

Série 1 : Cinématique du point matériel

Exercice 1:

Un mobile M décrit un mouvement rectiligne suivant un axe ($x'Ox$). La figure 1 montre son diagramme des espaces entre $t = 0$ s et 100 s.

- 1) Décrire qualitativement le parcours du mobile en précisant les différentes phases du mouvement et leurs natures.
- 2) Quelle est la distance parcourue entre $t=0$ s et $t=100$ s ?

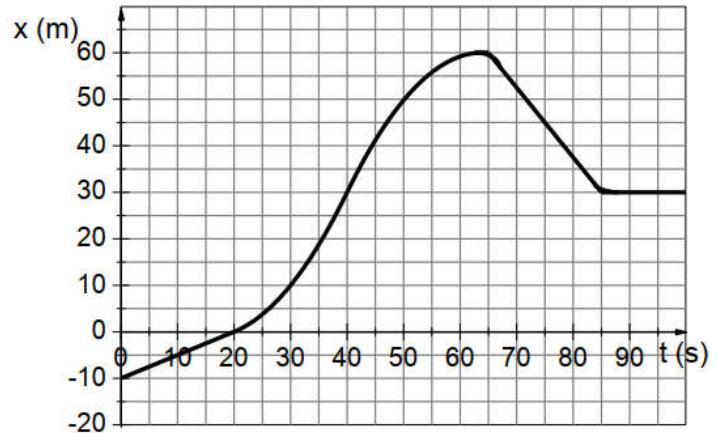


Figure 1

Exercice 2:

Représenter les diagrammes des espaces, des vitesses et des accélérations d'un mobile M décrivant un mouvement rectiligne le long d'un axe ($x'Ox$). À $t = 0$ s, M passe par l'origine O avec une vitesse constante $V = 2$ m/s. Lorsqu'il atteint la position $x = 20$ m, le mobile augmentant uniformément sa vitesse de 1 m/s toutes les 5 s. Lorsque sa vitesse atteint la valeur 4 m/s, il ralentit son mouvement en diminuant uniformément sa vitesse et s'immobilise après 20 s.

Echelles: 2 cm \rightarrow 10 s, 1 cm \rightarrow 20 m, 1 cm \rightarrow 2 m/s, 1 cm \rightarrow 0.1 m/s².

Exercice 3:

Un piéton court vers un bus à la vitesse de 6 m/s. Quand il est à 25 m du bus, celui-ci démarre avec une accélération constante de 1 m/s².

- 1) Le piéton rattrapera-t-il le bus ?
- 2) À quelle vitesse minimale devrait courir le piéton pour rattraper le bus ?
- 3) Trouver la distance minimale d'approche du piéton.

Exercice 4:

Le diagramme des vitesses d'un mobile A, animé d'un mouvement rectiligne le long d'un axe ($x'Ox$) est représenté sur la figure 2.

- 1) Tracer le diagramme des accélérations $a(t)$ du mobile
- 2) Déterminer la position du mobile aux instants $t = 3$ s, 7 s et 13 s. On donne $x(t = 0 \text{ s}) = 30$ m.
- 3) À quel instant le mobile rebrousse-t-il chemin ?
- 4) Préciser les phases du mouvement et leurs natures.
- 5) Tracer, sur la trajectoire, les vecteurs position, vitesse et accélération aux instants $t = 3$ s et 7 s.

