

Série 3 : Travail et énergie d'un point matériel

**Exercice 1 :**

Une particule de masse  $m$ , se déplaçant sur l'axe  $(x'Ox)$ , est soumise à une seule force  $\vec{F}(x) = F\vec{i}$ . La variation de  $F$  en fonction de  $x$  est représentée sur la figure 1 ci-contre. Calculer la variation de l'énergie cinétique de cette particule entre les positions  $x = 0 \text{ m}$  et  $x = 50 \text{ m}$ .

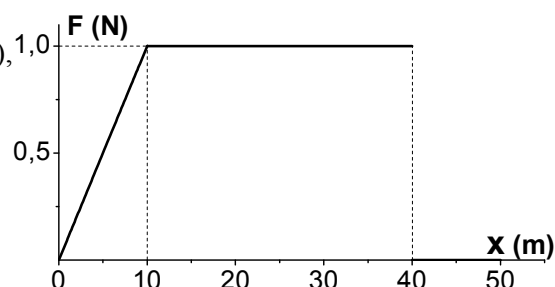


Figure 1

**Exercice 2:**

Un corps de masse  $m$ , soumis à la force  $\vec{F}_n$ , a effectué un déplacement du point  $O(0,0)$  au point  $B(2,4)$ .

1) Calculer le travail  $W$  reçu par ce corps quand il se déplace suivant les segments de droites  $OA$  et  $AB$  (le point  $A(2,0)$ ) et suivant l'arc de parabole  $y=x^2$  compris entre les deux points  $O$  et  $B$  (voir figure 2) dans les deux cas suivants :

- 1<sup>er</sup> cas :  $\vec{F}_1 = -y\vec{i} + x\vec{j}$
- 2<sup>ème</sup> cas :  $\vec{F}_2 = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j}$

2) Que peut-on conclure dans chaque cas ?

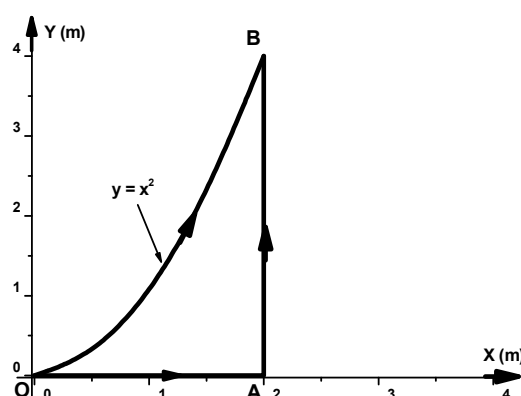


Figure 2

**Exercice 3 :**

On abandonne, **sans vitesse initiale**, un corps de masse  $m$ , assimilé à un point matériel, à partir d'un pont de hauteur  $h_0=6\text{m}$ . La figure 3 représente les graphes des énergies potentielle, cinétique et totale en fonction de  $h$ . On donne :  $g=10 \text{ m/s}^2$

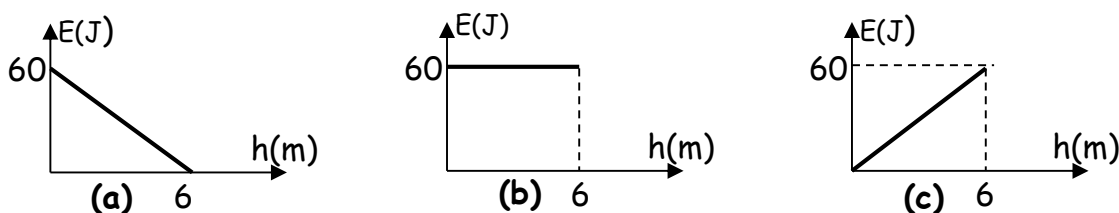


Figure 3

1) À quelle type d'énergie correspond chacun des graphes (a, b et c) ? Justifier en précisant l'origine de l'énergie potentielle.

2) En déduire :

- a) la valeur de sa masse  $m$ .
- b) sa vitesse  $v_s$  lorsqu'il arrive au sol.

3) A quelle hauteur la masse  $m$  possède-t-elle une vitesse égale à la moitié de celle calculée dans la question 2.b), c'est-à-dire  $v=v_s/2$  ?

4) Quelle est sa vitesse pour  $h=3\text{m}$  ?

