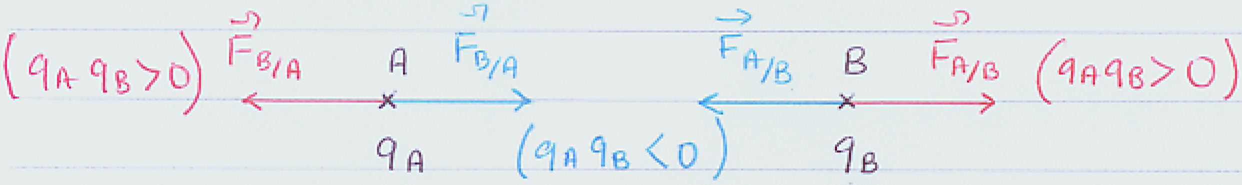
Rappel - Electrostatique

Force de Coulomb :



$$\vec{F}_{A/B} = \frac{K q_A q_B}{(AB)^2} \vec{u} \quad , \quad \vec{u} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|} \text{ est un vecteur unitaire}$$

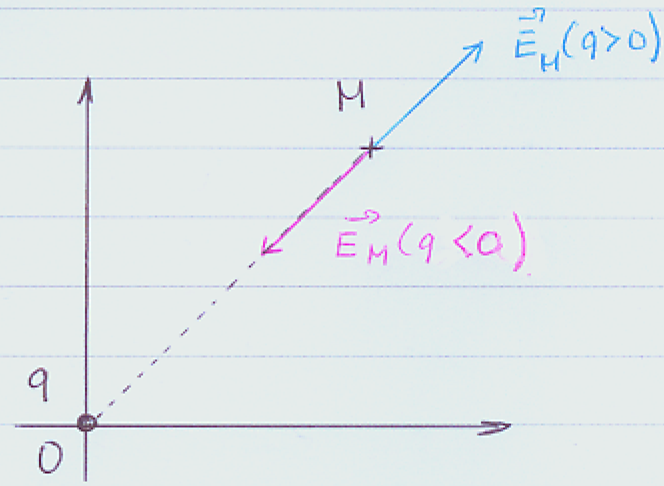
$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ S.I. est la constante de Coulomb.

$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$ (Principe de l'action et de la réaction).

Energie potentielle électrique :

$$E_p = \frac{K q_A q_B}{(AB)}$$

Potentiel électrique :



$$V_M(q) = \frac{Kq}{r}$$

Champ électrique :

$$\vec{E}_M(q) = \frac{Kq}{r^2} \vec{u}_r \quad , \quad \vec{u}_r \text{ est un vecteur unitaire}$$

$r = OM$: distance entre la position de la charge et la position dans laquelle on veut calculer $\vec{E}_M(q)$

Relation entre champ électrique et potentiel électrique :

$$\vec{E}_M = -\vec{\nabla} V_M \iff V_M = -\int \vec{E}_M \cdot \vec{dOM}$$

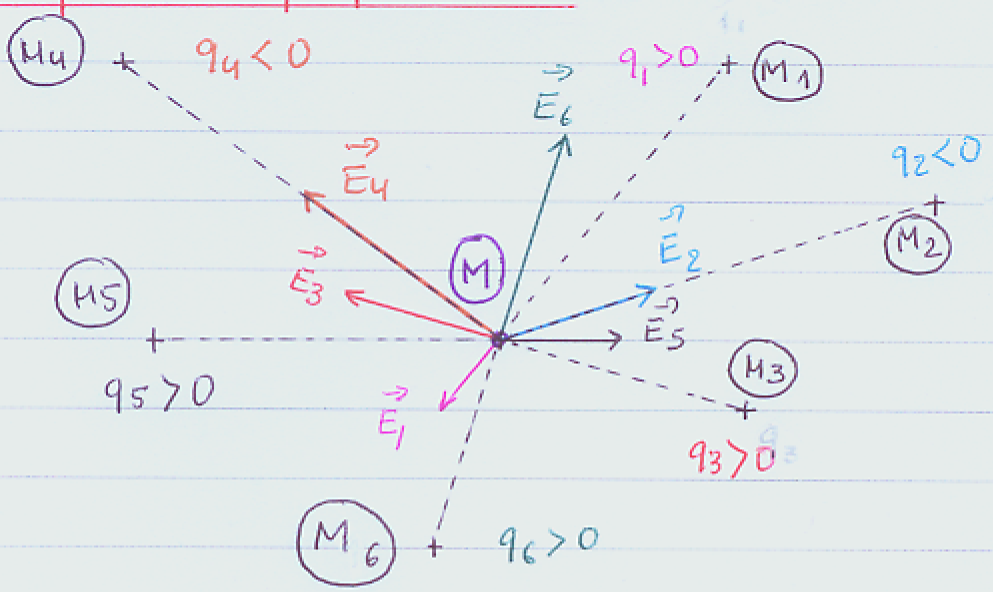
* Dans le cas où le mouvement de la charge se fait suivant la direction radiale r :

$$E_M = -\frac{dV_M}{dr} \iff V_M = -\int E_M \, dr$$

* Dans le cas où le mouvement de la charge se fait suivant l'axe x'ox :

$$E_M = -\frac{dV_M}{dx} \iff V_M = -\int E_M \, dx$$

Principe de superposition :



