Les générateurs réversibles de f.e.m E_2 et E_3 doivent fonctionner comme générateurs et celui de f.e.m E_1 comme récepteur. $\boxed{\ldots u\,0}$

5°) $P_J = R i_1^2 + R i_2^2 + R i_3^2$ (0,5) $\Rightarrow P_J = \frac{4}{3}$ W $\leftarrow$ (0,5) avec corrigé.

Faculté de Physique, U.S.T.H.B.
1ère année L.M.D. /MI /Sections:4, 5, 6, 7, 9 et 10.

Juin 2014

Rattrapage d'électricité

Exercice 1

Trois charges électriques ponctuelles q_A, q_B et q_C sont placées aux points $A(a,0)$, $B(0,a)$ et $C(-a,0)$ respectivement (voir figure 1).

On donne : $q_A = q = 2\,10^{-9}$ C, $q_B = -2q$, $q_C = 2q$ et $a = 5$ cm.

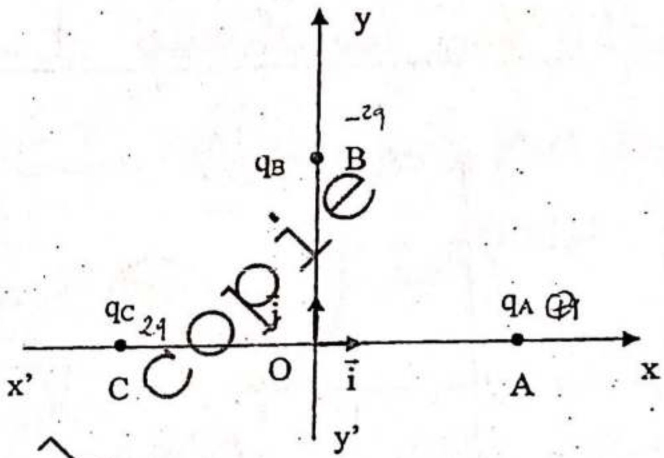


Figure 1

1. Calculer le potentiel électrique V créé par ces trois charges au point O.
2. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ créé au point O. Représenter $\vec{E}$.
3. Calculer l'énergie interne U du système constitué par ces trois charges.

Exercice 2

1. La capacité C du condensateur équivalent à l'assemblage de condensateurs de la figure 2 est $C = 10\,\mu F$.

On donne : $C_1 = 1\,\mu F$, $C_2 = 3\,\mu F$, $C_3 = 4\,\mu F$, $C_4 = 8\,\mu F$ et $C_5 = C_6 = C_x$.

Calculer la valeur de la capacité C_x.

2. Calculer la charge Q et l'énergie emmagasinée dans le condensateur équivalent si $V_A - V_B = 100$ V.

3. Calculer dans ces conditions la charge Q_5 et l'énergie emmagasinée dans le condensateur C_5.

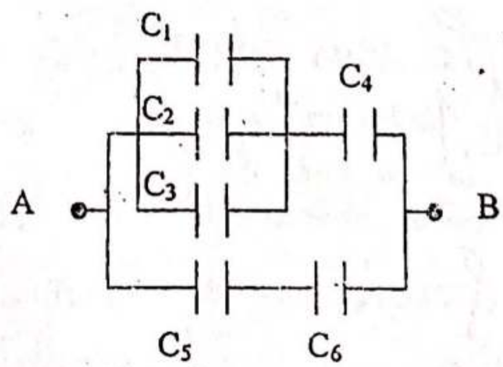


Figure 2

Exercice 3

On considère le circuit électrique, représenté sur la figure 3, composé d'un générateur de f.e.m E et de résistance interne r, de deux résistances R_1 et R_2, de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 initialement déchargés, et d'un commutateur K.

1. A l'instant t=0s, on met le commutateur K sur la position 1.

a. Etablir l'équation différentielle régissant la charge du condensateur C_1.

b. En déduire l'expression de la charge q(t) du condensateur. Préciser la constante de temps du circuit τ et la charge finale Q_f du condensateur.

c. Déterminer l'expression du courant i(t) débité par le générateur.

2. Le condensateur C_1 est totalement chargé, on met le commutateur K sur la position 2.

Lorsque l'équilibre électrique est établi, calculer:

a. Les charges finales des condensateurs C_1 et C_2.

b. La différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur.

c. Faire le bilan énergétique de ce circuit; en déterminant les énergies: fournie par le générateur, emmagasinées dans C_1 et C_2 et perdue par effet Joule dans R_2.

On donne: E=14V, $r = 10\Omega$, $R_1 = R_2 = 100\Omega$, $C_1 = 10$ nF, $C_2 = 1$ nF.

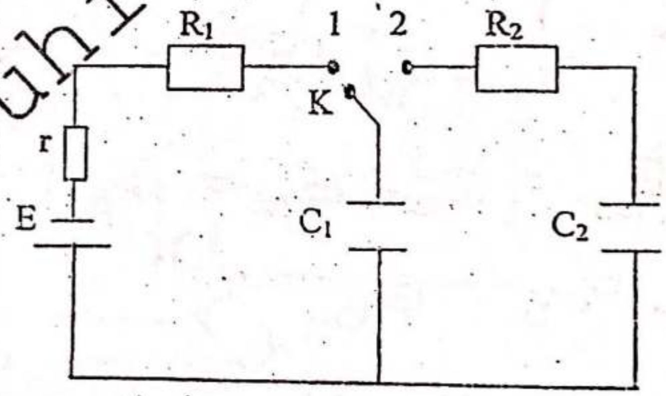
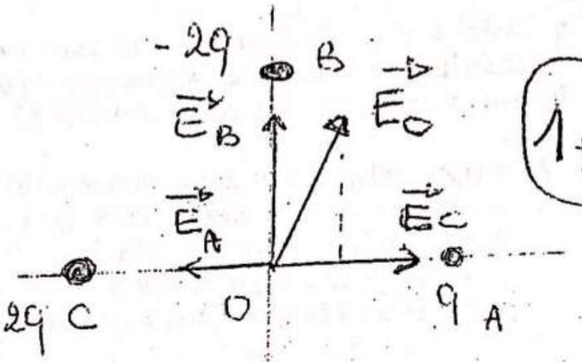


Figure 3

Exercice 1 : (7 pts)



1 pt

1) Potentiel électrique V_O :

2 pts $V_O = V_A + V_B + V_C$

$$V_O = \frac{Kq}{a} - \frac{2Kq}{a} + \frac{2Kq}{a}$$

d'où ; $\boxed{V_O = \frac{Kq}{a}}$ A.N : $\boxed{V_O = 3{,}6 \cdot 10^{2}\,V}$

2) champ électrique $\vec{E}_O$:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

2 pts

$$\vec{E}_O : \begin{cases} E_{Ox} = E_C - E_A = E_A \\ E_{Oy} = E_B \end{cases} \Rightarrow E_O = \sqrt{E_A^2 + E_B^2}$$

$\boxed{E_O = \frac{Kq}{a^2}\sqrt{5}}$ A.N : $\boxed{E_O = 1{,}61 \cdot 10^{4}\,\frac{V}{m}}$

3) Energie interne U ;

$$U = \frac{Kq_Aq_B}{AB} + \frac{Kq_Aq_C}{AC} + \frac{Kq_Bq_C}{BC}$$

$$U = -\frac{2Kq^2}{\sqrt{2}a} + \frac{2Kq^2}{2a} - \frac{4Kq^2}{\sqrt{2}a} = \boxed{\frac{Kq^2}{a}\left(1 - \frac{6}{\sqrt{2}}\right)}$$

A.N ; $\boxed{U = -23{,}35 \cdot 10^{-7}\,J}$

2 pts

Exercice 2 : (6 pts)

1) Calcul de $C_X = C_5 = C_6$:

on a : $C = \frac{C_X}{2} + \frac{C_4(C_1+C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3+C_4}$

$$\Rightarrow \boxed{C_X = 2\left(C - \frac{C_4(C_1+C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3+C_4}\right)}$$

2 pts

A.N : $\boxed{C_X = 12\,\mu F}$

2) Calcul de Q :

$\boxed{Q = C.V_{AB}}$

A.N : $\boxed{Q = 10^{-3}\,cb}$ 1pt

Calcul de E_p :

$\boxed{E_p = \frac{1}{2} Q V_{AB}}$

A.N : $\boxed{E_p = 5.10^{-2}\,J}$ 1pt

3) Calcul de Q_5 :

$Q_5 = C_5 V_5$

avec : $V_5 = \frac{V_{AB}}{2}$

$\boxed{Q_5 = C_x \frac{V_{AB}}{2}}$ 1pt

A.N : $\boxed{Q_5 = 6.10^{-4}\,cb}$

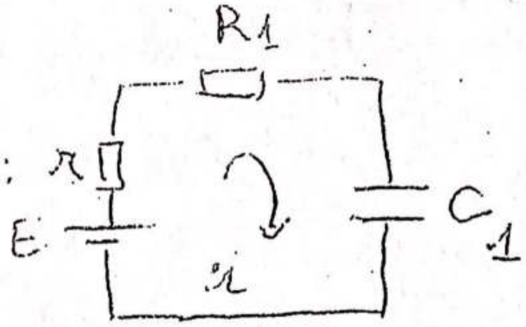
Calcul de E_{P_5} :

$\boxed{E_{P_5} = \frac{1}{2} Q_5 V_5}$

A.N : $\boxed{E_{P_5} = 15.10^{-3}\,J}$ 1pt

Exercice 3 : (7 pts)

Partie 1 : (K sur la position 1)



(a) équation différentielle du circuit :

$$E - i(r+R_1) - V_{C_1} = 0$$

$$(r+R_1)\frac{dq}{dt} = \frac{EC_1 - q}{C_1}$$

d'où : $$\boxed{\frac{dq}{(EC_1-q)} = \frac{dt}{C_1(r+R_1)}}$$

(0,5 pt)