Echelles: 1 cm \rightarrow 10 m, 1 cm \rightarrow 5 m/s,
1 cm \rightarrow 1 m/s²

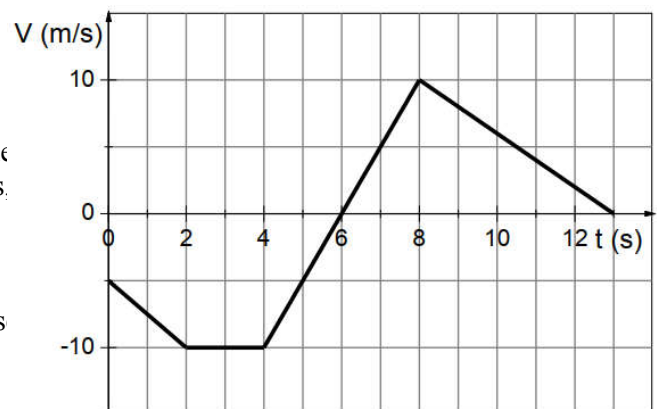
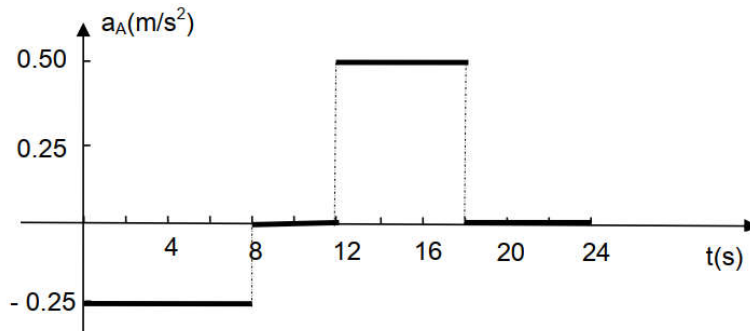


Figure 2

Exercice 5:

La courbe de la figure 3 représente le diagramme des accélérations d'un mobile A se déplaçant sur un axe ($x'Ox$). À $t = 0$ s, $x_A(0) = 0$ m et $V_A(0) = 2$ m/s.

- 1) Tracer le graphe des vitesses $V_A(t)$ du mobile en utilisant l'échelle : $1\text{ cm} \rightarrow 2\text{ s}$ et $1\text{ cm} \rightarrow 0.5\text{ m/s}$.
- 2) Déterminer la position du mobile $x_A(t = 8\text{ s})$.
- 3) Un deuxième mobile B passant par l'origine à l'instant $t = 0$ s et se déplaçant à vitesse constante, arrive à la même position $x_A(t=8\text{s})$, à $t = 10$ s. Quelle est alors sa vitesse V_B ?
- 4) Quelle est le mobile qui est en tête et de combien à $t = 20$ s?

**Figure 3****Exercice 6:**

Un mobile M en mouvement dans le plan horizontal (xOy) est repéré par ses coordonnées cartésiennes :

$$x(t) = 2t$$

$$y(t) = -t^2/2 + 8$$

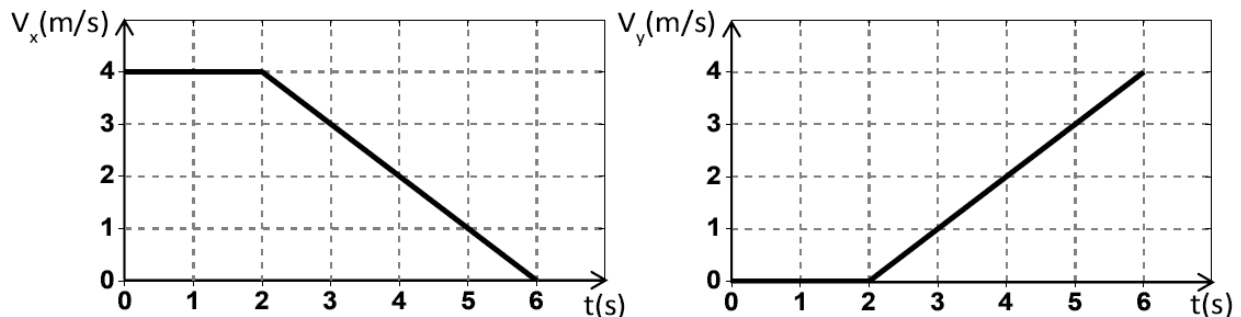
(t en secondes, x et y en mètres)

- 1) Etablir l'équation de la trajectoire du mobile et la construire pour $(x,y) \geq 0$. Echelle : $1\text{ cm} \rightarrow 1\text{ m}$.
- 2) Déterminer les expressions des composantes cartésiennes $V_x(t)$ et $V_y(t)$ du vecteur vitesse ainsi que les composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération et les construire à l'instant $t = 2$ s.

