# В.М. МАДОРСКИЙ, Ю.В. МИСАК

# БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

# ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Данная работа посвящена оптимизации программной реализации численного решения квазилинейной задачи теплопроводности с использованием многошаговых квазиньютоновских процессов для численного решения систем нелинейных уравнений, получаемых в результате дискретизации.

Рассматривается уравнение теплопроводности в общем виде:



(1)

Задача состоит в отыскании приближённого решения уравнения (1), удовлетворяющего начально-краевым условиям:

(2)



Рассмотрим сущность разностного метода для решения уравнения (1) при заданных условиях (2).

Численное решение задачи (1)-(2) сведём к вычислению приближённых значений сеточной функции  в узловых точках , где .

Рассмотрим модельную задачу с заранее известными решением  и ядром  равным . Подставляя эти данные в уравнение общего вида (1), получим следующую нелинейную задачу:



(3)

для которой заведомо известны начально-краевые условия (2).

Проводим дискретизацию на шаблоне, позволяющем получить абсолютно устойчивые неявные схемы.

После замены производных их трёхточечными разностными аппроксимациями (с сохранением свойства устойчивости), решение задачи (3) может быть сведено к решению системы:



(4)

При σ = 0 получим абсолютно устойчивую чисто неявную схему, а при σ = 0.5 имеем схему Кранка-Николсон.

Систему (4) с начально-краевыми условиями решаем с помощью нерегуляризованных или частично-регуляризованных нелокальных итерационных процессов, предложенных В.М. Мадорским [1]. Результат сравнивается с методом Пузынина [2].

Алгоритм её решения частично регуляризованными методами представлен ниже:

Шаг 1. Решается линейная система для определения поправки :

(6)



Шаг 2. Вносится поправка в вектор  (7)

Шаг 3. Если , то конец просчетов, иначе пересчитывается шаговая длина одним из двух способов [1]:



(8)



(9)

и осуществляется переход на шаг 1.

Алгоритм (5)-(8) осуществляет процедуру *неполного* прогноза, а алгоритм (5)-(7), (9) – процедуру *полного* прогноза.

Вычислительная практика решения таких задач показала необходимость оптимизации уже реализованного приложения, осуществляющего процесс вычислений и анализ результатов.

Выдвинут ряд ключевых принципов, на основе которых реализуется новая версия приложения.

В связи с тем, что для контроля за длиной шага используется правило Рунге, требующее пересчёта предполагаемого оптимального шага предполагается осуществлять вычисления в двух потоках параллельно.

Вычисления с шагом  будут проводиться в первом потоке безостановочно, в то время во втором потоке будут проводиться подсчёты с двумя половинными шагами и сравнение погрешности по правилу Рунге с заданным пороговым значением.

В случае, если погрешность превышает допустимый порог, первый поток возвращается в критический момент просчётов, получает уже просчитанные значения для половинного шага, а второй поток выполняет аналогичные действия уже с шагом .

Отслеживание реального состояния процесса счёта ведётся из третьего потока, который оперативно меняет состояние визуального интерфейса.

Четвёртый поток записывает данные о просчитанных слоях в сериализованный файл, либо в оперативную память компьютера в зависимости от выбора пользователя.

Для упрощения работы с программой, информация о последних решаемых задачах и параметрах будет храниться в специальном конфигурационном файле централизованно, что позволит избежать рассинхронизации, которой подвержена прошлая версия приложения.

В связи с возможностью решения не только модельных задач, а также задач с неизвестным решением, жёстко зафиксированных в программном коде, и задач, задаваемых вручную, и обрабатываемых при помощи парсера математических выражений, все задачи будут принадлежать к соответствующим классам, каждый из которых реализует общий интерфейс, посредством которого будут получаться значения функций в точках, граничные условия и т.д. Для реализации используется паттерн «Strategy»

Алгоритм вычислений продолжается до тех пор, пока  станет равным 1, а для  проверяем выполнимость условия с 



(10)

и если оно выполняется, продолжаем счёт, суммируя  для нахождения радиуса нужной нам сферы, где  находим из условия 

**Теорема.** В условиях сходящегося метода Ньютона в случае выполняемости условия (10), итерационный ньютоновский процесс сходится в сфере с радиусом сходимости , где решение существует и единственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мадорский, В.М. Квазиньютоновские процессы для решения нелинейных уравнений / В.М. Мадорский. – Брест: БрГУ, 2005. – 174 с.

2. Жанлав Т., Пузынин И.В. О сходимости на основе непрерывного аналога метода Ньютона // Ж. Вычисл. матем. и матем. физ. – 1992. – Т. 32, № 6. – C. 846-856.