* $V_M = V_M(q_1) + V_M(q_2) + \dots + V_M(q_n) = \frac{Kq_1}{M_1M} + \frac{Kq_2}{M_2M} + \dots + \frac{Kq_n}{M_nM}$

$$V_M = \sum_{i=1}^{n} \frac{Kq_i}{MM_i} \quad \text{(Somme algébrique)}$$

* $\vec{E}_M = \vec{E}_M(q_1) + \vec{E}_M(q_2) + \dots + \vec{E}_M(q_n) = \frac{Kq_1}{(M_1M)^2}\vec{u}_1 + \frac{Kq_2}{(M_2M)^2} + \dots + \frac{Kq_n}{(M_nM)^2}\vec{u}_n$

$$\vec{E}_M = \sum_{i=1}^{n} \frac{Kq_i}{(MM_i)^2}\vec{u}_i \quad \text{(Somme vectorielle)}$$

Remarques importantes :

1) Si on place une charge q dans une position M où régne un potentiel électrique V_M et un champ électrique $\vec{E}_M$, alors la charge q :

a) Elle sera soumise à une force électrique donnée par :

$$\vec{F} = q\,\vec{E}_M$$

b) Elle acquiert une énergie potentielle électrique donnée par :

$$E_p = q\,V_M$$

2) La force électrique dérive d'un potentiel (force conservative), ainsi :

a) $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p \iff E_p = -\int \vec{F} \cdot \overrightarrow{dOM}$

b) $\Delta {E_c}_A^B = -\Delta {E_p}_A^B$

c) $W_A^B(\vec{F}) = \Delta {E_c}_A^B = -\Delta {E_p}_A^B$

Energie interne d'un système de n-charges ponctuelles :

C'est le travail dépensé pour maintenir les n-charges ensemble.

$n=2$: $U = \dfrac{Kq_1q_2}{M_1M_2}$

$n=3$: $U = \dfrac{Kq_1q_2}{M_1M_2} + \dfrac{Kq_1q_3}{M_1M_3} + \dfrac{Kq_2q_3}{M_2M_3}$

$n=4$: $U = \dfrac{Kq_1q_2}{M_1M_2} + \dfrac{Kq_1q_3}{M_1M_3} + \dfrac{Kq_1q_4}{M_1M_4} + \dfrac{Kq_2q_3}{M_2M_3} + \dfrac{Kq_2q_4}{M_2M_4} + \dfrac{Kq_3q_4}{M_3M_4}$

$n=5$: $U = \dfrac{Kq_1q_2}{M_1M_2} + \dfrac{Kq_1q_3}{M_1M_3} + \dfrac{Kq_1q_4}{M_1M_4} + \dfrac{Kq_1q_5}{M_1M_5} + \dfrac{Kq_2q_3}{M_2M_3} + \dfrac{Kq_2q_4}{M_2M_4} + \dfrac{Kq_2q_5}{M_2M_5} + \dfrac{Kq_3q_4}{M_3M_4} + \dfrac{Kq_3q_5}{M_3M_5} + \dfrac{Kq_4q_5}{M_4M_5}$

Dans le cas général :

$$U = \frac{K}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^{n} \frac{Kq_i q_j}{M_i M_j}$$

M_iM_j étant la distance entre les charges q_i et q_j

Remarque importante :

* Si $U<0$, alors le système formé par les n-charges est stable
* Si $U>0$, alors le système formé par les n-charges est instable.