Echelles : $1\text{ cm} \rightarrow 1\text{ m/s}$ et $1\text{ cm} \rightarrow 1\text{ m/s}^2$.

Exercice 7:

Un mobile, assimilé à un point matériel, se déplace dans le plan (xOy). À l'instant $t_0 = 0$ s, il se trouve à la position M_0 de coordonnées $x_0 = 0$ m et $y_0 = 5$ m. L'évolution, en fonction du temps, des composantes V_x et V_y de son vecteur vitesse \vec{V} est donnée sur la figure 4.

**Figure 4**

- 1) Calculer les composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération \vec{a} entre les instants $t = 0$ s et $t = 6$ s.
- 2) Donner les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ entre $t = 0$ s et $t = 6$ s.
- 3) Tracer la trajectoire du mobile entre $t = 0$ s et $t = 6$ s. Echelle: $1\text{ cm} \rightarrow 1\text{ m}$.
- 4) Ecrire les vecteurs vitesse \vec{V} et accélération \vec{a} à $t = 4$ s et les représenter sur la trajectoire. Echelles : $1\text{ cm} \rightarrow 0.5\text{ m/s}$ et $1\text{ cm} \rightarrow 0.25\text{ m/s}^2$.
- 5) Donner l'expression du module du vecteur vitesse $\|\vec{V}(t)\|$ entre $t = 2$ s et $t = 6$ s.
- 6) a) Déterminer l'expression de l'accélération tangentielle $a_t(t)$ entre $t = 2$ s et $t = 6$ s.
b) Déduire le rayon de courbure ρ à $t = 4$ s.

Exercice 8:

Un mobile se déplace sur une trajectoire curviligne. À tout instant t , son abscisse curviligne est donné par la loi $s(t) = t^3 + 3t^2$ (s en mètres et t en secondes).

- 1) Donner l'expression du module du vecteur vitesse.
- 2) En déduire l'expression de la composante tangentielle a_t du vecteur accélération.
- 3) Si à $t = 4$ s l'accélération du mobile est $a = 50 \text{ m/s}^2$, calculer le rayon de courbure de la trajectoire à cet instant.

Exercice 9:

Un mobile se déplace sur une trajectoire circulaire (voir figure 5) de centre O et de rayon $R = 110/\pi \text{ m}$. Son accélération tangentielle est donnée sur la figure 6. À $t_0 = 0$ s, le mobile se trouve en M_0 d'abscisse curviligne $s_0 = 0 \text{ m}$ et sa vitesse est $V_0 = 4.5 \text{ m/s}$.

- 1) Représenter les vecteurs vitesse et accélération aux instants $t_1 = 10 \text{ s}$ et $t_2 = 20 \text{ s}$, correspondant respectivement aux positions M_1 et M_2 .

Echelles : $1 \text{ cm} \rightarrow R/4 \text{ m}$, $1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ m/s}$ et $1 \text{ cm} \rightarrow 0.25 \text{ m/s}^2$.

- 2) Déterminer l'instant où la particule rebrousse chemin. En déduire son abscisse curviligne à cet instant.