(b) Expression de $q(t)$: $$\int \frac{dq}{(EC_1-q)} = \int \frac{dt}{C_1(r+R_1)}$$

$$\ln(EC_1 - q) = -\frac{t}{C_1(r+R_1)} + A$$

(1 pt)

$$\Rightarrow EC_1 - q = e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot B$$

où $\boxed{\tau = C_1(r+R_1)}$ Constante de temps du circuit

à $t=0$, $q=0 \Rightarrow B = EC_1$

$$\boxed{q(t) = EC_1\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

et $\boxed{Q_f = EC_1}$ charge finale de C_1

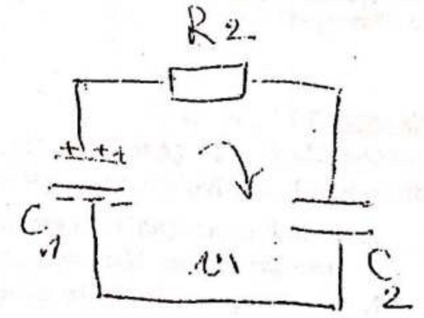
(c) Expression de $i(t)$:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{r+R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1 pt)

$\Rightarrow$

Partie 2 : (K dans la position 2)
étude à l'équilibre électrique



(a) calcul des charges finales Q'_1 et Q'_2

$$V_{C_1} = V_{C_2} \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2}$$

et

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_f = EC_1$$ (1,5 pt)

$$\Rightarrow \begin{cases} Q'_2 = \frac{C_2}{C_1} Q'_1 = \frac{1}{10} Q'_1 \\ Q'_1 = \frac{C_1^2}{C_1+C_2} \cdot E \end{cases}$$

A.N : $\begin{cases} Q'_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-7}\ cb \\ Q'_2 = 1{,}28 \cdot 10^{-8}\ cb \end{cases}$

(b) On a : $V_{C_1} = V_{C_2} = \frac{Q'_1}{C_1}$

A.N : $\boxed{V_{C_1} = V_{C_2} = 1{,}28 \cdot 10^{-} = 12{,}8 \text{ Volt}}$ (1 pt)

(c) Bilan énergétique

- Energie fournie par le générateur : $\boxed{E_f = Q_f \cdot E = C_1 E^2}$
- Energie emmagasinée dans C_1 :

(1pt) $\boxed{E_{P_1} = \frac{1}{2} Q'_1 V_{C_1}}$

- Energie emmagasinée dans C_2 : $\boxed{E_{P_2} = \frac{1}{2} Q'_2 V_{C_2}}$
- Energie perdue dans R_2 : $\boxed{E_{d(R_2)} = \frac{1}{2} E_f - E_{P_1} - E_{P_2}}$

A.N : $\left.\begin{array}{l} E_f = 196 \cdot 10^{-8}\ J \\ E_{P_1} = 8{,}19 \cdot 10^{-7}\ J \\ E_{P_2} = 8{,}19 \cdot 10^{-8}\ J \end{array}\right\} \Rightarrow E_{d(R_2)} = 7{,}9 \cdot 10^{-8}\ J$

Juin 2013

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

Electricité : Epreuve Finale
(Durée 1h30)

Exercice 1 (7 points)
On considère une tige isolante OA, de longueur L, uniformément chargée avec une densité linéique de charge λ positive et un point P situé sur l'axe Ox du repère (Ox, Oy) (figure 1).

1. Représentez qualitativement le champ électrique $d\vec{E}$ produit par un élément de tige de longueur dl au point P.
2. Exprimez le module de ce vecteur en fonction de l'abscisse $x = OP$, l'angle θ, la densité de charge λ et la permittivité du vide ε_0.
3. Déterminez les composantes E_x et E_y du champ électrique total produit par la tige en P en fonction de x, L, λ et ε_0.
4. Que deviennent ces composantes si $L \ll x$?

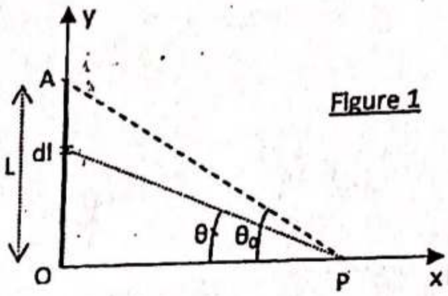


Figure 1

Exercice 2 (8 points)
La figure 2 représente un cylindre conducteur chargé positivement, de rayon R et de longueur infinie.

1. Comment la charge est-elle répartie sur le cylindre ? Justifiez votre réponse.
2. En appliquant le théorème de Gauss, déterminez le champ électrique $\vec{E}(r)$ en un point M situé à la distance r de l'axe du cylindre. On considèrera les 2 cas : $r \leq R$ et $r \geq R$.
3. Déterminez le potentiel électrique V(r) dans les 2 cas précédents. On prendra $V(R) = V_0$.
4. On considère le cas où le point M est situé à l'extérieur du cylindre. On place, en ce point, un dipôle électrique constitué de 2 charges opposées séparées par une distance $a \ll r$. Le dipôle est placé de sorte que son moment dipolaire électrique $\vec{p}$ soit parallèle à l'axe du cylindre (figure 3).
   - 4.1. Décrivez le mouvement du dipôle.
   - 4.2. Déterminez le moment du couple $\vec{\tau}$ appliqué au dipôle en fonction de p, R, r, ε_0 et de la densité de charge du conducteur.
   - 4.3. Dessinez le dipôle dans sa position finale.
   - 4.4. Déterminez la variation d'énergie potentielle électrique du dipôle quand il passe de sa position initiale à sa position finale en fonction de p, R, r, ε_0 et de la densité de charge du conducteur.

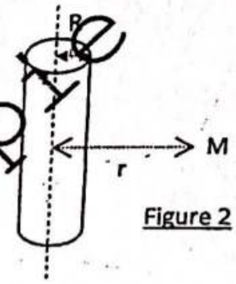


Figure 2

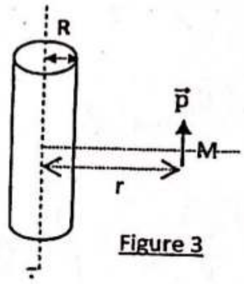


Figure 3

Exercice 3 (5 points)
Dans le circuit de la figure 4, les 3 générateurs sont réversibles et la résistance R' située entre les points A et B est le résultat de l'association de résistances représentée en figure 5.
On prendra : $R = 15\ \Omega$, $R' = 20\ \Omega$, $E_1 = 120$ V, $E_2 = 50$ V et $E_3 = 80$ V

1. Calculez la valeur de la résistance R_1.
2. Calculez les intensités des courants I_1, I_2 et I_3 traversant les générateurs réversibles. (On adoptera les sens des courants indiqués sur la figure 4).
3. Précisez quel est le fonctionnement de chaque générateur (générateur ou récepteur).
4. Calculez l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit.

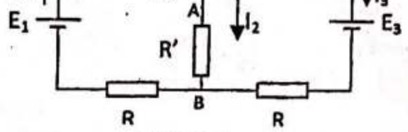


Figure 4

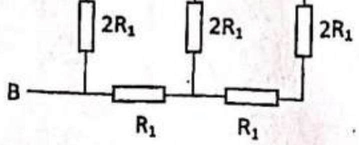


Figure 5

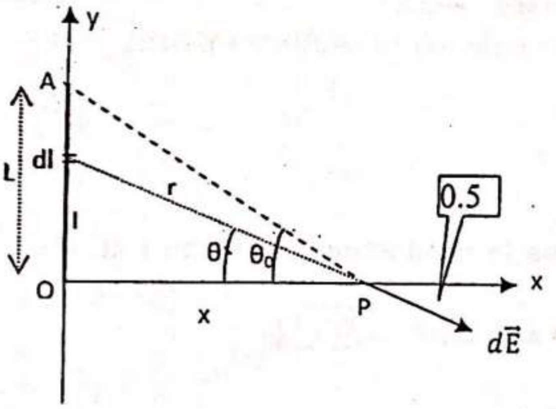
USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

Juin 2013

Electricité : Epreuve Finale
(Barème)

Exercice 1 (7 points)

1.



2. $dE = \frac{K\lambda dl}{r^2}$ $\boxed{0.25}$ où $r = \frac{x}{\cos\theta}$ $\boxed{0.25}$ et $l = x\,tg\theta \Rightarrow dl = \frac{x\,d\theta}{\cos^2\theta}$ $\boxed{0.25}$

$$dE = \frac{\lambda\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 x} \quad \boxed{0.25}$$

3. $dE_x = dE\cos\theta = \frac{\lambda\cos\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}$ $\boxed{0.5}$ et $dE_y = -dE\sin\theta = -\frac{\lambda\sin\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 x}$ $\boxed{0.5}$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\int_0^{\theta_0}\cos\theta\,d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta_0 = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{L^2+x^2}} \quad \boxed{1.5}$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\int_0^{\theta_0}-\sin\theta\,d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_0 - 1) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\left(\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}} - 1\right) \quad \boxed{1.5}$$

4. Si $L \ll x$, $E_x \cong \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ $\boxed{0.75}$ et $E_y \cong 0$ $\boxed{0.75}$

(la tige se comporte comme une charge ponctuelle située en O)

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

Exercice 2 (8 points)

1. Le cylindre est conducteur $\Rightarrow$ la charge est répartie en surface $\boxed{0.5}$
   Le rayon de courbure du cylindre est constant (absence de pointes) $\Rightarrow$ la densité de charge σ est constante. $\boxed{0.5}$

2. Direction du champ électrique : radiale $\boxed{0.25}$
   Choix de la surface de Gauss : cylindre de même axe que le conducteur, de rayon r et de hauteur h $\boxed{0.25}$
   Flux du champ électrique à travers la surface de Gauss : $\Phi = E\,2\pi r h$ $\boxed{0.25}$
   Charge enveloppée par la surface de Gauss :
   - pour $r \leq R$: $q_{int} = 0$ $\boxed{0.25}$
   - pour $r \geq R$: $q_{int} = \sigma\,2\pi R h$ $\boxed{0.25}$

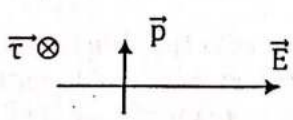
   Application du théorème de Gauss : $\Phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\boxed{0.25}$
   - pour $r \leq R$: $\vec{E}(r) = \vec{0}$ $\boxed{0.5}$
   - pour $r \geq R$: $\vec{E}(r) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\vec{u_r}$ $\boxed{0.5}$

3. $dV = -\vec{E}.\vec{dl}$ devient $dV = -E\,dr$ (Le champ est radial et dirigé vers l'extérieur du cylindre) $\boxed{0.5}$
   - pour $r \leq R$: $dV = 0 \Rightarrow V(r) = cte = V_0$ $\boxed{0.5}$
   - pour $r \geq R$: $dV = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}dr \Rightarrow V(r) = V_0 + \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r}$ $\boxed{0.5}$

4.
   4.1. Le dipôle est soumis à un couple de forces électriques qui le fait pivoter pour l'aligner avec le champ électrique. $\boxed{0.5}$

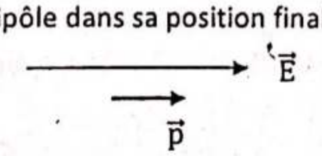
   4.2.