#### Exercice 4 :

On considère un satellite de masse  $m = 1000 \text{ Kg}$  décrivant une trajectoire elliptique autour de la terre de masse  $M_T$  (voir figure 4). On appelle  $r$  la distance entre le satellite et le centre de la terre  $O$ .

1) Représenter, qualitativement, aux points  $A$  et  $P$  la force gravitationnelle,  $\vec{F}_g$ , exercée par la terre sur le satellite et les vecteurs vitesse,  $\vec{V}_A$  et  $\vec{V}_P$ , du satellite.

2) L'énergie mécanique totale du satellite est donnée par :  $E_T = -\frac{GM_T m}{2a}$ , où  $a = AP/2$  est le demi-grand axe de l'orbite et  $G$  la constante de gravitation.

a) Rappeler l'expression de l'énergie potentielle,  $E_p$ , du satellite en fonction de  $G$ ,  $M_T$  et  $r$ . On prend  $E_p(\infty) = 0 \text{ Joule}$ .

b) Etablir l'expression de l'énergie cinétique,  $E_c$ , du satellite en fonction de  $G$ ,  $M_T$ ,  $a$  et  $r$ . En déduire l'expression de la vitesse,  $V$ , du satellite en fonction des mêmes paramètres.

c) Calculer la valeur de la vitesse,  $V_A$ , du satellite au point  $A$ .

On donne :  $OA = 41400 \text{ Km}$ ,  $OP = 6750 \text{ Km}$ ,  $GM_T = 4.022 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ .

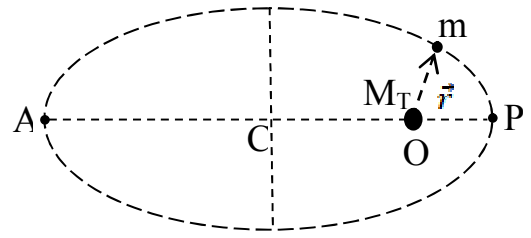


Figure 4

#### Exercice 5 :

On abandonne sans vitesse initiale un bloc de masse  $m$  à partir du sommet (position  $A$ ) d'un plan incliné faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale. Le bloc glisse sans frottement et vient comprimer un ressort de constante de raideur  $k$  et dont une extrémité est fixée en bas du plan incliné (voir figure 5). On note  $L$  la distance initiale entre le bloc et l'extrémité libre du ressort (en position  $B$  lorsqu'il n'est pas comprimé). Au moment du choc, le ressort est comprimé d'une longueur  $d$  (position  $C$ ) avant qu'il ne se détende à nouveau. Les frottements entre la masse et le plan incliné sont négligeables.

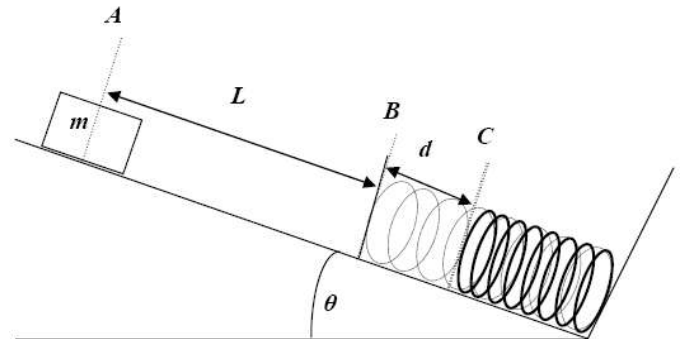


Figure 5

1- Montrer que l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  du ressort est exprimée en fonction de son allongement  $x$ , comme suit :  $E_{pe} = E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$  (préciser l'origine de cette énergie).

2- Rappeler le théorème de l'énergie mécanique totale. Que peut-on dire de l'énergie mécanique pour le système que vous étudié ?

3- Calculer l'énergie mécanique totale  $E_T$  aux points  $A$  et  $C$ .

#### Exercice 6 :

Un objet de masse  $m=2\text{kg}$  est lâché, sans vitesse initiale du point  $O$  d'un plan incliné d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport à l'horizontale (voir figure 6). Le contact objet-plan est lisse dans la partie  $OA$  et il est caractérisé par les coefficients de frottement statique  $\mu_s=0,5$  et dynamique  $\mu_d=0,4$  dans la partie  $AB$ . On donne :  $OA=AB=l=50\text{cm}$ .

