



L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur deux pages.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 4 points

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles 5 boules blanches, 3 boules bleues et 4 boules rouges. On tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

- a. E1 : « Les boules tirées ont la même couleur ». 1 pt
- b. E2 : « Les boules tirées présentent trois couleurs ». 0,5 pt
- c. E3 : « Les boules tirées ont des couleurs différentes ». 0,5 pt

2. On appelle X la variable aléatoire qui à tout tirage de 3 boules de cette urne associe le nombre de boules rouges tirées.

a. Justifier que la loi de probabilité de X est :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	56/220	112/220	48/220	4/220

1 pt

- b. Calculer l'espérance mathématique de X. 0,5 pt
- c. Calculer la variance de X. 0,5 pt

Exercice 2 : 3 points

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$.

1.a. Développer et réduire $(1 + \sqrt{5})^2$. 0,25 pt

b. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. 0,5 pt

2. On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{1+x}$.

a. Montrer que pour tout $x \in [1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}]$, $f(x) > x$. 0,75 pt

b. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} > u_n$. 0,5 pt

c. Dédire des questions précédentes que la suite (u_n) converge. 0,25 pt

4. On désigne par l la limite de la suite (u_n) . On admet que $f(l) = l$.

a. Montrer que $l > 1$. 0,25 pt

b. Déterminer la valeur de l . 0,5 pt

Exercice 3 : 4,25 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; I; J)$. L'unité sur les axes est le centimètre.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + 5i$, $z_B = -1 + i$ et $z_C = 3 + i$.

1. a. Donner la forme algébrique de $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A}$. 0,5 pt

b. En déduire la nature exacte du triangle ABC. 0,5 pt

2. On désigne par S la similitude directe de centre B qui transforme A en C.

a. Donner l'expression complexe de S. 0,5 pt

b. En déduire les éléments caractéristiques de S. 0,5 pt





3. Soient H le milieu du segment $[AC]$ et $(C1)$ le cercle de centre H et de rayon $[BH]$.
- Donner une équation cartésienne de $(C2)$ image du cercle $(C1)$ par cette similitude directe S . 0,75 pt
 - Représenter $(C2)$ dans le repère. 0,5 pt
4. a. Placer dans ce même repère le point D tel que $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$ 0,25 pt
- Déterminer, puis représenter le lieu géométrique des points $M(x, y)$ du plan tels que $\|\vec{MD} - \vec{MA} - \vec{MC}\| = \|\vec{BC}\|$. 0,75 pt

Exercice 4 : 3,75 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O ; I, J)$. L'unité sur les axes est le centimètre. On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = x \ln x - x \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = 0.$$

(C_f) désigne la courbe de f dans le repère orthonormé ci-dessus évoqué.

- Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5 pt
- Calculer la limite de f en $+\infty$. 0,25 pt
- Etudier la dérivabilité de f en 0. 0,5 pt
- Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f . 0,5 pt
- Dresser le tableau des variations de f . 0,75 pt
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans $]2; 3[$. 0,5 pt
- Tracer la courbe de f dans le repère cité plus haut. 0,75 pt

PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation:

Deux grands cultivateurs camerounais de café Ebéné et Assako passent en revue leurs productions des six premières années. M. Assako révèle que ses productions ont toujours été proportionnelles aux rangs des années de production. Les deux cultivateurs voudraient savoir approximativement ce que leur rapporteront leurs septièmes productions.

M. Ebéné vend toujours son café à un prix de 1200 FCFA le kilogramme dans un marché de sa localité tandis que M. Assako vend toujours le sien à un prix de 1800 FCFA le kilogramme dans un autre marché.

Voici les six premières productions de ces deux cultivateurs de café :

Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Production en tonnes (y_i)	0,45	1	1,5	1,75	2,25	2,55
Cultivateur	Ebéné					

Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Production en tonnes (y_i)	0,125	a	b	c	d	e
Cultivateur	Assako					

Tâches :

- Estimer la recette de la septième production de M. Assako. 1,5 pt
- Estimer la recette de la septième production de M. Ebéné. 1,5 pt
- Est-il juste d'affirmer que les six premières années, M. Assako a gagné en moyenne plus d'argent que M. Ebéné ? 1,5 pt

Présentation :

0,5 pt