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = p\,\vec{u_z} \times E\,\vec{u_r} = \begin{vmatrix} \vec{u_r} & \vec{u_\theta} & \vec{u_z} \\ 0 & 0 & p \\ \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} & 0 & 0 \end{vmatrix} = p\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\,\vec{u_\theta} \quad \boxed{1}$$

(Ou bien : 

$$\text{et } \tau = p\,E\sin\frac{\pi}{2} = p\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r})$$

   4.3. Dipôle dans sa position finale.



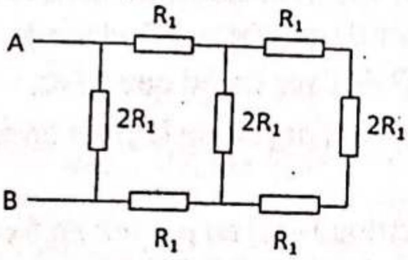
$\boxed{0.5}$

   4.4. $\Delta E_p = -p\,E\cos 0 + p\,E\cos\frac{\pi}{2} = -p\,E = -p\,\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$ $\boxed{1}$

Exercice 3 (5 points)

1. $R' = \frac{20R_1}{16} \Rightarrow R_1 = 16\,\Omega$

$\boxed{0.5}$ $\boxed{0.25}$

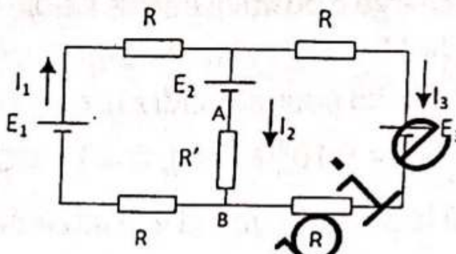


2. Lois de Kirchhoff :

$I_1 = I_2 + I_3$ $\boxed{0.5}$

$2RI_1 + R'I_2 = E_1 - E_2$ $\boxed{0.5}$

$-R'I_2 + 2RI_3 = E_2 - E_3$ $\boxed{0.5}$



$I_1 = 1{,}38\ A$ $\boxed{0.25}$ $I_2 = 1{,}43\ A$ $\boxed{0.25}$ $I_3 = -0{,}05\ A$ $\boxed{0.25}$

Les sens de I_1 et I_2 sont bons mais I_3 passe, en réalité, dans l'autre sens $\boxed{0.5}$

3. G_1 est traversé par le courant du – au + $\Rightarrow$ il fonctionne en générateur $\boxed{0.25}$

G_2 est traversé par le courant du + au - $\Rightarrow$ il fonctionne en récepteur $\boxed{0.25}$

G_3 est traversé par le courant du – au + $\Rightarrow$ il fonctionne en générateur $\boxed{0.25}$

4. $P = 2R\,I_1^2 + R'\,I_2^2 + 2R\,I_3^2$ $\boxed{0.5}$

$P = 98{,}1\ W$ $\boxed{0.25}$

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

Electricité : Rattrapage
(Durée 1h30)

Exercice 1 (7 points)

On considère une spire circulaire de rayon R, uniformément chargée. Sa charge totale Q est positive. L'axe Oz est perpendiculaire au plan de la spire (figure 1). Soit un point P de l'axe Oz tel que OP=z.

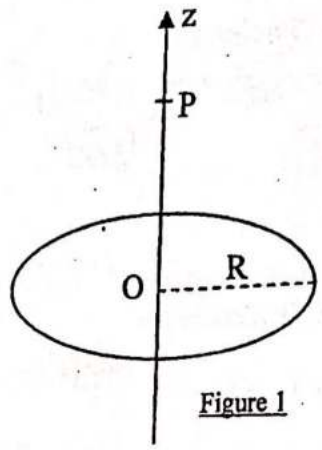


Figure 1

1. Exprimer la densité linéique de charge λ de la spire en fonction de R et Q.
2. Déterminer le potentiel électrique V(z) au point P en fonction de R, Q, z et ε_0.
3. En déduire le vecteur champ électrique $\vec{E}(z)$ au point P en fonction de R, Q, z et ε_0.
4. On lance une charge q positive depuis l'infini vers la spire. Calculer $E_{c\,min}(\infty)$ l'énergie cinétique minimale que doit avoir cette charge à l'infini pour atteindre le centre O de la spire.
   On prendra : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\,10^9$(MKSA), $Q = 5\,10^{-8}$C, $q = 4\,10^{-10}$C, R = 10cm.
5. Qu'arrive-t-il à la charge q quand elle atteint le point O? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 (8 points)

On considère une distribution volumique de charge comprise entre 2 plans parallèles, indéfinis, distants de a et un axe x'Ox perpendiculaire aux 2 plans et tel que les plans sont aux positions respectives $x = -\frac{a}{2}$ et $x = \frac{a}{2}$ (figure 2).

La densité volumique de charge ρ est constante.

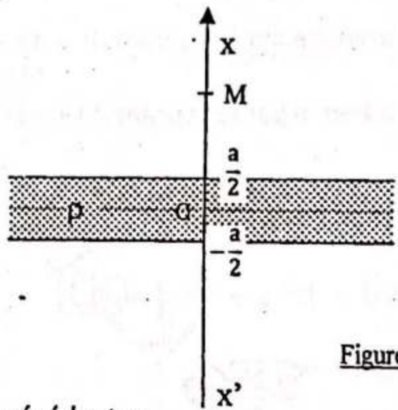


Figure 2

1. Montrer que la mesure algébrique du champ électrique créé par cette distribution de charge est :

$$E(x) = \begin{cases} -\dfrac{\rho a}{2\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \le -\dfrac{a}{2} \\ \dfrac{\rho x}{\varepsilon_0} & \text{pour} \quad -\dfrac{a}{2} \le x \le \dfrac{a}{2} \\ \dfrac{\rho a}{2\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \ge \dfrac{a}{2} \end{cases}$$

2. En déduire le potentiel électrique V(x) dans les 3 régions précédentes. On prendra comme origine des potentiels : V(0) = 0.
3. Représenter qualitativement les graphes de E(x) et V(x).

Exercice 3 (5 points)

Le circuit de la figure 3 comprend 2 générateurs réversibles, de forces électromotrices respectives E_1 et E_2, un récepteur pur de force contre-électromotrice e et des résistances.

On prendra : R = 10 Ω, E_1 = 120 V, E_2 = 100 V et e = 50 V

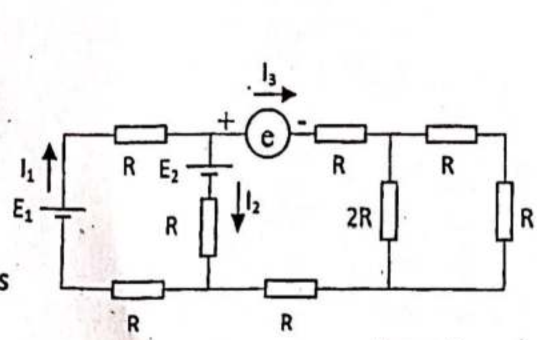


Figure 3

1. Calculez les intensités des courants I_1, I_2 et I_3 traversant respectivement les générateurs réversibles et le récepteur. (On adoptera les sens des courants indiqués sur la figure 3).
2. Précisez quel est le fonctionnement de chaque générateur (générateur ou récepteur).
3. Calculez la puissance fournie par le (ou les) générateur(s).
4. Calculez la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit.
5. En déduire la puissance transformée dans le récepteur. Retrouver ce résultat par un autre calcul

USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

Juin 2013

Electricité : Rattrapage

Exercice 1 (7 points)

1. $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$ $\boxed{0,5}$

2. $dV = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}$ $\boxed{1}$ $\Rightarrow$ $V(z) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}\int_0^{2\pi R} dl$

$$V(z) = \frac{\lambda 2\pi R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} \quad \boxed{1}$$

3. $dV = -\vec{E}.\vec{dl} = -E\,dz \quad \Rightarrow \quad E(z) = -\frac{dV}{dz}$ $\boxed{0,5}$

$$\vec{E}(z) = \frac{Q\,z}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}\vec{k} \quad \boxed{1}$$

4. La seule force appliquée à la charge q est la force électrique qui est conservative. $\boxed{0,5}$
   $\Rightarrow$ $E_T(\infty) = E_T(0)$ $\boxed{0,5}$
   $E_c(\infty) + E_P(\infty) = E_c(0) + E_p(0)$
   Au minimum, $E_c(0) = 0 \Rightarrow E_{c\,min}(\infty) = E_p(0) = \frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ $\boxed{0,5}$ $= 1{,}8\ 10^{-6}$ J $\boxed{0,5}$

5. Au point O, $E = 0$ $\boxed{0,5}$ $\Rightarrow$ $F = 0$, or $v = 0$ $\Rightarrow$ la charge q reste au point O. $\boxed{0,5}$

Exercice 2 (8 points)