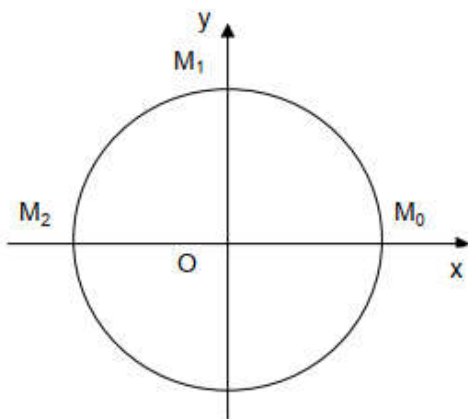


Figure 5

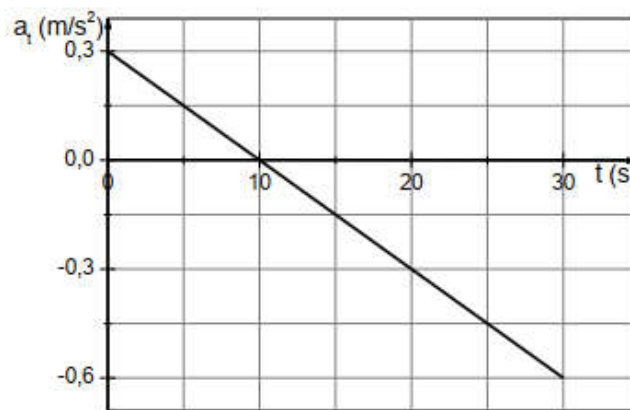


Figure 6

Exercice 10:

Un mobile M se déplace dans un plan (xOy) . Il est repéré par ses coordonnées polaires r et θ . Les équations paramétriques du mouvement en coordonnées polaires sont données par :

$$\begin{cases} r(t) = t^2 \\ \theta(t) = (\pi/12)t^2 \end{cases} \quad (r \text{ en mètres}, \theta \text{ en radians et } t \text{ en secondes}).$$

- 1) Représenter, dans le plan (xOy) , le vecteur position à l'instant $t = 3 \text{ s}$, à l'échelle $1 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ m}$.
- 2) a) Déterminer les composantes radiale v_r et transversales v_θ du vecteur vitesse du mobile M en fonction de t .
b) Représenter le vecteur vitesse à l'instant $t = 3 \text{ s}$ à l'échelle $1 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ m/s}$.

Exercice 11:

Un mobile M se déplace dans un plan (xOy) . Il est repéré par ses coordonnées polaires r et θ . Les équations paramétriques du mouvement en coordonnées polaires sont données par :

$$r(t) = t^3, \quad \theta(t) = (\pi/4)t.$$

Les distances sont exprimées en mètres et les angles en radian.

- 1) Déterminer les composantes radiale $V_r(t)$ et transversale $V_\theta(t)$ du vecteur vitesse à un instant t .
- 2) Déterminer les composantes radiale $a_r(t)$ et transversale $a_\theta(t)$ du vecteur accélération à un instant t .
- 3) Représenter, à l'instant $t = 2 \text{ s}$, les vecteurs position, vitesse et accélération.

Echelles : $1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ m}$, $1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ m/s}$ et $1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ m/s}^2$.

- 4) Déduire le rayon de courbure ρ de la trajectoire au point où se situe le mobile à l'instant $t = 2 \text{ s}$.

Rappel : $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ et $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$.

Exercice 12:

Un mobile A, assimilé à un point matériel, se déplace sur un plan (xOy) . Son rayon polaire $r(t)$ et sa vitesse angulaire $\omega(t) = d\theta/dt$ sont donnés sur la figure 7.

1) Pour $0 \leq t \leq 3s$:

- Ecrire les équations paramétriques $\theta(t)$, sachant qu'à $t = 0s$, $\theta(t = 0s) = \theta_0 = \pi \text{ rad}$.
- Tracer la trajectoire du mobile à l'échelle : $1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ m}$.
- Donner les expressions des composantes radiale $v_r(t)$ et transversale $v_\theta(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} en fonction du temps. Déduire celle du module de \vec{v} .
- Déterminer les composantes tangentielle a_t et normale a_n du vecteur accélération \vec{a} .
- Donner les phases du mouvement et leur nature, Justifier.

2) Représenter les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} à $t_1 = 0.5s$ et $t_2 = 3s$.

Echelles : $1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ m/s}$ et $1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ m/s}^2$.