Dipôle électrique :

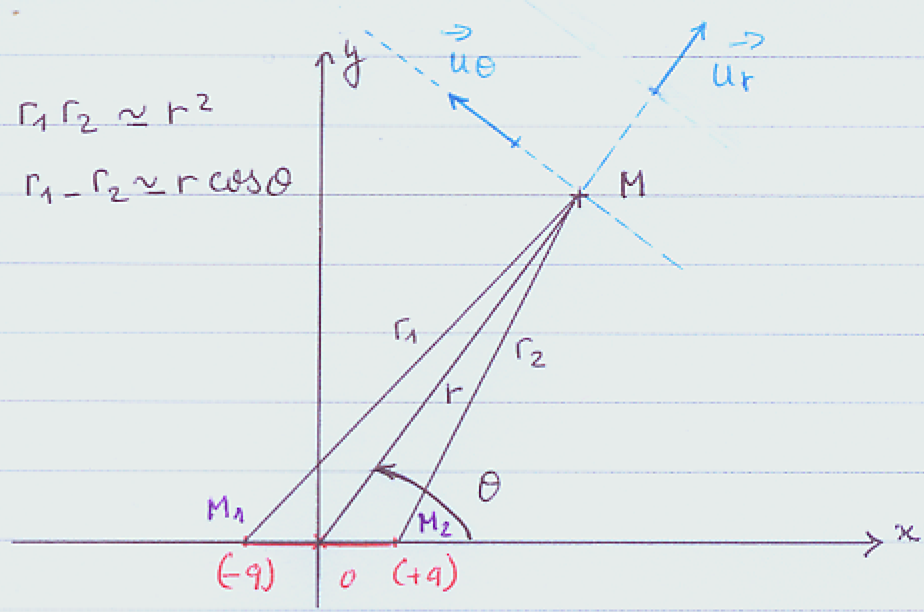
c'est un ensemble de deux charges $(+q)$ et $(-q)$ séparées par une distance d très inférieure par rapport à la distance d'observation r.

$M_1M_2 = d \ll r_1$
$d \ll r_2$
$d \ll r$

$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \begin{array}{l} r_1 r_2 \simeq r^2 \\ r_1 - r_2 \simeq r\cos\theta \end{array}$$

$\vec{p} = q\,\overrightarrow{M_1M_2}$

$\|\vec{p}\| = qd$



* Potentiel électrique créé par le dipôle électrique au point M :

$$V_M = \frac{Kp\cos\theta}{r^2} \qquad \text{avec } p = qd.$$

* Champ électrique créé par le dipôle électrique au point M :

$$\vec{E}_M = E_{Mr}\,\vec{u}_r + E_{M\theta}\,\vec{u}_\theta \,, \quad \begin{cases} E_{Mr} = \dfrac{2Kp\cos\theta}{r^3} \\ E_{M\theta} = \dfrac{Kp\sin\theta}{r^3} \end{cases}$$

Remarque : Le dipôle électrique ne peut pas créer un potentiel électrique ou un champ électrique dans la position où il se trouve (ne sont pas définis).

* Energie potentielle électrique acquise par un dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p}$ placé dans une région où règne un champ électrique extérieur uniforme (constant) $\vec{E}_{ext}$:

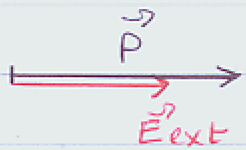
$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext} = -\|\vec{p}\|\,\|\vec{E}_{ext}\| \cos(\widehat{\vec{p},\vec{E}_{ext}})$$

<u>Position d'équilibre stable</u>

E_p est minimum

$E_p = -\|\vec{p}\|\,\|\vec{E}_{ext}\|$

$\cos(\widehat{\vec{p},\vec{E}_{ext}}) = 1$



<u>Position d'équilibre instable</u>

E_p est maximum

$E_p = \|\vec{p}\|\,\|\vec{E}_{ext}\|$

$\cos(\widehat{\vec{p},\vec{E}_{ext}}) = -1$

* Moment du couple de forces exercé sur un dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p}$ placé dans une région où règne un champ électrique extérieur uniforme $\vec{E}_{ext}$:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$$

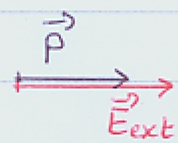
* $\vec{p}$ et $\vec{E}_{ext}$ contenus dans le plan

* $\vec{\tau} \perp$ plan

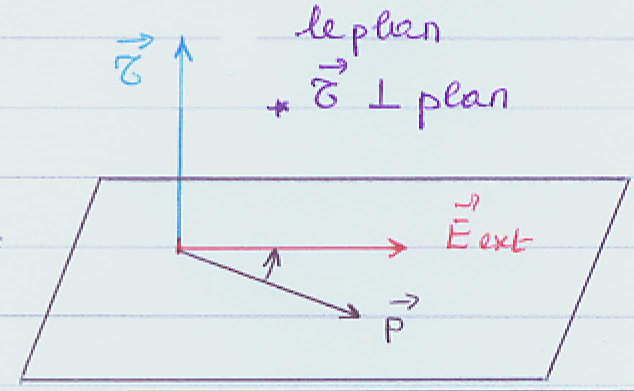
<u>Cas particuliers :</u>

* 

$\vec{\tau} = \vec{0}$

* 

$\vec{\tau} = \vec{0}$

* 

*