1. Application du théorème de Gauss :
   - Direction du champ électrique : parallèle à l'axe x'Ox $\boxed{0,5}$
   - Surface de Gauss : cylindre d'axe parallèle à x'Ox, de base S et de hauteur h $\boxed{0,5}$
   - Flux du champ électrique à travers la surface de Gauss : $\Phi = 2ES$ $\boxed{0,5}$
   - Charge enveloppée par la surface de Gauss :
     - pour $-\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$ $\quad h = 2x \Rightarrow q_{int} = \rho S 2x$ $\boxed{0,5}$
     - pour $x \le -\frac{a}{2}$ et $x \ge \frac{a}{2}$ $\quad h = a \Rightarrow q_{int} = \rho S a$ $\boxed{0,5}$
   - Théorème de Gauss : $\phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\boxed{0,5}$
     - pour $-\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$ $\quad 2ES = \frac{\rho S 2x}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$ $\boxed{0,5}$
     - pour $x \le -\frac{a}{2}$ et $x \ge \frac{a}{2}$ $\quad 2ES = \frac{\rho S a}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}$ $\boxed{0,5}$

   d'où
$$E(x) = \begin{cases} -\frac{\rho a}{2\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \le -\frac{a}{2} \\ \frac{\rho x}{\varepsilon_0} & \text{pour} \quad -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2} \\ \frac{\rho a}{2\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \ge \frac{a}{2} \end{cases}$$

2. $dV = -\vec{E}.\vec{dl} = -E\,dx$
   - pour $x \le -\frac{a}{2}$ $\quad dV = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}dx \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}x + A$ $\boxed{0,5}$
   - pour $-\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$ $\quad dV = -\frac{\rho x}{\varepsilon_0}dx \quad \Rightarrow \quad V = -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}x^2 + B$ $\boxed{0,5}$
   - pour $x \ge \frac{a}{2}$ $\quad dV = -\frac{\rho a}{2\varepsilon_0}dx \quad \Rightarrow \quad V = -\frac{\rho a}{2\varepsilon_0}x + C$ $\boxed{0,5}$

$$V(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0$$

Continuité en $x = -\frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{\rho a^2}{8\varepsilon_0}$

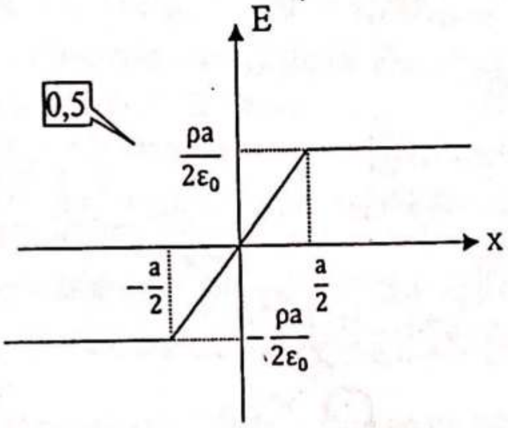
Continuité en $x = \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\rho a^2}{8\varepsilon_0}$

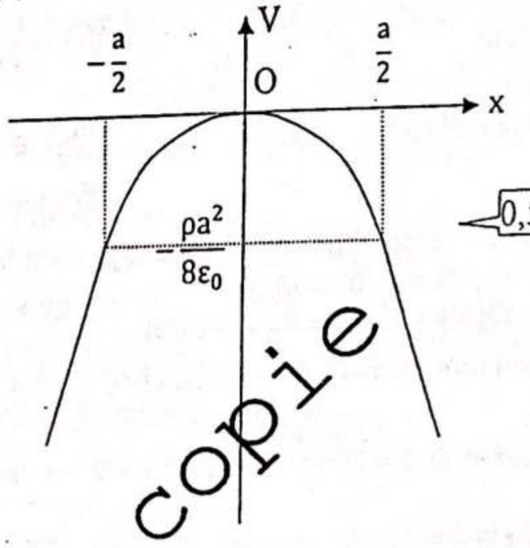
USTHB / Faculté de Physique
L1 / Domaine MI / Section 2

$$V(x) = \begin{cases} \dfrac{\rho a x}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\rho a^2}{8\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \leq -\dfrac{a}{2} \quad 0{,}5 \\ -\dfrac{\rho x^2}{2\varepsilon_0} & \text{pour} \quad -\dfrac{a}{2} \leq x \leq \dfrac{a}{2} \quad 0{,}5 \\ -\dfrac{\rho a x}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\rho a^2}{8\varepsilon_0} & \text{pour} \quad x \geq \dfrac{a}{2} \quad 0{,}5 \end{cases}$$

3. **Représentation qualitative des graphes de E(x) et V(x).**

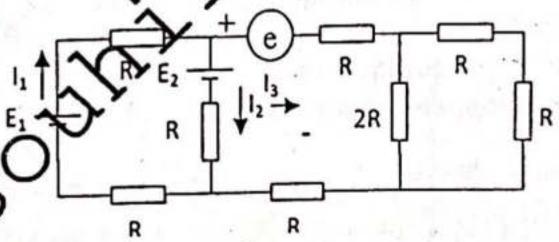
0,5





0,5

Exercice 3 (5 points)



1. Lois de Kirchhoff :

   $I_1 = = I_2 + I_3$ 0,25

   $2R\,I_1 + R\,I_2 = E_1 - E_2$ 0,5

   $-R\,I_2 + 3R\,I_3 = E_2 - e$ 0,5

   $\Rightarrow \quad I_1 = 1{,}18$ A 0,25 $\quad I_2 = -0{,}36$ A 0,25 $\quad I_3 = 1{,}54$ A 0,25

2. Les 2 générateurs sont traversés du – au + $\Rightarrow$ ils fonctionnent en générateur. 0,5

3. $P_G = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 177{,}6$ W 0,5 0,25

4. $P_J = 2R_1^2 + RI_2^2 + 3R_3^2 = 100{,}29$ W 0,5 0,25

5. $P_R = P_G - P_J = 77{,}3$W 0,5 0,25

   $P_R = e\,I_3$ 0,25

Epreuve Finale ELEC (durée 1h 30mn)

Exercice 1

Trois charges ponctuelles q_A, q_B et q_C sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral ABC de coté 2a (voir figure 1).

1- Calculer le potentiel électrique total au point D symétrique du point B par rapport au point O.

2- Calculer les composantes Ex et Ey du champ électrique $\vec{E}$ au point D.

3- Représenter le vecteur $\vec{E}$ .Echelle 1cm→ 419V/m.

4- On place au point D un dipôle électrique de moment dipolaire, $\vec{p} = 10^{-10}\ \vec{j}$ (Cm).

4. a- Représenter le dipôle dans sa position finale d'équilibre stable.

4. b- Calculer la variation de l'énergie potentielle du dipôle lorsqu'il passe de la position initiale à la position finale.

AN : $q_A = q_C = q$ et $q_B = -q$, $q = 4\ 10^{-9}$ $a = 10$ cm

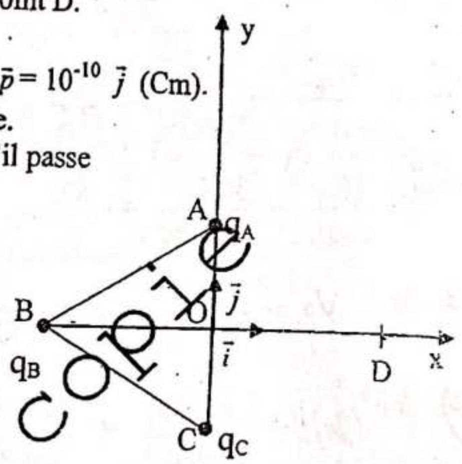


Figure 1

Exercice 2

Le circuit de la figure 2, comporte un générateur de f.e.m E et de résistance r, un récepteur de f.c.e.m e et de résistance r' et une résistance variable X.

1- Déterminer les expressions des courants I_2, I_3et I_1 qui circulent dans les différentes branches du circuit en fonction de E ,r, e, r' et X.

2- Déterminer l'expression de la puissance dissipée dans la résistance X.

3- Sachant que $r' = r$ pour quelle valeur de la résistance X cette puissance est elle maximale ?

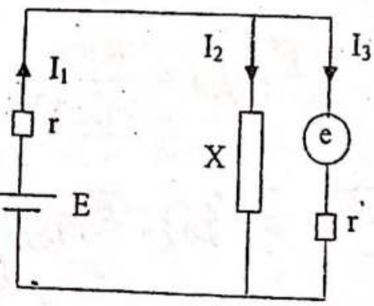


Figure 2

Exercice 3

On considère deux plans infinis π_1 et π_2, portant des charges uniformément reparties avec les densités de charges respectives $(+\sigma)$ et $(-\sigma)$ avec $\sigma > 0$. Les plans π_1 et π_2 sont situés respectivement en y=d et y= 0 (voir figure 3).

1- En utilisant le théorème de Gauss déterminer le champ électrique crée par le plan π_1, supposé seul, en tout point de l'espace.

2- Donner l'expression du champ électrique crée par les deux plans π_1 et π_2 dans les régions I, II et III.

3- En déduire le potentiel électrique dans les régions I, II et III.

On donne : pour $y = \frac{d}{2}$ le potentiel V= 0 V

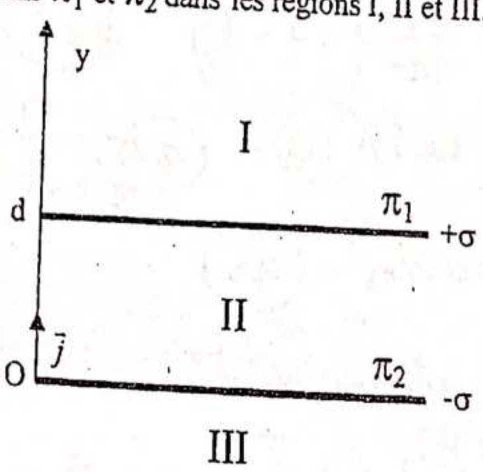
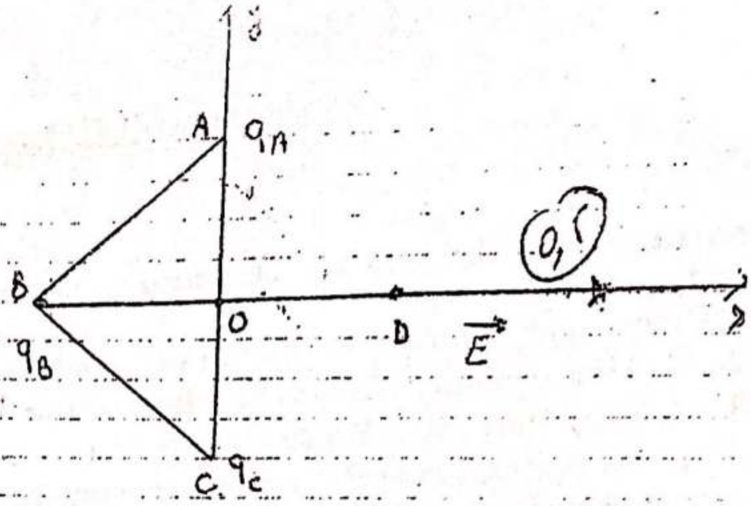