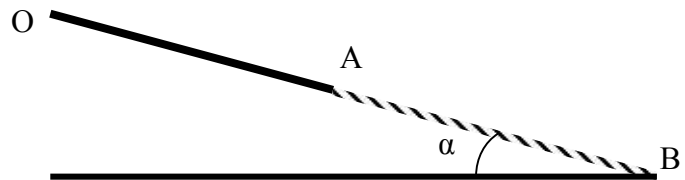


Figure 6

1) Représenter qualitativement les forces appliquées à cet objet dans les parties  $OA$  et  $AB$ .

2) a) Déterminer la vitesse  $V_A$  de l'objet lorsqu'il arrive au point  $A$ .

b) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique totale aux points  $A$  et  $B$ .

c) En déduire la vitesse  $V_B$  de l'objet au point  $B$ .

### Exercice 7 :

Nous considérons une piste contenue dans un plan vertical. Elle est constituée d'une partie AD en quart de cercle et d'une partie horizontale linéaire DEF. Au point E se trouve un ressort linéaire de constante de raideur  $k$ , dont une extrémité est fixée au mur (figure 7).

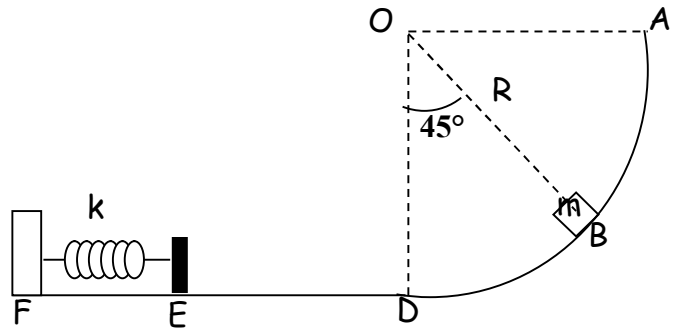


Figure 7

1) Les frottements étant négligeables, on lâche sans vitesse initiale, du point A, un cube de masse  $m$  et de dimensions négligeables.

Au point B situé au milieu de la partie circulaire, on demande de :

- Calculer la vitesse  $V_b$  du cube et la force de contact  $\vec{C}$  qu'exerce le sol sur le cube.
- Représenter à l'échelle :  $1\text{N} \rightarrow 2\text{cm}$ , les forces exercées sur le cube.
- Calculer son accélération.

2) Calculer la compression maximale du ressort lorsque le cube vient le percuter.

On donne :  $R=1\text{m}$ ,  $m=0.2\text{kg}$  et  $k=10^4\text{ N/m}$ .

### Exercice 8:

Une particule se déplace suivant l'axe  $(x'Ox)$ .

Elle est soumise à une force conservative  $\vec{F} = F \vec{i}$ .

Le graphe donnant la variation de son énergie potentielle,  $E_p$ , en fonction de  $x$  est représentée sur la figure 8.

1) Tracer le graphe donnant l'évolution de la force en fonction de  $x$ .

2) Au point d'abscisse  $x=4\text{cm}$ , on lance cette particule vers les  $x$  décroissants avec une énergie cinétique initiale  $E_{ci} = 3 \cdot 10^{-12}\text{ J}$ .

a) Tracer les courbes donnant les variations en fonction de  $x$  des énergies mécanique totale ( $E_T$ ), potentielle ( $E_p$ ) et cinétique ( $E_c$ ) de cette particule.

b) En déduire l'abscisse du point où cette particule rebrousse chemin.

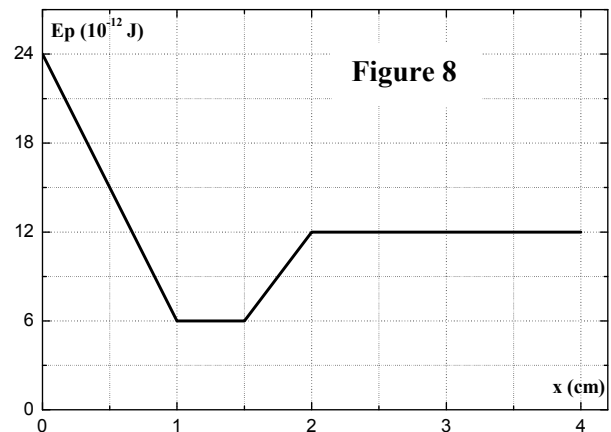


Figure 8

### Exercice 9 :

Une particule de masse  $m=20\text{g}$  se déplace sur un axe  $(x'Ox)$  sous l'effet d'une force conservative  $F(x)$ . L'énergie potentielle correspondante, exprimée en joules, est donnée par :

$$E_p(x) = \begin{cases} (x-0,01)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \cdot 10^{-2}\text{ m} \\ -(x-0,04)^2 + 5 \cdot 10^{-4} & \text{si } 2 \cdot 10^{-2}\text{ m} \leq x \leq 6 \cdot 10^{-2}\text{ m} \end{cases}$$

