

**Série d'exercices n°4 : Calcul des Probabilités**

**Exercice 1 :**

$A, B$  et  $C$  Trois événements d'un espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ .

Écrire en fonction de  $A, B$  et de  $C$  les événements suivants :

1. Tous les événements se réalisent.
2. Aucun événement ne se réalise.
3. Au moins un événement se réalise.
4. Exactement un événement se réalise.
5. Au plus deux événements se réalisent.

**Exercice 2:**

I/ Une urne contient 6 boules numérotées de 1 à 6, un joueur tire successivement 2 boules avec remise.

1. Décrire l'espace fondamental et donner son cardinal.
2. Calculer la probabilité d'avoir deux nombres pairs.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un nombre soit impair.

II/ Reprendre les mêmes questions si le joueur tire les 2 boules successivement sans remise.

III/ Reprendre les mêmes questions si le joueur tire les 2 boules simultanément(en même temps).

**Exercice 3:**

On effectue deux tirages successifs dans une urne qui contient une boule blanche et deux boules noires identiques. La première boule tirée n'est pas remise dans l'urne, mais elle est remplacée par une boule de l'autre couleur (blanche si on a tirée une noire et vice-versa).

1. Construire l'ensemble fondamental associé à cette expérience aléatoire.
2. Donner la probabilité de chacun des événements élémentaires constituant l'ensemble fondamental.

**Exercice 4:**

On estime que 40% des étudiants en 2<sup>o</sup> année ST à l'USTHB passent le rattrapage du module de Statistique et 60% passent le rattrapage du module de Maths 3, alors que 70% des étudiants passent au moins l'un des deux modules.

1. Écrire les événements associés et donner leurs probabilités.
2. Calculer la probabilité qu'un étudiant passe les deux rattrapages.
3. Calculer la probabilité qu'un étudiant passe le rattrapage de Statistique mais pas de Maths 3.
4. Calculer la probabilité que l'étudiant passe un seul rattrapage.

**Exercice 5:**

Deux chasseurs Alpha et Bêta aperçoivent un lièvre.

On désigne par les événements  $A$  : « Alpha tue le lièvre »

$B$  : « Bêta tue le lièvre »

On donne  $P(A) = \frac{5}{6}$  et  $P(B) = \frac{4}{5}$

1/ Les tireurs Alpha et Bêta tirent simultanément : les événements  $A$  et  $B$  sont donc indépendants.

- a) Calculer la probabilité  $p_1$  que le lièvre soit tué.
- b) Calculer la probabilité  $p_2$  qu'un seul chasseur tue le lièvre.

2/ Maintenant, Bêta tire le premier : les événements  $A$  et  $B$  ne sont plus indépendants.

De plus, on sait que si Bêta tire et manque, les chances de Alpha de tuer le lièvre diminuent de moitié.

Quelle est la probabilité  $p$  que le lièvre ne soit pas tué ?

**Exercice 6 :**

Dans une usine, on utilise deux machines  $M1$  et  $M2$  pour fabriquer des pièces. Pour une période donnée, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement 0,01 et 0,08. De plus si la machine  $M1$  est en panne, la probabilité que la machine  $M2$  tombe en panne est égale à 0,4.

1. Quelle est la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment ?
2. Les deux machines fonctionnent-elles indépendamment ?
3. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne ?
4. Quelle est la probabilité d'avoir une seule machine en panne?

**Exercice 7 :**

On dispose de trois urnes  $U_1, U_2, U_3$ .

L'urne  $U_1$  contient **01** boule blanche et **02** boules noires,

L'urne  $U_2$  contient **02** boules blanches et **03** boules noires.

L'urne  $U_3$  contient **03** boules blanches et **04** boules noires.

On lance un dé bien équilibré. Si le dé donne un numéro inférieur ou égal à **2**, on tire une boule de l'urne  $U_1$ , si le dé donne un numéro  $2 < d \leq 5$  on tire une boule de l'urne  $U_2$ , si non on tire de l'urne  $U_3$ .

1. Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
2. On a tiré une boule blanche. Calculer le probabilité qu'elle provienne de l'urne  $U_1$ .

**Exercice 8:**

Une entreprise recrute chaque année des étudiants au niveau BAC+3. Elle effectue une sélection à l'aide d'un test écrit sous forme de QCM. Les candidats retenus doivent ensuite effectuer un entretien.

Les candidats choisissent, selon leurs compétences un test parmi deux. On admet que 40% des candidats choisissent le premier test, à l'issue duquel 10% sont sélectionnés et que le reste des candidats choisissent le second test, à l'issue duquel 30% sont sélectionnés.

1. A l'aide des informations contenues dans l'énoncé, décrire les événements qui interviennent et donner leurs probabilités.
2. On prélève une fiche au hasard d'un candidat. Quelle est la probabilité que le candidat soit sélectionné?
3. Un candidat est sélectionné, calculer la probabilité qu'il ait choisi le premier test.