Figure 3

Exercice 1 : 6 pts



1°) Calcul de V_D

$BD = 2OB$

$OB^2 + OA^2 = 4a^2 \Rightarrow$

$BD = 2\sqrt{3}a$ (0,5)

$$V_D = \frac{Kq_A}{2a} + \frac{Kq_C}{2a} + \frac{Kq_B}{BD}$$

$$V_D = \frac{2Kq}{2a} - \frac{Kq}{2\sqrt{3}a} = \frac{Kq}{a} - \frac{Kq}{2\sqrt{3}a} \quad (0,5)$$

A.N $V_D = 2.55,94\,V$ (0,5)

2°) $\|\vec{E}(q_A)\| = \dfrac{K|q_A|}{4a^2} = \dfrac{Kq}{4a^2}$ (0,25)

$\|\vec{E}(q_C)\| = \dfrac{K|q_B|}{4a^2} = \dfrac{Kq}{4a^2}$ (0,25)

$\|\vec{E}(q_B)\| = \dfrac{K|q_B|}{12a^2} = \dfrac{Kq}{12a^2}$ (0,25)

$\vec{E} = \vec{E}(q_A) + \vec{E}(q_B) + \vec{E}(q_C)$ (0,5)

$E_x = E_{Ax} + E_{Bx} + E_{Cx}$

$E_y = E_{Ay} + E_{By} + E_{Cy}$

$E_x = E_A \cos 30° + E_C \cos 30° - E_B = 2E_A \cos 30° - E_B$

$$E_x = \frac{Kq}{4a^2}\left(\sqrt{3} - \frac{1}{3}\right) \quad (0,25)$$

$E_x = 1.257\ V/m$ (0,25)

$E_y = 0\ V/m$ (0,5)

3°) Representation de $\vec{E}$

$\vec{E} = E_x \vec{i}$ $\qquad E \longrightarrow 3\,cm$

4°)
a) position initiale   position finale

0,5

b) $\Delta E_p\Big|_i^f = E_{p_f} - E_{p_i} = -(\vec{p_f}\cdot\vec{E}) - (-\vec{p_i}\cdot\vec{E}) = \vec{p_i}\cdot\vec{E} - \vec{p_f}\cdot\vec{E} \rightarrow$ 0,5

$\Delta E_p\Big|_i^f = \|\vec{p}\|\,\|\vec{E}\|\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos(0)\right) = -\|\vec{p}\|\cdot\|\vec{E}\| \longrightarrow$ 0,5

$\Delta E_p\Big|_i^f = -1257 \cdot 10^{-10}$ Joule $\longrightarrow$ 0,25

Exercice N°2 (7 pts)

Loi des noeuds : $I_1 = I_2 + I_3$ (1) 0,5

Loi des mailles $x I_2 + R I_1 = E$ (2) 0,5

$-r' I_3 + x I_2 = e$ (3) 0,5

(1) dans (2) $\Longrightarrow (R + x) I_2 + r I_3 = E$ 0,5 (4)

(1) dans (3) $\Longrightarrow -r' I_3 + x I_2 = e$ 0,5 (5)

(5) $\Longrightarrow I_3 = \dfrac{x I_2 - e}{r'}$ (6)

I_3 dans (4) $\Longrightarrow$ $I_2 = \dfrac{r'E + re}{x(r + r') + r'r}$ 0,5

de (6) $\Longrightarrow$

$I_3 = \dfrac{x(E - e) - er}{x(r + r') + r'r}$ 0,5 de (1) $\Rightarrow$ $I_1 = I_2 + I_3 = \dfrac{r'E + X(E-e)}{X(r+r') + rr'}$ (0,5)

2) puissance dissipée dans X

$$P = X I_2^2 = X \left[\frac{er + r'E}{X(r+r') + rr'}\right]^2$$ (0,5)

pour $r = r'$

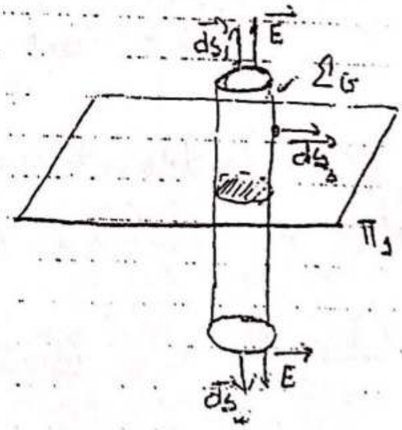
$$P = \frac{X(e+E)^2}{(2X+r)^2}$$ (0,5)

$$\frac{dP}{dX} = \frac{-2X+r}{(2X+r)^3}$$ (1)

$$\frac{dP}{dX} = 0$$ (0,5)

$$X = r/2$$ (0,5)

Exercice 3 7pts



$$\phi = \oiint_{\Sigma_G} \vec{E}\,\vec{dS} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Σ_G : cylindre de Gauss $\longrightarrow$ (0,25)

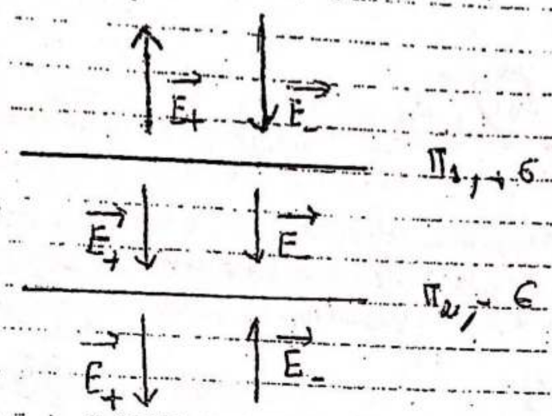
$$\phi = \oiint_{\Sigma_G} \vec{E}.\vec{dS} = \iint \vec{E}.\vec{dS_1} + \iint \vec{E}.\vec{dS_2} + \iint \vec{E}.\vec{dS_3}$$ (0,5)

$$\vec{E} \perp \vec{dS_3} \Longrightarrow \phi = \oiint 2\vec{E}.\vec{dS_1} = 2E.S$$ — (1)

$$\frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$$ — (0,25)

$$2E.S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ (0,5)

2)



Region I

$$\vec{E_1} = \vec{E_+} + \vec{E_-} = \vec{0}$$ (0,5)

Region III

$$\vec{E_3} = \vec{E_+} + \vec{E_-} = \vec{0}$$ (0,5)

Region II

$$\vec{E_2} = \vec{E_+} + \vec{E_-} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{j} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{j} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{j}$$ (0,5)

3) $dV = -\vec{E}\cdot\vec{dl} = -E_y\,dy$

Region I

$E_1 = 0 \Rightarrow dV_1 = 0 \Rightarrow V_1 = C_1 = cte$ (0,25)

Region III

$E_3 = 0 \Rightarrow dV_3 = 0 \Rightarrow V_3 = C_3 = cte$ (0,25)

Region II

$dV_2 = -E_2\,dy = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,dy$ (0,5) $\left(E_2 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)$

$V_2 = \int \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,dy + cte \Rightarrow V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,y + cte$ — (0,5)

Détermination des constantes

pour $y = d/2$ $V = 0 \Rightarrow 0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\frac{d}{2} + cte \Rightarrow cte = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,d$

$V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,y - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,d \longrightarrow$ (0,5)

pour $y = 0 \Rightarrow V_2(0) = C_3 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,d \longrightarrow$ (0,5)

pour $y = d \Rightarrow V_2(d) = C_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,d \longrightarrow$ (0,5)

U.S.T.H.B, Faculté de Physique

Première année LMD, MI. Sections : C et 2

Juin2011

Rattrapage ELEC (durée : 1h 30mn)

Exercice 1

On considère deux charges ponctuelles q_1 et q_2 placées respectivement aux points A (0, a) et B (0,4a) (Figure 1). On donne $q_1 = -q$ et $q_2 = 2q$ ($q>0$).

1°) Donner en fonction de q et a, l'expression des champs électriques E_1 et E_2 créés respectivement par q_1 et q_2 au point N (2a, 0).

2°) En déduire les composantes E_x et E_y du champ électrique total au point N.

3°) Déterminer le potentiel électrique au point N.

4°) Une troisième charge ponctuelle Q est ramenée de l'infini au point N. Déterminer l'énergie potentielle de Q au point N.

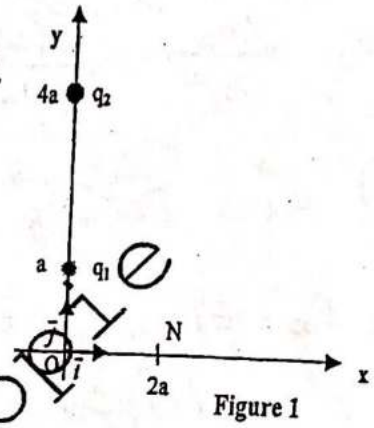


Figure 1

Exercice 2

Une boucle circulaire de centre O, de rayon R et d'axe (O*x*), porte une charge Q positive uniformément répartie (Figure 2).

1°) Montrer que le potentiel électrique V, en un point M d'abscisse *x*, est donné par l'expression suivante :

$$V(x) = \frac{KQ}{(x^2+R^2)^{1/2}} \; ; \; K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

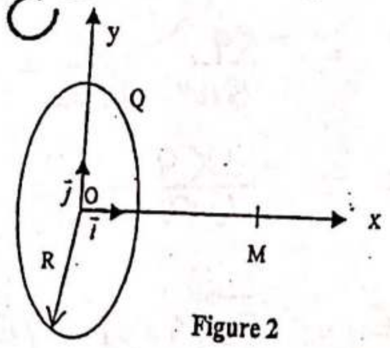


Figure 2

2°) En déduire le champ électrique $\vec{E}$ au point M.

3°) On lance une charge q positive suivant l'axe (O*x*) de l'infini avec une énergie cinétique $E_c(\infty)$. Quelle doit être la valeur $E_c(\infty)$ pour que la distance d'approche minimale de la charge q par rapport à O, soit égale à *R* .

