

Epreuve Finale (Durée : 1h30mn)

Exercice n°1 : (8 points)

Une sphère conductrice A, de rayon R_A , est reliée à un générateur qui délivre une tension V variable (voir figure1).

I- La sphère A est éloignée de toute autre influence.

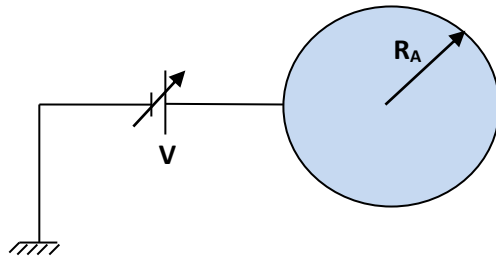


Figure 1

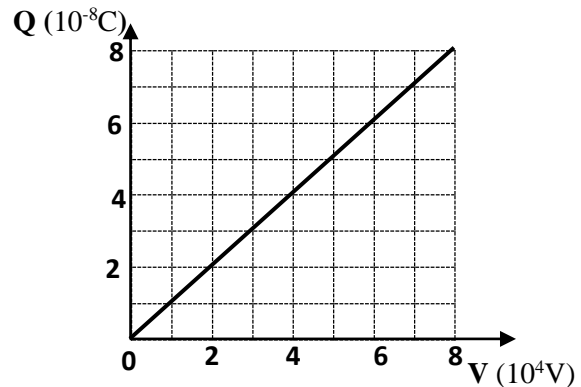


Figure 2

1. Pour une valeur de V donnée, représenter qualitativement la distribution de charge sur la sphère.
2. On fait varier la tension V , la figure2 représente l'évolution de la charge Q du conducteur en fonction de V . Déduire à partir de la figure 2 le rayon R_A de cette sphère.
3. Pour $V=10^4$ V, calculer l'énergie électrostatique emmagasinée par la sphère.
4. Toujours pour $V=10^4$ V, le conducteur A porte la charge Q_A . On l'isole du générateur et on le relie, à l'aide d'un fil conducteur très fin, à une autre sphère conductrice B de rayon R_B , initialement neutre et isolée. Dans l'hypothèse où les deux sphères sont suffisamment éloignées pour négliger toute influence mutuelle et en négligeant les charges superficielles sur le fil :
 - a. Calculer à l'équilibre et en fonction de Q_A les charges portées par chacune des deux sphères.
 - b. Calculer le rapport des densités surfaciques de charge σ_A de A et σ_B de B (σ_A/σ_B).

On donne : $R_B=R_A/2$

II- La sphère conductrice A est portée à un potentiel V quelconque, comme il est illustré sur la figure 3 ci-dessous. On entoure cette sphère par une autre sphère conductrice creuse C initialement neutre, concentrique à A et de rayons intérieur R_{C1} et extérieur R_{C2} .

1. Représenter qualitativement les charges électriques portées par les deux sphères.
2. On relie la sphère C à la terre, comme il est indiqué sur la figure 4 ci-dessous.
 - a. Représenter la nouvelle distribution des charges sur les deux sphères.
 - b. Donner l'expression du vecteur champ électrique dans la région comprise entre les deux sphères.
 - c. Trouver l'expression donnant la différence de potentiel V_A-V_C , entre les deux sphères, en fonction de la charge de la sphère A et des rayons R_A et R_{C1}
 - d. En déduire l'expression et la valeur de la capacité du condensateur ainsi obtenu.

On donne : $K= 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ (SI), $R_{C1}=18\text{mm}$.

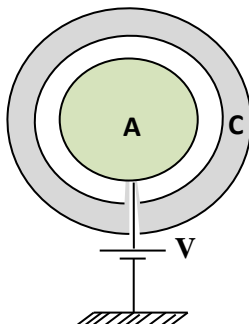


Figure 3

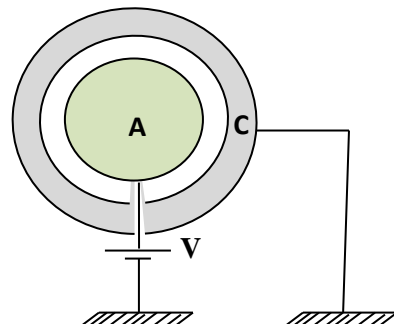


Figure 4

Exercice n°2 : (4 points)

Soient deux charges ponctuelles négatives $q_A = q_B = q$ situées sur l'axe OX aux points $A(a,0)$ et $B(-a,0)$. On considère un point $N(0,y)$ tel que $y > 0$ sur l'axe OY (voir figure 5).