Le graphe de  $E_p(x)$  est donné dans la figure 9

1) a) Donner l'expression de  $F(x)$  en fonction de  $x$ .

b) Représenter, sur la trajectoire, le vecteur  $\vec{F}(x)$  aux points  $x_1=0,5\text{cm}$  et  $x_2=3,5\text{cm}$ .

Echelles :  $4\text{cm} \rightarrow 1\text{cm}$  et  $2\text{cm} \rightarrow 10^{-2}\text{ N}$

2) Quelles sont les positions d'équilibre de la particule ? Préciser leur nature, en justifiant votre réponse.

3) Décrire qualitativement le mouvement de la particule

si on la lâche, sans vitesse initiale, en  $x=0$ .

4) Quelle vitesse minimale faut-il communiquer à la particule au point  $x=0$  pour qu'elle arrive au point  $x = 6 \cdot 10^{-2}\text{ m}$ .

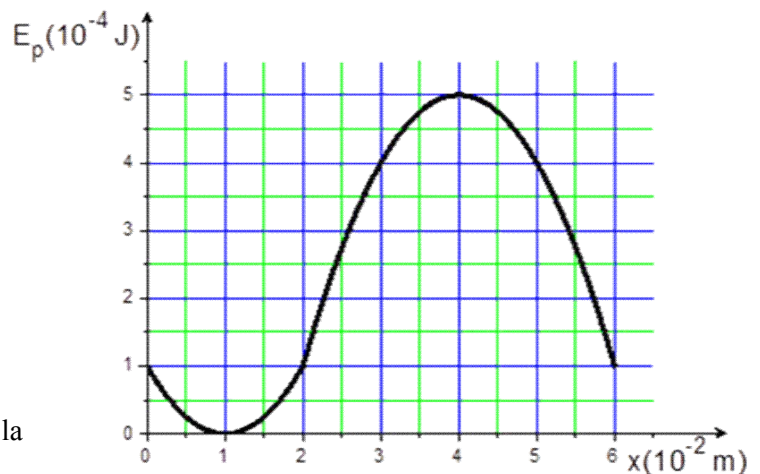


Figure 9

### Exercice 10 :

La figure 10 représente une piste (ABC) de longueur  $BC=2\text{m}$ , inclinée d'un angle  $\alpha = 25^\circ$  par rapport à un tronçon horizontal  $CD=0.2\text{m}$  qui se termine par une piste demi-circulaire  $DE$  de rayon  $R=0.2\text{m}$ . On donne :  $\sin(\alpha) = 0.42$  et  $\cos(\alpha) = 0.90$ .

Une masse  $m=500\text{g}$ , assimilée à un point matériel, est placée en contact avec l'extrémité libre  $B$  d'un ressort de constante de raideur  $k=15\text{N/m}$  et de longueur à vide  $l_0$ . On supposera dans tout le problème que les frottements entre la masse  $m$  et la piste (ABCD) sont caractérisés par des coefficients  $\mu_s=0.6$  et  $\mu_g=0.4$ . Par contre les frottements sont négligeables sur la partie demi-circulaire  $DE$ .

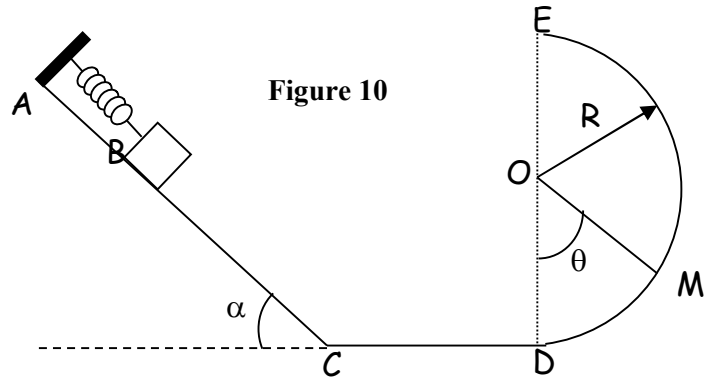


Figure 10

1) Déterminer la compression maximale  $x_0$  du ressort pour rompre l'équilibre de la masse.