4°) On place au point A d'abscisse x =R, un dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p} = p\,\vec{j}$ (Cm) et de module constant, tel que $p>0$. Déterminer le moment $\vec{\tau}$ du couple appliqué au dipôle.

Exercice 3

Le circuit électrique de la figure 3 est constitué d'un générateur de f.e.m E, de quatre résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 et d'un condensateur C.

Le condensateur C étant entièrement déchargé, on met l'interrupteur K en position 1.

1°) Etablir l'équation différentielle qui régit la variation de la charge *q(t)* du condensateur.

2°) Montrer que la solution *q(t)* s'écrit sous la forme $q(t) = Q_f(1-e^{-t/\tau})$, en précisant les expressions de Q_f et τ.

a. En déduire l'expression du courant *i(t)* débité par le générateur

b. Au bout de combien de temps le condensateur est il chargé a 99,9% ?

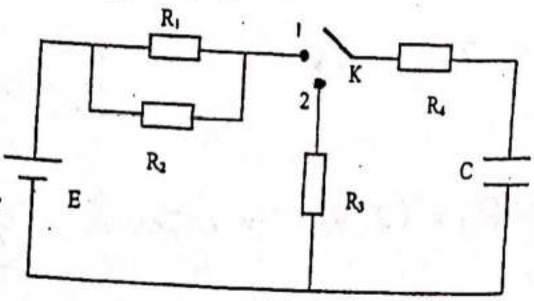


Figure 3

3°) Le condensateur C étant entièrement chargé, on met l'interrupteur K en position 2 à t=0s.

a. Etablir l'équation différentielle régissant la charge *q(t)* au cours de la décharge.

b. En déduire l'expression de la charge *q(t)* du condensateur.

c. En déduire l'expression du courant *i(t)* qui circule dans le circuit.

Corrigé de rattrapage / Juin 2011

Exercice N°1 7pts

1°)

$$E_1 = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{Kq}{(a^2+4a^2)} = \frac{Kq}{5a^2}$$ (1)

$$E_2 = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{K(2q)}{4a^2+16a^2} = \frac{Kq}{10a^2}$$ (1)

2°) $\vec{E_N} = \vec{E_x} + \vec{E_y} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$ (0,5)

* $E_x = E_{1x} + E_{2x}$

$$= -|\vec{E_1}|\cos\theta_1 + |\vec{E_2}|\cos\theta_2$$

$$= \frac{-Kq}{5a^2}\cdot\frac{2a}{\sqrt{5}a} + \frac{Kq}{10a^2}\cdot\frac{2a}{\sqrt{20}a}$$ (1)

$$E_x = -\frac{3Kq}{10\sqrt{5}a^2}$$

* $E_y = |\vec{E_1}|\sin\theta_1 - |\vec{E_2}|\sin\theta_2 = E_{1y} + E_{2y}$

$$= \frac{Kq}{5a^2}\cdot\frac{a}{\sqrt{5}a} - \frac{Kq}{10a^2}\cdot\frac{4a}{\sqrt{20}\cdot a}$$ (1)

$E_y = 0 V/m$

3°) $V_N = V_1 + V_2 = \frac{Kq_1}{r_1} + \frac{Kq_2}{r_2}$ (0,5)

$$V_N = \frac{Kq}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{20}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$ (0,5)

$V_N = 0V$ $0V$ (0,5)

4°) $Ep_N = Q\cdot V_N = 0$ joule (0,5) + (0,5) exercice N°2 5pts

1°) $dV = \frac{K\,dq}{r} = \frac{K\,dq}{(R^2+x^2)^{1/2}}$ (0,5)

$$V(x) = \int_0^{Q} \frac{K\,dq}{(R^2+x^2)^{1/2}} = \frac{K}{(R^2+x^2)^{1/2}} \int_0^{Q} dq = \frac{K\,Q}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$ (0,5)

2°) $\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\frac{dV}{dx}\,\vec{i}$ (0,5) $\qquad \vec{E} = \frac{KQx}{(x^2+R^2)^{3/2}}\,\vec{i}$ (0,5)

3°) système conservatif : $E_{p\infty} + E_{c\infty} = E_{pA} + E_{cA}$ (0,5)

$E_{p\infty} = 0$

$E_{cA} = 0\,J$ (0,25) $\qquad E_{c\infty} = E_{pA}$ (0,25)

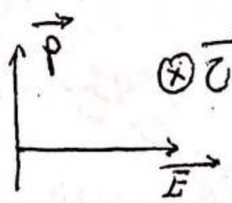
$E_{c\infty} = q \cdot V_A$ (0,25)

$$E_{c\infty} = \frac{KqQ}{R\sqrt{2}}$$ (0,25)

4°) $\vec{\tau} = \vec{P} \wedge \vec{E_A}$ (0,25)

$|\vec{\tau}| = P \cdot E_A \sin\frac{\pi}{2}$ (0,25)

$$|\vec{\tau}| = \frac{P\,K\,Q\,R}{(2R^2)^{3/2}}$$ (0,25)

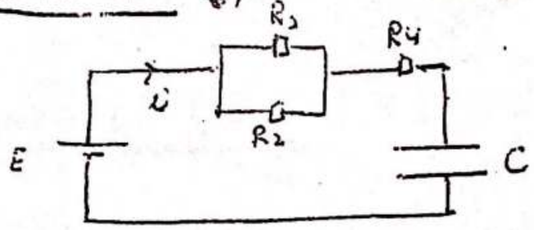


(0,25)

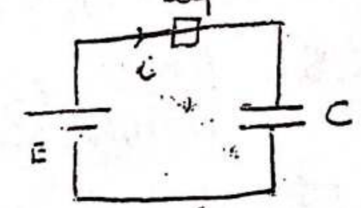
$\vec{\tau} \perp$ au plan formé par $(\vec{P}, \vec{E_A}) \Rightarrow \vec{\tau} \perp$ à la feuille (0,25)

$\vec{\tau}$ est rentrant (0,25)

Exercice 03 [illegible]



$\equiv$



K position (1)

1) $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4$ (0,5)

$E - R_{eq}\, i - v_C = 0$ (0,25)

$\begin{cases} v_C = q/C & (0,25) \\ i = \frac{dq}{dt} & (0,25) \end{cases}$

$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_{eq}C} = \frac{E}{R_{eq}}$ (0,25)

2) Resolution de l'equation differentielle.

$q = EC(1 - e^{-t/\tau})$ à $t=0$ $q = 0C$

$q = Q_f(1 - e^{-t/\tau})$ (0,5) $Q_f = EC$ (0,25) $\tau = R_{eq}.C$ (0,25)

* $i = \frac{dq}{dt} = I\, e^{-t/\tau}$ (0,25) $I = E/R_{eq}$ (0,25)

* $q = 99{,}9\%\, Q_f = 0{,}999\, EC \Rightarrow 1 - e^{-t/\tau} = 0{,}999$ (0,25)

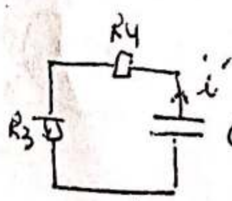
$e^{-t/\tau} = 0{,}001 = 10^{-3}$ (0,25) $\Rightarrow -t/\tau = -3\ln(10)$

$t = 3\tau \ln(10)$ (0,25) $t \simeq 7\tau \simeq 7R_{eq}.C$ (0,25)

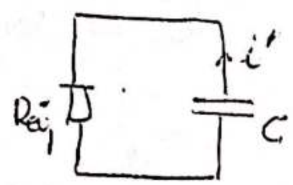
3) K en position 2

$R_{eq}' = R_3 + R_4$ (0,5)

à $t=0$ $q' = EC$



$\equiv$



$-U_C' + Ri' = 0$ (0,25)

$$\begin{cases} U_C' = \dfrac{q'}{C} & (0,25) \\ i' = -\dfrac{dq'}{dt} & (0,25) \end{cases}$$

d'où

$$\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{\tau'} = 0 \quad (0,25) \qquad \tau' = R_{eq}' \cdot C \quad (0,25)$$

Resolution de l'equation differentielle

$$q'(t) = Q' e^{-t/\tau'} \quad (0,75) \qquad Q' = EC \quad (0,25)$$

$$i'(t) = -\frac{dq'}{dt} = \frac{E}{R_{eq}'} e^{-t/\tau'} \quad (0,75)$$

Coordin. MI
Electricité

Année universitaire 2008-2009

Juin 2009

USTHB
Faculté de Physique
1ère année - Licence MI

Electricité : épreuve finale
Durée : 1h30

Barème approximatif : 5 points par exercice.
Tout résultat numérique sans unité ne sera pas validé.

Exercice 1

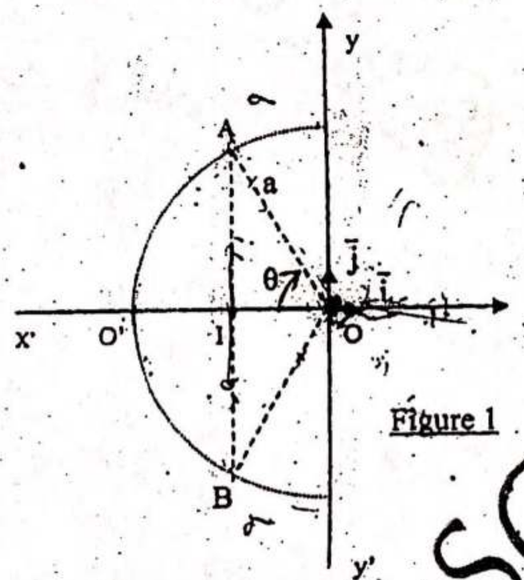


Figure 1

On donne :

OA=OB=OO'=2 IO = a = 15cm
$\theta = 60°$
$q_A = q_B = q = -2\ 10^{-9}$ C
$K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ SI.

On considère les points A, B et O' situés sur le demi-cercle de centre O et de rayon a (figure 1).