1- Déterminer l'expression du potentiel électrique V_N créé par ces deux charges au point N en fonction de K , q , y et a . On supposera le potentiel nul à l'infini.

2- En déduire l'expression du vecteur champ électrique \vec{E}_N créé par ces deux charges au point N .

Représenter qualitativement le vecteur \vec{E}_N .

3- On place au point N un dipôle électrique de moment dipolaire électrique \vec{P} comme indiqué sur la figure 5.

a- Déterminer l'expression du moment du couple $\vec{\tau}$ qui s'applique à ce dipôle.

Représenter qualitativement $\vec{\tau}$.

b- Représenter qualitativement la position d'équilibre stable de ce dipôle. Justifier votre réponse.

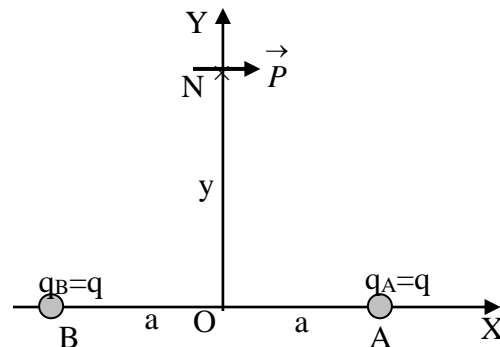
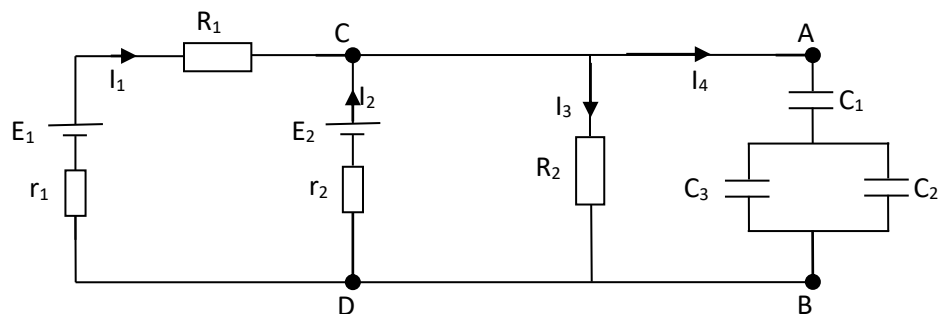


Figure 5

Exercice n°3: (8 points)

On considère le circuit électrique de la figure 6, comprenant deux générateurs réversibles de f.e.m E_1 et E_2 et de résistances internes r_1 et r_2 , respectivement, de deux résistances R_1 et R_2 , et de trois condensateurs C_1 , C_2 , et C_3 . On considère que le régime permanent est atteint (les trois condensateurs sont complètement chargés).

Figure 6



On donne : $E_1 = 53V$, $E_2 = 21V$, $r_1 = r_2 = 1\Omega$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $C_1 = 6\mu F$, $C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 1\mu F$.

1. Calculer les valeurs des courants I_1 , I_2 , I_3 , et I_4 .

2. Le générateur E_2 fonctionne-t-il en mode récepteur ou générateur. Justifier.

3. Calculer la ddp $V_C - V_D$.

4. Calculer la capacité équivalente entre les points A et B .

5. Calculer les charges Q_1 , Q_2 , et Q_3 portées par les condensateurs C_1 , C_2 , et C_3 , respectivement.

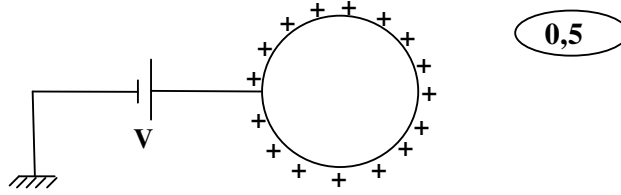
6. Calculer les énergies U_1 , U_2 , et U_3 emmagasinées par les condensateurs C_1 , C_2 , et C_3 , respectivement.

