

Série TD n°4

Exercice 1

Concevoir une machine de Turing " MT_{r2} " qui permet de calculer la fonction " $r2$ " (reste de la division entière de x par 2) $r2 = \lambda x. x \bmod 2$

Exercice 2

Concevoir une machine de Turing " MT_{q2} " qui permet de calculer la fonction " $q2$ " (quotient de la division entière de x par 2) $q2 = \lambda x. x \div 2$

Exercice 3

Concevoir une machine de Turing " MT_{moins_abs} " qui permet de calculer la fonction " $moins_abs$ " (valeur absolue de la soustraction de 2 nombres): $moins_abs = \lambda xy. |x - y|$

Exercice 4

Déterminer toutes les fonctions calculables par la machine de Turing " MT_{f1} " définie comme suit :

$$MT_{f1} = (S, E, I)$$

- $S = \{0, 1, *\}$
- $E = \{q_0, q_1, \dots, q_7\}$ $//|E| = 8 \text{ états, état initial} = q_0, \text{ état final} = ?$
- $I = \{I_1, I_2, \dots, I_{11}\}$ $//|I| = 11 \text{ instructions}$

Les instructions de machine de Turing " MT_{f1} " sont :

$I_1: q_0 1 Dq_0$	$I_5: q_3 1 0q_4$	$I_9: q_0 0 Gq_1$
$I_2: q_0 * 1q_2$	$I_6: q_4 0 Dq_5$	$I_{10}: q_1 1 Gq_1$
$I_3: q_2 1 Gq_2$	$I_7: q_5 1 0q_6$	$I_{11}: q_1 0 Dq_7$
$I_4: q_2 0 Dq_3$	$I_8: q_6 0 Dq_0$	

Exercice 5

Déterminer toutes les fonctions calculables par la machine de Turing " MT_{f2} " définie comme suit :

$$MT_{f2} = (S, E, I)$$

- $S = \{0, 1, *\}$
- $E = \{q_0, q_1, \dots, q_5\}$ $//|E| = 6 \text{ états, état initial} = q_0, \text{ état final} = ?$
- $I = \{I_1, I_2, \dots, I_{11}\}$ $//|I| = 11 \text{ instructions}$

Les instructions de machine de Turing " MT_{f2} " sont :

$I_1: q_0 1 Dq_0$	$I_7: q_3 1 0q_2$
$I_2: q_0 0 Gq_1$	$I_8: q_3 * 0q_2$
$I_3: q_1 1 Gq_1$	$I_9: q_3 0 Gq_4$
$I_4: q_1 0 Dq_5$	$I_{10}: q_4 0 Gq_4$
$I_5: q_0 * 0q_2$	$I_{11}: q_4 1 1q_1$
$I_6: q_2 0 Dq_3$	

Exercice 6. Composition de la MT

1/ Concevoir, à partir de la machine " MT_S ", la machine de Turing " MT_{S2} " qui calcule la fonction $S2$ définie par $S2 = \lambda x. x + 2$. Rappelons que " MT_S " calcule la fonction successeur.

2/ Concevoir, à partir des deux machines " MT_S " et " MT_{plus} ", la machine de Turing " MT_{S_plus} " qui calcule la fonction S_plus définie par $S_plus = \lambda x. x + y + 1$. Rappelons que " MT_{plus} " calcule la fonction $plus$ (somme de x et y).