1. On place 2 charges négatives identiques q_A et q_B respectivement aux points A et B.

   1.1. Déterminer le vecteur champ électrique $\vec{E}(O)$ créé au point O par ces 2 charges.

   1.2. En déduire le vecteur champ électrique $\vec{E}(O')$ au point O'.

   1.3. Préciser la position du point où le champ électrique est nul.

   1.4. Calculer les potentiels V(O), V(O') et V(I) créés par les 2 charges, respectivement aux points O, O' et I.

2. On place au point O, une charge q' sans vitesse initiale. Décrire qualitativement, en justifiant votre réponse, le mouvement de cette charge, dans le cas où :

   2.1. q' est positive,

   2.2. q' est négative.

3. On enlève la charge q' et on place au point O', un dipôle de moment dipolaire électrique $\vec{p} = 10^{-8}(-\vec{i} + \vec{j})$ (C.m)

   3.1. Donner l'énergie potentielle de ce dipôle.

   3.2. Donner sa position d'équilibre finale.

Exercice 2

Soient 2 sphères concentriques S_1 et S_2 de rayons R_1 et R_2 (figure 2) et portant des charges négatives Q_1 et Q_2 uniformément réparties sur leur surface.

1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}(r)$:
   a. pour $r < R_1$
   b. pour $R_1 < r < R_2$
   c. pour $r > R_2$
2. Déterminer la différence de potentiel $[V(R_1)-V(R_2)]$.
3. Que se passe-t-il si les 2 sphères sont conductrices et qu'on les relie par un fil conducteur ?

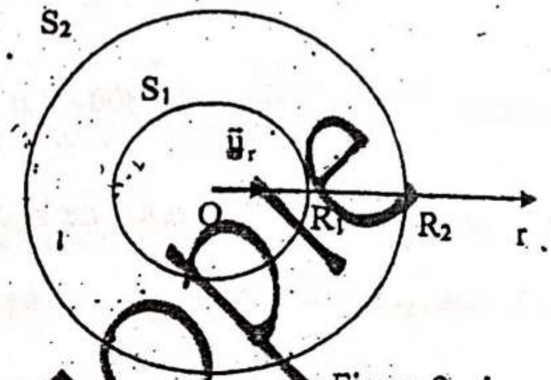


Figure 2

Exercice 3

La capacité du condensateur équivalent à l'ensemble des condensateurs de la figure 3 est $C = 10\,\mu F$. La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble est $V_A-V_B = 120$ V. Les capacités des condensateurs sont :
C_2 = [illegible] μF, C_3 = [illegible] μF, C_4 = 1 μF,
$C_5 = 2\,\mu F$, $C_6 = 3\,\mu F$ et $C_7 = 12\,\mu F$.

1. Calculer la charge Q du condensateur équivalent et E, l'énergie emmagasinée dans ce condensateur.
2. Calculer la capacité C_1.
3. Calculer, pour le condensateur C_1 :
   - la charge Q_1
   - la différence de potentiel V_1 à ses bornes
   - l'énergie E_1 emmagasinée.

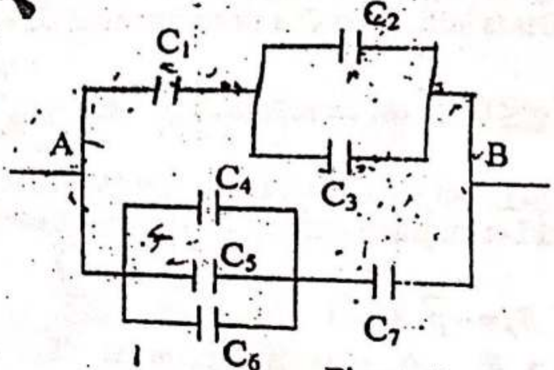


Figure 3

Exercice 4

Le circuit de la figure 4 comprend 3 générateurs réversibles de forces électromotrices E_1, E_2 et E_3 telles que $E_1 = E$, $E_2 = E_3 = 2E$ et des résistances R et R' telles que $R' = 2R$

1. Ecrire les lois de Kirchhoff en fonction de **E** et **R**.
2. En déduire les intensités des courants circulant dans les branches du circuit pour $E = 2$ V et $R = 1\Omega$. Préciser le sens réel de chaque courant.
3. Préciser, pour chaque générateur réversible, s'il fonctionne en générateur ou récepteur.
4. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit.
5. Ecrire, en termes de puissance, le bilan énergétique du circuit.

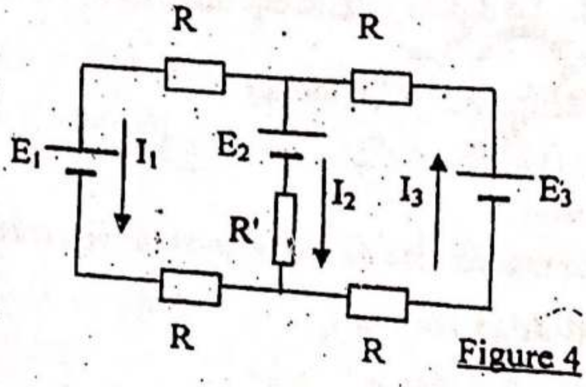


Figure 4

Corrigé et Barème de l'épreuve finale
Le total des points est : 22

Exercice 1 : (5,75 points)

1.1 $\overrightarrow{E(O)} = \frac{2Kq}{a^2}\cos\theta\,\vec{i}$ et $\overrightarrow{E(O)} = -800\,\vec{i}$ (V/m) 1,25

Où bien : $\overrightarrow{E(O)} = \frac{Kq_A}{a^3}\overrightarrow{AO} + \frac{Kq_B}{a^3}\overrightarrow{BO}$ (ou représentation de $\overrightarrow{E_A}$ et $\overrightarrow{E_B}$ et $\overrightarrow{E(O)}$.

et avec $\left|\overrightarrow{E(O)}\right| = \frac{2K|q|}{a^2}\cos\theta = 800\,V/m$

1.2 par symétrie par rapport à la droite AB, on a : $\overrightarrow{E(O')} = -\overrightarrow{E(O)} = 800\,\vec{i}$ (V/m) 0,5

1.3 aussi, par raison de symétrie, le champ est nul au point I milieu de AB. 0,5

1.4 $V(O) = V(O') = \frac{2Kq}{a} = -240\,V$ 2 x 0,25 $V(I) = \frac{2Kq}{a\sin\theta} = -277\,V$ 0,5

2. $\vec{F} = q'\vec{E}$ avec $\vec{E}$ parallèle à $\vec{i}$, donc le mouvement ne peut se faire que sur l'axe des x:
2.2. Si $q' > 0$: Le point I est une position d'équilibre (position où la force est nulle puisque E(I) =0). En O, $\vec{F}$ est dirigée vers I et en O' la force est également dirigée vers I → q' lâchée sans vitesse initiale en O a donc un mouvement oscillatoire autour de I entre O et O'. 0,75

2.1. Si $q' < 0$, $\vec{F}$ est de même sens que $\vec{i}$ → q' part vers l'infini. 0,25

Remarque : On peut aussi faire un raisonnement énergétique et constater que V est minimal au point I et augmente lorsque la distance par rapport à I augmente.

3.1. $E_p = -\vec{p}.\overrightarrow{E(O')}$ 0,25
$E_p = -p_x E_x$ où $p_x = -10^{-8}\,C.m$ et $E_x = 800\,V/m$ 0,5
Ou bien : $E_p = -|\vec{p}|\left|\overrightarrow{E(O')}\right|\cos(\vec{p}, \overrightarrow{E(O')})$ où $|\vec{p}| = \sqrt{2}10^{-8}\,C.m$ et $(\vec{p}, \overrightarrow{E(O')}) = \frac{3\pi}{4}$ rad
$E_p = +8.10^{-6}\,J$ 0,25

3.2. Le dipôle sera en équilibre lorsqu'il sera parallèle à $\overrightarrow{E(O')}$ donc dirigé selon $\vec{i}$. 0,5

Exercice 2 : (5,25 points)

1. $\oiint_{S\,fermée} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_o}$ 0,5

pour une surface de Gauss (= sphère de centre O et de rayon r) $\vec{E}$ est radial et $|\vec{E}|$ constant 0,5
et $\vec{E}$ dirigé selon $-\vec{u}_r$ 0,25

$\rightarrow \vec{E} = \frac{K\sum q_{int}}{r^2}\vec{u}_r$ 0,5

a) pour $r < R_1$: $\sum q_{int} = 0 \rightarrow \vec{E} = 0$ 0,25

b) pour $R_1 < r < R_2$: $\sum q_{int} = Q_1 \rightarrow \vec{E} = \frac{KQ_1}{r^2}\vec{u}_r$ 0,5

c) pour r > R_2 : $\sum q_{int}=Q_1+Q_2 \rightarrow \vec{E}=\frac{K(Q_1+Q_2)}{r^2}\vec{u}_r$ **0,5**

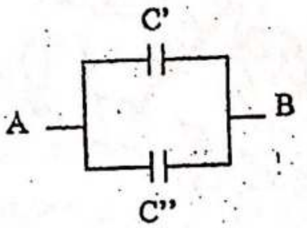
2. $V(R_1)-V(R_2)=\int_{V(R_2)}^{V(R_1)}dV=-\int_{R_2}^{R_1}Edr=-\int_{R_2}^{R_1}\frac{KQ_1}{r^2}dr=KQ_1(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})=KQ_1(\frac{R_2-R_1}{R_1R_2})$ **1,25**

3. $R_2 > R_1$ et $Q_1<0 \rightarrow V(R_1)<V(R_2)$. Donc, quand on relie S_1 à S_2, $V(R_1)$ augmente jusqu'au moment où $V'(R_1)=V'(R_2)$ donc $Q_1'=0$. Finalement, toute la charge = Q_1+Q_2 se répartit sur la surface externe de S_2. **1**

Exercice 3 : (5 points)

1. $Q=C(V_A-V_B)=1.2mC$ **0,5** $E=\frac{1}{2}Q(V_A-V_B)=0.072J=72\,mJ$ **0,5**

2. L'association des condensateurs est équivalente à l'ensemble ci-dessous :



Où $C=C'+C''$ tels que :

$C'=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}$ et $C''=\frac{C_7(C_4+C_5+C_6)}{C_4+C_5+C_6+C_7}$