Corrigé de l'Epreuve Finale

Exercice 1 : (8 points)

I.

1.



0,5

2. Le potentiel de la sphère est lié à sa charge électrique par : $V = \frac{KQ}{R_A}$ 0,25

Par conséquent : $\frac{R_A}{K} = \text{pente de la courbe } Q(V) = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = 10^{-12} (SI)$, $R_A = 9mm$ 0,5

3. L'énergie emmagasinée : $U_{em} = \frac{1}{2} QV$ 0,5 A.N. : $U_{em} = 5 \times 10^{-5} J$ 0,25

4. a. Avant contact : $Q_A = 10^{-8} C$, $Q_B = 0 C$, Après contact : Q'_A , et Q'_B sont inconnues.

Par le principe de la conservation de la charge totale : $Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$ 0,25

Les deux sphères sont au même potentiel après contact : $V'_A = V'_B \Rightarrow \frac{KQ'_A}{R_A} = \frac{KQ'_B}{R_B}$ 0,25

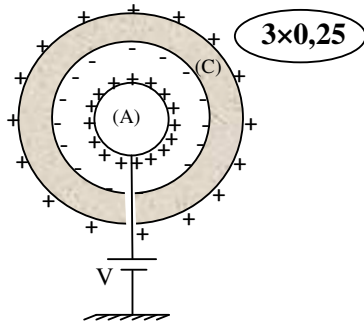
La résolution des deux équations précédentes donne :

$$Q'_A = \frac{R_A}{R_A + R_B} Q_A = \frac{2}{3} Q_A \quad 0,25, \quad Q'_B = \frac{R_B}{R_A + R_B} Q_A = \frac{1}{3} Q_A \quad 0,25$$

$$\text{b. } \sigma_A = \frac{Q'_A}{S_A} = \frac{2}{3} \frac{Q_A}{4\pi R_A^2} \quad 0,25 \quad \sigma_B = \frac{Q'_B}{S_B} = \frac{1}{3} \frac{Q_A}{4\pi R_B^2} \quad 0,25 \quad \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{1}{2} \quad 0,5$$

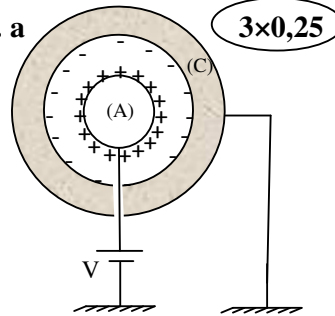
II.

1.



3×0,25

2. a



3×0,25

b. Pour raison de symétrie, \vec{E} est radial. 0,25 $\vec{E} = \frac{KQ_A}{r^2} \vec{U}_r$, pour $R_A < r < R_{Cl}$ 0,5

c. $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$, $\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E dr$ car : $\vec{E} = E \vec{U}_r$ 0,25

$$V_A - V_C = -\int_{R_{Cl}}^{R_A} E dr, \quad V_A - V_C = KQ_A \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_{Cl}} \right) \quad 0,75$$

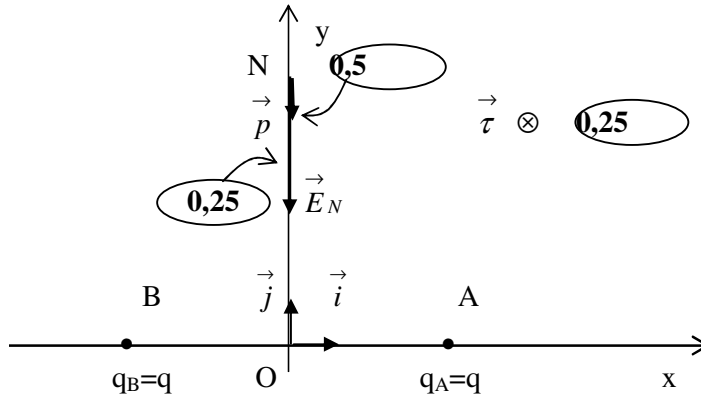
d. La capacité est donnée par : $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_A}{V_A - V_C}$, on trouve : $C = \frac{R_A R_{Cl}}{K(R_{Cl} - R_A)}$ 0,5

$$\text{A.N.: } C = 2pF \quad 0,25$$

Exercice 2 : (4 points)