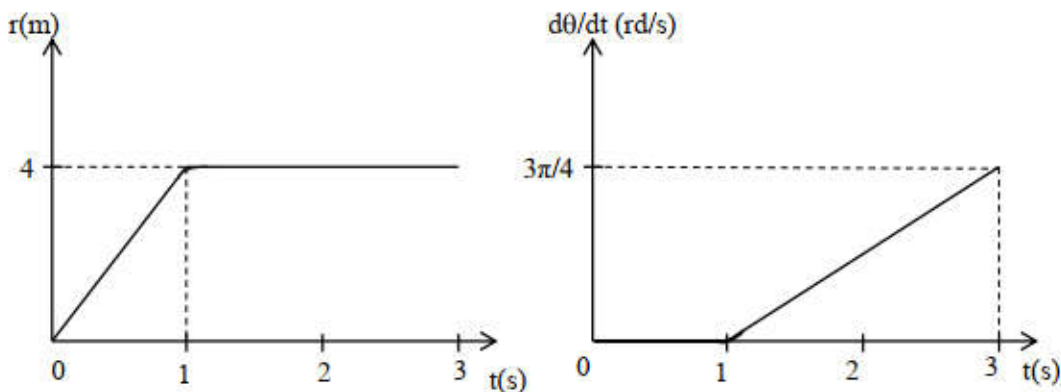


Figure 7

Exercice 13:

La figure 8 représente la trajectoire circulaire (à l'échelle 1/100) d'un corps M. À l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$ le corps M se trouve à la position M_0 et sa vitesse angulaire est donnée par :

$$\omega(t) = \begin{cases} \alpha t & \text{pour } t \leq 2s \\ \pi & \text{pour } t \geq 2s \end{cases}$$

où ω est exprimée en rd/s et t en secondes ; α est une constante.

1) a) Déterminer la valeur, la dimension et l'unité de la constante α .

À quelle grandeur physique correspond-t-elle ?

b) Trouver, en fonctions du temps, les expressions du rayon polaire $r(t)$ et de l'angle polaire $\theta(t)$ décrivant le mouvement.

2) Calculer l'abscisse curviligne de M, $s(t = 2.5 \text{ s})$.

3) a) Donner, en fonction du temps, les expressions des composantes radiale v_r et transversale v_θ du vecteur vitesse \vec{v}_M .

b) Représenter sur la trajectoire le vecteur \vec{v}_M à l'instant $t_1 = 1 \text{ s}$ en utilisant l'échelle $1 \text{ cm} \rightarrow \pi/2 \text{ m/s}$.

4) a) Déterminer les expressions, en fonction du temps, des composantes intrinsèques a_t et a_n du vecteur accélération \vec{a}_M .

b) En déduire les expressions des composantes radiale a_r et transversale a_θ .

c) Déterminer les phases du mouvement et leurs natures ?

d) Représenter sur la trajectoire le vecteur \vec{a}_M à l'instant t_1 en utilisant l'échelle : $1 \text{ cm} \rightarrow \pi^2/2 \text{ m/s}^2$.

5) À $t = 2 \text{ s}$, un mobile A se met en mouvement sur l'axe (Ox) . Sa coordonnée x_A est donnée par la coordonnée cartésienne x_M du mobile M. (La position de A est obtenue en projetant celle du mobile M sur l'axe (Ox)).

a) Donner l'équation horaire $x_A(t)$ et décrire le mouvement de A en précisant sa période T.

b) Tracer le diagramme des espaces de A pour $2s \leq t \leq 4s$. Déduire la distance parcourue par A entre ces instants.

c) Déterminer les expressions de la vitesse et de l'accélération de A.

d) Donner l'expression de la vitesse de A par rapport à celle de M.

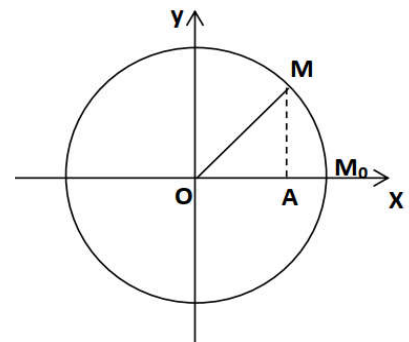


Figure 8