$C''=4\,\mu F$

$C'=C-C''=6\,\mu F$

D'où $C_1=18\,\mu F$ **1,5**

3. $Q_1=Q'=C'(V_A-V_B)=720\,\mu C$ **1,5**

Ou bien : $\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_1}{C_2+C_3}=V_A-V_B$ d'où Q_1

$V_1=\frac{Q_1}{C_1}$ $V_1=40V$ **0,5** $E_1=\frac{1}{2}Q_1V_1=14,4\,mJ$ **0,5**

Exercice 4 : (6 points)

1.
$I_1+I_2=I_3$ (I)
$-2RI_1+R'I_2+E_2-E_1=0 \rightarrow -2RI_1+2RI_2+E=0$ (II)
$-2RI_3-R'I_2+E_3-E_2=0 \rightarrow -2RI_3-2RI_2=0$ (III)
$-2RI_1-2RI_3+E_3-E_1=0 \rightarrow -2R(I_1+I_3)+E=0$ (IV)

3 équations indépendantes parmi ces 4 : **3 x 0,5**

2. $I_2=-\frac{E}{6R}=-\frac{1}{3}A$ $I_1=\frac{E}{3R}=\frac{2}{3}A$ et $I_3=\frac{1}{3}A$ **3 x 0,5**

Sens des courants : I_1 et I_3 sont dans le sens indiqué sur la figure 4 **3 x 0,25**

I_2 est dans le sens inverse de celui indiqué sur la figure 4 et $I_2=+\frac{1}{3}A$

3. E_2 et E_3 fonctionnent en générateurs, E_1 en récepteur. **3 x 0,25**

4. $P_J=\sum R_iI_i^2=2RI_1^2+R'I_2^2+2RI_3^2=12RI_2^2=\frac{4}{3}W$ **0,75**

5. Puissance fournie par les générateurs = Puissance utile consommée par le récepteur + Puissance dissipée par effet Joule

$E_2I_2+E_3I_3 = E_1I_1 + P_J = \frac{8}{3}W$

0,25 **0,25**

[illegible]
[illegible]

USTHB
Faculté de Physique
1ère année - Licence MI

Année universitaire 2008-2009

Juin 2009

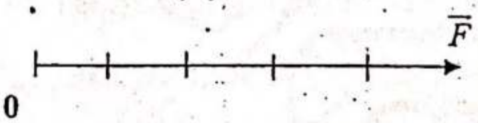
Electricité: barème du rattrapage

Exercice 1 : (4 points)

1. $\vec{E}_0 = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{Kq}{(nD)^2}\,\vec{i} = -\frac{Kq}{D^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\,\vec{i} = -\frac{\pi^2 Kq}{6D^2}\,\vec{i}$ **3**

2. $\vec{F} = -\frac{\pi^2 KQq}{6D^2}\,\vec{i}$ **0,5**

3. A.N. $\vec{F} = 100\,\vec{i}$ (N)



0,5

Exercice 2 : (6 points)

1. Calcul du champ électrique:
   - Direction de $\vec{E}$: radiale **0,25**
   - Sens vers l'extérieur (direction et sens de $\vec{u}_r$) **0,25**
   - Surface de Gauss : cylindre de rayon r ($0 < r < \infty$) et de hauteur h **0,25**
   - Calcul du flux : $\Phi = E\,2\pi rh$ **0,25**
   - Calcul de la charge intérieure à S :

a. $r < R_1$	b. $R_1 < r < R_2$	c. $r > R_2$
$q = 0$ **0,25**	$q = \rho\pi(r^2 - R_1^2)h$ **0,5**	$q = \rho\pi(R_2^2 - R_1^2)h$ **0,5**

- Application du théorème de Gauss: $E\,2\pi rh = \frac{q}{\varepsilon_0}$ **1**

a. $r < R_1$	b. $R_1 < r < R_2$	c. $r > R_2$
$\vec{E}(r) = \vec{0}$ **0,25**	$E\,2\pi rh = \frac{\rho\pi(r^2 - R_1^2)h}{\varepsilon_0}$ $\vec{E}(r) = \left(\frac{\rho r}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho R_1^2}{2\varepsilon_0 r}\right)\vec{u}_r$ **0,5**	$E\,2\pi rh = \frac{\rho\pi(R_2^2 - R_1^2)h}{\varepsilon_0}$ $\vec{E}(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(R_2^2 - R_1^2)\,\vec{u}_r$ **0,5**

2. Pour $r > R_2$:

$dV = -\vec{E}\,\vec{dl} = -E\,dr$ **0,5**

$= -\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(R_2^2 - R_1^2)\,dr$

$V = -\frac{\rho(R_2^2 - R_1^2)}{2\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r}$ **0,5**

$V = -\frac{\rho(R_2^2 - R_1^2)}{2\varepsilon_0}\ln r + K$ **0,5**

beskri + souhil

Copie étudiant chez El Beskri

Exercice 3 : (10 points)

1. Question préliminaire :

$R_3 = [4R \,//\, (R' + 3R)]$ où $R' = [(R+R) \,//\, 2R] = R$

$R_3 = [4R \,//\, 4R] = 2R$ **1**

2. Régime permanent :

2.1. $i_C = 0$ (C_1 et C_2 complètement chargés)   **0.5**

Loi des nœuds :

$I = i_1 + i_2$ **0,5**

Loi des mailles :

$R_1 i_1 = R_2 i_2$ **0,5**

$R_1 i_1 + R_3 I - E = 0$ **0,5**

D'où:

$$i_1 = \frac{E}{6R} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{E}{12R}$$

A.N. $i_1 = 0.4$ A $i_2 = 0.2$ A $I = 0.6$ A   **3 x 0,25**

2.2. Les deux condensateurs sont branchés en série, donc $Q_1 = Q_2 = Q$ **0,25**

et $V_A - V_B = V_{C1} + V_{C2}$ **0,25**

or $V_A - V_B = R_1 i_1 = R_2 i_2 = \frac{E}{2}$ **0,25**

$$\text{Donc } V_A - V_B = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q = \frac{E}{2}\,\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$ **0,25**

A.N. $Q_1 = Q_2 = Q = 7.2\ 10^{-6}$ C $V_{C1} = 36$ V $V_{C2} = 24$ V   **3 x 0,25**

2.3. L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur

$W_{C1} = \frac{1}{2} Q_1 V_{C1} = 1,29\ 10^{-4}$ J   **0,25**

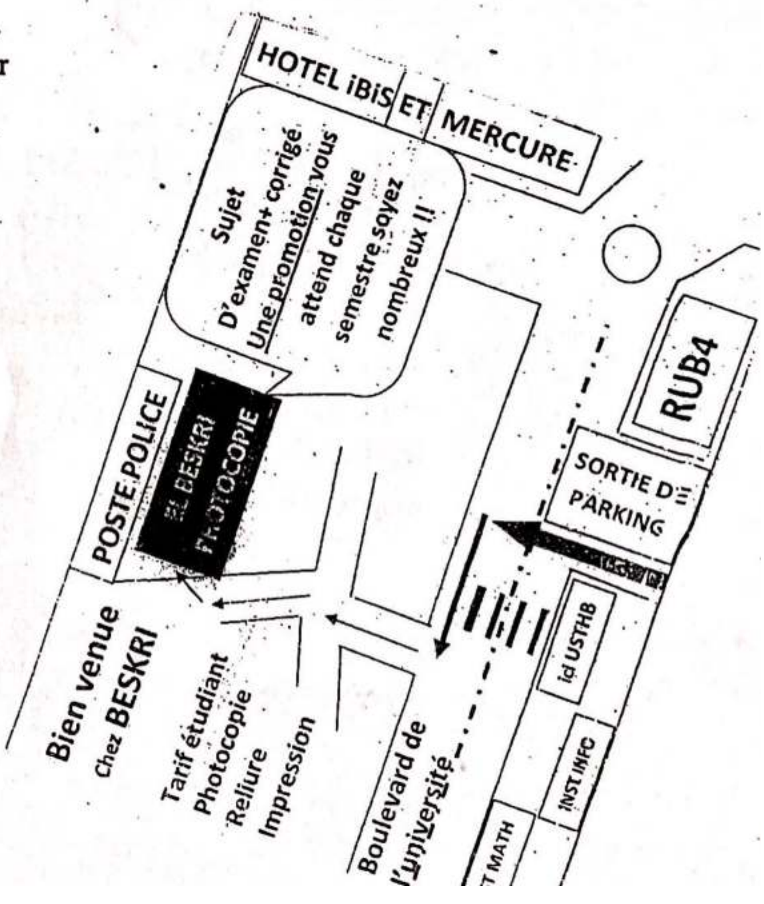
$W_{C2} = \frac{1}{2} Q_2 V_{C2} = 0,86\ 10^{-4}$ J   **0,25**

2.4. L'énergie fournie par le générateur pendant 10 s :

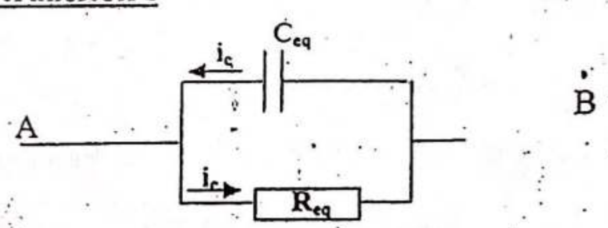
$W_G = E\ I\ \Delta t = 720$ J   **0,5**

L'énergie dissipée par effet joule pendant 10s/

$W_J = \left(R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 I^2\right)\Delta t = 720$ J   **0,5**



3- Régime transitoire



3.1. $C_{eq} = \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2} = 0{,}12\ \mu F$ **0,25** et $R_{eq} = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2} = 2R = 100\,\Omega$ **0,25**

$R_{eq}\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C_{eq}} = 0$ **0,5**

3.2. Résolution de l'équation différentielle **0,5**

$q(t) = Q_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $Q_0 = C_{eq}\dfrac{E}{2} = 7{,}2\ 10^{-6}\ C$ **0,25**

et $\tau = R_{eq}\, C_{eq} = 12\ \mu s$ **0,25**

3.3. $i_c = -\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \dfrac{E}{4R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ **0,5**

$i_1 = \dfrac{2}{3} i_c = \dfrac{E}{6R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ **0,25** et $i_2 = \dfrac{1}{3} i_c = \dfrac{E}{12R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ **0,25**