1- $V_N = 2K \frac{q}{r} = \frac{2Kq}{\sqrt{y^2 + a^2}}$ (0,75)

2- $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dy} \vec{j}$ (0,25) $\Rightarrow \vec{E}_N = 2Kq \frac{y}{(y^2 + a^2)^{3/2}} \vec{j}$ (0,75)



3-a- $\vec{p} = p \vec{i}$ (0,25) et $\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}_N = \frac{2Kqpy}{(y^2 + a^2)^{3/2}} \vec{k}$ (0,75)

b- Dans la position d'équilibre stable, qui correspond au minimum d'énergie potentielle, $\vec{p} \parallel \vec{E}_N$ et dans le même sens. (0,25)

Exercice 3: (8 points)

1. C1, C2, et C3, chargés $\Rightarrow I_4 = 0A$ (0,5)

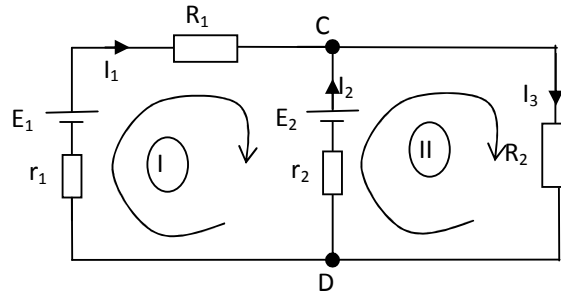
Maille I : $E_1 - R_1 I_1 - E_2 + r_2 I_2 - r_1 I_1 = 0$

$11I_1 - I_2 = 32 \dots \dots \dots \text{éq.1}$ (0,5)

Maille II: $E_2 - R_2 I_3 - r_2 I_2 = 0$

$I_2 + 5I_3 = 21 \dots \dots \dots \text{éq.2}$ (0,5)

Noeud C: $I_1 + I_2 - I_3 = 0 \dots \dots \dots \text{éq.3}$ (0,5)



La résolution du système d'équations (1), (2), et (3) donne : $I_1 = 3A$, (0,5) $I_2 = 1A$, (0,5) $I_3 = 4A$ (0,5)

2. Le générateur E_2 fonctionne en mode générateur car il débite un courant positif ($I_2 > 0$). (0,5)

3. $V_C - V_D = E_2 - r_2 I_2$, on trouve : $V_C - V_D = 20V$ Ou : $V_C - V_D = R_2 I_3 = 20V$. (0,5)

4. $C_{eq} = (C_2 \text{ en parallèle avec } C_3) \text{ en série avec } C_1$.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_2 + C_3} + \frac{1}{C_1}$$

A.N. : $C_{eq} = 2\mu F$ (0,5)

5. $Q_{eq} = C_{eq} \cdot (V_C - V_D) = 40\mu C$, $Q_{eq} = Q_1 = Q_2 + Q_3 = 40\mu C$ (0,5)

$\Delta V_{C2} = \Delta V_{C3} = (V_C - V_D) - \Delta V_{C1}$, $\Delta V_{C1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{20}{3} V$, $\Delta V_{C2} = \Delta V_{C3} = \frac{40}{3} V$

$Q_2 = C_2 \Delta V_2 = \frac{80}{3} \mu C$, (0,5) $Q_3 = C_3 \Delta V_3 = \frac{40}{3} \mu C$ (0,5)

6. $U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$, $U_1 = \frac{4}{3} 10^{-4} J$, (0,5) $U_2 = \frac{16}{9} 10^{-4} J$, (0,5) $U_3 = \frac{8}{9} 10^{-4} J$ (0,5)