2) Le ressort étant comprimé de  $x_1=10\text{cm}$  :

a) Déterminer la vitesse de la masse au point D.

b) Trouver l'expression de la vitesse  $V_M$  de la masse au point M caractérisée par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OM})$ .

c) En déduire l'angle de remontée maximal  $\theta_{\max}$  atteint par la masse  $m$ .

3) Quelle doit-être la valeur minimale de la vitesse au point D pour qu'elle arrive en E sans décoller.

### Exercice 11 :

Une boule B de masse  $m$ , accrochée à un fil inextensible de longueur  $l$ , est écartée de sa position d'équilibre d'un angle  $\alpha$  et est abandonnée sans vitesse initiale. A son passage par la position verticale, la boule percute un corps A de même masse et s'arrête. Le corps A glisse sur une piste OCD de la figure 11.

La partie  $OC = d$  est un plan horizontal rugueux de coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$ . La portion  $CD = L$ , parfaitement lisse, est inclinée d'un angle  $\beta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale.

1) Dessiner les forces exercées sur le corps A en une position entre O et C.

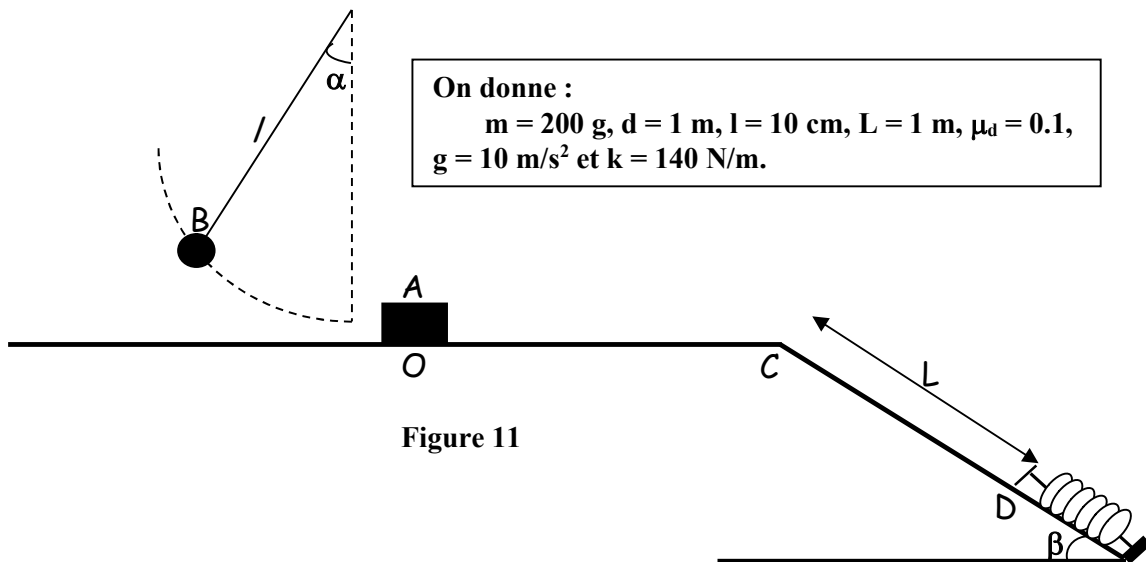


Figure 11

2) Calculer l'accélération du corps A entre O et C. Déduire la nature du mouvement.

3) Donner l'expression de la vitesse de la boule B juste avant de toucher le corps A

4) En utilisant la conservation de la quantité de mouvement du système, déterminer la vitesse du corps A après l'interaction.

5) Exprimer la vitesse du corps A au point C en fonction de  $g$ ,  $l$ ,  $d$ ,  $\alpha$  et  $\mu_d$

6) De quel angle  $\alpha_m$  doit on écarter la boule B pour que le corps A arrive en C avec une vitesse nulle.

7) A partir du point C, le corps A aborde la partie CD avec une vitesse nulle. Il arrive sur un ressort parfait de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ .

a) Représenter les forces exercées sur A au cours de la compression du ressort.

b) Quelle est la valeur de la compression maximale du ressort ?